

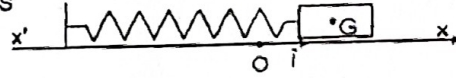
EXERCICES SUR LES OSCILLATEURS MECANQUES LIBRES

Exercice 1

Un ressort de suspension de voiture de raideur k et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide S , de masse m , fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontale $x'x$. L'abscisse du centre d'inertie G de S est repérée par rapport à la position O de G au repos. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche, sans vitesse initiale, à l'instant $t = 0$. Son abscisse est alors $x = X_m$.

On donne : $k = 4 \text{ kN/m}$, $m = 100 \text{ kg}$ et $X_m = 5 \text{ cm}$.

1- Faire le bilan des forces appliquées au solide S et les représenter.



2- Etablir l'équation différentielle du mouvement.

3- En déduire l'équation horaire du mouvement de S .

4- Calculer la période pour les mêmes données numériques.

5- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et peut se mettre sous la forme $E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$ où V_m est la vitesse maximale.

6- Retrouver l'équation différentielle à partir de l'expression de l'énergie mécanique.

Exercice 2

1) Pour déterminer la constante de raideur k du ressort, on accroche une de ses extrémités à un support fixe. Lorsqu'on accroche une masse marquée $m = 200 \text{ g}$ à son autre extrémité, son allongement vaut 10 cm (voir figure 1).

Vérifier que la raideur du ressort vaut 20 N.m^{-1} .

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

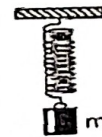


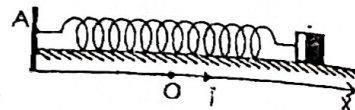
Figure 1

2) On fixe maintenant le ressort étudié comme l'indique la figure 2. Le ressort est horizontal ; A est son extrémité fixe. On accroche à son autre extrémité un solide S de masse $m = 200 \text{ g}$. Ce solide peut se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontal Ox . A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère.

Le solide est supposé en mouvement et

dans la position représentée sur la figure 2.

Figure 2



2.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le solide S .

2.2. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G .

2.3. En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur et celle de sa période propre T_0 . Faire l'application numérique de ω_0 et T_0 . On prendra $2\pi = 6,3$.

2.4. Vérifier que $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle précédente.

3) On allonge maintenant le ressort en tirant le solide vers la droite. Le point G a alors pour abscisse $0,15 \text{ m}$. A l'instant $t = 0$, on lâche le solide sans vitesse initiale.

3.1. Déterminer l'équation horaire $x(t)$ et la vitesse $v(t)$ du solide.

On utilisera les valeurs numériques de X_m , ω_0 et φ .

3.2. En déduire la valeur maximale de la vitesse.

3.3. Calculer l'élongation $x(t)$ et $v(t)$ pour $t = 1 \text{ s}$.

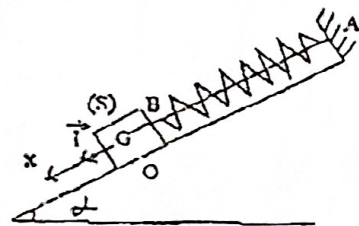
4) Montrer que l'énergie mécanique est constante et en déduire sa valeur.

Exercice 3

Un ressort R de masse négligeable et à spires non jointives est accroché à l'une de ses extrémités A au bât d'une table celle-ci est inclinée par rapport au plan horizontal d'un angle $\alpha = 25^\circ$. A l'autre extrémité B du ressort est accroché un solide autoporteur S (frottements négligeables) dont la masse $M = 570 \text{ g}$. La longueur du ressort à vide est $l_0 = 16 \text{ cm}$. Lorsque le solide S est accroché en B la longueur du ressort à l'équilibre devient $l = 29,6 \text{ cm}$.

1) Calculer la raideur du ressort.

2) On tire le solide autoporteur d'une longueur $a = 7 \text{ cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$. On prend comme origine spatiale la position G_0 du centre d'inertie G du solide S à l'équilibre. L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminée sur l'axe $(O; \vec{i})$.



a) Etablis l'équation différentielle qui régit le mouvement.

b) Calcule la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur

c) Donne l'équation horaire du mouvement du solide S.

3) Calcule l'énergie mécanique de l'oscillateur. L'énergie potentielle de pesanteur sera conventionnellement prise égale à zéro pour le solide S dans sa position d'équilibre.

Exercice 4 : Un pendule de torsion est constitué par une barre rigide, homogène suspendue en son milieu à un fil vertical de constante de torsion $C = 0,25 \text{ N.m.rad}^{-1}$. On fait tourner la barre dans le sens positif d'un angle $\alpha = 0,85 \text{ rad}$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale. La durée de 2 oscillation est 2s.

1) Détermine la nature du mouvement du centre d'inertie G de la barre.

2) a) Etablis l'équation horaire du mouvement en prenant comme origine des dates l'instant où la barre est abandonnée.

b) Calcule le moment d'inertie de la barre.

3) Détermine l'énergie mécanique du système et en déduis la vitesse angulaire maximale.

Exercice 5

Une tige T horizontale de longueur 30cm est fixée en son centre à un fil de torsion tendu verticalement.

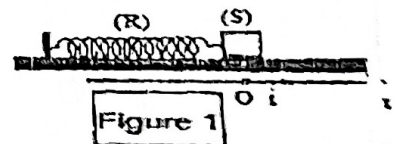
1) La tige est abandonnée sans vitesse initiale. La durée de 10 oscillations est 4s. On fixe à la tige 2 masselottes à 10cm de l'axe de rotation, celles-ci considérées comme ponctuelles et de masse 30g. La durée de 10 oscillations vaut alors 6,2s. Détermine le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation.

2) Calcule la constante de torsion du fil.

Exercice 6

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur k .

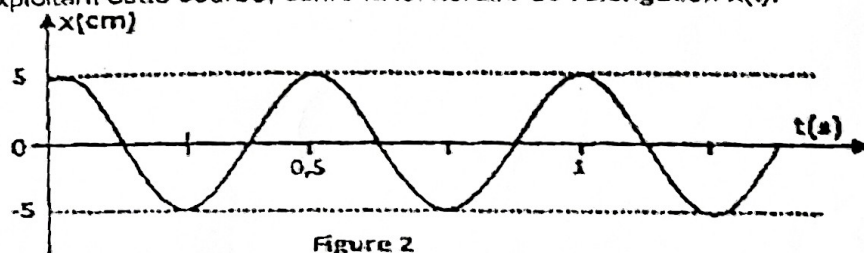
Le solide (S) peut se déplacer sans frottement sur un plan horizontal. On note $x(t)$ l'abscisse du centre d'inertie G du solide (figure 1).



1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'élongation $x(t)$.

2) La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'élongation en fonction du temps $x = f(t)$.

a) En exploitant cette courbe, écrire la loi horaire de l'élongation $x(t)$.



b) En déduire l'expression numérique de la vitesse instantanée $v(t)$.

3) Montrer que l'énergie mécanique E est constante au cours du temps.

4) La courbe de la figure 3 représente l'énergie potentielle E_{pe} en fonction de l'élongation x .

a) Par exploitation de cette courbe,

✓ déterminer la raideur k du ressort ;

✓ en déduire la valeur de m .

b) Déterminer la valeur v_1 de la vitesse du solide

lorsqu'il passe par la position d'abscisse

$x_1 = 4 \text{ cm}$ en se dirigeant dans le sens négatif.

