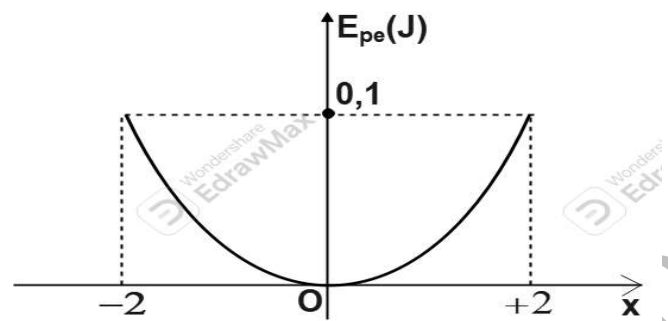


Exercice 1 :

N.B : Dans tout l'exercice, on négligera les frottements ; on prendra : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La figure ci-dessous appelée cuvette de potentielle représente la variation de l'énergie potentielle élastique d'un pendule élastique horizontale, constitué d'un ressort de constante de raideur K et d'une masse m , en fonction de l'élongation x .



1. Intéressons-nous d'abord aux pendules élastiques horizontaux en général.
 - 1.1. Exprimez l'énergie potentielle élastique du ressort en fonction de l'élongation x .
 - 1.2. Etablir l'expression de l'énergie mécanique totale E_m du système ressort-masse en fonction de K et x_m avec $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$;
2. Intéressons-nous à la cuvette de potentiel.
 - 2.1. Quelle est la nature de la courbe ? Justifier.
 - 2.2. Dédurre de cette courbe : l'amplitude du mouvement, l'énergie mécanique totale E_m du système (ressort-masse), la raideur K du ressort.
 - 2.3. Déterminer graphiquement les énergies cinétiques en $x = 0$ et $x = 2 \text{ cm}$.
 - 2.4. Dédurre de cette courbe ci-dessus les courbes de variations $E_c(x)$ et $E_m(x)$ des énergies cinétique et mécanique totale du système. N.B : $E_c(x)$ et $E_m(x)$ seront portés sur même graphe que $E_p(x)$.
3. L'équation différentielle du mouvement de ce pendule étant : $\ddot{x} + 10\pi^2 x = 0$.
 - 3.1. Déterminer la masse m du solide de ce pendule.
 - 3.2. Etablir l'équation horaire du mouvement de ce pendule (en unités S.I), sachant qu'à $t = 0$ le pendule passe par sa position d'équilibre en allant dans le sens des élongations négatives.
 - 3.3. Quel nom donne-t-on à la durée d'une oscillation d'un pendule ? Calculer cette durée pour le pendule étudié.

Exercice 2 :

Un pendule simple est constitué d'un fil OA de longueur $\ell = 1 \text{ m}$ portant à son extrémité A une bille (B_1) de masse $m_1 = 100 \text{ g}$.



On écarte ce pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = 60^\circ$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

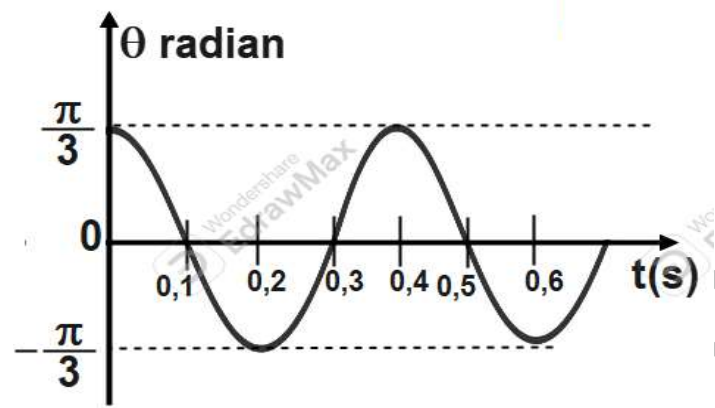
1. Calculer la vitesse V_1 de la bille quand le fil passe par la verticale.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule et en déduire son équation horaire. On prendra pour origine des dates l'instant où la bille est lâchée.
3. En arrivant à la verticale, la bille heurte de plein fouet une bille (B_2) de masse $m_2 = 50 \text{ g}$, initialement au repos.
 - 3.1. En admettant que le choc entre les deux billes est parfaitement élastique, déterminer les vitesses V'_1 et V'_2 des billes (B_1) et (B_2) respectivement après le choc.
 - 3.2. Etudier et caractériser le mouvement du pendule après le choc.
 - 3.3. On suppose que la bille (B_2) est placée sur le bord d'une table lisse et horizontale, et que le choc avec (B_2) le propulse dans le vide.
 - 3.3.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la bille (B_2) après le choc dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé convenablement choisi. O étant le point où passe l'axe (Δ).
 - 3.3.2. Déterminer l'instant et les coordonnées du point d'arrivée de (B_2) sur le sol horizontal situé à $h = 80 \text{ cm}$ en dessous de la table.

Exercice 3 :

Pour étudier les oscillations d'un pendule de torsion, on dispose de la courbe ci-contre qui représente en fonction du temps t l'angle θ que fait la tige avec sa position d'équilibre.

1. A partir d'un schéma clair, Etablir l'équation différentielle qui régit un tel mouvement.
2. Déterminer la période propre T_0 du pendule et la constante de torsion C du fil.
3. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
4. Calculer la vitesse angulaire du pendule à son passage par la position d'équilibre.

N.B : Le moment d'inertie du pendule de torsion par rapport à l'axe vertical passant par son centre d'inertie vaut $J = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.



Exercice 4 :

1. Un pendule effectue 120 oscillations par minute. Quelles sont : sa période, sa fréquence et sa pulsation.
2. La position d'une particule effectuant un mouvement périodique simple varie suivant l'équation $x = 6,0 \cos 4\pi t$ (en mètre).
 - 2.1. Quelle est la position à $t = 0$? $t = 2,0 \text{ s}$?
 - 2.2. Quelle est son amplitude ?
 - 2.3. Quelle est sa pulsation ?
 - 2.4. Quelle est sa vitesse à $t = 0$? $t = 2,0 \text{ s}$?
 - 2.5. Quelles sont sa fréquence et sa période ?
 - 2.6. Quelle est la valeur de t lorsque $x = 6 \text{ m}$?

Exercice 5 :

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique est : $\theta = 0,2 \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ (en radians). On prendra : $g = 9,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. De quel type d'oscillateur mécanique s'agit-il ?
2. Déterminer les caractéristiques de cet oscillateur.
3. Cet oscillateur est-il : un pendule simple, un pendule pesant, un pendule élastique ou un pendule de torsion ? Pourquoi ?

Exercice 6 :

Un pendule composé et un pendule simple ont la même période $T = 2 \text{ s}$. Le pendule composé oscille autour d'un axe Δ distant de son centre d'inertie de 20 cm . Son moment d'inertie par rapport à cet axe est $J = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Le pendule simple est constitué d'un fil de masse négligeable à l'extrémité duquel est fixé un petit objet de masse $m = 30 \text{ g}$.

1. Calcule la masse du pendule pesant.
2. Détermine la longueur du pendule simple.
3. On écarte le pendule simple de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha_m = 45^\circ$ puis on le lâche sans vitesse initiale. Calcule :
 - a. L'énergie mécanique initiale du pendule simple.
 - b. L'énergie cinétique du pendule simple lorsque l'écartement du pendule est $\alpha = 20^\circ$. En déduis la vitesse du pendule à cet instant.
 - c. La vitesse à la position d'équilibre.
4. Pour quelles valeurs de α les énergies potentielle et cinétique sont-elles égales ?

Prendre : $\pi^2 = g = 9,8 \text{ USI}$.