

TD : Oscillateurs mécaniques

EXERCICE 1

1. Un solide S de masse $m=200\text{g}$ est suspendu à un ressort vertical de masse négligeable, parfaitement élastique ; le ressort s'allonge de 8cm . Évaluer la raideur du ressort.
2. Le solide est tiré verticalement vers le bas de 4cm à partir de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale.
 - a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S.
 - b) Donner l'équation horaire du mouvement de S en prenant comme référence un axe vertical dirigé vers le bas ayant comme origine la position d'équilibre de S.
 - c) Quelle est l'équation horaire de la vitesse de S ? Donner sa valeur maximale.
3. Montrer que son énergie mécanique se conserve
4. Retrouver son équation différentielle à partir l'expression de son énergie totale

EXERCICE 2

1. Un pendule élastique formé par un solide de masse m , suspendu à un ressort de raideur $k = 45\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$, effectue des oscillations libre de période $T_0 = 0,42\text{s}$.
 - a) Calculer la masse m .
 - b) Quel est l'allongement du ressort à l'équilibre ?
2. La position d'équilibre est choisie comme origine des abscisses sur Ox, dirigé vers le bas. Le solide est écarté de sa position d'équilibre de $0,06\text{m}$ vers le bas, puis lâché sans vitesse initiale à $t=0$.
 - a) Etablir l'équation horaire du mouvement.
 - b) Calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celle-ci passe par sa position d'équilibre.
3. On considère le système { Terre –pendule élastique }. Lorsque le solide est au point d'abscisse $x = 0,03\text{m}$, Calculer :
 - a) L'énergie cinétique du système.
 - b) L'énergie potentielle élastique du système en prenant pour état de référence le ressort à vide
 - c) L'énergie potentielle de pesanteur en prenant le même état de référence.
 - d) L'énergie mécanique totale du système.

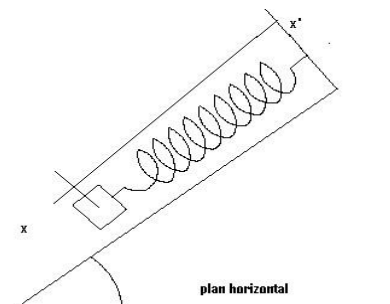
Exercice 3:

Un ressort de masse négligeable et à spires non jointives, est accroché, à l'une de ses extrémités A, au bâti d'une table. Celle-ci est inclinée par rapport au plan horizontal d'un angle $\alpha = 25^\circ$.

A l'autre extrémité B du ressort est accroché un solide autoporteur S dont la masse vaut $M = 570\text{g}$.

La longueur à vide du ressort vaut $l_0 = 16\text{ cm}$. Lorsque le solide S est accroché en B, la longueur du ressort à l'équilibre devient $l = 29,6\text{cm}$.

1. Calculer la raideur K du ressort.
2. On tire le solide autoporteur d'une longueur $a = 7\text{cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse à l'instant $t=0$. On prend comme origine spatiale la position G_0 du centre d'inertie G du solide à l'équilibre. L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminer sur l'axe $(o, \vec{i})$.
 - a. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement.
 - b. Calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
 - c. Donner l'équation horaire du mouvement du solide S.



EXERCICE 4

Un ressort, de masse négligeable, spires non jointives, de coefficient de raideur $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, peut se déplacer le long d'un axe horizontal Ox, on fixe l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un objet S de masse $m = 0,1 \text{ kg}$. L'objet S étant en équilibre, on lui communique une vitesse v_0 dirigée suivant l'axe du ressort et de valeur $v_0 = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à $t = 0 \text{ s}$.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du l'objet S.
2. En déduire l'équation horaire du mouvement de G en précisant les valeurs de l'amplitude, de la pulsation et de la phase.
3. a) En déduire à la date t , l'expression de l'énergie mécanique totale E_m du système {ressort + solide S}, en fonction de k , m , x et v .
b) Donner l'expression de E_m en fonction de k et l'élongation maximale x_m .
4. Retrouver l'équation différentielle établie en 1. à partir de l'expression de E_m .

EXERCICE 5 :

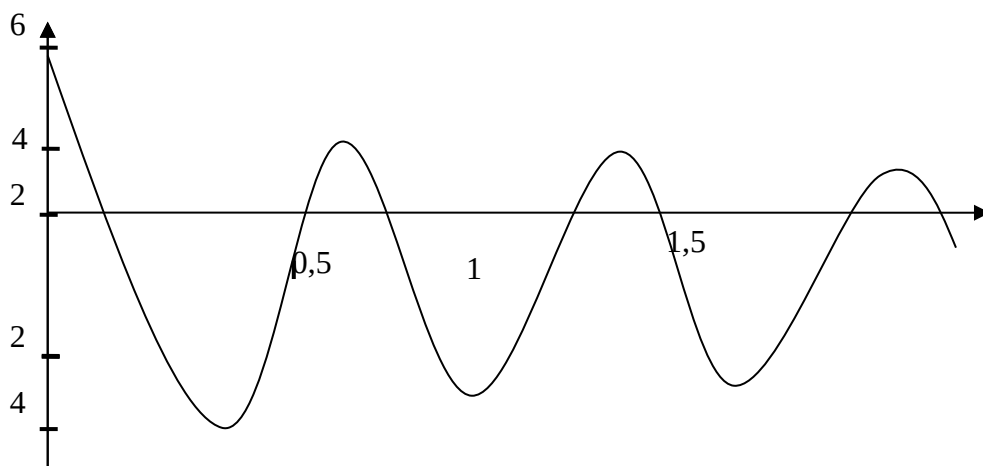
On considère une masse $m = 0,100 \text{ kg}$ attaché à un ressort horizontal de constante de raideur $k = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. On provoque une extension $\Delta l = 50 \text{ cm}$ du ressort puis on lâche la masse sans vitesse initiale à la date $t = 0 \text{ s}$. Les frottements se modélisent en $f = \mu V$.

- 1) Schématiser le dispositif, en faisant apparaître les différentes forces.
- 2) Déterminez l'équation différentielle du mouvement.
- 3) Montrez que si on néglige les frottements, la solution de cette équation peut s'écrire (on précisera les valeurs des constantes).

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right).$$

A l'aide d'un système d'acquisition, on repère au cours du temps la position du point d'attache de la masse et du ressort. On obtient le graphe suivant.

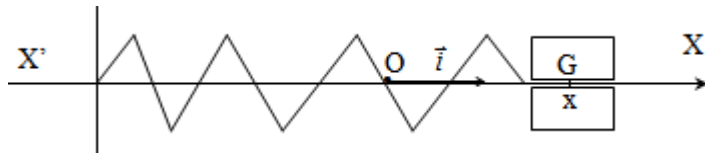
- 4) En utilisant le graphe, précisez si les frottements peuvent être négligés.
- 5) Déterminez graphiquement la pseudo-période T de l'oscillateur. Comparez avec la période propre T_0 .
- 6) Que peut-on dire de l'énergie mécanique du système ? Comment appelle-t-on un tel système énergétique ?



EXERCICE 6:

Un solide (S) de masse $m = 155 \text{ g}$ est suspendu à un ressort élastique à spires non jointives ; celui-ci s'allonge de $x_0 = 12,5 \text{ cm}$.

1. Calculer la constante de raideur du ressort.
2. Ce solide est percé suivant son axe de symétrie et peut glisser sans frottement sur une tige horizontale, le ressort étant toujours attaché à (S)

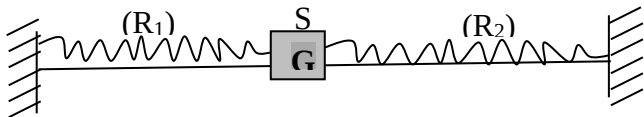


Le solide (S) est tiré horizontalement d'une longueur $d = 7\text{cm}$ à partir de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale.

- a. Déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement du pendule
- b. Calculer la période propre des oscillations.
3. Déterminer au cours du mouvement :
 - a. la vitesse maximale de (S)
 - b. l'accélération maximale de (S)
 - c. la tension maximale du ressort.

EXERCICE 7:

Un solide (S) de masse $m=760\text{ g}$ peut glisser sur une aérotable horizontale avec des frottements considérés comme négligeables. Le Solide (S) est lié au bâti de l'aérotable par l'intermédiaire de deux ressorts identiques (R_1) et (R_2) dont l'élasticité est considérée comme parfaite leur constante de raideur étant $k=5,2\text{N.m}^{-1}$ (fig). La masse des deux ressorts est négligeable devant celle de (S).



On désigne par O la position du centre d'inertie G de (S) lorsque l'ensemble est à l'équilibre ; on constate alors que les deux ressorts se sont allongés d'une longueur $u=29,0\text{cm}$. (fig)

Ecarté de sa position d'équilibre d'une longueur $x_0=25,0\text{cm}$, le solide est lâché .Au cours des oscillations , soit M une position quelconque de G , on pose $\overline{OM} = x$.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S) .
Calculer la période propre de l'oscillateur.
2. Pour le système étudié, donner l'expression en fonction de la variable x :
 - a. de l'énergie potentielle élastique $E_p(x)$.
 - b. de l'énergie mécanique totale $E(x)$ en choisissant comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{p0}=0$), le plan horizontal passant par O ;
 - c. de l'énergie cinétique $E_c(x)$.
- 4) Calculer la vitesse du solide (S) pour l'abscisse $x_1 = +12\text{cm}$.

EXERCICE 8 :

Un fil métallique vertical de constante de torsion C , fixé en O à un support, soutient une barre (B) horizontale qui peut prendre seulement un mouvement de rotation autour de l'axe Δ matérialisé par le fil. Le moment d'inertie de la barre rapport à cet axe est J .

A partir de sa position d'équilibre, on fait tourner la barre d'un α_0 dans un sens choisi comme sens positif, puis on l'abandonne à la date $t=0$ avec une vitesse de $-4,7\text{rad.s}^{-1}$. La période des oscillations est $T=0,8\text{S}$.

1. Etablir l'équation horaire du mouvement pris par la barre sachant qu'elle passe pour la première fois par sa position d'équilibre à la date $t=0,1\text{s}$. En déduire α_0 .
2. Calculer :
 - a. la vitesse angulaire maximale acquise par la barre ;
 - b. l'accélération angulaire maximale de la barre.

EXERCICE9 :

Un pendule de torsion est constitué d'un fil de torsion de constante

$C = 0,043 \text{ N.m.rad}^{-1}$ auquel est suspendue une barre horizontale. La période des oscillations libres est $T_0 = 0,85 \text{ s}$.

1- Quel est le moment d'inertie de la barre ?

2- La barre est écartée de sa position d'équilibre de $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ et lancée de cette position vers la position d'équilibre avec une vitesse angulaire de $2,0 \text{ rad.s}^{-1}$ à l'origine des dates.

Quelle est l'énergie totale du pendule ?

3- En déduire l'amplitude du mouvement. Quelle est l'équation horaire du mouvement de la barre : $\theta = f(t)$?

4- Calculer de deux façons différentes la vitesse au passage par la position d'équilibre.

EXERCICE 10:

On réalise un pendule de torsion en en suspendant un disque de cuivre horizontal par un fil de suspension dont la direction passe par son centre d'inertie G. Le disque est un solide (S) homogène de moment d'inertie $J = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$ par rapport à l'axe qui lui est perpendiculaire en G. Le fil de suspension vertical ayant pour constante de torsion C, la période des oscillations libres est $T_0 = 0,5 \text{ s}$

1- Etablir l'équation du mouvement du disque oscillant librement au tour de sa position d'équilibre, et en déduire C.

2- Le disque est initialement écarté de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = +\frac{\pi}{6} \text{ rad}$, puis lancé vers sa position d'équilibre à l'instant

$t = 0$ avec une vitesse angulaire initiale α'_0 . Le disque passe pour la première fois par sa position d'équilibre à l'instant $t = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. Ecrire l'équation du mouvement. En déduire α'_0 .

3- Une partie du disque est placée dans l'entrefer d'un aimant en U de telle sorte que le vecteur champ magnétique créé par l'aimant soit perpendiculaire au plan du disque.

a) Représenter sur un schéma le dispositif ainsi décrit.

b) expliquer qualitativement le phénomène observé lorsque le pendule est en mouvement.