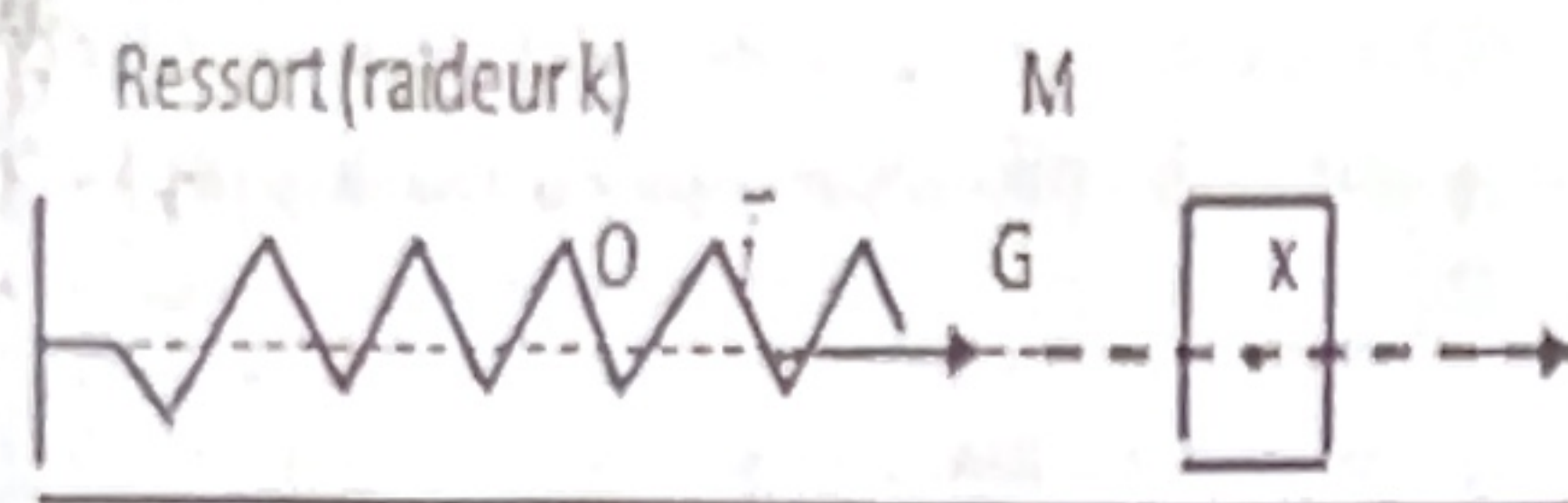


Exercice : 6

Le ressort de la figure ci-dessous est utilisé pour réaliser un oscillateur élastique horizontal. Tous les frottements sont négligés.



A l'équilibre (ressort ni allongé ni comprimé), l'abscisse x est nulle (le point G est confondu avec le point O).

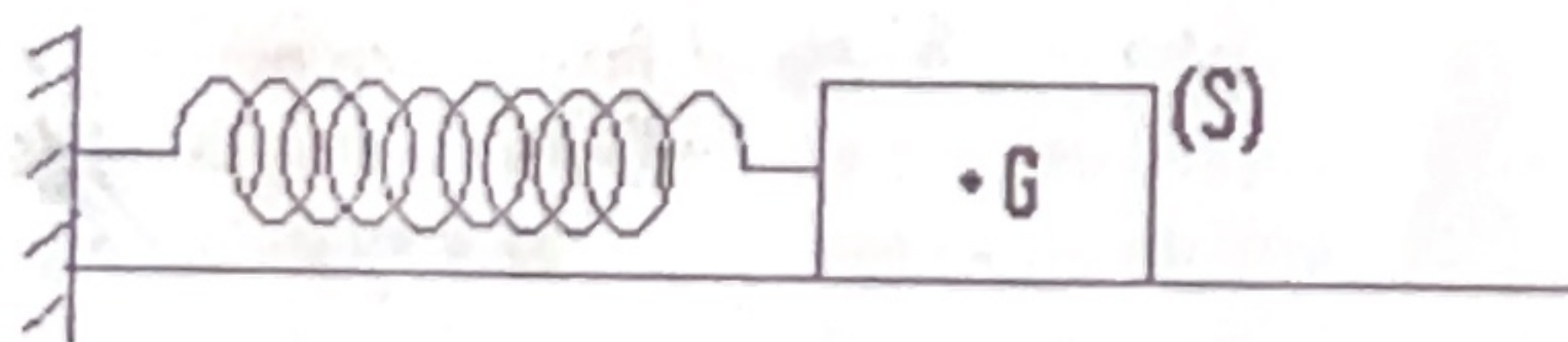
A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre, et lâché sans vitesse initiale. Le système oscille.

Consigne :

- 1) En appliquant le théorème du centre d'inertie, appelé deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement de la masse M .
- 2) En déduire l'expression de la pulsation propre et celle de la période propre en fonction de k et M .
- 3) On mesure la durée de 10 oscillations et on obtient 12,8s. Calculer T_0 .
- 4) La masse précédente est surchargée d'une masse m ($= 30g$) fixée sur M . Ce nouveau système est mis en oscillation comme le précédent. La nouvelle durée de 10 oscillations est alors 13s.
 - a) Exprimer la nouvelle période T_1 en fonction de M , m et k .
 - b) En déduire l'expression de k en fonction de T_0 , T_1 et m .
 - c) Calculer la valeur de k .

Exercice 7

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideurs K dont une extrémité est fixée à un solide S de dimension telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse m . L'autre extrémité du ressort est fixe. (voir figure ci-dessous).



Dans cette expérience, on néglige tous les frottements.

Le plan dans lequel se déplace le solide S est horizontal. La position du centre d'inertie G est donnée par le vecteur $\vec{OG} = x \cdot \vec{i}$.

L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre on ait $OG = 0$.

1-a.) Indiquer sur un schéma les forces appliquées à S lorsque l'on a $\vec{OG} = x \cdot \vec{i}$, pour x différent de zéro.

b.) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S .

c.) Calculer la pulsation ω_0 et la période T_0 de l'oscillateur. On donne $m = 100g$; $K = 40N.m^{-1}$.

2-a.) Donner la forme générale de l'équation horaire du mouvement de S .

b.) On écarte S de sa position d'équilibre d'une quantité $X_m = +3cm$ et on libère S sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps. Etablir l'équation horaire du mouvement de S .

3-a.) Donner en fonction de t les expressions numériques de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur.

b.) Vérifier que son énergie mécanique est constante.

Exercice 8 :

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique rectiligne sinusoïdal est donnée par la relation : $x = 3\cos(20t + \pi/4)$ avec x en cm et t en s.

- 1-) Quelles sont la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations ?
- 2-) Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.
- 3-) Calculer les amplitudes de la vitesse et de l'accélération.
- 4-) Calculer la vitesse et l'élongation aux dates $t = 0s$ et $t = 4s$.
- 5-) Calculer l'énergie de l'oscillateur sachant que sa masse est égale à 0,1 kg.

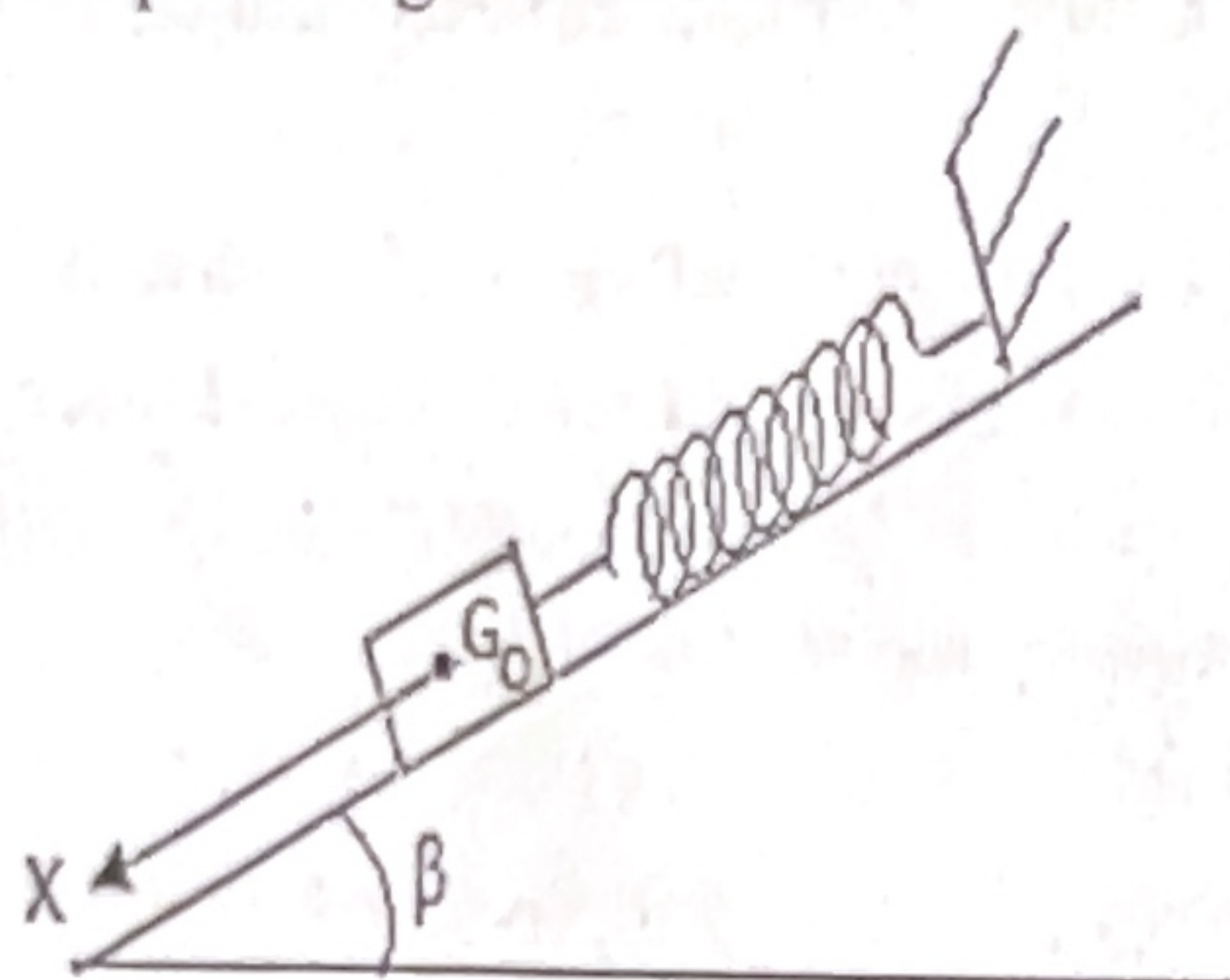
Exercice 9

Un pendule de torsion est constitué d'un fil de torsion $C = 0,043 N.m.rad^{-1}$ auquel est suspendu une barre horizontale. La période des oscillations est $T_0 = 0,85 s$.

- 1-) Quel est le moment d'inertie de la barre ?
- 2-) La barre est écartée de sa position d'équilibre de $\pi/3$ rad et lancée vers sa position d'équilibre avec une vitesse angulaire de 2,0 rad/s à l'origine des dates. Quelle est l'énergie totale du pendule ?
- 3-) En déduisez l'amplitude du mouvement. Quelle est l'équation horaire du mouvement de la barre ?
- 4-) Calculez de deux façons différentes la vitesse au passage par la position d'équilibre.

EXERCICE 10:

On solide de masse $M = 100\text{g}$ peut glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\beta = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal. Il est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort à spires non jointives ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A à un support. La Longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 14\text{cm}$. On prendra $g = 10\text{USI}$.



- 1-) Le solide (S) étant en équilibre, son centre d'inertie est G_0 . Le ressort dont l'axe est parallèle de plus grande pente a pris la longueur $\ell = 15\text{cm}$.
 - a-) Représenter les forces qui s'appliquent sur le solide et écrire la condition d'équilibre du solide sous forme vectorielle et calculer l'intensité de chacune de forces.
 - b-) Projeter la relation vectorielle suivant l'axe $(O, \vec{i})$ et exprimer la constante de raideur en fonction de l'angle β , de la masse M , de l'allongement $\Delta\ell$ du ressort et de l'intensité du champ de pesanteur g . Calculer sa valeur numérique.
- 2-) On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas en amenant son centre d'inertie en G tel que à $t = 0$ on a $X_0 = 4\text{cm}$ et $V_0 = -0,2\text{m/s}$.
 - a-) Déterminer l'équation différentielle et horaire du mouvement.
 - b-) Calculer la période T et la fréquence des oscillations f .
 - c-) calculer l'énergie mécanique de vibration de l'oscillateur ; en déduire la vitesse maximale V_m acquise par le solide.
 - d-) Trouver la vitesse lorsque l'élongation est égale à $2,5\text{cm}$ et lorsqu'il passe par la position d'équilibre.

EXERCICE 12

Dans tout l'exercice, on négligera les frottements et on assimilera le solide S à un point matériel. On prendra $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

1-) Tiré par câble actionné par un moteur, un solide S de masse $m = 3\text{kg}$ gravit un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Sa vitesse $\vec{V}$ est constante.

a-) Faites un bilan des forces appliquées au solide S et les représentez sur un schéma.

Calculez la valeur R de la réaction du plan sur le solide S.

2-) Subitement, le câble se casse.

a-) Déduire les deux phases du mouvement de S après la cassure.

b-) En supposant que S était monté jusqu'en B d'altitude $h_B = 1,5\text{m}$ (voir figure), calculez la vitesse V_A de passage de S au point A.

3-) Le solide S continue son mouvement sur le plan horizontal contenant A, et heurte un ressort de raideur $K = 1000\text{N.m}^{-1}$ fixé par son autre extrémité.

a-) Quelle est la vitesse V_0 de S juste avant le choc ?

b-) Quelle est l'énergie mécanique de S juste avant le choc sachant que son énergie potentielle de pesanteur y est nulle ?

4-) Dès que le choc se produit, S reste solidaire au ressort. Il effectue des oscillations autour du point O origine de l'axe xx' parallèle au sol horizontale (voir figure). On prendra comme origine des temps, l'instant du choc.

a-) Déterminez l'amplitude X_m du mouvement de l'oscillateur.

b-) Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur. En déduire sa pulsation et la loi horaire de son mouvement.

c-) Déterminez la durée de deux oscillations. Δ .

Exercice 15 On néglige les frottements

On fixe l'une des extrémités d'un ressort vertical à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable.

Le ressort s'allonge de $\Delta l = 2\text{cm}$ lorsqu'on suspend à son autre extrémité une masse ponctuelle $m = 400\text{g}$.

1°) Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.

2°) Le point matériel effectue des oscillations et à un instant t quelconque ce point matériel a pour abscisse x et pour vitesse V .

On prend pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par l'origine O des abscisses et pour origine des énergies potentielles élastiques l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni comprimé ni allongé.

2.1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2.2°) Exprimer l'énergie potentielle élastique du ressort E_{pe} en fonction du temps puis $E_c = f(t)$.

3°) Exprimer l'énergie mécanique E_m du système (ressort-masse).

4°) Déterminer la nature du mouvement et écrire son équation horaire si à l'instant $t=0$, $x_0=0$ et $V_0 = -2\text{ m/s}$.

5°) Calculer la valeur de E_m , E_p ; E_c à $t = T_0/4$

Exercice 16

Les frottements sont négligeables.

On considère un ressort très long à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . Le ressort est placé sur une table horizontale. On fixe l'une

des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel de masse m . On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance $x_0=5\text{ cm}$ et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1°) Faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide et montrer que le système

{ressort+solide+terre} est conservatif.

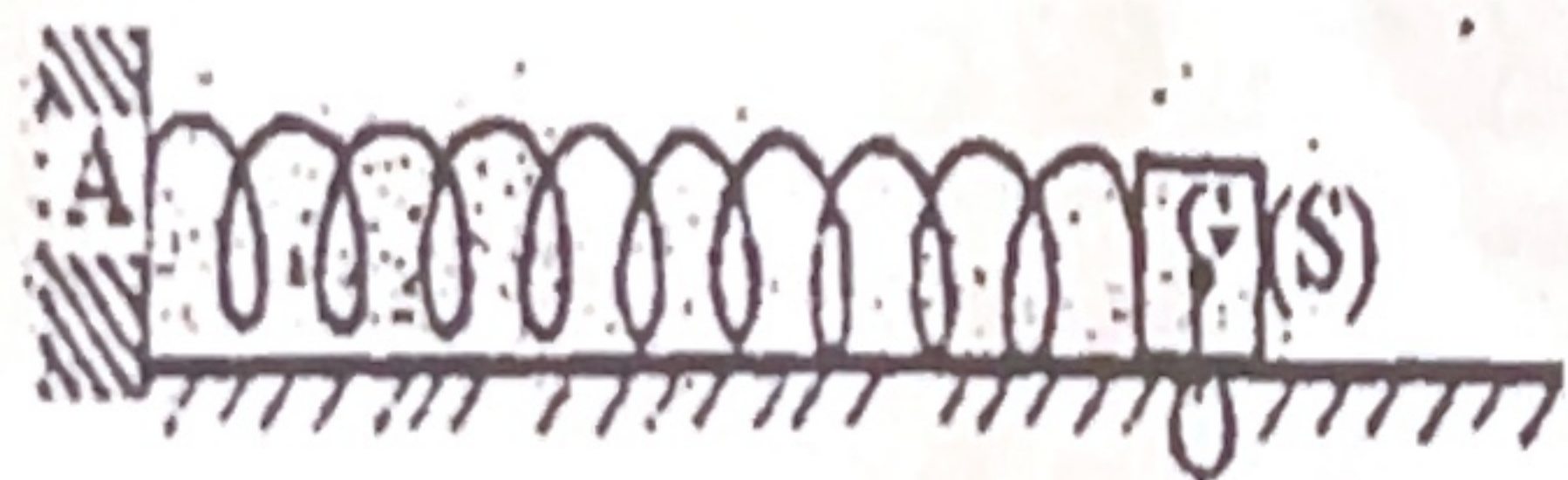
2°) Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction K , m , x et de la vitesse V du solide.

3°) Donner cette expression en fonction de K et x_0 . Déduire l'expression de V en fonction de K , m , et x .

4°) Montrer que l'énergie potentielle élastique du ressort peut s'écrire sous la forme : $E_{pe} = aV^2 + b$.

5°) L'expérience montre que $E_{pe} = -0,1V^2 + 2,5 \cdot 10^{-2}$. Déduire les valeurs de m et de K .

6°) Calculer la vitesse du solide lors du passage par sa position d'équilibre



Exercice 17

On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de constante de raideur $K = 12,5\text{ N/m}$. l'une des extrémités est reliée à un cadre rectangulaire $abcd$ formé de N spires en cuivre de masse $m = 320\text{ g}$. Le cadre peut se déplacer sans frottement sur deux roues de masses négligeables (voir fig)

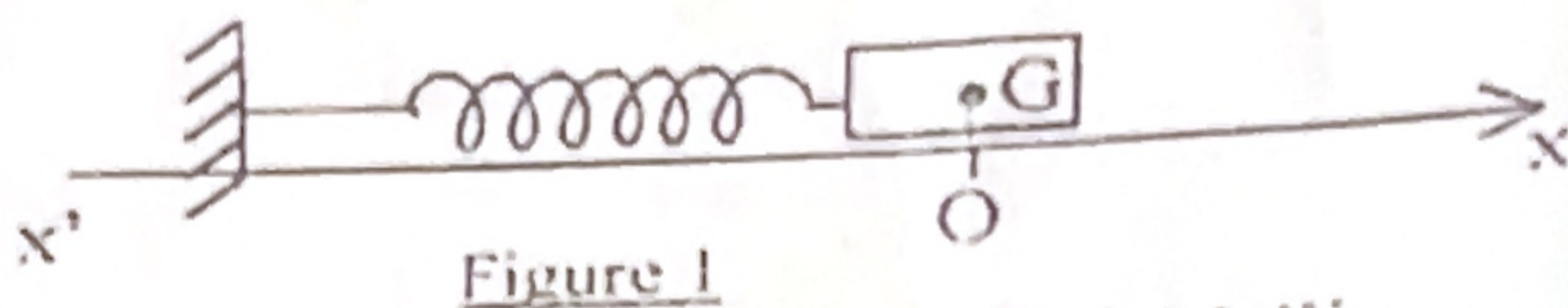
1 Préciser l'état d'équilibre du ressort.)

2 A partir de la position d'équilibre, on communique au cadre une vitesse initiale V_0 de valeur algébrique $V_0 = -3,15\text{ cm/s}$ à l'instant $t = 0$.

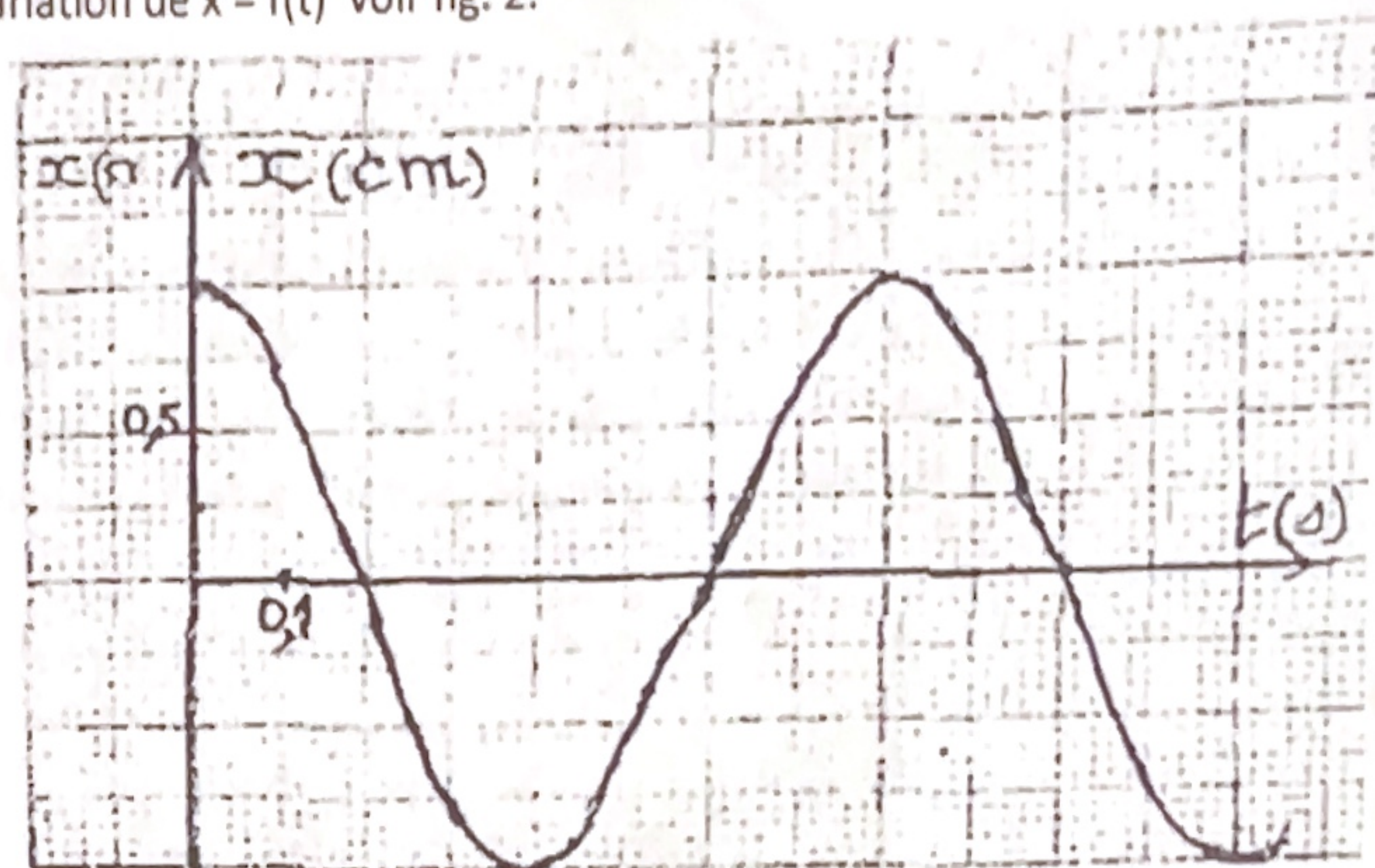
Donner l'équation différentielle du mouvement et en déduire son équation horaire.

EXERCICE 18

: un solide S de masse m est accroché à un ressort de coefficient de raideur K à spires non jointives. Il peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le centre de masse G de S est repère sur un axe horizontal $X'OX$ dont l'origine correspond à la position de repos de S (Voir fig 1)



Le ressort est allongé d'une longueur x_0 et le solide s est lâché à $t = 0$. un dispositif permet d'enregistrer la variation de $x = f(t)$ voir fig. 2.



1°) Déterminer ;a partir du graphique ; les conditions initiales du mouvement ainsi que le sens de déplacement du mobile lorsqu'il passe pour la première fois par l'origine. Quelle est la période T et la pulsation propre ω_0 du mouvement ?

2°) Etude du mouvement de S . tel que $V_0 = 0$ à $t = 0$.

a°) Faire le bilan des forces agissant sur S .

b°) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S . Quelle relation existe-t-il entre ω_0 ; m ; K ?

c°) on donne $x = x_0 \cos(\omega_0 t)$. Montrer qu'elle vérifie l'équation différentielle.

3°) donner l'expression de l'énergie potentielle élastique en fonction de x_0 ; ω_0 ; t ; K . Calculer K tel que à $t = 0$; l'énergie potentielle élastique $3,7 \cdot 10^{-2}\text{ J}$. Quelle est la valeur de m ?

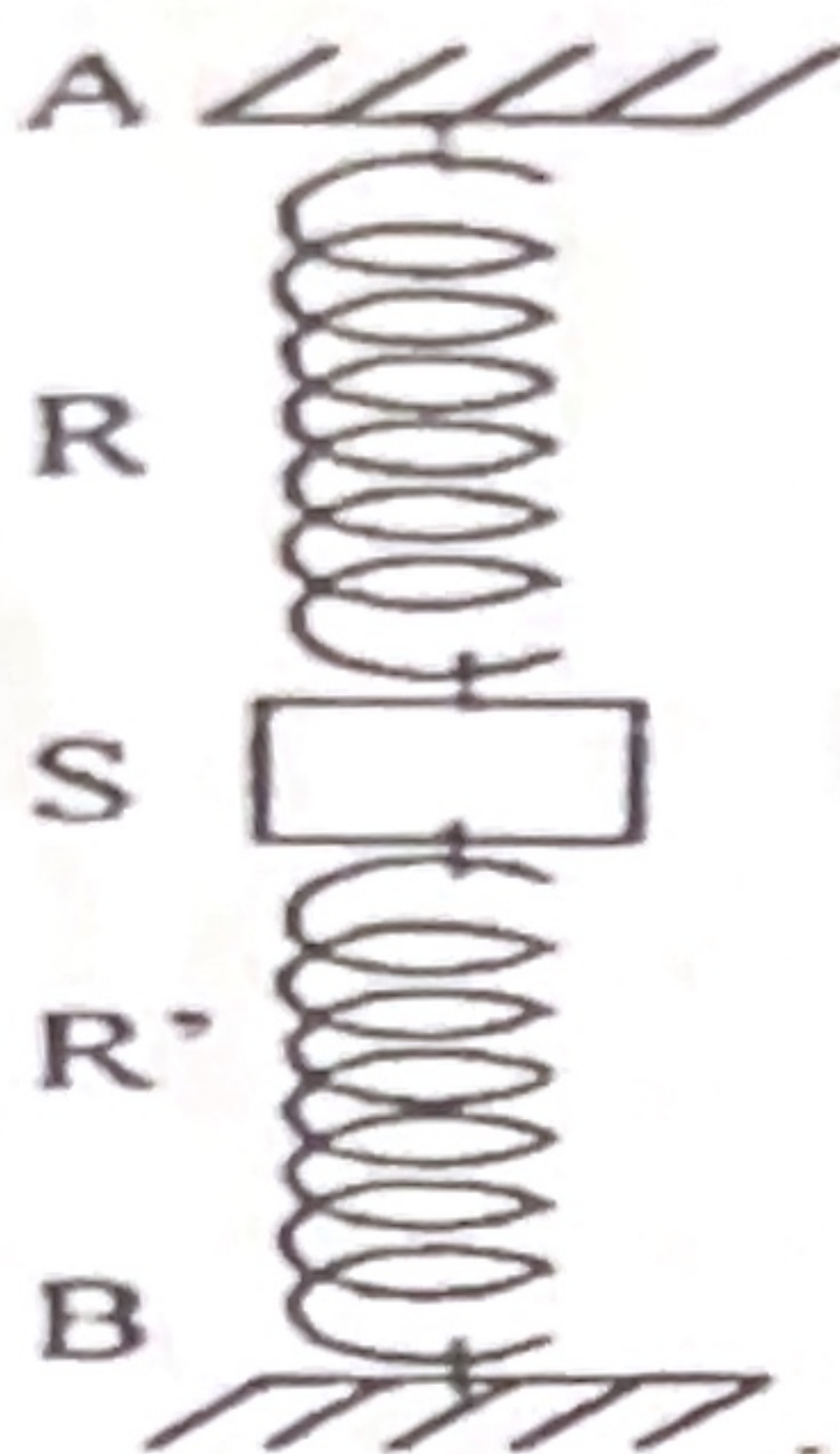
EXERCICE 19 :

Un auxiliaire est constitué de deux ressorts R et R' et d'un solide S de masse $m = 160\text{ g}$. L'extrémité supérieure de R est accrochée à un point fixe A . L'extrémité inférieure au solide S . L'extrémité supérieure de R' est accrochée à S et l'extrémité inférieure à un point fixe B située sur la même verticale que A : la distance AB est telle que les deux ressorts sont toujours tendus au cours du mouvement de l'auxiliaire.

On donne : raideur de R : $K = 50\text{ N.m}^{-1}$; raideur de R' : $K' = 40\text{ N.m}^{-1}$; intensité de pesanteur : $g = 10\text{ m/s}^2$.

1°) A l'équilibre le ressort R s'allonge de $b = 8 \text{ cm}$. Quel est l'allongement b' de R' ?

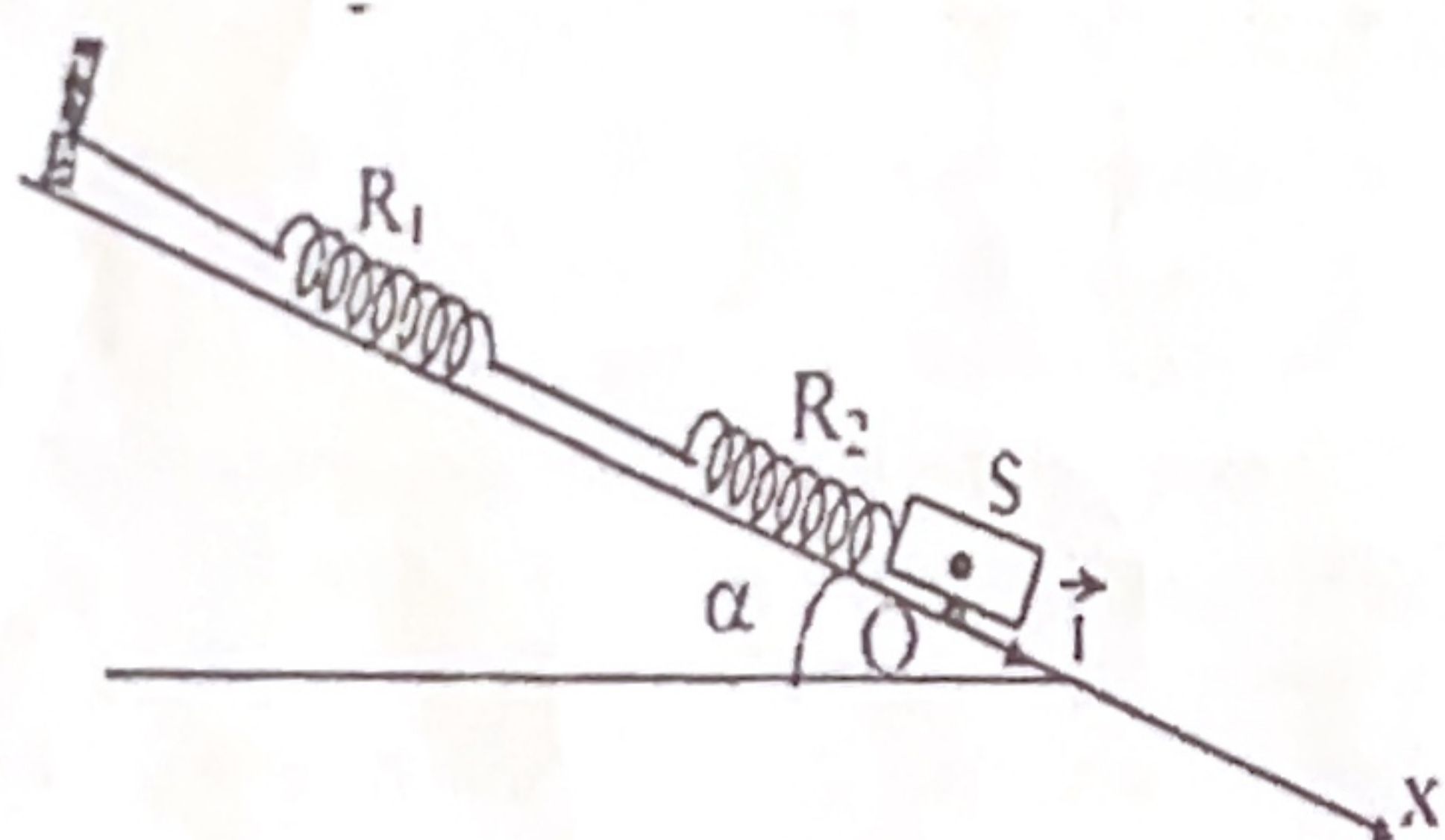
2°) On tire légèrement S vers le bas : on l'abandonne sans vitesse initiale. S prend un mouvement de translation verticale. Montrer que l'oscillateur est harmonique et calculer sa période.



Support :

EXERCICE 20 :

Deux ressorts R_1 et R_2 de raideur respectives K_1 et K_2 de longueur au repos l_{01} et l_{02} et de masse négligeable sont disposés comme l'indique la figure. On déplace le solide S de masse $m = 10 \text{ g}$ vers le bas de $d = 5 \text{ cm}$ et on le lâche



sans vitesse initiale.

Support :

1°) A l'instant t ; donner l'expression des allongements X_1 et X_2 des deux ressorts en fonction de K_1 ; K_2 et du déplacement X de S.

2°) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de S. Quelle est la nature de son mouvement ?

3°) Le solide S effectue 5 oscillations en 1,49 secondes.

- Déterminer l'équation horaire du mouvement.
- Donner la représentation graphique de $x = f(t)$ sur 2 périodes.

4°) La raideur du ressort R_2 est $K_2 = 50 \text{ N/m}$. Calculer la raideur K_1 du ressort R_1 .

5°) Calculer l'énergie mécanique d'oscillation du système ressort – solide sachant que l'allongement des ressorts a l'équilibre est $x_0 = d/2$.

EXERCICE 21 :

On suspend un solide S de masse $M = 50 \text{ g}$ a un ressort R_1 dont une des extrémités est fixée a un support rigide.

1°) on déplace le solide S verticalement vers le bas d'une longueur a et on le laisse partir sans vitesse initiale.

a°) Décrire le mouvement de S en précisant sa nature.

b°) On trouve que la durée de dix oscillations est 3,5 s.

Calculer la raideur K_1 du ressort.

c°) Quel est l'allongement de ce ressort quand S est immobile ? Sa longueur dans ces conditions est 5 cm.

Pourquoi ?

2°) on ajoute a cote du précédent, entre le support et S ;

un deuxième ressort de raideur $K_2 = 10 \text{ N/m}$ et de longueur au repos $l_2 = 1,5 \text{ cm}$. F_1 et F_2 sont les intensités des forces exercées par chacun des ressorts sur S.

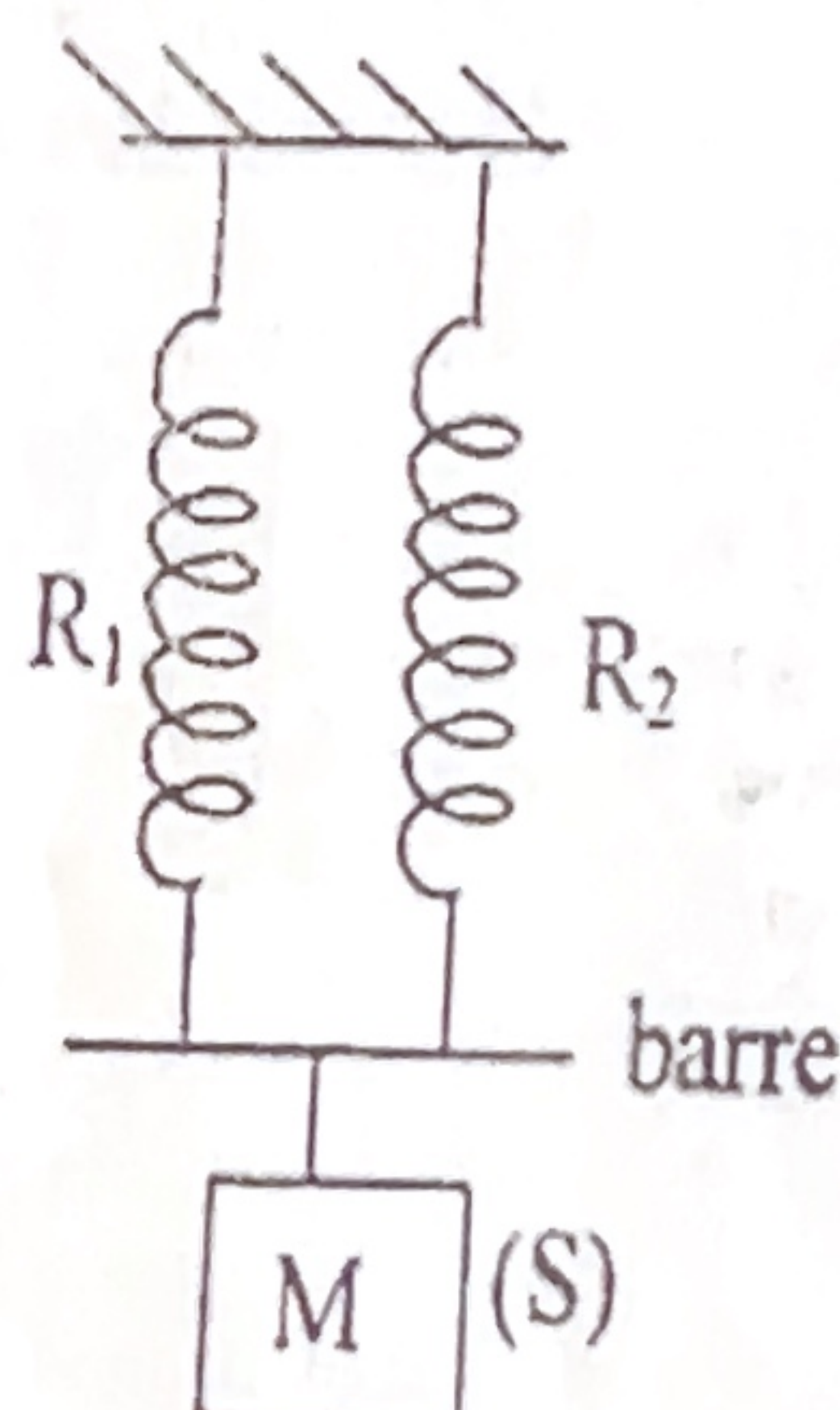
a°) Calculer la nouvelle position d'équilibre du solide S.

Calculer $\frac{F_1}{F_2}$.

b°) Calculer les caractéristiques du ressort équivalent a R_1 et R_2 qui exercerait la même force pour chaque position de s.

c°) Le rapport $\frac{F_1}{F_2}$ est-il constant au cours des oscillations ?

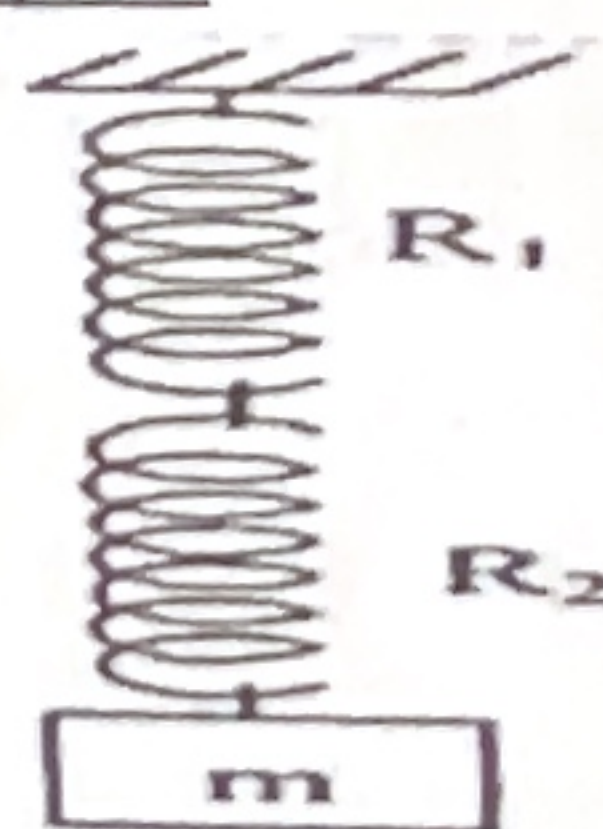
On prendra $g = 10 \text{ N/Kg}$.



Support :

EXERCICE 22 :

Support :



On place bout a bout deux

ressorts R_1 et R_2 de masses négligeables, d'axe vertical commun. Les raideurs respectives R_1 et R_2 sont K_1 et K_2 . Une masse ponctuelle m est accrochée a l'extrémité inférieure de l'ensemble.

1°) le système est d'abord suppose en équilibre.

L'intensité de la pesanteur étant désigné par g , montrer que les deux ressorts ont la même tension puis déterminer leurs allongements respectifs a_1 et a_2 en fonction de m ; g ; K_1 ; K_2 .

2°) On écarte ensuite verticalement la masse m de sa position d'équilibre et on l'abandonne à elle-même sans vitesse initiale. Elle prend un mouvement oscillatoire. À t son abscisse est $OA = x$; O désigne la position d'équilibre. Les allongements des ressorts à cet instant respectivement : $a'_1 = a_1 + x_1$ et $a'_2 = a_2 + x_2$.

a°) Exprimer respectivement x_1 et x_2 en fonction de x ; de K_1 et de K_2 .

b°) Établir l'équation différentielle du mouvement. En déduire sa nature du mouvement et l'expression de T (la période).

c°) Calculer T pour $K_1 = K_2 = 49 \text{ N/m}$; $m = 390 \text{ g}$; $g = 10 \text{ N/Kg}$.