

L'ESSENTIEL

PHYSIQUE

Terminales C, D & E

Betteng Eugène D.

Major de la 40^{ème} promotion de l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé

Professeur au Lycée Bilingue de Nkol-éton Yaoundé

Coordination éditoriale : BETTENG Eugene D.

Assistant de traitement infographique : MOUKO A BIDIAS Claude

Conception couverture : MGI CAMEROUN

© Editions l'ESSENTIEL. B.P : 7850 Yaoundé-CAMEROUN.

Tel : +237 99 52 64 00 / 77 48 17 03 / 22 66 03 33.

Site web : www.lessentiel.cm

Achévé d'imprimer en Aout 2013 par **REPRO INDIA LIMITED**

Mumbai 400 025, India. Tel : 91-22-24313526 / 24313527. Fax : 91-22-24374531.

Aux termes du code de la propriété intellectuelle, toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle de la présente publication, faite par quelque procédé que ce soit (reprographie, microfilmage, scannérisation, numérisation...) sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles L.335-2 et suivants de la propriété intellectuelle.

AVANT-PROPOS

En conformité avec le programme officiel en vigueur au Cameroun, la collection l'ESSENTIEL met à la disposition des élèves des classes de 3^{ème} ce fascicule conçu avec les deux principaux objectifs suivants:

- 1) Faciliter une bonne compréhension et une assimilation rapide de l'essentiel du cours;
- 2) Fournir aux élèves un maximum d'exercices, minutieusement conçus et suffisamment variés pour permettre aux élèves de bien cerner tous les contours des différents chapitres au programme.

Un seul conseil : essayer de résoudre soit même le plus longtemps possible les exercices avant de consulter la correction que nous vous proposons.

Sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce document.

Chers utilisateurs, élèves et collègues, merci d'avance de nous faire parvenir vos éventuelles critiques ou suggestions à l'adresse ci-dessous.

COLLECTION L'ESSENTIEL

Email : betteng@yahoo.com

MODE D'EMPLOI

La bonne compréhension d'un chapitre de Mathématiques impose d'abord une bonne maîtrise de son cours, ensuite une aisance à établir des liens entre les formules et propriétés du cours avec des exercices. Tout cela ne peut s'acquérir qu'au bout d'un travail méthodique, régulier et surtout ambitieux et patient. Bref, Tout dépend de vous.

Afin de vous permettre d'atteindre ces objectifs et compte tenu du fait que beaucoup d'élèves ne savent toujours pas comment apprendre leurs leçons et fructifier le temps qu'ils consacrent à leurs études, nous vous recommandons les étapes suivantes lorsque vous travaillez :

- 1) Lire posément et attentivement son cours ;
- 2) Effectuer une seconde lecture en essayant chaque fois de marquer un arrêt sur les définitions, les propriétés, les énoncés de théorèmes et les formules ;
- 3) Après la seconde lecture, essayer de retrouver (reconstituer) mentalement sur un tableau ou sur une feuille les principaux paragraphes, les principales formules et leurs démonstrations sans jeter un coup d'œil dans le fascicule.
- 4) Dès que vous vous sentez capable de restituer au moins la moitié du chapitre étudié et dresser une sorte de squelette dudit chapitre, passer aux exercices en prenant soin d'évoluer progressivement des exercices les plus simples (à une ou deux questions) aux exercices les plus approfondis.

N.B : Eviter de consulter la solution d'un exercice sans avoir patiemment cherché à le traiter par votre propre raisonnement. Ceci vous permettra d'exercer votre intelligence, d'acquérir de la flexibilité dans votre raisonnement, afin que germe en vous ce qui fait la force et le génie des élèves brillants : l'intuition.

- 5) consulter les solutions que nous vous proposons en essayant surtout de les comprendre et non de les mémoriser.
- 6) Après chaque exercice, identifier la démarche (méthode) utilisée et surtout en cas d'existence de plusieurs méthodes, adopter la méthode la plus simple ;
- 7) Toujours justifier le choix des formules ou des théorèmes utilisés ;
- 8) Enfin, lever les zones d'ombre sur toutes les questions qui vous paraissent toujours difficiles à résoudre même après avoir consulté le corrigé.

Un pédagogue contemporain affirmait lors d'une communication, « **Ce sont vos attitudes et non vos aptitudes qui définissent l'altitude de vos performances et de vos succès dans la vie** » ; toujours garder à l'esprit les attitudes positives suivantes :

- Se livrer (pendant des périodes d'ennui ou même assis dans un taxi ou un bus) à un contrôle de vos connaissances en essayant de vous rappeler mentalement les points importants de chacun des chapitres déjà étudiés ;
- Essayer à chaque occasion d'expliquer à des amis ou camarades de classe, avec un maximum de clarté possible, une leçon étudiée ou un exercice que vous avez résolu, afin de vérifier si vous avez vraiment compris la leçon ou l'exercice ;
- Après la résolution d'un exercice, essayer d'imaginer des questions pouvant rendre plus complexe l'exercice, puis y trouver des réponses convaincantes ; d'ailleurs c'est à ce jeu que se livrent souvent les enseignants lors de la conception des épreuves d'évaluation ou d'examen ;
- D'une manière générale, prendre l'habitude de vous concentrer sur votre travail, d'établir un programme hebdomadaire de travail, d'exercer votre capacité à améliorer la qualité et la vitesse de la rédaction des solutions d'exercices que vous traitez : une épreuve d'une heure devant être traitée même à la maison en une heure au plus.

Notre plus grand espoir est que ces conseils vous permettent non seulement d'augmenter l'envie et le plaisir de travailler, mais aussi d'améliorer votre profil intellectuel et vos performances en Mathématiques.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRES	TITRES	Pages
	Avant-propos	3
	Mode d'emploi et conseils pratiques	4
	Table des matières	5
	Programme officiel	6
THEME I	LES MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS DE FORCES	
Chapitre 1	Forces et Champs	7-27
Chapitre 2	Les lois de Newton	28-45
Chapitre 3	Application des lois de Newton à l'étude de quelques Mouvements dans un champ uniforme	46-74
Chapitre 4	Application des lois de Newton aux mouvements circulaires uniformes	75-97
THEME II	LES SYSTEMES OSCILLANTS	
Chapitre 5	Généralités sur les systèmes oscillants	98-115
Chapitre 6	Les oscillateurs mécaniques	116-147
Chapitre 7	Les oscillateurs électriques	148-171
THEME III	PHENOMENES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES	
Chapitre 8	Les ondes mécaniques	172-199
Chapitre 9	La lumière	200-226
Chapitre 10	La radioactivité	227-249
	CORRIGES DES DERNIERS EXAMENS	
Sujet N° 1	Baccalauréat C&E SESSION 2009 CAMEROUN	250-256
Sujet N° 2	Baccalauréat D SESSION 2009 CAMEROUN	257-262
Sujet N° 3	Baccalauréat C&E SESSION 2010 CAMEROUN	263-270
Sujet N° 4	Baccalauréat D SESSION 2010 CAMEROUN	271-276
Sujet N° 5	Baccalauréat C&E SESSION 2011 CAMEROUN	277-283
Sujet N° 6	Baccalauréat D SESSION 2011 CAMEROUN	284-289
Sujet N° 7	Baccalauréat C&E SESSION 2012 CAMEROUN	290-296
Sujet N° 8	Baccalauréat D SESSION 2012 CAMEROUN	297-302
Sujet N° 9	Baccalauréat C&E SESSION 2013 CAMEROUN	
Sujet N°10	Baccalauréat D SESSION 2013 CAMEROUN	

PROGRAMME OFFICIEL

Extrait de l'arrêté N° 8291/B/1464/MINEDUC/IGP/SC définissant les programmes de Physique pour le second cycle scientifique de l'enseignement secondaire général au Cameroun.

Classes de Terminales C et E

4 Heures par semaine

Thèmes et chapitres	
THEME I	LES MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS DE FORCES
	Chapitre 1 : Forces et champs
	Chapitre 2 : Les lois de Newton
	Chapitre 3 : Application des lois de Newton aux mouvements rectilignes uniformément variés
	Chapitre 4 : Application des lois de Newton aux mouvements circulaires uniformes
THEME II	LES SYSTEMES OSCILLANTS
	Chapitre 1 : Généralités sur les systèmes oscillants
	Chapitre 2 : Les oscillateurs mécaniques
	Chapitre 3 : Les oscillateurs électriques
THEME III	PHENOMENES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES
	Chapitre 1 : Les ondes mécaniques
	Chapitre 2 : La lumière
	Chapitre 3 : La radioactivité

Classes de Terminale D

3 Heures par semaine

Thèmes et chapitres	
THEME I	LES MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS DE FORCES
	Chapitre 1 : Forces et champs
	Chapitre 2 : Les lois de Newton
	Chapitre 3 : Application des lois de Newton aux mouvements rectilignes uniformément variés
	Chapitre 4 : Application des lois de Newton aux mouvements circulaires uniformes
THEME II	LES SYSTEMES OSCILLANTS
	Chapitre 1 : Généralités sur les systèmes oscillants
	Chapitre 2 : Application au cas d'un pendule simple
THEME III	PHENOMENES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES
	Chapitre 1 : Les ondes mécaniques
	Chapitre 2 : La lumière
	Chapitre 3 : La radioactivité

Chapitre 1 : FORCES ET CHAMPS

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I Les forces de gravitation, le champ gravitationnel

I.1 Les forces de gravitation

Le physicien anglais Isaac Newton (1642-1727) est le premier à énoncer la loi d'attraction universelle. En contemplant le mouvement de chute d'une pomme, il eut l'idée de l'existence d'une force d'attraction universelle exercée par la terre sur tout corps solide ou liquide qui l'environne. Il énonce alors la loi de gravitation universelle pour deux corps ponctuels (c'est-à-dire deux corps de dimensions très petites devant la distance qui les sépare).

Énoncé de la loi d'attraction universelle : Deux corps ponctuels A et B de masses respectives m_A et m_B , exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées, dirigées suivant la droite (AB), d'intensités proportionnelles aux masses et inversement proportionnelles au carré de la distance séparant ces deux corps.

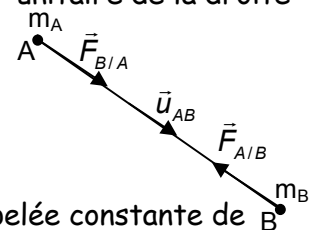
$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2} \cdot \vec{u}_{AB}$; avec $r = AB$ et $\vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r}$ = vecteur unitaire de la droite (AB)

Nous en déduisons les intensités $F_{A/B} = F_{B/A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$;

$F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en Newton(N), la distance r en mètres(m),

m_A et m_B en kilogrammes(kg), G en $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$. La constante G est appelée constante de gravitation universelle; Sa valeur approchée est : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.

Remarque : les forces d'attraction gravitationnelle s'exercent aussi bien à des distances astronomiques entre les corps célestes qu'à des distances microscopiques entre atomes, noyaux, etc.



I.2 Le champ gravitationnel

Considérons deux objets ponctuels (A) et (B) de masses respectives m_A et m_B placés en deux points A et B respectivement. La force d'attraction gravitationnelle exercée par (A) sur (B) a pour

expression : $\vec{F}_{A/B} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2} \cdot \vec{u}_{AB} = -G \cdot \frac{m_A}{r^2} \cdot m_B \cdot \vec{u}_{AB}$.

Posons $\vec{g}_{A/B} = -G \cdot \frac{m_A}{r^2} \cdot \vec{u}_{AB}$, nous obtenons : $\vec{F}_{A/B} = m_B \cdot \vec{g}_{A/B}$ où $\vec{g}_{A/B}$ est le vecteur champ de gravitation créé par l'objet (A) en B.

N.B : $\vec{g}_{A/B}$ ne dépend pas de la masse placée en B; en plus, $\vec{g}_{A/B}$ existe même en l'absence de la masse m_B en B.

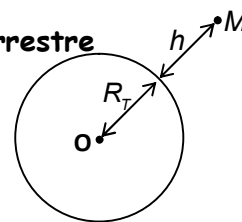
$F_{A/B}$ s'exprime en Newton (N); m_A et m_B en kilogrammes (kg); $g_{A/B}$ en Newton par kilogramme ($N \cdot kg^{-1}$) ou en mètre par seconde carré ($m \cdot s^{-2}$);

• Cas particulier de la terre : Champ de gravitation terrestre

Supposons que la terre est une sphère de centre O, de rayon R_T et de masse M_T .

En un point M situé à une distance $r = R_T + h$ où h est l'altitude du point M, la terre crée un champ de

gravitation $\vec{g}_h = -G \cdot \frac{M_T}{r^2} \cdot \vec{u}$ avec $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$;



Puisque $r = R_T + h$, nous pouvons écrire :

$$\vec{g}_h = -G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}.$$

Nous en déduisons l'intensité du champ de gravitation en

$$M, \quad g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = G \cdot \frac{M_T}{r^2}.$$

Au point M_0 d'altitude nulle ($h = 0$), l'intensité de la

pesanteur a pour expression : $g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$;

Relation entre g_h et g_0

Nous avons établi : $g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$ et $g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$;

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \times \frac{R_T^2}{G \cdot M_T} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2};$$

Nous en déduisons $g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$, Où g_0 est

l'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude $h = 0$ (au niveau de la mer).

Remarque : Pour de faibles altitudes ($h \ll R_T$), nous

avons $g_h \approx g_0 \cdot \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$;

Démonstration :

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{R_T^2}{R_T^2 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2} \Rightarrow g_h = g_0 \cdot \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2};$$

Posons $\varepsilon = \frac{h}{R_T}$; sachant que $h \ll R_T$, nous avons $\varepsilon \ll 1$; puis $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$;

Ainsi, $g_h = g_0 \cdot (1 + \varepsilon)^{-2}$; avec $\varepsilon \ll 1 \Rightarrow g_h \approx 1 - 2\varepsilon$

Nous obtenons finalement, $g_h \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$.

Nous pouvons déduire de ce qui précède l'expression de la diminution relative du champ de

pesanteur terrestre avec l'altitude, $\frac{g_0 - g_h}{g_0} = \frac{2h}{R_T}$.

II Les forces électriques et le champ électrique

II.1 Définitions et généralités

Electrostatique : c'est l'étude de l'équilibre des charges électriques;

Electrisation : procédé qui consiste à créer un excédent de charge en certains points d'un corps, C'est-à-dire à lui faire gagner ou perdre des électrons.

Les expériences ont montré qu'il existe deux types d'électricité (de charges) : l'électricité (la charge) positive et l'électricité (la charge) négative.

Bon à savoir :

On appelle champ de gravitation terrestre toute région de l'espace où un corps de masse non nulle est soumis à une force d'attraction gravitationnelle exercée par la terre.

Ne pas confondre champ de gravitation et champ de pesanteur; Toutefois, du fait de la faible différence entre les deux grandeurs (de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$), nous pouvons les considérer égales; ce qui nous permet alors de confondre le poids à la force d'attraction gravitationnelle.

N.B : dans une région de dimensions assez limitées, nous pouvons admettre que le champ de pesanteur terrestre est uniforme.

Remarque : La terre n'étant pas rigoureusement sphérique, l'intensité de la pesanteur varie selon le lieu où l'on se trouve.

Bon à savoir : toute substance électriquement neutre contient les deux espèces d'électricité en quantités égales;

II.2 Les forces électriques, interaction entre charges, Loi de Coulomb

- Deux objets chargés d'électricité de signes différents s'attirent;
- Deux objets chargés d'électricité de même signe se repoussent.

Enoncé de la loi de coulomb : La force d'attraction ou de répulsion qui s'exerce entre deux charges q_A et q_B placées

respectivement en A et B est:

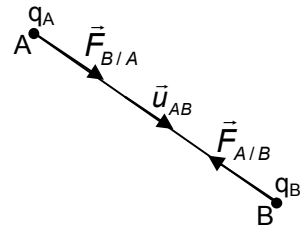
- dirigée suivant la droite (AB);
- proportionnelle aux charges q_A et q_B ;
- inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare les deux charges;
- d'intensité $F = \frac{K|q_A| \cdot |q_B|}{AB^2}$; avec AB en mètres(m), q_A et q_B en coulomb(C),

F en Newton(N), $K=9.10^9 \text{USI}$.

D'une manière générale, l'expression vectorielle qui met en évidence la nature répulsive ou

attractive de l'interaction entre deux charges est : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB}$

avec $\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{AB}$ et $AB = \|\vec{AB}\|$



II.3 Le champ électrique

II.3.1 Définition : On dit qu'il règne en un point de l'espace un champ électrique $\vec{E}$ si une charge électrique q placée en ce point subit une force $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = q\vec{E}$.

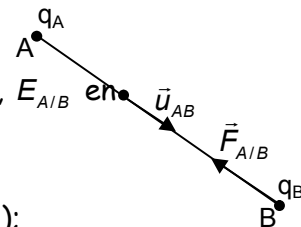
Si nous considérons les charges q_A et q_B précédentes, nous pouvons écrire :

$$\vec{F}_{A/B} = \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB} = q_B \cdot \left(\frac{K \cdot q_A}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB} \right); \text{ Sachant que, } \vec{F}_{A/B} = q_B \cdot \vec{E}_{AB} \Leftrightarrow \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB} = q_B \cdot \vec{E}_{AB}$$

Nous en déduisons l'expression du champ électrique créé par la charge q_A en B, c'est-à-dire

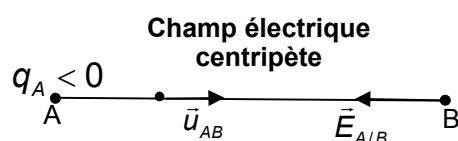
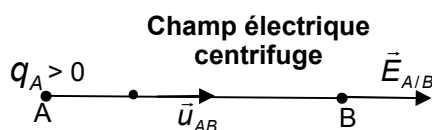
$$\vec{E}_{A/B} = \frac{K q_A}{AB^2} \vec{u}_{A/B};$$

Par conséquent, $E_{A/B} = \frac{K|q_A|}{AB^2}$; Avec q_A en coulomb(C), AB en mètres(m), $E_{A/B}$ en volt par mètre($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$) ou en Newton par coulomb($\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$).



Remarque : Si $q_A < 0$, le champ $\vec{E}_{A/B}$ est centripète (dirigé de B vers A);

Si $q_A > 0$, le champ $\vec{E}_{A/B}$ est centrifuge (dirigé de A vers B);

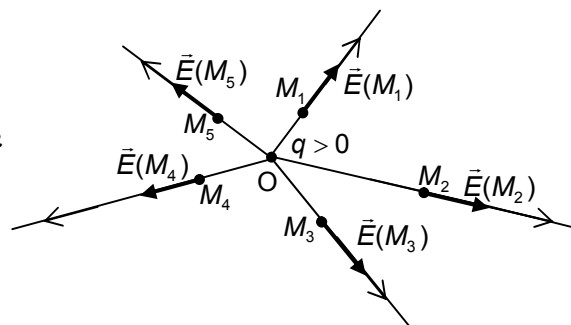


III.3.2 Lignes de champ

Les lignes de champ sont des lignes tangentes en chacun de leurs points au vecteur champ électrostatique. Ces lignes sont en général orientées dans le sens du vecteur champ électrique.

Exemple : Pour une charge $q > 0$

placée en un point O, les lignes de champ et les vecteurs champ en plusieurs points situés autour de O se présentent comme ci-contre:



II.3.3 Superposition de champs électriques en un point

La superposition en un point M de deux champs électriques

$\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_2(M)$ donne un champ résultant $\vec{E}(M)$ tel que,

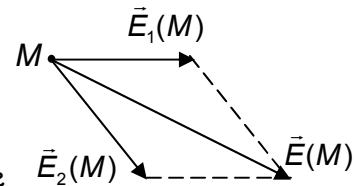
$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M).$$

D'une manière générale, le champ électrique résultant $\vec{E}(M)$ créé en M par plusieurs charges ponctuelles est égal à la somme vectorielle des champs créés par chacune des charges en M .

Ainsi, pour n charges ponctuelles $q_1, q_2, \dots, q_n$ créant chacune en M un champ électrique

$\vec{E}_1(M), \vec{E}_2(M), \dots, \vec{E}_n(M)$, le champ résultant en M s'obtient par la relation vectorielle

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) + \dots + \vec{E}_n(M); \text{ C'est-à-dire, } \vec{E}(M) = \sum_{i=1}^n [\vec{E}_i(M)].$$



II.3.4 Champ électrique uniforme

Un champ électrique est dit uniforme lorsque tous les vecteurs champ électrique ont la même direction, la même intensité et le même sens.

On réalise un champ uniforme en disposant face à face deux plaques chargées d'électricité de signes contraires.

Soient V_A et V_B les potentiels électriques des plaques A et B respectivement, la différence de potentiel U_{AB} entre les deux plaques est liée au champ électrique $\vec{E}$ par la relation :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

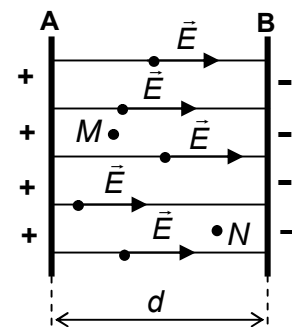
Etant donné que les vecteurs $\vec{E}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont parallèles et de même sens, le produit scalaire

$$\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = E \cdot AB \cdot \cos 0 \Rightarrow \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = E \cdot AB;$$

Si nous posons $AB = d$, nous obtenons, $U_{AB} = V_A - V_B = E \cdot d$.

D'une façon générale, la différence de potentiel entre deux points M et N du champ électrique uniforme se calcule par la

$$\text{relation : } U_{MN} = \vec{E} \cdot \overrightarrow{MN} = E \cdot MN \cdot \cos(\vec{E}, \overrightarrow{MN}).$$



Bon à savoir : Lorsqu'un champ électrique est uniforme, les lignes de champ sont des droites parallèles; réciproquement, si les lignes de champ sont parallèles, le champ électrique est uniforme.

III Les forces magnétiques, le champ magnétique

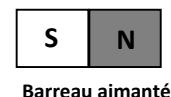
III.1 Généralités

III.1.1 Les aimants

Définition : Un aimant est un corps qui possède la propriété d'attirer le fer et les objets ferromagnétiques. Un aimant peut être naturel (cas de l'oxyde de fer ou magnétite) ou artificiel (cas des électroaimants).

On appelle électroaimant tout aimant qui fonctionne à l'aide du courant électrique.

Tout aimant possède deux pôles différents : Un pôle **nord** et un pôle **sud**.



Barreau aimanté

III.1.2 Interaction électromagnétique

En approchant un aimant d'un autre, on constate qu'ils interagissent différemment suivant les pôles en regard. Deux pôles de même nom se repoussent, alors que deux pôles de noms contraires s'attirent.

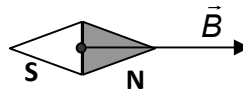
III.2 Le champ magnétique

III.2.1 définition : On appelle champ magnétique toute région de l'espace dans laquelle une aiguille aimantée est soumise à des forces magnétiques.

III.2.2 Le vecteur champ magnétique

Il se note $\vec{B}$ et ses caractéristiques sont:

- **Origine** : un point du champ magnétique ;
- **Direction** : celle de l'aiguille aimantée ;
- **Sens** : du pôle Sud vers le pôle nord de l'aiguille ;
- **Intensité** : Grandeur mesurable dont l'unité est le Tesla (T).



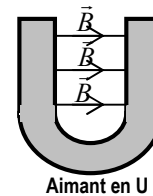
Bon à savoir :

L'intensité du champ magnétique se mesure à l'aide d'un appareil appelé teslamètre.

Remarque : Un champ magnétique est dit uniforme lorsque le vecteur champ $\vec{B}$ a la même direction, le même sens et la même intensité en tout point de l'espace où il règne.

Ce champ existe entre les branches d'un aimant en U.

Les lignes de champ sont dans ce cas des droites parallèles et perpendiculaires aux deux armatures de l'aimant en U.



Aimant en U

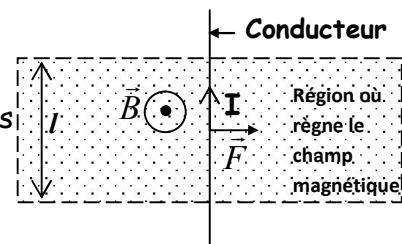
III.3 Action d'un champ magnétique sur un conducteur ou sur une charge

III.3.1 Action d'un champ magnétique sur une portion de conducteur parcouru par un courant : Force de Laplace

Énoncé de la loi de Laplace : Une portion de conducteur de longueur l , parcourue par un courant d'intensité I , plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, est soumise à une force électromagnétique dite de Laplace $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \wedge \vec{B}$.

Les caractéristiques de la force de Laplace $\vec{F}$ sont :

- Point d'application : le milieu de l'élément de circuit plongé dans le champ magnétique;
- Direction : orthogonale au plan formé par $I\vec{l}$ et $\vec{B}$;
- Sens : tel que le trièdre formé par les vecteurs $I\vec{l}$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ soit direct;



N.B. : étant donné que $\vec{F}$, $I\vec{l}$ et $\vec{B}$ forment un trièdre direct, leurs sens peuvent être déterminés par la règle des trois doigts de la main droite avec successivement :

- Le pouce (tendu) comme sens du courant (ou de $I\vec{l}$) ;
- l'index (tendu perpendiculairement au pouce) comme sens du champ magnétique $\vec{B}$;
- Le majeur (tendu perpendiculairement au pouce et à l'index) comme sens de la force $\vec{F}$.

- Intensité : $F = Il.B.\sin(\vec{l}, \vec{B})$; avec I en Ampère(A), l en mètres(m), B en tesla(T); F en Newton(N).

III.2 Action d'un champ magnétique sur une particule chargée : force de Lorentz

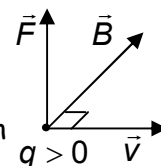
Une particule ponctuelle de charge q , en mouvement à la vitesse $\vec{V}$ dans

une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$, est soumis à une force magnétique $\vec{F}$ donnée par la relation vectorielle $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

Bon à savoir : Nous pouvons établir l'expression de la force de Lorentz en partant de la force de Laplace.

Posons $\vec{l} = \vec{V}.t$ et $I = \frac{q}{t}$ puis substituons ces deux grandeurs dans l'expression de la force

de Laplace $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \wedge \vec{B}$, nous obtenons : $\vec{F} = \frac{q}{t} \vec{V}t \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$



B- ENONCES DES EXERCICES

FORCES DE GRAVITATION. CHAMP GRAVITATIONNEL

N.B : Dans tous les exercices, prendre $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Exercice 1.1

Répondre par « Vrai » ou « Faux » puis justifier.

- 1) Les forces d'attraction gravitationnelle ne s'exercent qu'à des distances astronomiques.
- 2) La terre n'étant pas rigoureusement sphérique, l'intensité de la pesanteur varie selon le lieu où l'on se trouve.
- 3) L'intensité du vecteur champ de gravitation terrestre croît avec l'altitude.
- 4) L'intensité g_h du champ de gravitation terrestre à une altitude h est obtenue par la relation:

$$g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \quad \text{où } g_0 \text{ est l'intensité de la pesanteur à l'infini.}$$

- 5) Soient deux masses voisines m et m' telles que $m = 2m'$, l'intensité de la force qu'exerce m sur m' est la moitié de celle qu'exerce m' sur m .
- 6) Dans la relation $P = mg$ donnant le poids d'un corps de masse m , la grandeur g est l'intensité du champ de gravitation
- 7) Le champ de pesanteur et le champ de gravitation représentent une seule et même grandeur.
- 8) Dans une région de dimensions assez limitées, nous pouvons admettre que le champ de pesanteur terrestre est uniforme.
- 9) Le champ de gravitation terrestre est centrifuge.
- 10) Si la masse m d'un satellite est négligeable devant celle de l'objet autour duquel il tourne, alors la force exercée par l'objet sur le satellite est négligeable devant celle exercée par le satellite sur l'objet.

Exercice 1.2

- 1) Enoncer la loi de gravitation universelle.
- 2) Cette loi est-elle valable pour toutes les planètes du système solaire ?

Exercice 1.3

- 1) Définir : champ de gravitation terrestre
- 2) Quelle est l'unité de l'intensité du vecteur champ de gravitation terrestre ?

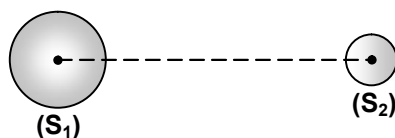
Exercice 1.4

- 1) Quelle est l'expression du vecteur champ de gravitation terrestre à une altitude h quelconque ?
- 2) En déduire l'expression de l'intensité g_m du vecteur champ de gravitation terrestre au niveau de la mer.

Exercice 1.5

Considérons les deux solides (S_1) et (S_2) ci-contre, de masses m_1 et m_2 respectivement, ayant chacun une répartition sphérique homogène de masse.

- 1) Quelle est la nature des forces qu'exercent les deux solides l'un sur l'autre ?



- 2) Représenter ces deux forces. **N.B :** On notera $\vec{F}_{1/2}$ la force exercée par (S_1) , puis $\vec{F}_{2/1}$ l'autre force.

- 3) Comparer les caractéristiques de ces deux forces.

Exercice 1.6

On place côte à côte deux masses identiques de rayon $r = 2\text{cm}$ et de masse 750g .

Sachant que les centres des deux sphères pleines et homogènes sont distants de $d = 50\text{cm}$,

- 1) Schématiser ce système de façon à mettre en évidence les forces gravitationnelles existant entre les deux masses.
- 2) Calculer l'intensité de ces forces.

Exercice 1.7

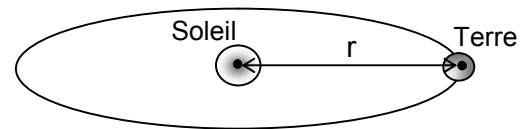
- 1) Combien d'électrons et de protons contient un atome d'hydrogène?
- 2) Faire une représentation schématique de l'atome d'hydrogène de façon à mettre en évidence ses différents constituants ainsi que la trajectoire de l'électron.
- 3) Comparer la force électrostatique et la force d'interaction gravitationnelle que subit l'électron de la part du seul proton de cet atome.

On donne : masse de l'électron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$; masse du proton $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$, $K = 9 \cdot 10^9 \text{USI}$, charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, distance proton-électron $r = 1\text{\AA}$.

- 4) Dédire de cette comparaison l'incapacité de la loi d'attraction gravitationnelle à expliquer les interactions fortes présentes dans l'atome.

Exercice 1.8

Le schéma ci-contre est une modélisation de l'orbite du centre de la Terre dans son mouvement autour du soleil. Montrer que la Terre et le soleil peuvent être assimilés à des corps ponctuels dans la détermination du champ de gravitation solaire sur l'orbite du centre de la Terre.



On donne : rayon de l'orbite de la terre $r = 1,5 \cdot 10^8\text{km}$, rayon de la terre $R_T = 6380\text{km}$, rayon du soleil $R_S = 6,96 \cdot 10^5\text{km}$.

Exercice 1.9

Considérons la relation suivante : $g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$;

- 1) Identifier chacune des grandeurs figurant dans cette relation.
- 2) Avec quelle hypothèse cette relation a-t-elle été établie?
- 3) Montrer que pour $h \ll R_T$, nous avons $g_h \approx g_0 \cdot \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$.
- 4) En déduire l'expression de la variation relative $\frac{g_0 - g_h}{g_0}$ de l'intensité du champ de gravitation.
- 5) Calculer cette variation relative à une altitude $h = 5\text{km}$. **On donne :** $R_T = 6400\text{km}$.

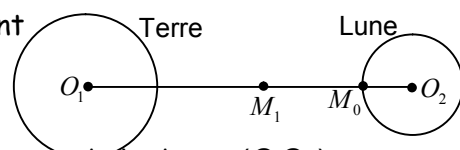
Exercice 1.10

1) Déterminer l'intensité du champ de gravitation terrestre au point M_0 de la surface de la lune. **On donne :** masse de la Terre $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}\text{kg}$, masse de la lune $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}\text{kg}$, rayon de la terre $R_T = 6400\text{km}$, rayon de la lune $R_L = 1740\text{km}$, distance séparant les centres de gravité de la terre et de la lune $r = 3,84 \cdot 10^5\text{km}$.

2) Déterminer l'altitude h_1 par rapport à la Terre du point M_1 situé entre la Terre et la lune et sur le segment

$[O_1O_2]$, où les champs de gravitation de la

Terre et de la lune se compensent. **N.B :** $\vec{u}$ = vecteur unitaire de la droite (O_1O_2) .



Exercice 1.11

Un satellite de la terre est abandonné à une altitude $h_0 = 5.10^4 \text{ km}$ de la terre. Ce satellite effectue des rotations autour de la terre mais perd à chaque tour le dix millième de l'altitude qu'il avait au tour précédent. **N.B** : Dans tout l'exercice, nous assimilons la Terre et le satellite à des solides ponctuels.

On prendra : Masse du satellite $M_0 = 360t$; masse de la Terre $M_T = 5,98.10^{24} \text{ kg}$.

- 1) Définir satellite de la Terre.
- 2) Etablir l'expression de l'altitude h_n de ce satellite à la fin du $n^{\text{ième}}$ tour en fonction de h_0 et n .
- 3) En déduire l'intensité du champ de gravitation terrestre au centre de ce satellite à la fin du dixième tour.

On donne : rayon de la Terre $R_T = 6400 \text{ km}$, masse de la Terre : $M_T = 5,98.10^{24} \text{ kg}$.

- 4) Au bout de combien de tours (à partir de l'instant où on lâche ce satellite), deviendra-t-il géostationnaire? On rappelle qu'un satellite de la Terre est dit géostationnaire lorsque son altitude est d'environ $h_s = 36000 \text{ km}$.
- 5) Calculer alors la variation de la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite entre l'instant où on le lâche et l'instant où il devient stationnaire.
- 6) En réalité, la masse du satellite ne reste pas constante car il consomme pendant son mouvement du carburant. Sachant que les masses de carburant restant dans le réservoir du satellite après chaque tour évoluent selon une progression géométrique de raison $q_0 = 0,98$ et de valeur initiale $m_0 = 30t$.
- 6.1) Déterminer l'expression de l'intensité du champ de gravitation terrestre au centre du satellite à la fin du $n^{\text{ième}}$ tour.
- 6.2) En déduire l'expression de la force d'attraction gravitationnelle à laquelle est soumis le satellite dès qu'il atteint l'altitude h_s .

FORCES ELECTROSTATIQUES. CHAMP ELECTROSTATIQUE**Exercice 1.12**

Répondre par "Vrai" ou "Faux" puis justifier

- 1) Une particule qui a gagné 5 électrons a une charge $q = 8.10^{-9} \text{ C}$
- 2) Toute substance électriquement neutre contient les deux espèces d'électricité en quantités égales;
- 3) L'intensité de la force de répulsion qu'exercent l'un sur l'autre deux électrons voisins est proportionnelle à la distance qui les sépare.
- 4) La force de pesanteur est en général négligée dans les problèmes d'électrostatique parce qu'elle n'agit qu'en l'absence de champ électrique.
- 5) L'intensité de la force électrostatique exercée par une charge q sur une charge $q' = 10q$ vaut dix fois l'intensité de celle qu'exerce q' sur q .
- 6) Si une charge q_A placée en un point A exerce sur une charge q_B située à une distance d telle que $d = AB$ une force d'intensité F , pour une distance $d' = 2d$ on aura une force F' telle que $F' = 4F$.
- 7) Un champ électrique est dit uniforme lorsque tous les vecteurs champ en divers points ont le même sens et la même intensité.

Exercice 1.13

- 1) Enoncer la loi de Coulomb.
- 2) Cette loi est elle valable : a) pour des atomes? b) pour des ions?

Exercice 1.14

- 1) Définir : champ électrostatique.
- 2) Quelle est l'unité de l'intensité du vecteur champ électrostatique?

Exercice 1.15

Déterminer la nature et l'intensité de la force électrostatique s'exerçant entre deux électrons libres distants de $d = 10^{-10} \text{ m}$. On donne $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 1.16

Compléter le tableau ci-dessous par "répulsion" ou "attraction"

	Ion calcium Ca^{2+}	Ion hydroxyde OH^-	électron	proton
Electron				
proton				

Exercice 1.17

Une charge $q = 10^{-6} \text{ C}$ est placée à l'origine O d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité sur les axes 1cm.

- 1) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ créé en $M(4;2)$.
- 2) En déduire les caractéristiques de la force électrostatique $\vec{F}$ que subirait une charge $q' = -2q$ placée en M .

Exercice 1.18

Deux charges électriques q_A et q_B distantes de 10cm et placées sur l'horizontale exercent l'une sur l'autre une force $F = 0,9 \text{ N}$. Sachant que $q_A = -q_B$ avec $q_A > 0$,

- 1) Déterminer les caractéristiques de la force $\vec{F}_{B/A}$ qu'exerce q_B sur q_A .
- 2) Déterminer les valeurs de q_A et q_B .
- 3) En un point C du segment $[AB]$, on place une charge q_C qui subit de la charge q_B une force répulsive de norme $F_{B/C} = 2F_{B/A}$. Sachant que $AC = 4 \text{ cm}$, déterminer q_C .
- 4) Calculer la norme de la force résultante $\vec{F}_C$ subie par q_C de la part de q_A et q_B .

Exercice 1.19

Une charge q placée en un point O de l'espace crée un champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en un point M situé à une distance x de O .

- 1) Quelle est l'expression vectorielle du vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$.
- 2) Représenter ce champ pour $q < 0$.
- 3) Donner les caractéristiques de ce champ électrostatique.
- 4) On place en M une charge témoin $q' > 0$. On constate que celle-ci se met spontanément en mouvement. A quoi est dû ce déplacement spontané? Dans quel sens se déplace la charge q' ?

Exercice 1.20

Trois charges électriques ponctuelles identiques $q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ sont placées aux sommets A , B et C d'un carré $(ABCD)$ de côté $a = 4 \text{ cm}$. Elles y sont maintenues en équilibre par un dispositif approprié.

- 1) déterminer l'intensité du champ électrique $\vec{E}$ créé par les 3 charges au 4^{ème} sommet D du carré.
- 2) On place en D une charge inconnue $q_0 < 0$. Dans quel sens se déplace-t-elle?
- 3) Les quatre sommets du carré sont maintenant occupés par quatre charges identiques $q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Déterminer l'intensité du champ électrique résultant $\vec{E}(O)$ en O , centre de gravité du carré.

Exercice 1.21

Deux charges ponctuelles $q_1 = 2.10^{-6} C$ et $q_2 = 8.10^{-6} C$ sont placées respectivement en deux points A et B distants de $d = 50 \text{ cm}$.

- 1) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrostatique en O milieu du segment $[AB]$.
- 2) Déterminer la position du point C du segment $[AB]$ où la résultante des champs électriques créés par les deux charges est nulle.

Exercice 1.22

Un pendule électrostatique est constitué d'une petite sphère (S) ponctuelle de masse $m = 10 \text{ g}$ suspendue en un point fixe M à un fil isolant inextensible. On place ce pendule dans un champ électrostatique uniforme $E = 5.10^4 \text{ V.m}^{-1}$.

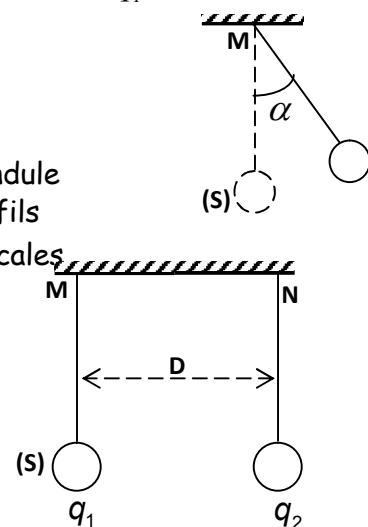
A l'équilibre, le fil du pendule fait alors un angle α avec la verticale.

On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, longueur du fil $l = 1 \text{ m}$, charge de la sphère (S) $q_1 = 10^{-6} C$.

- 1) définir : champ électrique uniforme.
- 2) compléter la figure ci-contre en matérialisant les lignes de champ dans lesquels baigne le pendule
- 3) déterminer la valeur de l'angle α .
- 4) En un point N situé à $D = 10 \text{ cm}$ de M, on fixe un second pendule de même masse mais de charge q_2 négative. A l'équilibre, les fils des deux pendules font chacun un angle $\theta = 2^\circ$ avec les verticales passant par M et N.

Les deux pendules en équilibre étant hors du champ électrique précédent, déterminer :

- 4.1) La distance d séparant les centres de gravité des deux pendules à l'équilibre.
- 4.2) La valeur de la charge q_2 du second pendule.

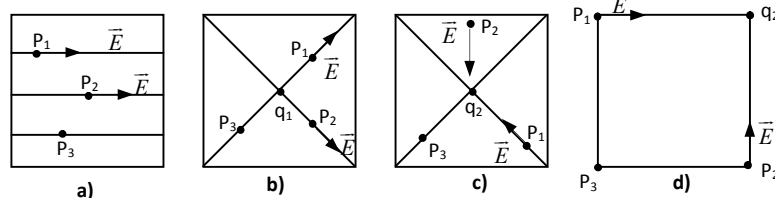
**Exercice 1.23**

Une particule M ayant perdu deux électrons est en équilibre entre deux plateaux métalliques A et B horizontaux et distants de $d = 50 \text{ cm}$. Sachant qu'il existe entre les deux plateaux une ddp $U = 10^5 \text{ V}$,

- 1) Illustrer à l'aide d'un schéma clair les signes des deux plateaux, l'allure et le sens des lignes de champ électrostatique existant dans l'espace séparant les deux plateaux, ainsi que la force agissant sur la particule.
- 2) Calculer l'intensité du champ électrique $\vec{E}$ existant entre les plateaux A et B.
- 3) Déterminer le rayon de cette particule si elle est sphérique et de masse volumique $\rho = 800 \text{ kg.m}^{-3}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19} C$.

Exercice 1.24

On a représenté dans quatre régions de l'espace les lignes de champ et quelques vecteurs $\vec{E}$



- 1) Dédire de ces figures le signe des charges q_1 , q_2 et q_3 .
- 2) Quelle est la nature du champ correspondant à la figure a ?
- 2) Représenter en respectant l'échelle, les vecteurs champ $\vec{E}$ en chacun des points P_3 .

LES FORCES MAGNETIQUES ET LE CHAMP MAGNETIQUE

Exercice 1.25

Répondre par "Vrai" ou "Faux" puis justifier

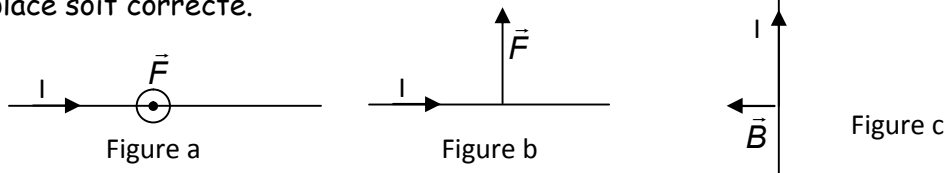
- 1) Les lignes de champ sont des courbes qui en chacun de leurs points sont tangentes au vecteur champ magnétique.
- 2) Un tire-bouchon placé dans l'axe d'un solénoïde avance dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$ lorsqu'il tourne dans le sens du courant électrique.
- 3) Le champ magnétique créé par une bobine parcourue par un courant électrique est un champ naturel.
- 4) Dans la règle du bonhomme d'ampère, le courant électrique traverse l'observateur de la tête vers les pieds.

Exercice 1.26

- 1) Définir : force de Lorentz
- 2) Ecrire l'expression de la force de Lorentz agissant sur une charge q se déplaçant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à la vitesse constante $\vec{V}$.

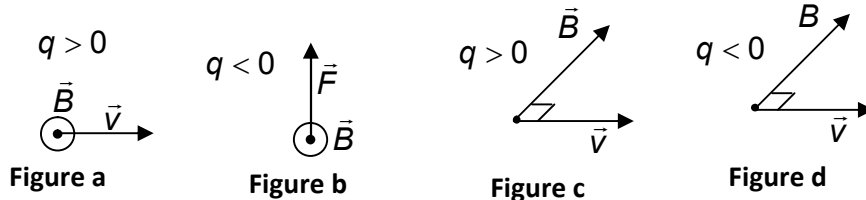
Exercice 1.27

Compléter les figures ci - dessous en représentant le vecteur qui manque, de façon que la force de Laplace soit correcte.



Exercice 1.28

Dans chaque cas, représenter le vecteur inconnu de façon que la force de Lorentz soit correcte.



Exercice 1.29

Un électron pénètre à la vitesse $\vec{V}$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme vertical et descendant d'intensité $B = 0,2T$.

Sachant que cette vitesse est inclinée d'un angle $\alpha = 12^\circ$ par rapport aux lignes de champ horizontales, Calculer la vitesse de cet électron sachant qu'il est soumis dans ce champ à la seule force de Lorentz d'intensité $F = 6,4 \cdot 10^{-15} N$.

Exercice 1.30

Un courant d'intensité $I = 20A$ circule dans un fil (F_1) vertical et infiniment long.

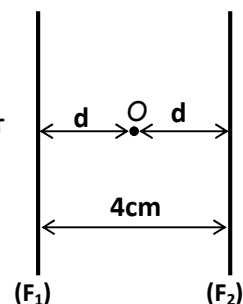
1) Calculer l'intensité B du champ créé par le fil en un point M situé à 2cm du fil.

2) Deux fils F_1 et F_2 infiniment longs sont placés dans le plan du méridien magnétique. En un point O équidistant des fils et contenu dans le même plan, on place une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical.

2.1) quelle est la position prise par l'aiguille aimantée lorsque aucun courant ne passe dans les deux fils,

2.2) F_1 et F_2 sont traversés par deux courants de sens contraires et d'intensité $I_1 = I_2 = 2A$. De quel angle α dévie l'aiguille placée en O ? On donne : $B_h = 2 \cdot 10^{-5} T$.

2.3) Comment s'oriente l'aimant si I_1 et I_2 circulent dans le même sens.



Exercice 1.31

Une bobine plate de rayon $r = 5\text{cm}$ et comportant 50 spires est parcourue par un courant I . Son plan coïncide avec celui du méridien magnétique. Elle porte en son centre une aiguille aimantée qui dévie de $\alpha = 45^\circ$.

- 1) Calculer l'intensité I du courant. **On donne** : composante horizontale du champ magnétique $B_h = 2 \cdot 10^{-5}\text{T}$.
- 2) Calculer le module du champ magnétique résultant $\vec{B}$ au centre de la bobine.

Exercice 1.32

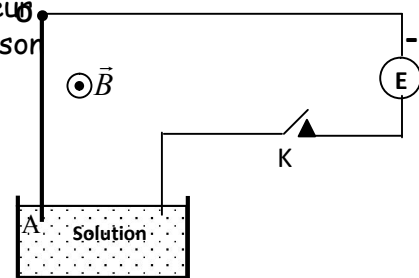
Un fil traverse l'entrefer d'un électroaimant. La longueur de la portion de fil immergée dans le champ magnétique $\vec{B}$ créé par l'électroaimant est $L = 5\text{cm}$.

A quelle force est soumise la portion de fil parcourue par un courant de 20A ? On donne : $B = 0,1\text{T}$. **N.B** : Les lignes de champ sont supposées horizontales.

Exercice 1.33

OA est un fil de cuivre rigide, rectiligne, homogène, de longueur L , susceptible de se mouvoir dans un plan vertical, autour de son extrémité O.

L'extrémité A plonge dans une solution conductrice qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue. L'intensité du courant dans le circuit est I . le circuit est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, horizontal et orthogonal au plan de la figure.



On néglige la longueur de la partie du fil située dans la solution conductrice et on admet que la force électromagnétique est appliquée au milieu G du fil OA.

- 1) Dans quel sens dévie le fil OA au passage du courant ?
- 2) Représenter le fil OA et les différentes forces qui lui sont appliquées à l'équilibre.
- 3) Ecrire la relation traduisant l'équilibre du fil sachant que l'intensité du poids du fil OA est P .
- 4) Calculer l'angle de déviation du fil quand il atteint sa position d'équilibre dans le cas où : $I = 5\text{A}$; $B = 2,5 \cdot 10^{-2}\text{T}$; $L = 10\text{cm}$; $P = 9 \cdot 10^{-2}\text{N}$.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES**Exercice 1.1**

1) **Faux**. L'existence des forces d'attraction gravitationnelle ne dépend pas des corps en interaction.

2) **Vrai**. 3) **Faux**. L'intensité du champ de gravitation décroît avec l'altitude.

4) **Faux**. Dans l'expression $g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$, g_0 est l'intensité de la pesanteur à l'altitude

$h = 0$ (au niveau de la mer).

5) **Faux**. L'intensité de la force qu'exerce m sur m' est égale à l'intensité de la force qu'exerce m' sur m .

6) **Faux**. Rigoureusement, g est l'intensité du champ de pesanteur.

7) **Faux**. Les deux grandeurs sont différentes mais leurs valeurs sont très proches.

8) **Vrai**. 9) **Faux**. Le champ de gravitation terrestre est plutôt centripète.

10) **Faux**. Les deux objets exercent l'un sur l'autre des forces d'égale intensité.

Exercice 1.2

- 1) Enoncé de la loi d'attraction gravitationnelle : Voir cours, paragraphe I.1
- 2) Oui cette loi est valable pour toutes les planètes du système solaire ; c'est elle qui permet de comprendre la cohésion du système solaire.

Exercice 1.3

- 1) Définition champ d'attraction gravitationnelle : Voir paragraphe I.2.
- 2) Unité du vecteur champ de gravitation terrestre : mètre par seconde carré ($m.s^{-2}$)

Exercice 1.4

- 1) A une altitude h , le vecteur champ de gravitation terrestre a pour expression

$$g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}.$$

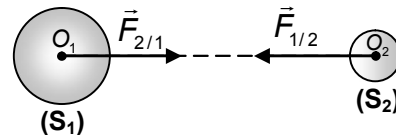
- 2) Au niveau de la mer, $g_m = g_h (h = 0) \Rightarrow g_m = g_0$.

Exercice 1.5

- 1) Les solides (S_1) et (S_2) exercent l'un sur l'autre une force d'attraction gravitationnelle.

2) Comparons les caractéristiques de $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{2/1}$.

- Les points d'application des deux forces sont différentes ; O_1 pour $\vec{F}_{2/1}$ et O_2 pour $\vec{F}_{1/2}$;
- les deux forces ont la même direction, la droite (O_1O_2) , mais des sens opposés.

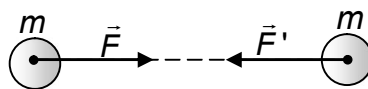


- Les deux forces ont la même intensité : $F_{1/2} = F_{2/1} = G \cdot \frac{m_1 m_2}{(O_1 O_2)^2}$.

Exercice 1.6

- 1) Schématisons le système

- 2) Intensité des forces $\vec{F}$ et $\vec{F}'$

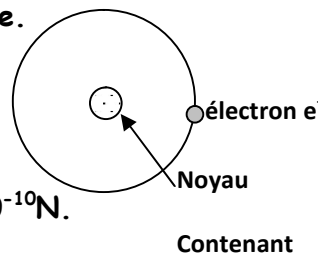


$$F = F' = G \cdot \frac{m \cdot m}{d^2} \Rightarrow F = \frac{G \cdot m^2}{d^2} ; \text{A.N.} : F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{0,75^2}{0,5^2} ; F = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{N}.$$

Exercice 1.7

- 1) un atome d'hydrogène contient un électron et un proton.

- 2) représentation schématique de l'atome d'hydrogène.

**3) Force électrostatique**

$$F = K \cdot \frac{e^2}{r^2} ; \text{A.N.} : F = 9 \cdot 10^9 \times \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} ; F = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{N}.$$

$$\text{Force d'attraction gravitationnelle : } F' = G \cdot \frac{m_{e^+} m_{e^-}}{r^2} ;$$

$$\text{A.N.} : F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 9,1 \cdot 10^{-31}}{(10^{-10})^2} ; F' = 1,01 \cdot 10^{-49} \text{N}.$$

$$\frac{F}{F'} = \frac{2,3 \cdot 10^{-10}}{1,01 \cdot 10^{-49}} \Rightarrow F = 2,3 \cdot 10^{39} F' ;$$

4) étant donné que la force d'attraction gravitationnelle exercée par le proton sur l'électron est très petite devant la force électrostatique qu'il exerce sur ce même électron, nous pouvons conclure que l'interaction entre l'électron et le proton est quasiment électrostatique. D'où l'incapacité de la loi d'attraction gravitationnelle à expliquer les interactions fortes présentes dans l'atome.

Exercice 1.8

$$\frac{R_T}{r} = \frac{6380}{1,5 \cdot 10^8} \Rightarrow \frac{R_T}{r} = 4,25 \cdot 10^{-5} ; \quad \frac{R_S}{r} = \frac{6,96 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^8} \Rightarrow \frac{R_S}{r} = 4,64 \cdot 10^{-3}$$

Ces deux rapports nous prouvent que les rayons du soleil et de la terre sont très faibles devant la distance terre-soleil. Nous pouvons donc assimiler le soleil et la terre à des solides ponctuels lorsque nous représentons la trajectoire de la terre autour du soleil.

Exercice 1.9

1) Identifions chacune des valeurs de l'expression $g_h = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

g_h = intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h ;

g_0 = intensité du champ de gravitation terrestre au niveau de la mer ;

h = altitude ; R_T = rayon de la terre.

2) L'hypothèse fondamentale qui permet d'obtenir cette relation est l'assimilation de la forme de la terre à une sphère de rayon R_T .

3) Démonstration : Voir cours paragraphe I.2

4) Dédution de l'expression de la variation relative à une altitude $h = 5\text{km}$

Voir paragraphe I.2

5) Calculons la variation relative à une altitude $h = 5\text{km}$

$$\frac{g_0 - g_h}{g_0} = \frac{2h}{R_T} ; \quad \text{A.N : } \frac{g_0 - g_h}{g_0} = \frac{2 \times 5 \cdot 10^3}{6400 \cdot 10^3} ; \quad \frac{g_0 - g_h}{g_0} = 1,6 \cdot 10^{-3}.$$

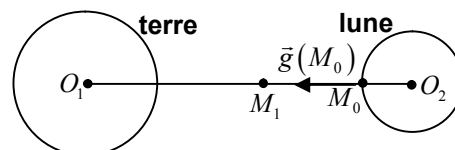
Exercice 1.10

1) Intensité du champ de gravitation terrestre au point M_0 de la surface de la lune

$$g(M_0) = G \cdot \frac{M_T}{(O_1 M_0)^2} ;$$

$$\text{or } O_1 M_0 = O_1 O_2 - R_L \Rightarrow g(M_0) = G \cdot \frac{M_T}{(O_1 O_2 - R_L)^2} ;$$

$$\text{A.N : } g(M_0) = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(3,84 \cdot 10^8 - 1740 \cdot 10^3)^2} ; \quad g(M_0) = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}.$$



2) Altitude par rapport à la lune du point M_1 où se compensent les champs de gravitation de la terre et de la lune

Soient $\vec{g}_1$ et $\vec{g}_2$ les champs de gravitation créés par la terre et la lune respectivement en M_1

$$\vec{g}_1 = G \cdot \frac{M_T}{(O_1 M_1)^2} \cdot \vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{g}_2 = -G \cdot \frac{M_L}{(O_2 M_1)^2} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Leftrightarrow \vec{g} = G \cdot \frac{M_T}{(O_1 M_1)^2} \cdot \vec{u} - G \cdot \frac{M_L}{(O_2 M_1)^2} \cdot \vec{u} = G \cdot M_T \left(\frac{1}{(O_1 M_1)^2} - \frac{1}{(O_2 M_1)^2} \right) \cdot \vec{u}$$

Nous en déduisons $g = G \left| \frac{M_T}{(O_1 M_1)^2} - \frac{M_L}{(O_2 M_1)^2} \right|$;

Or $O_1 M_1 = R_T + h_1$ (2) Or $O_2 M_1 = r - (R_T + h_1)$ (3)

(2) et (3) dans (1) : $g = G \left| \frac{M_T}{(R_T + h_1)^2} - \frac{M_L}{(r - R_T - h_1)^2} \right|$;

$g = 0 \Rightarrow \frac{M_T}{(R_T + h_1)^2} - \frac{M_L}{(r - R_T - h_1)^2} = 0 \Rightarrow (R_T + h_1)^2 M_L - (r - R_T - h_1)^2 M_T = 0$

En résolvant cette équation, nous obtenons deux solutions parmi lesquelles une seule est

bonne $h = \frac{(r - R_T)\sqrt{M_T} - R_T\sqrt{M_L}}{\sqrt{M_L} + \sqrt{M_T}}$;

A.N : $h = \frac{(3,84 \cdot 10^8 - 6400 \cdot 10^3)\sqrt{5,98 \cdot 10^{24}} - 6400 \cdot 10^3 \sqrt{7,34 \cdot 10^{22}}}{\sqrt{7,34 \cdot 10^{22}} + \sqrt{5,98 \cdot 10^{22}}}$; $h = 3,39 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Exercice 1.11

1) On appelle satellite de la terre tout astre ou engin spatial qui gravite autour de la terre.

Bon à savoir : Les astres sont des satellites naturels alors que les engins sont des satellites artificiels car ils sont mis en orbite par propulsion dans l'atmosphère.

2) Expression de l'altitude h_n à la fin du $n^{\text{ème}}$ tour

$h_1 = h_0 - \frac{1}{10.000} h_0 \Rightarrow h_1 = \frac{9999}{10.000} h_0 \Rightarrow h_1 = 9999 \cdot 10^{-4} h_0$

$h_2 = 9999 \cdot 10^{-4} h_1 \Rightarrow h_2 = (9999 \cdot 10^{-4})^2 h_0$

Nous obtenons la relation de récurrence $h_n = (9999 \cdot 10^{-4})^n h_0$ qui est de la forme $h_n = q^n h_0$.

Ces altitudes forment une suite géométrique de raison $q = 9999 \cdot 10^{-4}$.

3) Intensité du champ de gravitation au centre du satellite à la fin du $10^{\text{ème}}$ tour

$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h_{10})^2}$; avec $h_{10} = q^{10} h_0$; par conséquent, $g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + q^{10} h_0)^2}$;

A.N : $g = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{\left[6400 \cdot 10^3 + (9999 \cdot 10^{-4})^{10} \times 5 \cdot 10^7 \right]^2}$; $g = 0,126 \text{ m.s}^{-2}$

4) Nombre de tours au bout duquel le satellite devient géostationnaire

$h_n = h_s \Leftrightarrow q^n h_0 = h_s \Rightarrow \ln(q^n h_0) = \ln h_s \Rightarrow n \ln q = \ln h_s - \ln h_0$

$\Rightarrow n = \frac{\ln h_s - \ln h_0}{\ln q}$; $n = \frac{\ln 36 \cdot 10^6 - \ln 5 \cdot 10^7}{\ln 0,9999}$; $n = 3285 \text{ tours}$

5) Variation de la force d'attraction gravitationnelle

Nommons $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ les forces d'attraction gravitationnelle aux altitudes h_0 et h_s respectivement :

$F_1 = G \cdot \frac{M_T M_0}{(R_T + h_0)^2}$ et $F_2 = G \cdot \frac{M_T M_0}{(R_T + h_s)^2}$; $\Delta F = F_2 - F_1 = G \cdot M_T \cdot M_0 \left[\frac{1}{(R_T + h_0)^2} - \frac{1}{(R_T + h_s)^2} \right]$

A.N : $\Delta F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,98 \cdot 10^{24} \times 360 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{(6400 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^7)^2} - \frac{1}{(6400 \cdot 10^3 + 36 \cdot 10^6)^2} \right]$

$\Delta F = -3,47 \cdot 10^4 \text{ N}$

6.1) Intensité du champ de gravitation terrestre au centre du satellite à la fin du $n^{\text{ème}}$ tour

$$g_n = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h_n)^2}, \text{ avec } h_n = q^n h_0; n = 3285 \text{ tours}, q = 0,9999, h_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$g_n = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + q^n h_0)^2}$$

6.2) Déduisons-en l'intensité de la force d'attraction gravitationnelle à laquelle est soumise le satellite à l'altitude h_s

$$F = M_n \cdot g_n \text{ où } M_n = q_0^n m_0, n = 3285 \text{ tours et } g_n = G \cdot \frac{M_G}{(R_T + h_n)^2}$$

$$\text{A l'altitude } h_s, \text{ nous avons } F = q_0^n \cdot m_0 \cdot G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h_s)^2}.$$

Exercice 1.12

- 1) **Faux.** Une particule qui gagne des électrons se charge positivement. 2) **Vrai.**
 3) **Faux.** Cette intensité est inversement proportionnelle à la distance qui sépare les deux électrons.
 4) **Faux.** La force de pesanteur est négligée dans les problèmes d'électrostatique parce qu'elle est très faible par rapport à la force électrostatique.
 5) **Faux.** Les deux intensités sont égales.
 6) **Faux.** $F = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{d^2}$; $F' = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(d')^2} = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(2d)^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{4} F$
 7) **Faux.** Les vecteurs champ en divers points d'un champ électrique uniforme ont une même direction, un même sens et une même intensité.

Exercice 1.13

- 1) voir cours paragraphe II.2
 2.a) Cette loi n'est pas valable pour les atomes car ils sont électriquement neutres.
 2.b) la loi de coulomb est valable pour les ions car ils sont porteurs de charge électrique.

Exercice 1.14

- 1) Voir cours paragraphe II.3.1
 2) Unité de l'intensité du vecteur champ électrostatique : Newton par Coulomb ($\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$) ou Volt par mètre ($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$).

Exercice 1.15

Les deux électrons exercent l'un sur l'autre une force de répulsion $\vec{F}$ d'intensité $F = K \cdot \frac{e^2}{d^2}$;

$$\underline{\text{A.N}} : F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} ; \quad F = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

Exercice 1.16

Complétons le tableau

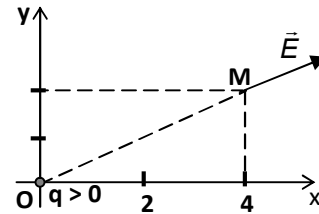
	Ion calcium Ca^{2+}	Ion hydroxyde OH^-	électron	proton
Electron	Attraction	répulsion	répulsion	Attraction
proton	répulsion	Attraction	Attraction	répulsion

Exercice 1.17

1) Caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ en $M(4;2)$

- point d'application : le point M ; - Direction : oblique ;

- Sens : ascendant ; - Intensité : $E = \frac{K \cdot |q|}{OM^2} = \frac{K \cdot |q|}{x^2 + y^2}$



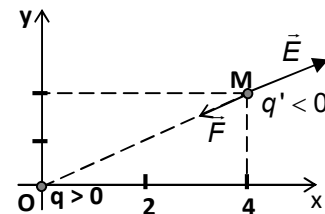
2) Dédution des caractéristiques de $\vec{F}$

$\vec{F} = q'\vec{E}$ avec $q' = -2q$. Puisque $q' < 0$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de sens contraires.

- Point d'application : le point M ; - Direction : oblique ;

- Sens : descendant ; - Intensité : $F = |q'|E = 2qE$;

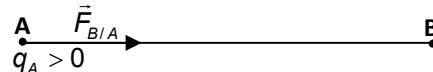
A.N : $F = 2 \times 10^{-6} \times 4,5 \cdot 10^{-6}$; **F = 9N.**

**Exercice 1.18**

1) Caractéristiques de $\vec{F}_{B/A}$ Nous avons $\vec{F}_{B/A} = K \cdot \frac{q_A \cdot q_B}{AB^2} \cdot \vec{u}$

- Point d'application : le point A ; - Direction : verticale ;

- Sens : de A vers B ; - Intensité : $F_{B/A} = F = 0,9N$



2) Valeurs de q_A et q_B

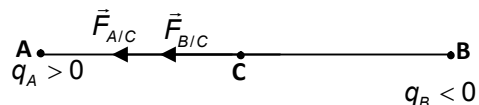
$$F_{B/A} = K \cdot \frac{q_A \cdot q_B}{AB^2} = K \cdot \frac{q_A^2}{AB^2} \Rightarrow q_A = AB \sqrt{\frac{F_{B/A}}{K}}; \text{ **A.N :** } q_A = 0,1 \sqrt{\frac{0,9}{9 \cdot 10^9}}; q_A = 10^{-6} C; q_B = -10^{-6} C$$

3) Détermination de q_C

$$F_{B/C} = 2F_{B/A} \Leftrightarrow K \cdot \frac{|q_B| \cdot |q_C|}{BC^2} = 2F_{B/A} \Rightarrow |q_C| = \frac{2F_{B/A} \cdot BC^2}{K \cdot |q_B|}$$

La force $\vec{F}_{B/C}$ étant répulsive, q_B et q_C ont le même signe : le signe négatif.

$$\text{Ainsi, } q_C = \frac{2F_{B/A} \cdot BC^2}{K \cdot |q_B|}; \text{ **A.N :** } q_C = \frac{2 \times 0,9 \times 0,06^2}{9 \cdot 10^9 \times 10^{-6}}; q_C = -7,2 \cdot 10^{-7} C.$$



4) Calcul de la norme de $\vec{F}_C$

$\vec{F}_C = \vec{F}_{A/C} + \vec{F}_{B/C}$; puisque $\vec{F}_{A/C}$ et $\vec{F}_{B/C}$ sont colinéaires et de même sens,

$$F_C = F_{A/C} + F_{B/C} \Rightarrow F_C = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_C|}{AC^2} + 2F_{B/A}; \text{ **A.N :** } F_C = 5,85N.$$

Exercice 1.19

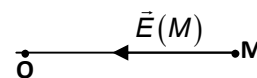
1) Expression vectorielle de $\vec{E}(M)$: $\vec{E}(M) = K \cdot \frac{q}{OM^2} \cdot \vec{u} = K \cdot \frac{q}{x^2} \cdot \frac{\vec{OM}}{OM}$

2) Représentons ce champ pour $q < 0$

3) Caractéristiques de $\vec{E}(M)$

- point d'application : le point M ; - direction : la droite (OM) ;

- sens : de M vers O ; - intensité : $E = \frac{K \cdot |q|}{x^2}$.



4) Ce déplacement est dû à la force qu'exerce la charge q sur q' .

Etant donné que $\vec{F} = q'\vec{E}(M)$ avec $q' > 0$, les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{E}(M)$ ont le même sens ; la charge q' se déplace donc de M vers O .

Exercice 1.20**1) Calcul de l'intensité du champ $\vec{E}$ en D**

$$\vec{E} = \vec{E}_{A/D} + \vec{E}_{B/D} + \vec{E}_{C/D} \text{ avec } E_{A/D} = E_{C/D} = K \cdot \frac{|q|}{a^2} \text{ et } E_{B/D} = K \cdot \frac{|q|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2} E_{A/D}$$

$$\text{Posons } \vec{E}_1 = \vec{E}_{A/D} + \vec{E}_{C/D} \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_{B/D};$$

Les vecteurs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_{B/D}$ étant colinéaires et de même sens,

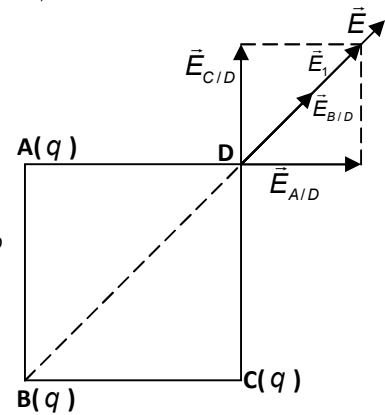
$$E = E_1 + E_{B/D}$$

$$E_1 = \sqrt{E_{A/D}^2 + E_{C/D}^2} = \sqrt{2E_{A/D}^2} \Rightarrow E_1 = E_{A/D}\sqrt{2};$$

$$\text{Ainsi, } E = E_{A/D}\sqrt{2} + E_{B/D} = E_{A/D}\sqrt{2} + \frac{1}{2}E_{A/D} \Rightarrow E = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)E_{A/D}$$

$$\text{Nous obtenons finalement } E = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \cdot \frac{K \cdot |q|}{a^2};$$

$$\text{A.N : } E = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \times |5 \cdot 10^{-8}|}{0,04^2}; \quad E = 5,4 \cdot 10^5 \text{ V/m.}$$



2) La charge q_0 placée en D sera soumise à une force $\vec{F}$ telle que : $\vec{F} = q_0 \vec{E}$;

q_0 étant négative, elle se déplace dans un sens opposé à celui de $\vec{E}$.

q_0 se déplace donc de D vers B.

3) Intensité du champ résultant en O

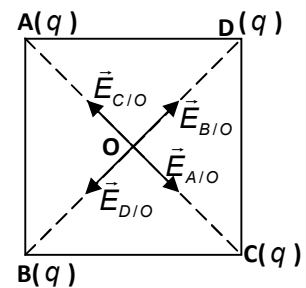
$$\vec{E}(O) = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{C/O} + \vec{E}_{D/O}; \text{ Or } E_{A/O} = E_{B/O} = E_{C/O} = E_{D/O}$$

$\vec{E}_{A/O}$ et $\vec{E}_{C/O}$ étant colinéaires et de sens contraires,

$$\vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{C/O} = \vec{0};$$

De la même façon, nous obtenons $\vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{D/O} = \vec{0}$.

$$\text{Donc } \vec{E}(O) = \vec{0} \Rightarrow E(O) = 0.$$

**Exercice 1.21****1) Caractéristiques du champ $\vec{E}$ en O milieu de [AB]**

- Origine : le point O ; - Direction : la droite (AB) ;

- Sens : à déterminer plus bas;

- Intensité : puisque $\vec{E} = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O}$, nous avons $E_{A/O} = \frac{K|q_1|}{AO^2}$ et $E_{B/O} = \frac{K|q_2|}{BO^2}$

$$|q_2| = 4|q_1| \Rightarrow E_{B/O} = 4E_{A/O}; \text{ Donc } E = |E_{A/O} - E_{B/O}| = |E_{A/O} - 4E_{A/O}| \Rightarrow E = 3E_{A/O} = \frac{3K|q_1|}{AO^2}$$

$$\text{A.N : } E = 3 \times 9 \cdot 10^9 \times \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,25^2}; \quad E = 8,64 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$E_{B/O} > E_{A/O} \Rightarrow$ le sens de $\vec{E}$ est identique à celui de $\vec{E}_{B/O}$, c'est-à-dire de B vers O.

2) Position du point C

q_1 et q_2 ayant le même signe, le point C est situé entre A et B.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A/C} + \vec{E}_{B/C} = \vec{0} \Rightarrow E_{A/C} = E_{B/C} \Rightarrow \frac{K|q_1|}{AC^2} = \frac{K|q_2|}{BC^2} \Rightarrow \frac{K|q_1|}{AC^2} = \frac{4K|q_1|}{BC^2};$$

$$\text{Nous en déduisons } \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{BC^2} \Rightarrow BC = 2AC \quad (1)$$

$$\text{D'autre part, } BC = AB - AC \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } 2AC = AB - AC \Rightarrow AC = \frac{1}{3}AB; \quad \text{A.N : } AC = 16,7 \text{ cm}$$

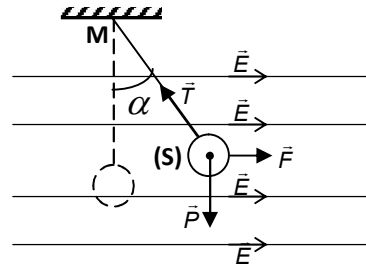


Exercice 1.22

1) Voir cours paragraphe II.3.1

2) Complétons la figure

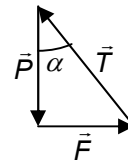
$\vec{F} = q_1 \vec{E}$; q_1 étant positif, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens

**3) Déterminons la valeur de l'angle α**

Le diagramme des forces s'exerçant sur ce pendule à l'équilibre (représenté ci-dessous) nous permet d'écrire :

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{q_1 E}{mg} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{q_1 E}{mg} \right);$$

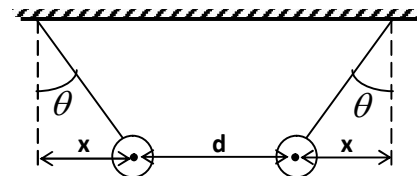
A.N : $\alpha = \frac{10^{-6} \times 5 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^{-3} \times 10} ; \alpha = 26,6^\circ ;$

**4.1) Déterminons la distance d**

$$D = d + 2x \text{ avec } \sin \theta = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l \sin \theta$$

$$D = d + 2l \sin \theta \Rightarrow d = D - 2l \sin \theta ;$$

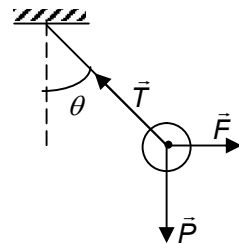
A.N : $d = 10 \cdot 10^{-2} - 2 \times 1 \times \sin 2 ; d = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

**4.2) Déterminons la charge q_2**

$$\tan \theta = \frac{F}{P} \Rightarrow F = mg \tan \theta \quad (1) \quad \text{Or } F = \frac{K |q_1| |q_2|}{d^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{F d^2}{K |q_1|} \Rightarrow q_2 = - \frac{F d^2}{K |q_1|} \quad (2)$$

(1) dans (2) donne : $q_2 = - \frac{mg \tan \theta \cdot d^2}{K |q_1|} ;$

A.N : $q_2 = - \frac{10 \cdot 10^{-3} \times 10 \times \tan 2 \times (3 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9 \times 10^{-6}} ; q_2 = -3,5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

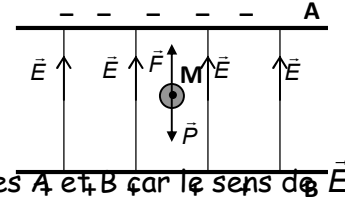
**Exercice 1.23****1) Schéma**

La particule M ayant perdu deux électrons, sa charge est :

$$q = +2e = 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \Rightarrow q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C} .$$

$\vec{F} = q \vec{E}$ avec $q > 0 \Rightarrow \vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens.

Le sens de $\vec{E}$ étant connu, nous en déduisons les signes des plaques A et B car le sens de $\vec{E}$ est toujours orienté de la plaque positive vers la plaque négative.



2) Calcul de l'intensité du champ électrique $E = \frac{U}{d} ; \text{A.N : } E = \frac{10^5}{0,5} ; E = 2 \cdot 10^5 \text{ V/m}$

3) Rayon de la particule

La particule M étant en équilibre, $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow F = P \Leftrightarrow qE = \rho V g .$

$$\text{Nous savons que } V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow qE = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3qE}{4\pi\rho g}} ;$$

A.N : $r = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3,2 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^5}{4 \times 3,14 \times 800 \times 10}} ; r = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

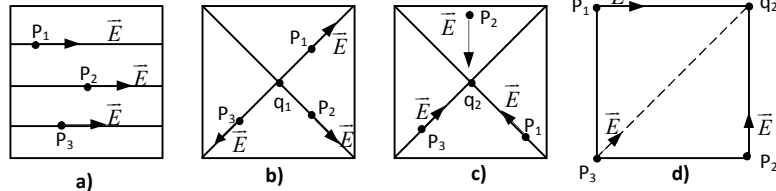
Exercice 1.24**1) Signe des charges**

q_1 crée un champ électrique centrifuge. Donc $q_1 > 0$;

q_2 crée un champ électrique centripète. Donc $q_2 < 0$;

q_3 crée un champ électrique centripète. Donc $q_3 < 0$;

2) le champ de la figure a est un champ électrique uniforme.

3) Vecteur champ $\vec{E}$ en P_3 **Exercice 1.25**

1) Vrai. 2) Vrai. 3) Faux. Une bobine parcourue par un courant est un électroaimant ; il crée donc un champ magnétique artificiel.

4) Faux. Le courant électrique traverse l'observateur des pieds vers la tête.

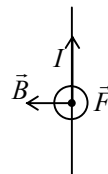
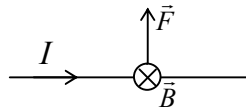
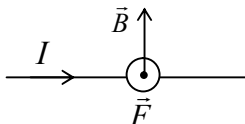
Exercice 1.26**1) Définition**

La force de Lorentz est la force magnétique $\vec{F}$ que subit une charge q en mouvement à la vitesse $\vec{V}$ dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$.

$$2) \vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}.$$

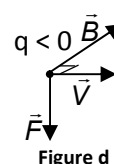
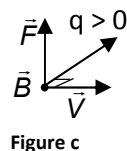
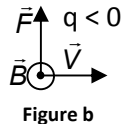
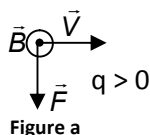
Exercice 1.27**Complétons les figures.**

Nous savons que $\vec{F} = \vec{I} \wedge \vec{B}$ donc $\vec{F} = \vec{I}$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ forment un trièdre direct

**Exercice 1.28****Représentons le vecteur inconnu dans chaque cas**

Nous savons que $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$; donc $q\vec{V}$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ forment dans cet ordre un trièdre direct.

Mais si $q < 0$, nous inversons le sens de $\vec{F}$ donné par la règle des 3 doigts de la main droite, ou par la règle de la paume de la main droite.

**Exercice 1.29**

Calcul de la vitesse de l'électron : $F = |q|VB \sin \alpha \Rightarrow V = \frac{F}{|q|B \sin \alpha}$;

A.N : $V = \frac{6,4 \cdot 10^{-15}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,2 \times \sin 12}$; $V = 9,62 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$

Exercice 1.30**1) Calcul de l'intensité B du champ magnétique**

$$B = 2.10^{-7} \cdot \frac{I}{d} ; \text{ A.N. : } B = 2.10^{-7} \times \frac{20}{0,02} ; \quad \mathbf{B = 2.10^{-4} T}$$

2.1) L'aiguille aimantée reste horizontale car elle indique la direction de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

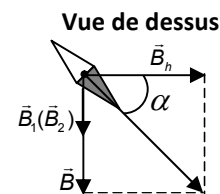
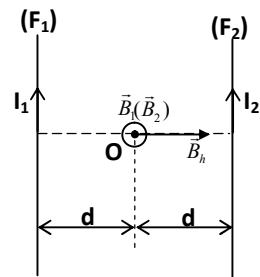
2.2) Calcul de l'angle α

Posons $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$; les vecteurs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ étant colinéaires et de même sens, nous pouvons écrire $B = B_1 + B_2$;

$$\text{Or } B_1 = B_2 = 2.10^{-4} T \Rightarrow B = 2B_1 = 4.10^{-4} T.$$

$$\text{Ainsi, } \tan \alpha = \frac{B}{B_h} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{4.10^{-4}}{2.10^{-5}} \right) ; \quad \alpha = 87^\circ$$

2.3) Lorsque les deux courants circulent dans le même sens, $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ sont colinéaires, de même intensité, mais de sens contraires. Leur résultante $\vec{B}$ est donc nulle ; l'aiguille reste horizontale.

**Exercice 1.31****1) Calculons l'intensité I du courant**

Notons $\vec{B}_0$ le champ magnétique au centre de la bobine

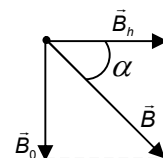
$$\tan \alpha = \frac{B_0}{B_h} \Rightarrow B_0 = B_h \tan \alpha \quad (1) \quad \text{Or } B_0 = 2\pi.10^{-7} \cdot \frac{NI}{R} \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \text{ donnent : } B_h \tan \alpha = 2\pi.10^{-7} \cdot \frac{NI}{R} \Rightarrow I = \frac{RB_h \tan \alpha}{2\pi.10^{-7} N} ; \text{ A.N. : } \mathbf{I = 3,2.10^{-2} A}$$

2) Calcul du module de $\vec{B}$

$$B^2 = B_0^2 + B_h^2 \quad (1) \text{ sachant que } \alpha = 45^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \frac{B_0}{B_h} = 1 \Rightarrow B_0 = B_h \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } B^2 = 2B_h^2 \Rightarrow B = B_h \sqrt{2} ; \text{ A.N. : } \mathbf{B = 2,8.10^{-5} T}$$

**Exercice 1.32**

Calcul de la force F à laquelle est soumise la portion de fil

$$F = ILB \sin \alpha ; \quad \text{A.N. : } F = 20 \times 5.10^{-2} \times 0,1 \times \sin \frac{\pi}{2} ; \quad \mathbf{F = 0,1 N}$$

Exercice 1.33

1) D'après la règle des trois doigts de la main droite, le fil (OA) dévie de façon que A effectue autour de O une rotation dans le sens trigonométrique (sens contraire au sens de rotation des aiguilles d'une montre).

2) Représentation du fil (OA) et des différentes forces qu'elle subit à l'équilibre

3) Relation traduisant l'équilibre du fil

$$\Sigma M_A(\vec{F}_{ext}) = 0 \Leftrightarrow M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{R}) = 0 \quad (1)$$

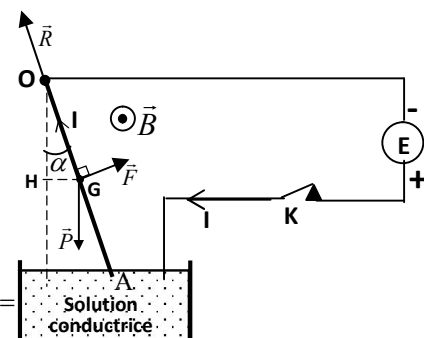
$$\text{Avec } M_A(\vec{P}) = P.GH = P.OG.\sin \alpha ; M_A(\vec{F}) = F.OG ; M_A(\vec{R}) = 0.$$

La relation (1) devient alors : $P.OG.\sin \alpha - F.OG = 0 \Leftrightarrow P.\sin \alpha - F = 0$

4) calcul de l'angle de déviation du fil

$$P.\sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{P} ; \text{ Or } F = ILB \Rightarrow \sin \alpha = \frac{ILB}{P} ;$$

$$\text{A.N. : } \sin \alpha = \frac{5 \times 0,1 \times 2,5.10^{-2}}{9.10^{-2}} = 0,14 ; \text{ Donc } \alpha = 8^\circ.$$



Chapitre 2 : LES LOIS DE NEWTON

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I Rappel de quelques notions de mécanique

I.1 Système isolé, système pseudo-isolé

Un système est dit isolé s'il ne subit l'action d'aucune force extérieure;

Un système est dit pseudo-isolé si la somme vectorielle des forces extérieures qu'il subit est nulle.

I.2 Forces intérieures, forces extérieures à un système

Une force agissant sur un système (S) est dite intérieure si elle est exercée par un élément faisant partie du système (S).

Par contre, une force agissant sur un système (S) est dite extérieure si elle provient d'un élément extérieur au système (S).

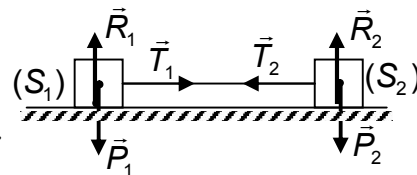
Exemple : Considérons le système ci-dessous constitué de deux solides (S_1) et (S_2) reliés par un fil fin inextensible de masse négligeable, posé sur une table horizontale.

Les forces intérieures au système sont : $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$;

Les forces extérieures sont : $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$.

N.B : poids et réactions sont des forces extérieures parce qu'elles sont exercées respectivement par la terre et le table sur les solides.

Par contre, si nous prenons pour système le solide (S_1) seul, il n'est soumis à aucune force intérieure; toutes les trois forces qu'il subit, notamment $\vec{P}_1$, $\vec{R}_1$ et $\vec{T}_1$ sont des forces extérieures.



I.3 Notion de référentiel

On appelle référentiel tout solide indéformable par rapport auquel est observé (repéré) le mouvement d'un mobile.

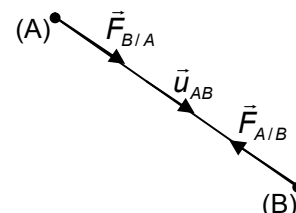
Quelques exemples de référentiel :

- Le référentiel terrestre utilisé pour l'étude des systèmes en mouvement sur la terre;
- Le référentiel géocentrique utilisé dans l'étude du mouvement des planètes;
- Le référentiel de laboratoire qui est celui de la salle où s'effectue une expérience donnée.

II Le principe des actions réciproques : 1^{ère} loi de Newton

Le principe des actions réciproques est encore appelé loi d'interaction ou principe de l'action et de la réaction. Principe vérifié par tout système en mouvement ou au repos.

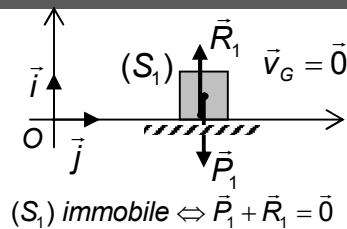
Enoncé : Lorsqu'un système (A) exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système (B), simultanément le système (B) exerce sur le système (A) une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que, les deux forces ont la même droite d'action, la même intensité et des sens contraires; d'où la relation $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.



III. Le principe d'inertie : 2^{ème} loi de Newton

III.1 Enoncé : dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie G d'un système isolé ou pseudo-isolé est immobile si le système est initialement au repos, en mouvement rectiligne uniforme si le système était initialement en mouvement.

Autrement dit, si $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$,
alors le système est soit immobile,
soit en mouvement rectiligne
uniforme.



III.2 Référentiels galiléens

On appelle référentiel galiléen, tout référentiel dans lequel s'applique le principe d'inertie.

NB : avec une assez bonne approximation, le référentiel terrestre et le référentiel de laboratoire peuvent être considérés comme des référentiels galiléens.

IV Théorème du centre d'inertie

Enoncé : Dans un référentiel galiléen, un système de masse m soumis à des forces acquiert une accélération égale à celle de son centre d'inertie G telle que $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_G$.

Le théorème du centre d'inertie est issu de la relation fondamentale de la dynamique du solide en translation qui stipule que, dans un référentiel galiléen, un système soumis à des forces extérieures de résultante non nulle voit la quantité de mouvement $\vec{p}$ de son centre d'inertie connaître une variation

telle que $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

Or $\vec{p} = m\vec{V}_G \Rightarrow \Sigma(\vec{F}_{ext}) = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V}_G)}{dt} \Leftrightarrow \Sigma(\vec{F}_{ext}) = m \frac{d\vec{V}_G}{dt}$; donc $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_G$.

V. Dynamique du solide en translation

D'après le théorème du centre d'inertie, tout système de masse M en mouvement dans un Référentiel Galiléen vérifie la relation : $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = M\vec{a}_G$,

- Si $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G = \vec{0}$, donc $\vec{V}_G = \text{cte}$; le solide est soit immobile, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

- Si $\Sigma(\vec{F}_{ext})$ est un vecteur constant non nul, le système est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

VI. Dynamique d'un solide en rotation

Un solide en rotation autour d'un axe fixe et soumis à des forces extérieures, acquiert sous l'action de ces forces une accélération angulaire $\ddot{\theta}$ telle que :

$\Sigma M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$. Avec $\Sigma M_\Delta(\vec{F}_{ext})$ en Newton mètres (N.m), J_Δ en kilogramme mètre carré (kg.m^2), $\ddot{\theta}$ en radian par seconde carré (rad.s^{-2}).

Rappel : Dans un référentiel galiléen, un solide est en équilibre si et seulement si:

$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$ et $\Sigma M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$.

NB : -Si $\Sigma M_\Delta \vec{F}_{ext} = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = \text{constante}$;

-Si $\dot{\theta} = 0$, le système est immobile ;

-Si $\dot{\theta} \neq 0$, le système est animé d'un mouvement de rotation uniforme.

Bon à savoir :

- En réalité, le référentiel terrestre n'est pas un référentiel galiléen, ceci du fait de la rotation de la terre sur elle-même autour de l'axe des pôles.
- En général, le centre d'inertie G d'un solide indéformable est confondu à son centre de gravité.
- Le théorème du centre d'inertie ne s'applique qu'aux systèmes animés d'une vitesse V vérifiant la relation $V < 0,14C$ où $C \approx 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ = célérité de la lumière dans le vide;

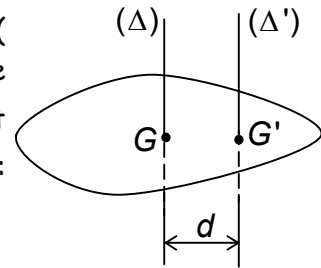
VII. Moments d'inertie**VII.1 Moments d'inertie de quelques solides par rapport à un axe (Δ) passant par leur centre de gravité.**

- Cerceau ou cylindre creux de masse M et de rayon R , $J_{\Delta} = MR^2$;
- Disque ou Cylindre plein de masse M et de rayon R , $J_{\Delta} = \frac{1}{2}MR^2$;
- Sphère pleine, homogène de masse M et de rayon R , par rapport à un axe (Δ) confondu à un diamètre de la Sphère, $J_{\Delta} = \frac{2}{5}MR^2$.
- Tige cylindrique homogène de masse M , de longueur L , par rapport à un axe de symétrie (Δ) perpendiculaire au plan de rotation de la tige : $J_{\Delta} = \frac{1}{12}mL^2$.

Avec M en kilogramme (kg), R et L en mètres(m), J_{Δ} en kilogrammes mètres carrés($kg.m^2$)

VII.2 Théorème de Huygens

Le moment d'inertie d'un solide de masse M par rapport à un axe (Δ') est égal à son moment d'inertie par rapport à un (Δ) parallèle à (Δ') et passant par son centre de gravité, augmenté du produit $M.d^2$, où d est la distance entre les deux axes. D'où l'écriture : $J_{\Delta'} = J_{\Delta} + M.d^2$.

**VII. Etapes de résolution d'un problème de dynamique**

Pour une bonne résolution d'un problème de dynamique, nous devons respecter les étapes suivantes :

1. Préciser le ou les systèmes étudiés ;
2. Utiliser un référentiel galiléen qu'on prendra soin de bien choisir ;
3. Faire l'inventaire des forces extérieures au système ;
4. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique ou le théorème du centre d'inertie.
5. Ne pas hésiter d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique ou la conservation de l'énergie mécanique si ceux-ci peuvent faciliter l'étude.

B- ENONCES DES EXERCICES

Exercice 2.1

Répondre par "Vrai" ou "Faux" puis justifier

- 1) La somme des forces extérieures agissant sur un système pseudo-isolé est nulle.
- 2) La somme des forces extérieures agissant sur un système en translation rectiligne est nulle.
- 3) Un livre au repos sur une table immobile est un système isolé.
- 4) Une voiture roulant à vitesse constante sur une piste rectiligne et horizontale est assimilable à un système pseudo-isolé.
- 5) D'après le principe des actions réciproques, lorsqu'un système (A) exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système (B), simultanément le système (B) exerce sur le système (A) une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que, $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.

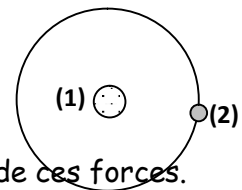
Exercice 2.2

- 1) Définir : a) référentiel b) système isolé c) système pseudo-isolé
- 2) Enoncer le principe des actions réciproques

Exercice 2.3

Considérons l'atome d'hydrogène schématisé ci-contre.

- 1) En vous servant des numéros portés sur le schéma, annoter cet atome.
- 2) Représenter sur ce schéma les forces d'interaction entre les entités chargées constituant l'atome.
- 3) En se servant du principe des actions réciproques, comparer les intensités de ces forces.
- 4) Préciser les forces extérieures s'exerçant sur les systèmes suivants :
 - a) L'atome entier
 - b) l'entité (1)

**Exercice 2.4**

- 1) Enoncer le principe d'inertie
- 2) Ce principe est-il valable dans les référentiels non galiléens?

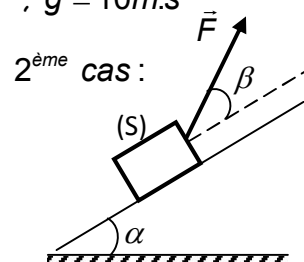
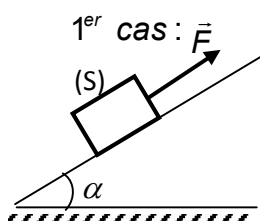
Exercice 2.5

Un solide (S) de masse $m = 100\text{g}$ se déplace à une vitesse constante sur une table horizontale à coussin d'air.

- 1) Quelle est la particularité d'une table à coussin d'air?
- 2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies?
 - a) Le solide (S) n'est soumis qu'à son poids pendant ce mouvement.
 - b) Le solide ne s'arrêtera jamais si la longueur de la table est infinie.
- 3) Déterminer l'intensité de chacune des forces s'exerçant sur ce solide pendant son mouvement. On donne : $g = 10\text{m.s}^{-2}$

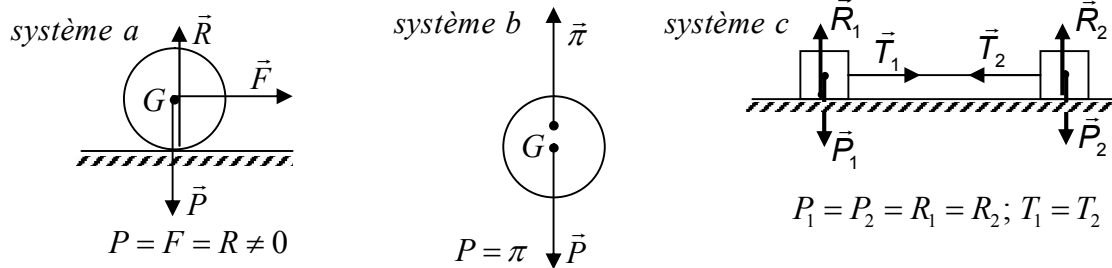
Exercice 2.6

Un solide (S) de masse $m = 100\text{g}$ glisse à une vitesse constante un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale sous l'effet d'une force motrice $F = 50\text{N}$. Sachant que la résultante des forces de frottement agissant sur (S) a pour intensité f , déterminer f dans chacun des cas ci-dessous. On donne : $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 20^\circ$; $g = 10\text{m.s}^{-2}$

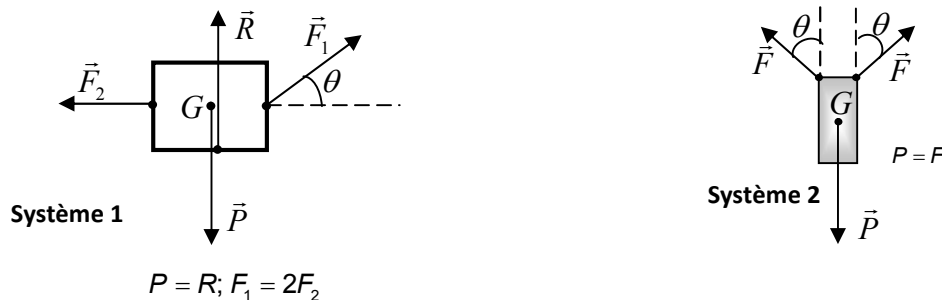


Exercice 2.7

1) Les systèmes ci-dessous sont représentés à un instant t de leur mouvement.
D'après le principe d'inertie quels sont les systèmes qui se déplacent à vitesse constante?
Justifier.



2) pour chacun des cas de figure ci-dessous, déterminer l'expression qui donne la valeur de l'angle θ pour que le système schématisé se déplace à vitesse constante

**THEOREME DU CENTRE D'INERTIE****Exercice 2.8**

Répondre par "Vrai" ou "Faux" puis justifier

- 1) Le théorème du centre d'inertie ne s'applique qu'aux systèmes animés d'une vitesse V vérifiant la relation $V < 0,14C$ avec $C \approx 300000 \text{ km.s}^{-1}$ = célérité de la lumière dans le vide;
- 2) Le théorème du centre d'inertie est issu de la relation fondamentale de la dynamique.

Exercice 2.9

- 1) Enoncer le théorème du centre d'inertie
- 2) Définir : référentiel galiléen.
- 3) Citer quelques exemples de référentiels galiléens que vous connaissez.

DYNAMIQUE DU SOLIDE**Exercice 2.10**

Un disque de masse $m = 200\text{g}$ et de rayon $R = 10\text{ cm}$ tourne autour d'un axe (Δ) passant par son centre d'inertie G à une vitesse $N = 30\text{tr/min}$
Calculer son moment d'inertie J par rapport à l'axe (Δ) .

Exercice 2.11

Calculer les moments d'inertie des systèmes suivants :

- 1) Une sphère de masse $m = 200\text{g}$ et de rayon $R = 10\text{cm}$. Moment d'inertie par rapport à un axe (Δ) passant par son centre G .
- 2) Une pièce de monnaie de masse $m = 40\text{g}$ et de diamètre $D = 3\text{cm}$. Axe (Δ) perpendiculaire à l'une de ses faces et passant par son centre G .
- 3) Un Cerceau de rayon $r = 10\text{cm}$, de masse $m = 200\text{g}$ par rapport à un axe (Δ) passant par son centre.
- 4) Tige de masse $m = 200\text{g}$, de longueur $l = 80\text{cm}$. Axe (Δ) passant par l'une de ses extrémités.
- 5) Un Cerceau de rayon $r = 10\text{cm}$, fabriqué à base d'un alliage de masse linéique $\mu = 20\text{g.cm}^{-1}$, par rapport à un axe (Δ) passant par son centre.

Exercice 2.12

Trois tiges identiques de masse m et de longueur l sont soudées par leurs extrémités de manière à former un triangle équilatéral.

- 1) Calculer : le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe passant par un de ses sommets et perpendiculaire au plan du triangle.
- 2) Calculer le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe perpendiculaire au plan triangle et passant par le milieu d'un côté.
- 3) Calculer le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par son centre de gravité.

Exercice 2.13

Un solide (S) de masse $m = 2 \text{ kg}$ est en mouvement sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$. Le mouvement se fait de haut en bas et les frottements sont négligeables.

N.B : On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

- 1) Déterminer l'accélération du solide en considérant qu'il y a glissement sans roulement et en appliquant le théorème du centre d'inertie.
- 2) Déterminer l'accélération du solide en considérant que les frottements sont équivalents à une force constante $\vec{f}$ colinéaire à la ligne de plus grande pente et d'intensité $f = 0,5 \text{ N}$.

Exercice 2.14

Un solide (S) de masse $m = 10 \text{ kg}$ assimilable à un point matériel est en mouvement sur un rail AB horizontal sous l'effet d'une $\vec{F}$ constante et parallèle au rail.

- 1) En négligeant les frottements, exprimer l'accélération "a" de (S) sur le trajet (AB) en fonction de F et m , puis déterminer la nature du mouvement de (S) sur ce trajet.

- 2) En effet, le mobile part de A sans vitesse initiale et arrive en B après 6 s, avec une vitesse $V_B = 3 \text{ m/s}$

2.1) Calculer l'accélération "a" du solide S.

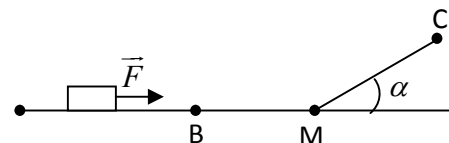
2.2) En déduire le module de la force F .

2.3) Déterminer la distance AB.

- 3) Au point B, la force $\vec{F}$ s'annule et le solide parcourt [BM] en 3 secondes puis aborde un plan incliné d'angle $\alpha = 10^\circ$.

3.1) Sachant que les frottements sont négligeables pendant tout le mouvement de (S), déterminer la vitesse de (S) en M.

3.2) Calculer la distance $d = MC$ sachant que le solide s'arrête en C.

**Exercice 2.15**

On abandonne sans vitesse initiale en un point O d'une côte d'inclinaison α , un solide ponctuel (S) masse $m = 250 \text{ g}$. L'intensité de la résultante des forces de frottement auxquelles est soumis (S) entre O et M dépend de l'angle α selon la relation $f = 0,3 \cos \alpha$.

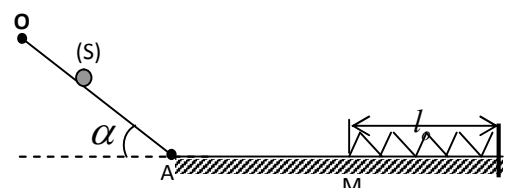
- 1) Déterminer l'accélération a_1 du mobile sur le tronçon OA. On donne $\alpha = 20^\circ$.

2) Sachant que $OA = 3,5 \text{ m}$, déterminer la vitesse V_A du mobile à son arrivée en A.

3) Déterminer l'accélération a_2 du solide sur le tronçon AM rectiligne et horizontal.

4) Exactement à l'instant où (S) arrive en M, il percute l'extrémité libre d'un ressort (R) horizontal de constante de raideur $K = 30 \text{ N/m}$. En considérant qu'il n'y a aucune perte d'énergie et que les frottements sur le solide (S) sont négligeables après le point M,

- 4.1) Calculer la longueur du ressort à la fin de la compression par le solide (S). On donne : longueur à vide du ressort $l_0 = 60 \text{ cm}$, vitesse de (S) en M : $V_M = 1,6 \text{ m.s}^{-1}$



- 4.2) Quelle aurait été cette longueur si les frottements étaient négligeables sur [AM].

5) On suppose que le solide (S), en arrivant en M avec la même vitesse qu'à la question (4.1), percute plutôt une bille (B) ayant la même masse que (S), suspendue à un fil vertical de masse négligeable et de longueur $l = 1\text{ m}$. Déterminer l'angle maximal de déviation θ du fil après le choc supposé élastique.

Exercice 2.16

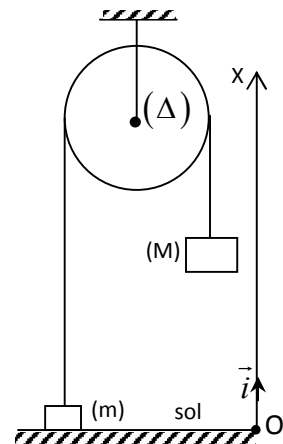
Un fil inextensible de masse négligeable passe par la gorge d'une poulie de masse $m' = 100\text{ g}$ et de rayon $r = 50\text{ cm}$, mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal. Ce fil porte deux masses de valeurs

$M = 400\text{ g}$ et $m = 150\text{ g}$. La masse M est initialement à $h = 2\text{ m}$ au dessus du sol, alors que la masse m est presque au sol, mais sans contact avec le sol.

A $t = 0$, on abandonne sans vitesse initiale le système.

- 1) Calculer l'accélération "a" prise par la masse (M).
- 2) En déduire les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}$ de la masse m.
- 3) Calculer la tension de chaque brin de fil pendant le mouvement.

NB : Nous assimilerons la poulie à un cerceau. On prendra $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.



Exercice 2.17

Une sphère (S) et un cylindre plein (C) de masses et de rayons identiques, partent ensemble du haut d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 37^\circ$ avec l'horizontale.

- 1) Quelles sont les accélérations a_s et a_c du centre d'inertie de chacun des mobiles si le plan est poli et que les deux mobiles glissent sans rouler. On donne $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.
- 2) Calculer les accélérations a_s et a_c du centre d'inertie de chacun des mobiles si le plan est rugueux, c'est à dire si les mobiles roulent sans glisser.

Exercice 2.18

1) Deux fils inextensibles et identiques (F_1) et (F_2), de masses négligeables passant par les deux gorges d'une poulie de masse m, portent à leurs extrémités 2 masses M_1 et M_2 comme l'indique la figure ci-dessous.

On donne : $r_1 = 2r_2 = 15\text{ cm}$,
 $M_1 = 4M_2 = 1,5\text{ kg}$, $g = 10\text{ m.s}^{-2}$, $\alpha = 30^\circ$; $m = 800\text{ g}$.

- 1.1) Exprimer en fonction de m et r_2 le moment d'inertie J de la poulie en considérant que les deux disques portant les deux gorges de la poulie (de rayons respectifs r_1 et r_2) sont homogènes et d'égales épaisseurs.

- 1.2) Calculer J

2.1) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, déterminez l'expression des accélérations a_1 et a_2 de M_1 et M_2 respectivement, en fonction de M_1 , M_2 , α , g , J et r_2 . **NB** : Le fil (F_1) passe par la gorge de rayon r_1

2.2) Retrouvez les résultats de la question (2.1) à l'aide du théorème de l'énergie cinétique.

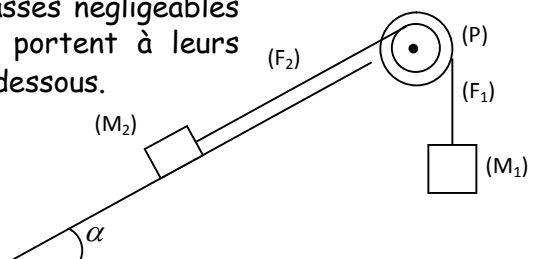
2.3) Calculer a_1 et a_2 . on prendra $J = 7,65 \cdot 10^{-3}\text{ kg.m}^2$.

Exercice 2.19

Une boule sphérique de masse $m = 2\text{ kg}$ est abandonnée sans vitesse initiale à l'extrémité supérieure O d'un plan parfaitement lisse incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

- 1) Soit V la vitesse de la boule à un instant t quelconque, exprimer son énergie cinétique en fonction de m et V sachant que la boule roule sans glisser.
- 2) Calculer cette énergie cinétique pour $V = 4\text{ m/s}$.
- 3) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
- 4) A l'aide du théorème de l'énergie cinétique, exprimer l'accélération de la boule en fonction de g et α .

5) Déterminer α si l'accélération de la boule vaut $\frac{1}{6}g$.



C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 2.1

- 1) Vrai. 2) Faux.
 3) Faux. Le livre au repos est soumis à deux forces qui se compensent, il constitue donc un système pseudo isolé.
 4) Vrai. 5) Vrai.

Exercice 2.2

- 1) Définitions : Voir cours paragraphe I.1 et I.3
 2) Voir cours paragraphe II

Exercice 2.3

1) Annotons l'atome

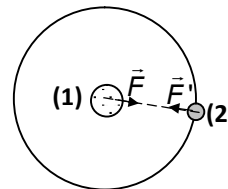
1 : noyau 2 : électron

2) Représentons les forces d'interaction :

$\vec{F}$: la force d'attraction exercée par l'électron sur le noyau ;

$\vec{F}'$: la force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron ;

3) D'après le principe des actions réciproques, $\vec{F}$ et $\vec{F}'$ ont la même intensité.



4) Précisons les forces extérieures s'exerçant sur les systèmes

- a) sur l'atome entier : aucune force extérieure ;
 b) sur le noyau : la force d'attraction $\vec{F}$ exercée par l'électron.

Exercice 2.4

- 1) Voir cours paragraphe III.1
 2) Non. Le principe d'inertie n'est valable que dans les référentiels galiléens.

Exercice 2.5

- 1) La table à coussin d'air a la particularité de n'exercer aucun frottement sur le solide en mouvement à sa surface.
 2) a) Faux. Le solide (S) est soumis à une réaction $\vec{R}$ perpendiculaire à la surface de la table. Cette réaction compense exactement le poids du solide (S).
 b) Vrai. c) $P = mg$; A.N : $P = 0,1 \times 10$; $P = R = 1N$.

Exercice 2.6

Déterminons l'intensité f de la résultante des forces de frottement.

1^{er} cas : étant donné que le solide (S) se déplace à vitesse constante, la somme des forces extérieures qu'elle subit est nulle.

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0} ;$$

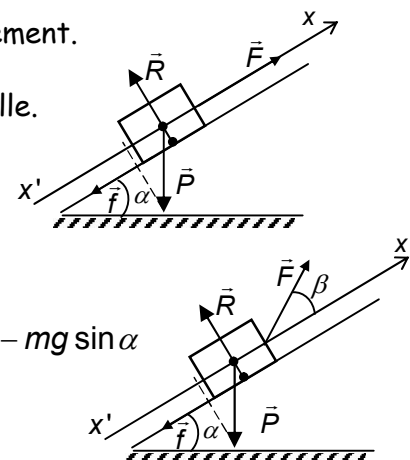
Projection sur l'axe $x'x$: $-P \sin \alpha + F - f = 0 \Rightarrow f = F - mg \sin \alpha$;

A.N : $f = 50 - 0,1 \times 10 \times \sin 30$; **$f = 49,5N$**

2^{ème} cas : $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$

Projection sur l'axe $x'x$: $-P \sin \alpha + F \cos \beta - f = 0 \Rightarrow f = F \cos \beta - mg \sin \alpha$

A.N : $f = 50 \cos 20 - 0,1 \times 10 \times \sin 30$; **$f = 46.5N$**



Exercice 2.7

1) Les systèmes qui se déplacent à vitesse constante sont le système (b) et le système (c) tous soumis à des forces qui se compensent deux à deux.

Le système (a) ne se déplace pas à vitesse constante car $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} \neq \vec{0}$. La force $\vec{F}$ agit seul suivant l'horizontale.

2) Valeur de l'angle θ pour que le système se déplace à vitesse constante.

Système 1 : $\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = \vec{0}$;

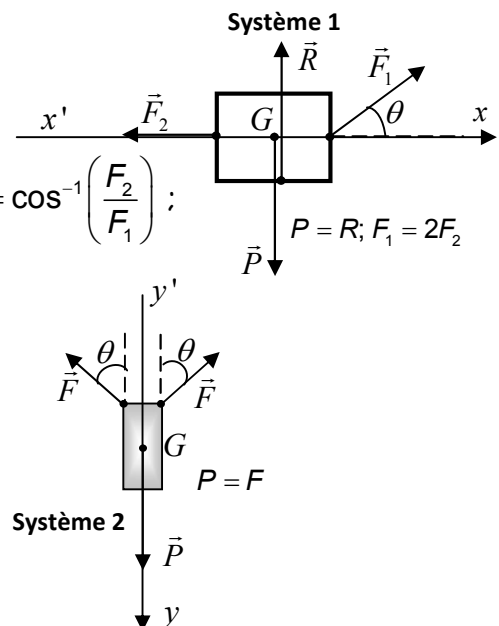
Projection suivant $x'x$: $F_1 \cos \theta - F_2 = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$;

Or $F_1 = 2F_2 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$; $\theta = 60^\circ$.

Système 2 : $\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{F} = \vec{0}$;

Projection suivant $y'y$: $P - F \cos \theta - F \cos \theta = 0$

$\Rightarrow \cos \theta = \frac{P}{2F} = \frac{F}{2F} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$; donc $\theta = 60^\circ$

**Exercice 2.8**

1) Vrai ; 2) Vrai

Exercice 2.9

1) Voir cours paragraphe IV. 2) Voir cours Paragraphe III.2

3) Exemples de référentiels galiléens : le référentiel terrestre et le référentiel de laboratoire.

Exercice 2.10

Calculons le moment d'inertie J du disque par rapport à (Δ) .

$$J = \frac{1}{2} m R^2 ; \text{ A.N : } J = \frac{1}{2} \times 200 \cdot 10^{-3} \times 0,1^2 ; \quad J = 10^{-3} \text{ kg.m}^2.$$

Exercice 2.11

Calculons les moments d'inertie des systèmes suivants :

1) La sphère : $J_1 = \frac{2}{5} m R^2$; A.N : $J_1 = \frac{2}{5} \times 200 \cdot 10^{-3} \times (0,1)^2$; $J_1 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$

2) La pièce de monnaie : $J_2 = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{D^2}{4} \Rightarrow J_2 = \frac{1}{8} m D^2$;

$$\text{A.N : } J_2 = \frac{1}{8} \times 40 \cdot 10^{-3} \times (3 \cdot 10^{-2})^2 ; \quad J_2 = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2.$$

3) Cerceau : $J_3 = m r^2$; A.N : $J_3 = 200 \times 10^{-3} \times 0,1^2$; $J_3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.

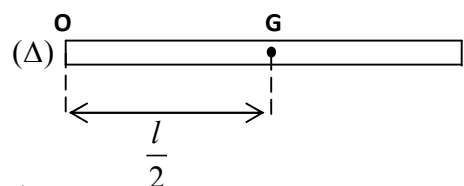
4) Tige : D'après le théorème de Huygens,

$$J_\Delta = J_G + m \cdot OG^2 ; J_\Delta = \frac{1}{12} m l^2 + m \frac{D^2}{4} \Rightarrow J_\Delta = \frac{1}{3} m l^2$$

$$\text{A.N : } J_\Delta = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \times 0,8^2 ; \quad J_\Delta = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

5) $J = m r^2$; avec $m = 2\pi r \cdot \mu \Rightarrow J = 2\pi r^3 \mu$; avec $\mu = 2 \text{ kg.m}^{-1}$

$$\text{A.N : } J = 2 \times 3,14 \times 0,1^3 \times 2 ; \quad J = 1,26 \cdot 10^{-1} \text{ kg.m}^2.$$



Exercice 2.12

1) Calculons le moment d'inertie J du triangle par rapport à un axe passant par un sommet et perpendiculaire à son plan.

Nous déterminons le moment d'inertie du triangle par rapport à un axe passant par A.

Soient J_1 , J_2 et J_3 les moments d'inertie des tiges AB, AC et

BC respectivement. $J = J_1 + J_2 + J_3$ (1)

D'après le théorème de Huygens,

$$J_1 = J_{G_1} + m.(G_1A)^2; \quad J_2 = J_{G_2} + m.(G_2A)^2; \quad J_3 = J_{G_3} + m.(G_3A)^2$$

Or $J_{G_1} = J_{G_2} = J_{G_3} = \frac{1}{12}ml^2$; et $G_1A = G_2A = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}l$;

$$(G_3A)^2 + (G_3B)^2 = (AB)^2 \Rightarrow (G_3A)^2 = (AB)^2 - (G_3B)^2 \Rightarrow (G_3A)^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}l^2$$

De tout ce qui précède, nous déduisons :

$$J_1 = J_2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{3}{12}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2 ; \quad \text{Donc } J_1 = J_2 = \frac{1}{3}ml^2 \quad (2)$$

$$J_3 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{3}{4}l^2\right) = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{3}{4}ml^2 = \frac{5}{6}ml^2 ; \quad \text{Donc } J_3 = \frac{5}{6}ml^2. \quad (3)$$

(2) et (3) dans (1) donne : $J = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 + \frac{5}{6}ml^2$; Enfin : $J = \frac{3}{2}ml^2$.

2) Calculons le moment d'inertie J du triangle par rapport à un axe (Δ) passant par le milieu G_1 du côté AB.

$J' = J'_1 + J'_2 + J'_3$ (1) ; avec J'_1 , J'_2 et J'_3 les moments d'inertie des tiges AB, AC et BC respectivement.

Δ_1 passe par le centre de gravité G_1 de AB ; donc $J'_1 = \frac{1}{12}ml^2$ (2)

D'après le théorème de Huygens, $J'_2 = \frac{1}{12}ml^2 + m.(G_2G_1)^2$; $J'_3 = \frac{1}{12}ml^2 + m.(G_3G_1)^2$

D'après le théorème de Thalès, $\frac{G_2G_1}{BC} = \frac{AG_2}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow G_2G_1 = \frac{1}{2}BC \Rightarrow G_2G_1 = \frac{1}{2}l$

De même $G_3G_1 = \frac{1}{2}l$; donc $G_2G_1 = G_3G_1 = \frac{1}{2}l$.

Par conséquent, $J'_2 = J'_3 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$.

Nous obtenons $J'_2 = J'_3 = \frac{1}{3}ml^2$ (3)

(3) et (2) dans (1) donne : $J' = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 = \frac{9}{12}ml^2 = \frac{3}{4}ml^2$; $J' = \frac{3}{4}ml^2$.

3) Calculons le moment d'inertie J'' du triangle par rapport à un axe passant par son centre de gravité G . $J'' = J''_1 + J''_2 + J''_3$ (1)

avec $J''_1 = J''_{G_1} + m.(G_1G)^2$; $J''_2 = J''_{G_2} + m.(G_2G)^2$; $J''_3 = J''_{G_3} + m.(G_3G)^2$

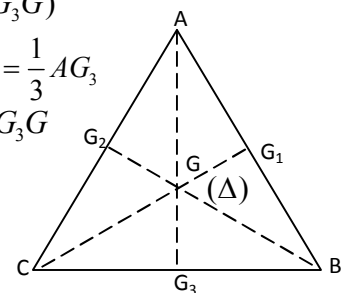
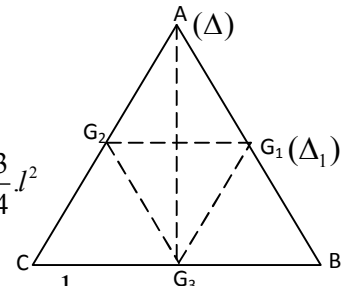
Or $J''_{G_1} = J''_{G_2} = J''_{G_3} = \frac{1}{12}ml^2$; Puis $G_1G = \frac{1}{3}CG_1$; $G_2G = \frac{1}{3}BG_2$ et $G_3G = \frac{1}{3}AG_3$

Le triangle (ABC) étant équilatéral $AG_3 = BG_2 = CG_1 \Rightarrow G_1G = G_2G = G_3G$

$$G_3G = \frac{1}{3}AG_3 \Rightarrow (G_3G)^2 = \frac{1}{9}(AG_3)^2$$

A la question (1), nous avons montré que $(G_3A)^2 = (AG_3)^2 = \frac{3}{4}l^2$

$$\Rightarrow (AG_3)^2 = (BG_2)^2 = (CG_1)^2 = \frac{3}{4}l^2.$$



$$\text{Ainsi, } G_3G = \frac{1}{3}AG_3 \Rightarrow (G_3G)^2 = \frac{1}{9}(AG_3)^2 = \frac{1}{9} \times \frac{3}{4}l^2 \Rightarrow (G_3G)^2 = \frac{1}{12}l^2$$

$$\text{Par conséquent : } J_1'' = J_2'' = J_3'' = \frac{1}{12}ml^2 + m \cdot \frac{1}{12}l^2 = \frac{1}{6}ml^2 \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \Rightarrow J'' = 3J_1'' = 3 \times \frac{1}{6}ml^2 \Rightarrow J'' = \frac{1}{2}ml^2 ;$$

Exercice 2.13

1) Accélération du solide en considérant qu'il y a glissement sans roulement.

Système : le solide (S)

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

Inventaire de forces :

- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique :

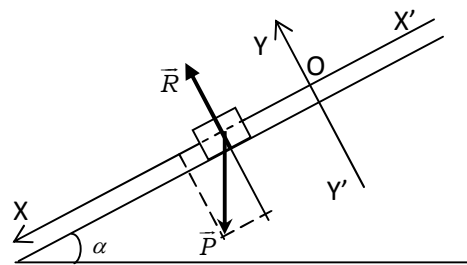
$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection sur l'axe (x'x) : $P \sin \alpha = m a_x \Rightarrow m g \sin \alpha = m a_x \quad (1)$

Projection sur l'axe (y'y) : $R - P \cos \alpha = m a_y$; or le solide ne se déplace pas selon y'y ; donc

$$a_y = 0 \text{ par conséquent } R - p \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow m g \sin \alpha = m a \Rightarrow a = g \sin \alpha ; \quad \underline{\text{AN}} : a = 10 \times \sin 30 ; a = 5 \text{ m.s}^{-2}$$



2) Déterminons l'accélération en considérant les frottements

Système: le solide (S) ;

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

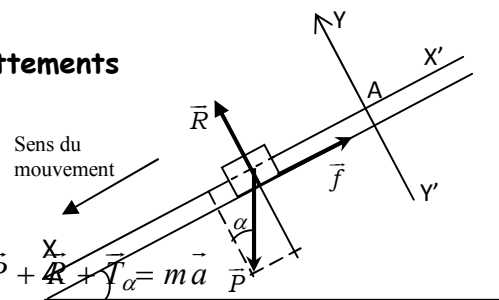
Inventaire de forces : le poids $\vec{P}$; la réaction $\vec{R}$;

Les forces de frottement $\vec{f}$;

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection suivant x'x : $P \sin \alpha - f = m a \Rightarrow a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$;

$$\underline{\text{AN}} : a = 10 \sin 30 - \frac{0,5}{2} ; a = 4,75 \text{ m.s}^{-2}$$



Exercice 2.14

1) Accélération "a" de (S) sur le trajet (AB)

Système : le solide (S)

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

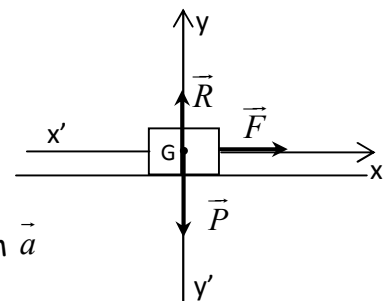
Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du solide (S)

- La réaction $\vec{R}$ du rail ; La force motrice $\vec{F}$;

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

Projection sur x'x : $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \text{constante} ;$

Le mouvement de (S) est donc rectiligne uniformément accéléré .



2.1) Calculons a ;

$$V_B = at + V_o \Rightarrow a = \frac{V_B - V_o}{t} ; \quad \underline{\text{AN}} : a = \frac{3 - 0}{6} ; \quad a = 0,5 \text{ m.s}^{-2}.$$

2.2) déduisons en le module de F

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m a ; \quad \underline{\text{AN}} : F = 10 \times 0,5 ; \quad F = 5 \text{ N.}$$

2.3) Déterminons la distance AB

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = F \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{m(V_B^2 - V_A^2)}{2F} \Rightarrow AB = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2a} ; \quad \underline{\text{A.N}} : AB = \frac{3^2 - 0^2}{2 \times 0,5} ; \quad AB = 9 \text{ m.}$$

3.1) Déterminons la vitesse de (S) en M

Si $\vec{F} = \vec{O}$, alors le solide (S) n'est plus soumis qu'à deux forces :

Le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ qui se compensent. La somme des forces s'exerçant sur (S) est donc nulle. Par conséquent, le mouvement de (S) entre B et M est rectiligne uniforme.

$$\text{Donc } V_M = V_B = 4 \text{ m.s}^{-1}$$

3.2) Calculons d = MC

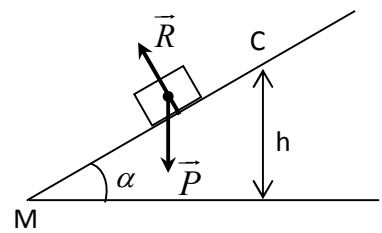
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = \sum W \vec{F}_{ext} \Rightarrow \frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_M^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) ;$$

$$\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_M^2 = -m g h \text{ or } \sin \alpha = \frac{h}{MC} \Rightarrow h = MC \sin \alpha$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_M^2 = -m g MC \sin \alpha \Rightarrow MC = \frac{V_C^2 - V_M^2}{-2 g \sin \alpha} ;$$

$$\underline{\text{AN}} : MC = \frac{0 - 4^2}{-2 \times 10 \times \sin 10} ; \quad MC = 4,6 \text{ m.}$$

**Exercice 2.15****1) Déterminons l'accélération a_1 du mobile sur (OA)**

système le solide (S) : référentiel terrestre supposé galiléen ;

bilan des forces : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$, la force de frottement $\vec{f}$.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\sum (\vec{F}_{ext}) = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m \vec{a}$$

$$\text{Projection sur } (O, \vec{i}) : P \sin \alpha - f = m a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{mg \sin \alpha - \lambda}{m}$$

$$\text{Or } f = 0,3 \cos \alpha \Rightarrow a_1 = \frac{mg \sin \alpha - 0,3 \cos \alpha}{m} \Rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \frac{0,3 \cos \alpha}{m}$$

$$\underline{\text{AN}} : a_1 = 10 \times \sin 20 - \frac{0,3 \cos 20}{0,25} ; \quad a_1 = 2,3 \text{ m.s}^{-2}$$

2) Vitesse V_A du mobile en A.

$$V_A^2 - V_0^2 = 2 a_1 \cdot OA \Rightarrow V_A = \sqrt{V_0^2 + 2 a_1 OA}$$

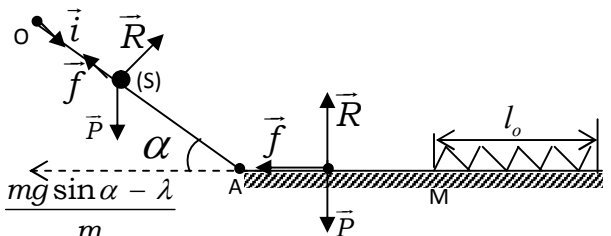
$$\underline{\text{AN}} : V_A = \sqrt{0^2 + 2 \times 2,3 \times 3,5} ; \quad V_A = 4 \text{ m.s}^{-1}.$$

3) Déterminons l'accélération du mobile sur [AM]

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\sum (\vec{F}_{ext}) = m \vec{a}_2 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}_2$

$$\text{Projection sur l'horizontale: } -f = m a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-f}{m} = \frac{-0,3 \cos \alpha}{m} \text{ avec } \alpha = 0$$

$$\underline{\text{AN}} : a_2 = \frac{-0,3 \cos 0}{0,25} ; \quad a_2 = -1,2 \text{ m.s}^{-2}$$



4.1) Calculons la longueur du ressort à la fin de la compression

Avant le contact entre (S) et le ressort, l'énergie mécanique du système ressort - solide (S) se réduit à l'énergie cinétique de (S). Donc $E_M = \frac{1}{2} m V_M^2$.

A la fin de la compression, (S) a une vitesse nulle, l'énergie mécanique du système se réduit alors à l'énergie potentielle élastique du ressort ; Donc $E_M = \frac{1}{2} K (\Delta l)^2$

Conservation de l'énergie mécanique : $E_M = cte \Rightarrow \frac{1}{2} m V_M^2 = \frac{1}{2} K \Delta l^2$

$$\Rightarrow m V_M^2 = K (\Delta l)^2 \Rightarrow \Delta l = V_M \sqrt{\frac{m}{K}} = l_0 - l \Rightarrow l = l_0 - V_M \sqrt{\frac{m}{K}}.$$

AN : $l = 0,6 - 1,6 \sqrt{\frac{0,25}{30}} \quad l = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$

4.2) Si nous négligeons les frottements, le mouvement de (S) entre A et M est uniforme.

Par conséquent, $V_M = V_A = 4 \text{ m.s}^{-1}$; Sachant que $l = l_0 - V_M \sqrt{\frac{m}{K}}$;

nous aurons : $l = 0,6 - 4 \sqrt{\frac{0,25}{30}} ; l = 0,23 \text{ m} = 23 \text{ cm}.$

5) Déterminons l'angle maximal θ de déviation du fil

le choc étant élastique et la bille (B) ayant une masse égale à celle du solide (S), nous obtenons en appliquant :

la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie cinétique d'autre part, $V_B = V_M = 1,6 \text{ m.s}^{-1}$;

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre le choc et la position M_1 de la bille.

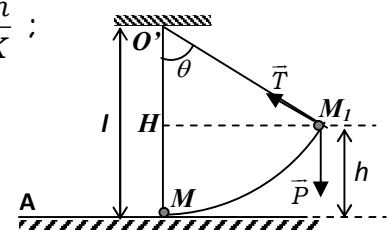
$$\Delta E_c = W(\vec{p}) + W(\vec{T}) \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{M_1}^2 - \frac{1}{2} m V_M^2 = -P h$$

Or $V_{M_1} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} m V_M^2 = -m g h \Rightarrow \frac{1}{2} V_M^2 = g h \quad (1)$

De même $h = O'M - O'H = l - l \cos \theta = l(1 - \cos \theta) ; \quad (2)$

(2) dans (1) donne : $\frac{1}{2} V_M^2 = g l(1 - \cos \theta) \Rightarrow 1 - \cos \theta = \frac{V_M^2}{2 g l}$

$\Rightarrow \cos \theta = 1 - \frac{V_M^2}{2 g l} \quad \text{AN : } \cos \theta = 1 - \frac{4^2}{2 \times 10 \times 1} = 0,87 ; \quad \theta = 1,37^\circ$

**Exercice 2.16****1) Calculons l'accélération a prise par la masse M**

Inventaire des forces : les poids $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$, les tensions

$\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_2'$ et $\vec{T}_1'$

Référentiel de laboratoire supposé galiléen

1^{er} Sous système : La masse M

Bilan des forces : le poids $\vec{P}_1$ la tension $\vec{T}_1$ du fil.

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = M \vec{a}$

Projection sur l'axe $(O, \vec{i})$: $-P_1 + T_1 = -Ma. \quad (1)$

2^e Sous système : la poulie (P)

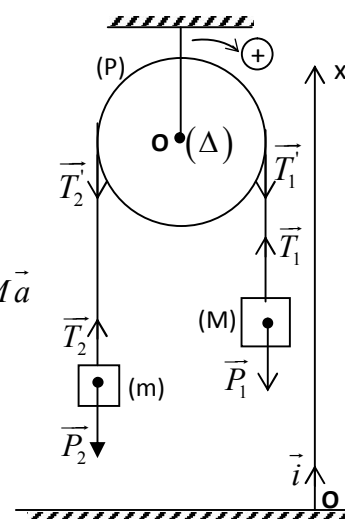
Référentiel de laboratoire supposé galiléen

Relation fondamentale de la dynamique :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_\Delta(\vec{T}_1) + M_\Delta(\vec{T}_2) = J \ddot{\theta}$$

D'après le sens positif des moments choisi sur la figure :

$$M_\Delta(\vec{T}_1) = T_1' r \text{ et } M_\Delta(\vec{T}_2) = -T_2' r \Rightarrow T_1' r - T_2' r = J \ddot{\theta}$$



(2)

3° Sous système : La masse m.

Théorème du centre d'inertie : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$.

Projection sur l'axe $(O, \vec{i})$: $-P_2 + T_2 = ma$ (3)

Le fil étant inextensible, $T_1 = T_1'$ et $T_2 = T_2'$. (2) devient : $T_1 r - T_2 r = J\ddot{\theta} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{J}{r}\ddot{\theta}$ (4)

D'après la relation (1) : $T_1 = P_1 - Ma$ (5)

D'après la relation (3) : $T_2 = P_2 + ma$ (6)

(5) et (6) dans (4) donne : $P_1 - Ma - (P_2 + ma) = \frac{J}{r}\ddot{\theta}$ (7)

Etant donné que le fil ne glisse pas sur la gorge de la poulie, à un déplacement x de la corde correspond un angle θ tel que :

$$x = r\theta \Rightarrow \frac{dx}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = r \frac{d^2\theta}{dt^2}; \text{ donc } a = r\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{a}{r} \quad (8)$$

(8) dans (7) donne : $P_1 - Ma - P_2 - ma = \frac{J}{r} \cdot \frac{a}{r}$; avec $P_1 = Mg$ et $P_2 = mg$

$$\Rightarrow Mg - Ma - mg - ma = a \frac{J}{r^2} \Rightarrow (M - m)g = a \left(M + m + \frac{J}{r^2} \right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{(M - m)g}{M + m + \frac{J}{r^2}}. \quad \text{or } J = \frac{1}{2}m'r^2 \Rightarrow a = \frac{(M - m)g}{M + m + \frac{m'r^2}{2r^2}} \Rightarrow a = \frac{(M - m)g}{M + m + \frac{m'}{2}}$$

$$\underline{\text{AN}} : a = \frac{(0,4 - 0,15) \times 10}{0,4 + 0,15 + \frac{0,1}{2}} ; \quad a = 4,2 \text{ m.s}^{-2}.$$

2) Dédudons-en les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}'$ de (m)

Les deux solides (m) et (M) sont liés par un fil inextensible. A un déplacement x de (M) vers le bas, correspond un déplacement x de (m) vers le haut. Par conséquent $\vec{a}$ et $\vec{a}'$ sont colinéaires, ont la même norme, mais des sens contraires.

Par conséquent, les caractéristiques de $\vec{a}'$ sont:

- Point d'application : le centre d'inertie G' de (m)
- Direction : verticale passant par le centre de gravité G' de (m)
- Sens : ascendant ; Intensité ou norme : $a' = a = 4,2 \text{ m.s}^{-2}$

3) Calculons la tension de chaque brin de fil pendant le mouvement.

D'après la relation (5) ; $T_1 = P_1 - Ma \Rightarrow T_1 = Mg - Ma$

$$\Rightarrow T_1 = M(g - a); \underline{\text{AN}} : T_1 = 0,4(10 - 4,2); \quad T_1 = 2,32 \text{ N}$$

$$(6) \Rightarrow T_2 = P_2 + ma \Rightarrow T_2 = mg + ma = m(g + a); \underline{\text{AN}} : T_2 = 0,15(10 + 4,2); \quad T_2 = 2,13 \text{ N}.$$

Exercice 2.17

1) Déterminons a_s et a_c

Système : La sphère (S) ;

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

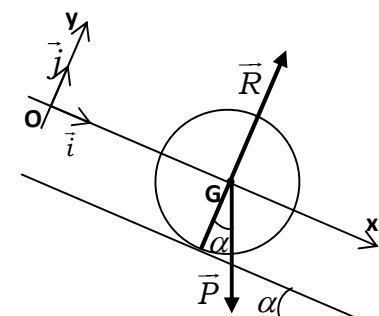
Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de (S) et la réaction $\vec{R}$ du plan ;

Théorème du centre d'inertie : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

projection sur $(O, \vec{i})$: $P \sin \alpha = ma_G$

$$\Rightarrow mg \sin \alpha = ma_G \Rightarrow a_G = g \sin \alpha ;$$

Par conséquent : $a_s = a_c = g \sin \alpha$; AN : $a_s = a_c = 10 \times \sin 37$; $a_s = a_c = 6 \text{ m.s}^{-2}$



2) Calculons les accélérations : a_s et a_c pour un roulement sans glissement

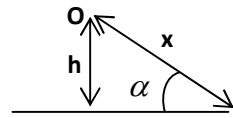
Appliquons au système, (S) ou (C) le théorème de l'énergie cinétique à un instant t quelconque où g est en un point M ; $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Leftrightarrow E_C - E_{C_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ (1)

$$\text{A un instant } t \text{ quelconque, } E_C = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$W_{OM}(\vec{P}) = mgh \text{ et } W_{OM}(\vec{R}) = 0 \quad (3)$$

h étant la variation d'altitude correspondant à un déplacement x sur l'axe $(O, \vec{i})$

$$\sin \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \sin \alpha ; \text{ donc } W_{OM}(\vec{P}) = mg x \sin \alpha \quad (4)$$



$$(2), (3) \text{ et } (4) \text{ dans } (1) : \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - E_{C_0} = mg x \sin \alpha ;$$

$$\text{Dérivons les 2 membres de l'équation : } \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - E_{C_0} \right] = \frac{d}{dt} (mg x \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 2 a V + \frac{1}{2} \times J \times 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} = mg V \sin \alpha \quad (5)$$

$$\text{or } V = r \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{V}{r} \quad (6) \quad \text{de même } \ddot{\theta} = \frac{a}{r} \quad (7)$$

$$(6) \text{ et } (7) \text{ dans } (5) : m \cdot a \cdot V + J \frac{V}{r} \cdot \frac{a}{r} = mg V \sin \alpha \Rightarrow a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{J}{r^2}} \quad (8)$$

$$\text{Pour la sphère, } J = \frac{2}{5} m r^2 \quad (9)$$

$$(9) \text{ dans } (8) : a_s = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{2mr^2}{5r^2}} \Rightarrow a_s = \frac{5}{7} g \sin \alpha ; \text{ AN : } a_s = \frac{5}{7} \times 10 \times \sin 37 ; a_s = 4,3 \text{ m.s}^{-2}.$$

$$\text{Pour le cylindre : } J = \frac{1}{2} m r^2 \quad (10)$$

$$(10) \text{ dans } (8) : a_c = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{mr^2}{2mr^2}} ; \Rightarrow a_c = \frac{2}{3} g \sin \alpha . \text{ AN : } a_c = \frac{2}{3} \times 10 \times \sin 37 ; a_c = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

Exercice 2.18**1) Déterminons le moment d'inertie J de la poulie**

$$J = J_1 + J_2 \text{ avec } J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \text{ et } J_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \Rightarrow J = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \quad (1)$$

Déterminons m_1 et m_2

Nous savons que les deux disques constituant la poulie sont homogènes, donc faites d'une même

matière de masse volumique ρ tel que : $\rho = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$; où V_1 et V_2 sont

$$\text{les volumes des disques de rayons } r_1 \text{ et } r_2 \text{ respectivement } \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m}{V_1 + V_2} \quad (2)$$

$$\text{or } V_1 = S_1 \cdot e = \pi r_1^2 \cdot e \quad (3)$$

$$V_2 = S_2 \cdot e = \pi r_2^2 \cdot e \quad (4)$$

$$(3) \text{ et } (4) \text{ dans } (2) \text{ donne : } \frac{m_1}{\pi r_1^2 e} = \frac{m_2}{\pi r_2^2 e} = \frac{m}{\pi r_1^2 e + \pi r_2^2 e} \Rightarrow \frac{m_1}{r_1^2} = \frac{m_2}{r_2^2} = \frac{m}{r_1^2 + r_2^2}$$

$$\text{or } r_1 = 2r_2 \Rightarrow \frac{m_1}{4r_2^2} = \frac{m_2}{r_2^2} = \frac{m}{4r_2^2 + r_2^2} \Rightarrow \frac{m_1}{4} = \frac{m_2}{1} = \frac{m}{5} \quad (5)$$

$$\text{nous pouvons donc déduire de (5) : } m_1 = \frac{4}{5} m \quad (6) \text{ et } m_2 = \frac{1}{5} m \quad (7)$$

Remplaçons (6) et (7) dans (1) : $J = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} m r_1^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} m r_2^2$.

$$\text{Or } r_1 = 2r_2 \Rightarrow J = \frac{2}{5} m (2r_2)^2 + \frac{1}{10} m r_2^2 \Rightarrow J = \frac{17}{10} m r_2^2$$

AN : $J = \frac{17}{10} \times 0,8 \times (7,5 \times 10^{-2})^2 ; \quad J = 7,65 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

2.1) Déterminons les accélérations a_1 et a_2 de m_1 et m_2

Nous allons subdiviser le système entier en 3 sous-systèmes :

La masse M_1 , la poulie (P) et la masse (M_2).

1^{er} sous-système : La masse (M_1)

Référentiel terrestre galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}_1$, $\vec{T}_1$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = M_1 \vec{a}_1 \text{ Projection sur } (O, \vec{i}) : P_1 - T_1 = M_1 a_1$$

2^{èmes} sous-système : La poulie P

Référentiel terrestre supposé galiléen ; Bilan des forces : les tensions $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$

Relation fondamentale de la dynamique, La poulie étant en rotation, $\sum M_A(\vec{F}_{ext}) = J \ddot{\theta}$

$$\Rightarrow M_A(\vec{T}_1') + M_A(\vec{T}_2') = J \ddot{\theta} \Rightarrow T_1' \cdot r_1 - T_2' \cdot r_2 = J \ddot{\theta} \quad (2)$$

3^e sous-système : La masse (M_2) ; Référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}_2$, $\vec{R}$ et $\vec{T}_2$;

Relation fondamentale de la dynamique : $\sum(\vec{F}_{ext}) = M_2 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{R} + \vec{T}_2 = M_2 \vec{a}_2$

$$\text{Projection sur } (O', \vec{i}) : -P_2 \sin \alpha + T_2 = M_2 a_2 \Rightarrow T_2 = M_2 a_2 + M_2 g \sin \alpha \quad (3)$$

Le fil étant inextensible et d'après le principe de l'action et la réaction $T_1' = T_1$ et $T_2' = T_2$

Ainsi la relation (2) devient : $T_1 r_1 - T_2 r_2 = J \ddot{\theta} \quad (4)$

$$(1) \text{ et } (3) \text{ dans } (4) \text{ donne : } (M_1 g - M_1 a_1) r_1 - (M_2 a_2 + M_2 g \sin \alpha) r_2 = J \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow (M_1 g - M_1 a_1) \cdot 2r_2 - (M_2 a_2 + M_2 g \sin \alpha) \cdot r_2 = J \ddot{\theta} \quad (5)$$

Nous savons que les disques qui composent la poulie ont la même vitesse angulaire donc

$$\dot{\theta} = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_2} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{a_1}{r_1} = \frac{a_2}{r_2} \Rightarrow \frac{a_1}{2r_2} = \frac{a_2}{r_2} \Rightarrow a_1 = 2a_2 \quad (6)$$

$$(6) \text{ dans } (5) \text{ donne : } (M_1 g - M_1 2a_2) 2r_2 - (M_2 a_2 + M_2 g \sin \alpha) \cdot r_2 = J \cdot \frac{a_2}{r_2} ;$$

$$\text{Après calculs, nous obtenons : } a_2 = \frac{2M_1 - M_2 \sin \alpha}{4M_1 + M_2 + \frac{J}{r_2^2}} \cdot g \Rightarrow a_1 = \frac{2(2M_1 - M_2 \sin \alpha)}{4M_1 + M_2 + \frac{J}{r_2^2}} \cdot g$$

2.2) Retrouvons ce résultat en appliquant le théorème de l'énergie cinétique

$$\frac{1}{2} M_1 V_1^2 - \frac{1}{2} M_1 V_0^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} J \dot{\theta}_0^2 + \frac{1}{2} M_2 V_2^2 - \frac{1}{2} M_2 V_0^2 = W(\vec{P}_1) + W(\vec{P}_2)$$

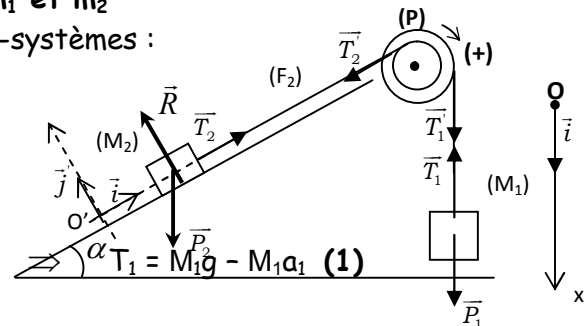
$$\Rightarrow \frac{1}{2} [M_1 (V_1^2 - V_0^2) + J (\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2) + M_2 (V_2^2 - V_0^2)] = M_1 g h_1 - M_2 g h_2 \quad (1)$$

$$\text{or } h_1 = x_1 \quad (2) \quad \text{et} \quad h_2 = x_2 \sin \alpha \quad (3)$$

(2) et (3) dans (1) donne:

$$\frac{1}{2} [M_1 (V_1^2 - V_0^2) + J (\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2) + M_2 (V_2^2 - V_0^2)] = M_1 g x_1 - M_2 g x_2 \sin \alpha \quad (4)$$

Dérivons les deux membres de la relation (4) par rapport au temps t :



$$\frac{1}{2} [M_1 \times 2V_1 a_1 + 2\dot{\theta} \ddot{\theta} + M_2 \times 2V_2 a_2] = M_1 g V_1 - M_2 g V_2 \sin \alpha \quad (5)$$

Les deux disques qui constituent la poulie ayant la même vitesse de rotation $\dot{\theta}$, nous avons :

$$\dot{\theta} = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_2} \Rightarrow \frac{V_1}{2r_2} = \frac{V_2}{r_2} \Rightarrow V_1 = 2V_2 \quad (6) \quad \ddot{\theta} = \frac{a_1}{r_1} = \frac{a_2}{r_2} \Rightarrow \frac{a_1}{2r_2} = \frac{a_2}{r_2} \Rightarrow a_1 = 2a_2 \quad (7)$$

De même $\dot{\theta} = \frac{V_2}{r_2} \quad (8) \quad \text{et} \quad \ddot{\theta} = \frac{a_2}{r_2} \quad (9)$

(6), (7), (8) et (9) dans (5) : $\frac{1}{2} \left[8M_1 V_2 a_2 + 2J \frac{V_2}{r_2} \cdot \frac{a_2}{r_2} + 2M_2 V_2 a_2 \right] = 2M_1 g V_2 - M_2 g V_2 \sin \alpha$

$$\Rightarrow \left(4M_1 + M_2 + \frac{J}{r_2^2} \right) a_2 = (2M_1 - M_2 \sin \alpha) g \Rightarrow a_2 = \frac{(2M_1 - M_2 \sin \alpha)}{4M_1 + M_2 + \frac{J}{r_2^2}} g ;$$

Nous en déduisons $a_1 = \frac{2(2M_1 - M_2 \sin \alpha)}{4M_1 + M_2 + \frac{J}{r_2^2}} g$

2.3) $a_1 = \frac{2(2 \times 1,5 - 0,75 \sin 30) \times 10}{4 \times 1,5 + 0,75 + \frac{7,65 \cdot 10^{-3}}{(7,5 \cdot 10^{-2})^2}} ; \quad a_1 = 6,47 \text{ m.s}^{-2} ; a_1 = 2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2} a_1 ; a_2 = 3,24 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 2.19

1) Expression de E_c en fonction de m et V

$$E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m V^2 ; \quad \text{or} \quad \dot{\theta} = \frac{V}{r} \quad \text{et} \quad J = \frac{2}{5} m r^2 ;$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m r^2 \cdot \left(\frac{V}{r} \right)^2 + \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{5} m V^2 + \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow E_c = \frac{7}{10} m V^2$$

2) **AN :** $E_c = \frac{7}{10} \times 2 \times 4 ; \quad E_c = 5,6 \text{ J}$

3) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système au cours du déplacement est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées.

4) Exprimons l'accélération de la boule en fonction de g et α

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_c - E_{c_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \Rightarrow \frac{7}{10} m V^2 - E_{c_0} = m g h$$

Or $h = x \sin \alpha \Rightarrow \frac{7}{10} m V^2 - E_{c_0} = m g x \sin \alpha$

Dérivons par rapport au temps t les deux membres de l'équation.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{7}{10} m V^2 - E_{c_0} \right] = \frac{d}{dt} [m g x \sin \alpha] \Rightarrow \frac{7}{5} m V a = m g V \sin \alpha \Rightarrow a = \frac{5}{7} g \sin \alpha$$

5) Déterminons α si l'accélération de la boule vaut $\frac{1}{6} g$

$$a = \frac{1}{6} g \Leftrightarrow \frac{5}{7} g \sin \alpha = \frac{1}{6} g \Rightarrow \sin \alpha = \frac{7}{30} ; \quad \alpha = 13,5^\circ$$

Chapitre 3 : APPLICATION DES LOIS DE NEWTON A L'ETUDE DE QUELQUES MOUVEMENTS DANS UN CHAMP UNIFORME

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Généralités sur les mouvements

I.1 Les paramètres cinématiques

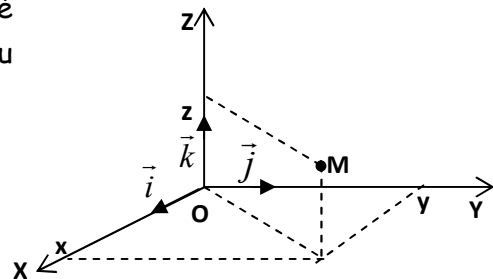
I.1.1 Position du mobile, Trajectoire.

La position d'un mobile M dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du

mobile $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$;

Les coordonnées cartésiennes x, y et z du mobile varient au cours du temps.

Nous pouvons les noter $x(t), y(t)$ et $z(t)$.



Définitions :

On appelle **mobile** tout solide en mouvement.

Trajectoire d'un mobile : C'est l'ensemble des positions successives occupées par un mobile du début à la fin de son mouvement.

L'équation de la trajectoire est une relation indépendante du temps entre les coordonnées cartésiennes x, y et z du mobile.

I.1.2 Vecteur Vitesse

Vecteur vitesse moyenne entre deux instants t_1 et t_2 :

$$\overline{V_m} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1},$$

Dans le système d'unités international, la norme du vecteur vitesse V_m s'exprime en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$)

Vecteur vitesse instantanée : $\overline{V}(V_x, V_y, V_z) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$; avec $V_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $V_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $V_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt}$

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la norme du vecteur vitesse instantanée $\overline{V}$ est :

$$V = |\overline{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

N.B : Si V est constant, on dit que le mouvement est uniforme;

Si V varie au cours du temps, le mouvement est dit varié (accéléré si V augmente avec le temps, retardé si V diminue avec le temps).

I.1.3 Vecteur accélération, repère de Frenet

Vecteur accélération moyenne entre deux instants t_1 et t_2 : $\overline{a_m} = \frac{\overline{V_2} - \overline{V_1}}{t_2 - t_1}$

Vecteur accélération instantanée : $\overline{a} = \frac{d\overline{V}}{dt}$ or $\overline{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$, donc $\overline{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$.

Ainsi les coordonnées de $\overline{a}$ sont : $\overline{a} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$ avec $a_x = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $a_y = \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$; $a_z = \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la norme du vecteur accélération instantanée est :

$$a = |\overline{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}.$$

Accélération et repère de Frenet

Le repère de Frenet est constitué du mobile et d'une base $(\vec{t}, \vec{n})$

$\vec{t}$ est le vecteur unitaire tangent à la trajectoire (T) ;

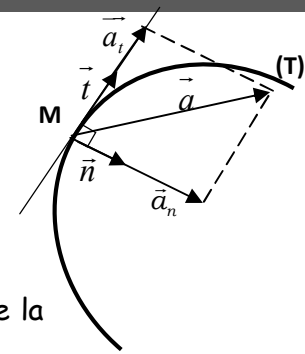
$\vec{n}$ est le vecteur unitaire orthogonal à $\vec{t}$.

Ainsi : $\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$; avec $a_t = \frac{dV}{dt}$ et $a_n = \frac{V^2}{\rho}$

Où V est la norme du vecteur vitesse $\vec{V}$ et ρ le rayon de courbure de la trajectoire.

Remarques :

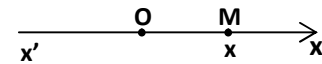
- Si la trajectoire est une droite, ρ tend vers l'infini et a_n est nulle ;
- Si la trajectoire est un cercle de rayon R , nous avons $\rho = R$ et $a_n = \frac{V^2}{R}$;
- Si $\vec{a} = \vec{0}$, alors $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$, le mouvement est rectiligne uniforme ;
- Si $\vec{a} \cdot \vec{V} = 0$, la trajectoire est un cercle, le mouvement est circulaire uniforme ;
- Si $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$, le mouvement est dit accéléré ;
- Si $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$, le mouvement est dit retardé ou décéléré ou freiné ;
- Le sens du vecteur accélération est toujours orienté vers l'intérieur de la concavité ;
- Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire.



I.2 Quelques types de mouvement

I.2.1 Mouvements rectilignes uniformes

La trajectoire du mobile est une droite ; la position du mobile M sur la trajectoire est définie par son abscisse x .



Caractéristiques du mouvement : Accélération : $\vec{a} = \vec{0}$; Vitesse : $\vec{V} = \overrightarrow{cte}$

Position $x = Vt + X_0$; où x_0 = position initiale du mobile (position à $t = 0$).

I.2.2 Mouvements rectilignes uniformément variés

La trajectoire du mobile est une droite, la position du mobile est définie par son abscisse x .

Caractéristiques du mouvement

Accélération : $\vec{a} \neq \vec{0}$; Vitesse : $\vec{V} = \vec{a}t + \vec{V}_0$

Position $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0$;

où V_0 et x_0 sont respectivement la vitesse et la position initiales du mobile.

Relation entre la vitesse et l'abscisse :

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0) .$$

Cette relation permet de calculer la vitesse V du mobile pour une abscisse x donnée.

Remarque : Pour un mouvement de translation rectiligne uniformément varié d'accélération a , les espaces parcourus pendant des intervalles de temps successifs et égaux θ , forment une progression arithmétique de raison $r = a\theta^2$.

II. Application des lois de Newton aux mouvements rectilignes

II.1 Chute libre des corps

On appelle chute libre le mouvement de chute d'un corps soumis à la seule action de son poids. Autrement dit, c'est un mouvement de chute dans le vide.

Des expériences ont montré que dans l'air, tous les corps n'ont pas le même mouvement de chute, mais que dans le vide, les corps chutent indépendamment de leur nature, de leur forme et de leur masse.

Enoncé de la loi de Newton sur la chute libre

Dans le vide, tous les corps ont le même mouvement de chute.

Autres lois de la chute libre.

Le mouvement de chute libre d'un corps sans vitesse initiale est :

- de trajectoire rectiligne et verticale ;
- de sens descendant (du haut vers le bas).
- rectiligne uniformément accéléré suivant la verticale descendante,
- d'accélération $\vec{a} = \vec{g}$ ($\vec{g}$ est l'accélération de la pesanteur).

Si la verticale descendante est l'axe ($x'Ox$) on a : $a_x = g$; $V = gt$; $x = \frac{1}{2}gt^2 + x_0$.

Remarque : Comme dans tous les mouvements rectilignes uniformément variés, les espaces parcourus par un corps en chute libre pendant des intervalles de temps successifs et égaux θ forment une progression arithmétique de raison $r = g\theta^2$.

II.2 Cas d'un solide sur un plan incliné

Ce cas particulier sera étudié en exercice.

III. Application des lois de Newton aux mouvements plans**III.1 Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme**

Un projectile (S) assimilable à son centre d'inertie G est lancé d'un point O avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α (aigu) avec l'horizontale.

- Système : le projectile de masse m ;
- Référentiel terrestre supposé galiléen ;
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du projectile.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

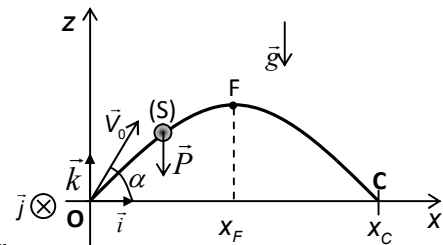
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Nous déduisons de cette égalité : $a_x = 0$, $a_y = 0$, $a_z = -g$.

$$a_x = 0 \Rightarrow V_x = cte = V_{0x} = V_0 \cos \alpha \Rightarrow x = V_0 t \cos \alpha \quad (1)$$

$$a_y = 0 \Rightarrow V_y = cte = V_{0y} = 0 \Rightarrow y = y_0 = 0 \quad (2)$$

$$a_z = -g \Rightarrow V_z = -gt + V_{0z} = -gt + V_0 \sin \alpha \Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha \quad (3)$$

**Conclusion :**

- Suivant l'axe (O, x), le projectile effectue un mouvement uniforme.
 - Suivant l'axe (O, y), il n'y a aucun mouvement, car $y = 0$;
- Conséquence : le mouvement du projectile est plan.
- Suivant l'axe (O, z), le projectile effectue un mouvement uniformément varié.

Trajectoire du projectile :

$$(1) \quad x = V_0 \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} ; \text{ Substituons } t \text{ dans (3) : nous obtenons :}$$

$$(2) \quad z = -\frac{g x^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha . \text{ La trajectoire du projectile est une parabole.}$$

La flèche : C'est l'altitude maximale atteinte par le projectile pendant son mouvement. On

démontre que $z_F = z_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

Portée horizontale : C'est l'abscisse du point C d'ordonnée nulle $z(x) = 0 \Rightarrow x = x_C = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Remarques :

La plus grande flèche est obtenue lorsque $\sin \alpha = 1$, c'est-à-dire pour $\alpha = 90^\circ$.

La plus grande portée est obtenue lorsque $\sin 2\alpha = 1$, c'est-à-dire pour $\alpha = 45^\circ$.

III.2 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

N.B : Nous négligeons dans toute cette partie le poids de la particule G.

III.2.1 Cas où le vecteur champ électrostatique est colinéaire à la vitesse initiale $\vec{V}_0$

Posons G la particule de charge négative en mouvement dans le champ.

q la charge de la particule G . Nous savons que $\vec{F} = q\vec{E}$.

La charge q étant négative, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de sens contraires.

Système : La particule G .

Référentiel de laboratoire supposé galiléen.

Bilan des forces : Force électrostatique $\vec{F} = q\vec{E}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Projection sur les axes du repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$\vec{E} \begin{pmatrix} -E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}_G \begin{cases} \ddot{x} = -\frac{qE}{m} \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} \dot{x} = -\frac{qE}{m}t + V_0 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \overline{OG} \begin{cases} x = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + V_0t + x_0 \\ y = y_0 \\ z = z_0 \end{cases}$$

$$\text{à } t=0, \text{ la particule est en } O \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}; \text{ Donc } \overline{OG} \begin{cases} x = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + V_0t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Conclusion : Si $\vec{V}_0$ est colinéaire au champ électrostatique $\vec{E}$, le mouvement de la particule est rectiligne uniformément varié et sa trajectoire est une droite parallèle à la direction de $\vec{E}$.

Remarque : ce dispositif est utilisé dans les canons à électrons. Ce sont des accélérateurs de particules encore appelés synchrotrons.

III.2.2 Cas où le vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$ est orthogonal au vecteur champ électrostatique $\vec{E}$

La masse de la particule G est négligeable.

La vitesse initiale $\vec{V}_0$ est horizontale;

dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

$\vec{V}_0$ a pour composantes :

$$\dot{x}_0 = V_0; \dot{y}_0 = 0; \dot{z}_0 = 0$$

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\vec{F} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m};$$

Projection sur les axes du repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$\vec{E}(0, 0, -E) \Rightarrow \vec{a}_G \left(0, 0, -\frac{qE}{m} \right)$$

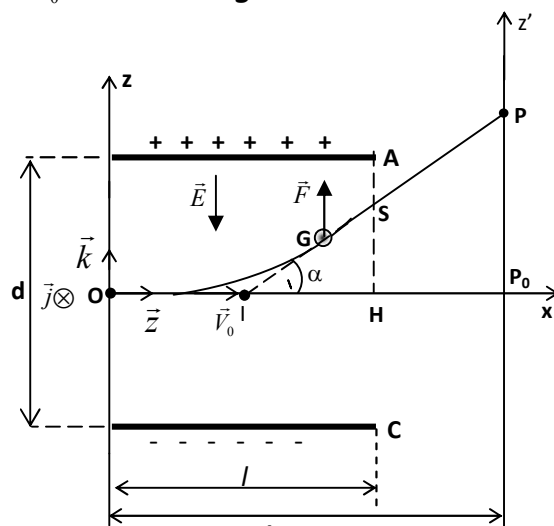
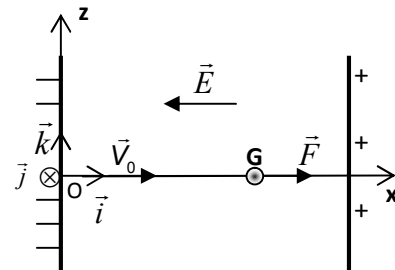
$$\text{Nous en déduisons : } \vec{V} \left(V_0, 0, -\frac{qE}{m}t \right) \quad \text{et} \quad \overline{OG} \left(x = V_0t, y = 0, z = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \right);$$

Les équations horaires montrent que le mouvement de G est :

Uniforme suivant l'axe (O, x) ; Uniformément varié suivant l'axe (O, z) ;

N.B : le mouvement de la particule est plan, il s'effectue dans le plan (O, x, z) contenant $\vec{V}_0$.

Trajectoire : Etablissons l'équation de la trajectoire.



$$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \quad (1) \quad \text{or} \quad z = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \quad (2); \quad (1) \text{ dans } (2) \text{ donne : } z = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m V_0^2} x^2$$

La trajectoire de G est une parabole d'axe (O, z) et de sommet O .

Remarque : Dès que la particule sort des plaques, elle n'est plus soumise à aucune force puisque le champ électrostatique est nul hors des plaques. Elle constitue alors un système isolé et par conséquent effectue un mouvement rectiligne uniforme suivant la tangente à la parabole au point S de sortie des plaques.

Déviation angulaire : C'est l'angle α que font les vecteurs vitesses à l'entrée et à la sortie du champ ; mieux encore c'est l'angle entre les tangentes en S et en O à la parabole.

On détermine la déviation angulaire en calculant la dérivée de z par rapport à x au point de

sortie S . $\tan \alpha = z'(x_s)$; $z'(x) = \frac{dz}{dx} = -\frac{qE}{m V_0^2} x \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{qE}{m V_0^2} x_s$

Sachant que $E = \frac{U_{AC}}{d}$ avec d = distance entre les deux plaques et $x_s = l$;

$$\tan \alpha = -\frac{ql}{m V_0^2 d} \cdot U_{AC} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left[-\frac{ql}{m V_0^2 d} \cdot U_{AC} \right];$$

Déplacement ou déflexion électrostatique P_0P : $\tan \alpha = \frac{\overline{P_0P}}{\overline{I_0P}}$.

Remarque : La tangente à la parabole au point de sortie S passe par I milieu de OH ; C'est

une propriété des paraboles. $\overline{IP_0} = \overline{OP_0} - \overline{OI} = L - \frac{l}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\overline{P_0P}}{L - \frac{l}{2}}$.

Remarque : On démontre que $\overline{P_0P} = -\frac{qU_{AC}}{m V_0^2 d} l \left(L - \frac{l}{2} \right) = k \cdot U_{AC} \Rightarrow \overline{P_0P} = k U_{AC}$ avec $k \in \mathbb{R}^*$;

La déflexion P_0P est donc proportionnelle à la tension U_{AC} .

B- ENONCES DES EXERCICES

GENERALITES SUR LES MOUVEMENTS

Exercice 3.1

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier

- 1) La cinématique étudie les mouvements sans se préoccuper des causes qui leur donnent naissance.
- 2) Le mouvement d'un mobile est dit curviligne si sa trajectoire est une droite.
- 3) La trajectoire d'un mobile dépend du référentiel considéré.
- 4) Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire
- 5) Dans un mouvement curviligne, Le vecteur accélération est toujours orienté et représenté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.
- 6) Un mouvement est dit uniforme si sa trajectoire est une droite.
- 7) Si l'angle entre le vecteur accélération et le vecteur vitesse est obtus, le mouvement est accéléré.
- 8) Si $\vec{a} \cdot \vec{V} = 0$ et la trajectoire droite le mouvement est rectiligne uniforme.
- 9) Dans un mouvement uniformément retardé, la norme du vecteur vitesse est une fonction croissante du temps.
- 10) La trajectoire d'un mobile est une relation indépendante du temps entre les coordonnées du mobile

Exercice 3.2

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les coordonnées d'un mobile s'expriment dans le système international d'unités par les relations : $x = 2t^2 - 1$; $y = 5t$; $z = 1$.

- 1) Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de ce mobile.
- 2) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ à un instant t quelconque.
- 3) Calculer la norme du vecteur vitesse à un instant t quelconque.
- 4) Déterminer la norme du vecteur accélération à un instant t quelconque.
- 5) Ce mouvement est-il plan ? Pourquoi ?

Exercice 3.3

Un mobile est en mouvement uniforme sur un axe $(x'Ox)$. A l'instant $t_1 = 1s$, il est en M_1 d'abscisse $x_1 = 2m$; à l'instant $t_2 = 2,5s$, sa position est M_2 d'abscisse $x_2 = 8m$.

- a) Quelle est sa vitesse ?
- b) Quelle est son équation horaire ?
- c) Déterminer sa position à l'instant $t = 0$.

Exercice 3.4

L'équation paramétrique d'un mobile en mouvement rectiligne est : $X = t^3 - 3t$ (m)

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire dans un repère (O, x, y) .
- 2) Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération à un instant t quelconque dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 3) Déterminer les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé.

Exercice 3.5

Un mobile effectuant un mouvement rectiligne a pour équation horaire : $x = t^2 - 2t + 5$ (m).

- 1) Quelle est la nature de ce mouvement ?
- 2) Calculer l'accélération de ce mobile.
- 3) Déterminer la vitesse initiale et la position initiale de ce mobile.

Exercice 3.6

Un mobile M effectue un mouvement dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec une accélération $\vec{a}(0, 2, 0)$. A $t = 0$, le mobile se trouve au point M_0 avec une vitesse $\vec{V}_0$.

On donne : $\overrightarrow{OM_0}(0; 3; 0)$ et $\vec{V}_0(2; -1; 0)$.

N.B : Toutes ces grandeurs sont exprimées en unités S.I.

- 1) Ecrire les équations horaires du mobile et en déduire que son mouvement est plan.
- 2) Déterminer l'équation cartésienne de sa trajectoire et préciser sa nature.
- 3) Calculer le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{V}$ à un instant t quelconque.
- 4) En déduire la nature des différentes phases du mouvement.

Exercice 3.7

Dans un plan vertical (P) auquel est associé un repère (O, x, y) de base orthogonale $(\vec{i}, \vec{j})$, un mobile M effectue un mouvement d'accélération $\vec{a} = -10\vec{j}$.

A $t = 0$, le mobile se trouve au point M_0 tel que $\overrightarrow{OM_0} = 6\vec{j}$ avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0 = 4\vec{i}$.

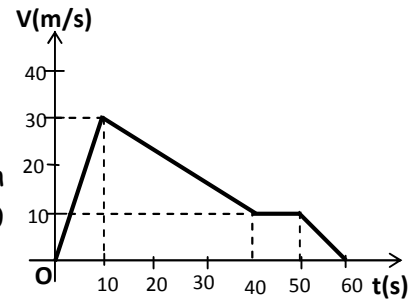
- 1) Déterminer dans le repère (O, x, y) les équations horaires du mouvement de M .
- 2) Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire (T_M) de M puis, représenter dans le repère (O, x, y) , le point M_0 , $\vec{V}_0$ et (T_M) . **Echelle :** 1 unité = 0,5cm.
- 3) Une mobile N part d'un point N_0 tel que $\overrightarrow{ON_0} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ sans vitesse initiale et avec la même accélération que M . le mouvement de N s'effectuant dans le plan (P) précédent ;

- 3.1) Déterminer les équations horaires du mobile N dans ce repère (O, x, y).
- 3.2) En déduire l'équation de la trajectoire (T_N) de N puis, dans le repère (O, x, y) précédent et avec la même échelle, représenter N_0 et (T_N).
- 3.3) Sachant que M et N sont lâchés au même moment, déterminer s'il existe, l'instant t_r de la rencontre des deux mobiles.
- 3.4) En déduire les coordonnées du point I de rencontre de M et N .

Exercice 3.8

Le diagramme de vitesses d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne est représenté par le graphe ci-contre.

- 1) Calculer les accélérations du mobile pour chacune des phases du mouvement
- 2) En déduire la nature du mouvement dans chaque phase.
- 3) Tracer la représentation graphique $a = g(t)$ de l'accélération en fonction du temps, pour $t \in [0; 60s]$. **Echelle** : 1cm pour 10 secondes 1cm pour $1m.s^{-2}$
- 4) Déterminer les équations horaires de la vitesse $V(t)$ et de la position $x(t)$ du mobile pour chaque phase du mouvement, sachant qu'à $t = 0$, $x = 0$ et $V = 0$.
- 5) Déterminer la distance parcourue dans chaque phase.
- 6) En déduire la distance totale parcourue par le mobile.



Exercice 3.9

Un piroguier qui remonte le courant d'une rivière laisse tomber son chapeau à l'eau en un point A. Il poursuit cependant sa route et ne fait demi-tour qu'au bout de 5 minutes, alors qu'il se trouve en un point B. Il redescend la rivière en pagayant à la même cadence qu'à la montée et rejoint son chapeau en un point C. sachant que le chapeau a parcouru 700 mètres entre les points A et C, quelle est la vitesse u du courant ?

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS RECTILIGNES CHUTE LIBRE DES CORPS

Exercice 3.10

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier.

- 1) Dans l'air, tous les corps ont le même mouvement de chute.
- 2) un corps en chute dans le vide est soumis à la seule action de son poids.
- 3) Le mouvement de chute d'un mobile dans le vide est rectiligne et uniforme.
- 4) Deux corps de masses différentes en chute dans le vide parcourent, pendant la même durée t deux distances différentes.
- 5) Dans un mouvement descendant de chute libre, les vecteurs vitesse et accélération ont le même sens.

Exercice 3.11

Un corps de masse $m = 500g$ est lâché sans vitesse initiale du sommet O d'un immeuble de hauteur 80m. Calculer :

- 1) La durée de la chute de ce corps.
- 2) La vitesse du corps lorsqu'il frappe le sol. **On prendra** : $g = 9,8m.s^{-2}$.

Exercice 3.12

Une bille supposée ponctuelle effectue un mouvement de chute libre sans vitesse initiale. Le tableau ci-dessous donne la variation de la vitesse avec le temps.

Temps (en seconde)	0	1	2	4	6
Vitesse (en m/s)		10	20	40	60

- 1) Donner en justifiant la valeur qui doit figurer dans la case vide du tableau ci-dessus.
 - 2) Représenter graphiquement la vitesse V en fonction du temps t .
- Echelle :** 1cm pour 1s. 1cm pas 10m.s^{-1}
- 3) En déduire la nature du mouvement de la bille et sa grandeur caractéristique.

Exercice 3.13

D'un point O d'une terrasse située au sommet d'une tour de hauteur $h = 80\text{m}$, un projectile est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse $V_0 = 40\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Etablir l'équation horaire $z(t)$ du mouvement sur un axe (O, z) vertical ascendant.
- 2) A quelle hauteur s'élèvera le projectile ? **On prendra :** $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$.
- 3) Quelle est sa vitesse lorsqu'il repasse au niveau de la terrasse ?
- 4) Au bout de combien de temps et avec quelle vitesse le projectile atteindra-t-il le sol ?

Exercice 3.14

D'un même point O , on lance verticalement vers le haut deux billes B_1 et B_2 de masses respectives m_1 et m_2 telles que $m_2 = 2m_1$.

La bille B_1 est lancée à l'origine des dates avec une vitesse initiale $V_0 = 20\text{m.s}^{-1}$.

La bille B_2 est lancée deux secondes plus tard avec la même vitesse initiale.

En utilisant comme repère d'espace l'axe vertical ascendant d'origine O ,

- 1) Ecrire les équations horaires de B_1 et B_2 .
- 2) Déterminer la date du choc entre les deux billes.
- 3) En déduire l'abscisse x_c du lieu où se produit le choc.

Exercice 3.15

Deux oranges O_1 et O_2 supposées ponctuelles tombent en chute libre sans vitesse initiale.

L'orange O_1 tombe d'une hauteur h_1 ; une seconde plus tard, l'orange O_2 tombe à son tour d'une hauteur h_2 telle que $h_2 - h_1 = 10\text{m}$. Les oranges O_1 et O_2 arrivent en même temps au sol. Si t_1 et t_2 sont les durées de chute des oranges O_1 et O_2 .

- 1) Ecrire les équations horaires des mouvements de chute des oranges O_1 et O_2 .

N.B : on précisera les origines choisies ; **On prendra** $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

- 2) Calculer t_1 et en déduire h_1 , h_2 et t_2 .
- 3) Calculer les modules des vecteurs $\vec{V}_1$ de O_1 et $\vec{V}_2$ de O_2 à l'arrivée au sol.

Exercice 3.16

Deux billes A et B assimilables à des points matériels sont disposées sur une même verticale, à $0,4\text{m}$ l'une de l'autre, avec A au-dessus de B . A l'instant $t = 0$, on lâche A sans vitesse initiale.

Quand A a parcouru $0,2\text{m}$, on lâche B sans vitesse initiale.

- 1) Ecrire les équations horaires des mouvements de A et B en prenant pour origine des espaces le point de départ de A et pour origine des temps le moment de départ.
- 2) A quel instant t le choc entre A et B aura-t-il lieu ? **On prendra :** $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

Exercice 3.17 Extrait baccalauréat D 2005

Un dispositif permet de mesurer les durées de chute sans vitesse initiale correspondant à différentes hauteurs de chute d'une bille d'acier.

- 1) Faire le schéma d'un tel dispositif.

2) Pour chaque hauteur de chute, on fait trois mesures du temps et les résultats sont consignés dans le tableau suivant:

Hauteur de chute (h en cm)	20	30	40	50	60
Durée de chute (t en ms)	204	248	287	320	352
	205	249	286	321	351
	205	248	286	321	352

a) Pourquoi fait-on trois mesures de durée de chute pour chaque hauteur?

b) Comment procède-t-on, à partir de la série de trois mesures, pour avoir une valeur de la durée de chute pour une hauteur donnée?

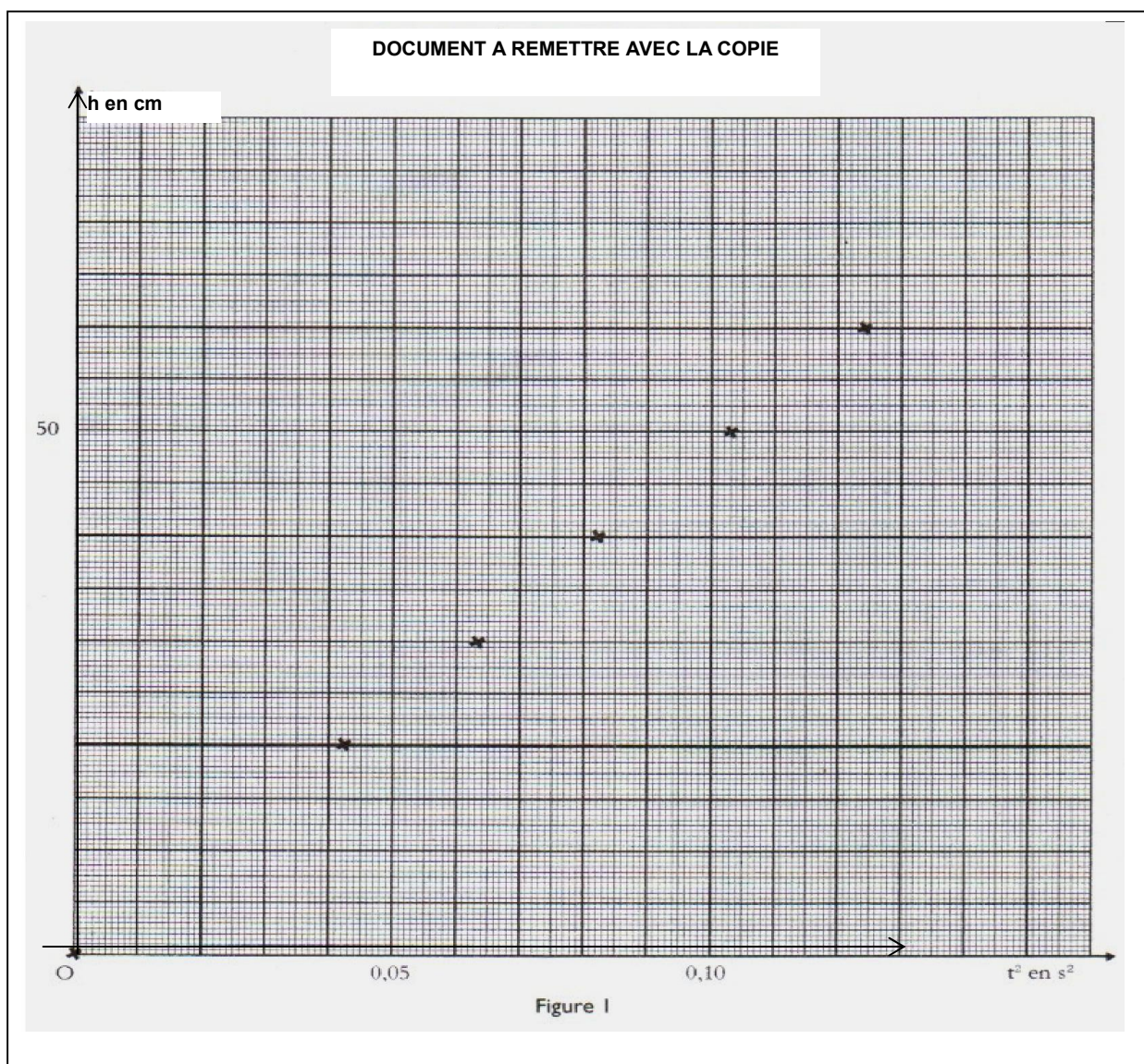
c) On a

reporté sur la figure 1 (ci-dessous) du document à remettre avec la copie, les points dont les coordonnées sont: le carré de la durée de chute en abscisse, la hauteur de chute en ordonnée. Les échelles sont : 1cm pour $0,010\text{s}^2$ en abscisse; 2cm pour 10cm en ordonnées.

Tracer le graphe de la relation $h = f(t^2)$.

3.a. A partir de ce graphe, écrire une relation entre le carré de la durée de chute et la hauteur de chute.

b. En déduire une valeur de l'accélération de la pesanteur du lieu.



MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS UN CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

Exercice 3.18

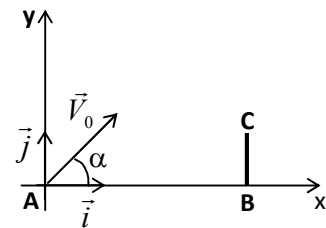
Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier.

- 1) L'intensité du vecteur champ de pesanteur croît avec l'altitude.
- 2) Le mouvement de chute libre d'un projectile est parabolique si le vecteur initial $\vec{v}_0$ est non nul et fait un angle α aigu avec l'horizontale.
- 3) La flèche est l'abscisse du point d'altitude maximale de la trajectoire d'un projectile.
- 4) La portée horizontale est l'abscisse de l'intersection de la trajectoire du mobile avec l'axe des abscisses.
- 5) Le théorème du centre d'inertie n'est pas valable dans le repère intrinsèque de Freinet.

Exercice 3.19

Eugène veut envoyer d'un coup de pied au-delà d'un mur BC, un ballon posé sur le sol horizontal en un point A distant de 20m du mur vertical de hauteur $h = 2,45\text{m}$. son coup de pied donne au ballon une vitesse initiale $V_0 = 15\text{m.s}^{-1}$. Sachant que le vecteur $\vec{v}_0$ forme un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale,

- 1) Etablir l'équation de la trajectoire du ballon supposé ponctuel dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$.
- 2) Le ballon parviendra-t-il à traverser le mur? Pourquoi?
- 3) Si oui, déterminer la distance d séparant le mur du point de chute P du ballon sur le sol horizontal.
- 4) Eugène aurait-il réussi son tir si l'angle α valait 60° ?
- 5) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon pour $\alpha = 45^\circ$?



Exercice 3.20

Un avion volant horizontalement à une altitude $H = 2,5\text{km}$ et à la vitesse constante $V_0 = 2.10^3\text{km.h}^{-1}$ laisse tomber d'un point A une bombe dans une ville où le sol est supposé horizontal.

- 1) En négligeant la résistance de l'air, établir les équations horaires du mouvement de la bombe dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé et supposé galiléen.

N.B : On prendra pour origine des dates l'instant où la bombe quitte l'avion, on assimilera la bombe à un point matériel qui n'éclate qu'après avoir touché le sol.

- 2) A quelle date t_1 la bombe touche-t-elle le sol?
- 3) Déterminer les coordonnées de l'avion à l'instant t_1 .
- 4) Déterminer les coordonnées du point de chute M de la bombe sur le sol.
- 5) Calculer la vitesse de la bombe à l'instant où elle touche le sol.
- 6) Déterminer l'angle que fait cette vitesse avec le sol.

Exercice 3.21 Extrait Baccalauréat C 2003 Cameroun

Un petit chariot est animé d'un mouvement de translation suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α sur le plan horizontal. On choisit $\alpha = 10^\circ$. Lâché sans vitesse initiale, le chariot parcourt la distance x pendant un temps t . Deux contacts (1) et (2) reliés à un chronomètre électrique permettent de mesurer le temps t (figure 1 ci-dessous). On donne à x différentes valeurs et on note les valeurs correspondantes de t . On a obtenu le tableau ci-dessous.

- 1) Compléter le tableau ci-dessus en calculant pour chaque point de mesure t^2 puis tracer la courbe $x = f(t^2)$. **Echelle :** en abscisses $1\text{cm} \Leftrightarrow 0,1\text{s}$;

en ordonnées $1\text{cm} \Leftrightarrow 0,1\text{m}$.

X(m) 0,40 0,60 0,80 1,00 1,20 1,40

En déduire la nature du mouvement du chariot.

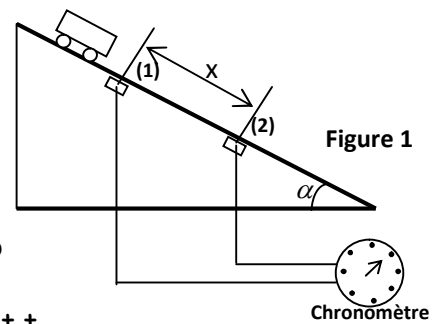
- 2) Calculer la valeur expérimentale a_e de l'accélération de ce mouvement.

3.1) En supposant les frottements négligeables, calculer la valeur théorique a_+ de l'accélération du mouvement.

3.2) En supposant que les forces de frottement du plan sur le chariot équivalent à une force unique $\vec{f}$, calculer son intensité f .

4) Le système (chariot-terre) est-il conservatif ? Pourquoi ? Montrer sur cet exemple que la variation de l'énergie mécanique totale d'un système matériel entre 2 instants t_1 et t_2 est égale à la somme des travaux des forces non conservatives qui s'exercent sur ce système entre ces 2 instants.

On donne : $g = 9,8 \text{ m/s}^2$; masse du chariot $m = 200 \text{ g}$.

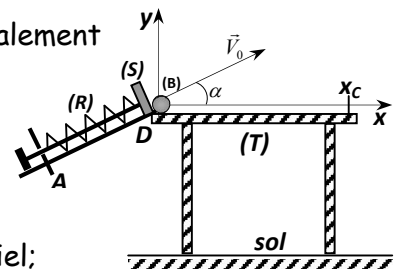


Exercice 3.22

Zagalo utilise le dispositif ci-contre pour déterminer expérimentalement l'intensité g de la pesanteur dans sa localité.

Ce dispositif est constitué des éléments suivants:

- Un ressort (R) à spires non jointives, de longueur à vide $l_0 = AD$, de constante de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$ et de masse négligeable;
- Un solide (S) de masse $m = 500 \text{ g}$, assimilable à un point matériel;
- Une bille (B) de masse $m = 500 \text{ g}$, elle aussi assimilable à un point matériel;
- Une tige rigide (t) liée au solide (S).



En tirant sur la tige (t), Zagalo comprime le ressort d'une longueur "a". Dès qu'il lâche la tige, celle-ci se met spontanément en mouvement et vient percuter la bille (B). **N.B** : Le choc entre (S) et (B) se produit toujours à un instant où le ressort n'est ni comprimé, ni allongé. Après le choc, le solide (S) s'immobilise et la bille (B) se met en mouvement avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.

1) Etablir la relation donnant V_0 en fonction de a , K , m , g et α . **N.B** : On prendra pour origine des énergies potentielles de pesanteur, le plan horizontal de la table.

N.B : Pour la suite de l'exercice, nous négligeons la variation de l'énergie potentielle de pesanteur.

2) Montrer que dans ces conditions, $V_0 = |a| \sqrt{\frac{k}{m}}$.

3) Etablir l'équation et la nature de la trajectoire de la bille (B) après le choc, dans le repère orthonormé (O, x, y) .

4) En déduire l'expression de l'abscisse x_c du point de chute C de la bille sur la table, en fonction de V_0 , g et α .

5) Zagalo établit après une série de tirs le tableau ci-contre:

$a(\text{m})$	0,01	0,02	0,03	0,04
$x_c(10^{-1})$	0,39	1,57	3,6	6,4

5.1) Compléter ce tableau.

5.2) Tracer le graphe $x_c = f(a^2)$ sur un papier millimétré.

Echelle : 1cm pour 10^{-3} m ; 1cm pour 10^{-4} m^2

5.3) En déduire l'intensité g de l'accélération de la pesanteur dans la localité où vit Eugène. On donne : $\alpha = 39^\circ$.

Exercice 3.23

Eugène effectue un tir en cloche d'un ballon de masse $m = 600 \text{ g}$ et lui communique une vitesse initiale $\vec{V}_0 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ galiléen. A $t = 0$, le ballon que nous assimilons à

un point matériel confondu à son centre d'inertie M , se trouve en un point M_0 d'ordonnée $y_0 = 90\text{cm}$ comme l'indique la figure ci-dessous. On prendra $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

N.B : dans tout le problème, nous négligerons la résistance de l'air.

1) Etudier le mouvement du ballon dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et établir ses équations horaires.

2) En déduire l'équation et la nature de la trajectoire du ballon.

3) Déterminer la durée de la montée (l'ascension) du ballon.

4) Déterminer l'altitude maximale y_m atteinte par le ballon.

5) Sachant que cette altitude maximale est atteinte lorsque le ballon passe par la verticale contenant $[AD]$, déterminer la distance OA .

6) Dans sa chute, le ballon rebondit en un point H_1 d'abscisse $x_1 = 1,85\text{m}$ de l'extrémité horizontale $[DC]$ d'un mur $(ABCD)$ contenu dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Sachant que le mouvement du ballon s'effectue dans le $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

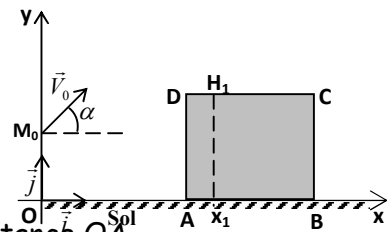
6.1) Déterminer la hauteur $h = AD$ du mur.

6.2) Déterminer l'énergie mécanique du ballon en M_0 , puis en H_1 .

N.B : On prendra pour niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur, le plan horizontal contenant M_0 .

6.3) De quelle hauteur h_1 par rapport à la surface horizontale contenant $[DC]$, s'élève le ballon après ce 1^{er} rebond sachant qu'il perd le dixième de l'énergie qu'il possédait avant le rebond.

6.4) Déterminer l'abscisse x_2 du point H_2 où s'effectue le second rebond.



MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME

Exercice 3.24

Répondre par « Vrai » ou « Faux » puis justifier

1) Le sens de déviation d'une particule qui pénètre entre les armatures d'un condensateur avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ dépend du signe de la charge de cette particule.

2) le sens de déviation d'une particule chargée traversant une région où règne un champ électrique uniforme ne dépend pas du signe des armatures.

3) la force s'exerçant sur une particule de charge q traversant une région où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ a pour expression : $\vec{F} = |q| \cdot \vec{E}$.

4) la force s'exerçant sur une particule de charge q traversant une région où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ est toujours colinéaire au vecteur champ électrique $\vec{E}$.

5) les trajectoires d'un électron et d'un proton à la traversée de l'espace situé entre les bras du même condensateur sont identiques.

Exercice 3.25

On place dans le vide deux plaques métalliques (A) et (B) distantes de $d = 5\text{cm}$.

On établit entre les deux plaques une d.d.p $U = V_A - V_B = 2 \cdot 10^3\text{V}$.

On choisit comme repère d'étude, le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

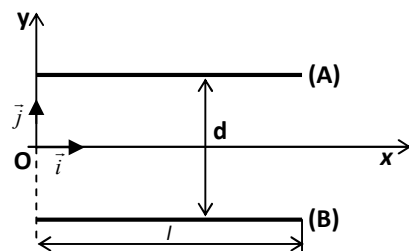
O appartient au plan médian des plaques (A) et (B) ;

$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont dans le plan de la figure.

1) Représenter sur la figure ci-contre, le champ électrique $\vec{E}$ existant entre les plaques A et B, ainsi que les signes des deux plaques.

2) Déterminer les caractéristiques de $\vec{E}$ et ses composantes dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3) A l'instant $t = 0$, un électron e animé d'une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$ pénètre en O dans le condensateur formé par les plaques (A) et (B).



N.B : Pour la suite, on prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-1}$; masse de l'électron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; charge de l'électron : $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $V_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$.

- 3.1) Inventorier les forces agissant sur l'électron lorsqu'il se trouve dans le champ $\vec{E}$.
- 3.2) Montrer que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique à laquelle il est soumis et en déduire le sens de déviation de l'électron.
- 3.3) Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron et en déduire l'équation et la nature de sa trajectoire.
- 3.4) Quelle est l'ordonnée y_S du point de sortie S de cet électron du condensateur constitué par les plaques si la longueur des plaques est $l = 10 \text{ cm}$.
- 3.5) Déterminer la déviation angulaire α subie par l'électron à la traversée de ce condensateur.

Exercice 3. 26

Une particule de charge $q = 2 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ pénètre en O dans une région où règne un champ électrostatique $E = 10^4 \text{ V/m}$. **On donne :** $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1) Sachant que la masse de la particule est $m = 3 \cdot 10^{-20} \text{ kg}$ et qu'elle se met spontanément en mouvement dès qu'on l'abandonne en O sans vitesse initiale.

1.1) Comparer les potentiels des plaques A et B.

1.2) Représenter sur la figure ci-contre les forces à laquelle est soumise la particule, les signes des plaques et le champ électrique $\vec{E}$ existant entre les deux plaques.

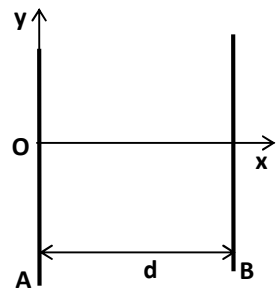
1.3) Calculer, puis comparer les intensités des deux forces agissant sur la particule. Conclure.

2) Etablir l'équation de la trajectoire de la particule

(en négligeant le poids de la particule), dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen. On prendra pour origine des dates l'instant où la particule part du point O. **NB :** $A \uparrow = 0$, $V_0 = 0$.

3) Sachant que $d = 10 \text{ cm}$, avec quelle vitesse la particule arrive t-elle sur la plaque B ?

4) En déduire la raison pour laquelle ce dispositif peut être appelé accélérateur de particules.



C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 3.1

1) **Vrai.** 2) **Faux.** Le mouvement d'un mobile est dit curviligne lorsque sa trajectoire n'est pas une droite. 3) **Vrai** ; 4) **Vrai** ; 5) **Vrai**.

6) **Faux.** Un mouvement est dit uniforme si sa vitesse est constante.

7) **faux.** Si $(\vec{a}, \vec{V}) > 90^\circ$, le mouvement est retardé. 8) **Vrai.** 9) **Vrai** ; 10) **Vrai**.

Exercice 3.2

1) Equation de la trajectoire du mobile.

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 1 & (1) \\ y = 5t & (2) \\ z = 1 & (3) \end{cases} \quad \text{Tirons } t \text{ de la relation (2) : } t = \frac{y}{5} \quad (4) ;$$

$$(4) \text{ dans (1) donne : } x = 2\left(\frac{y}{5}\right)^2 - 1 \Rightarrow x = \frac{2}{25} y^2 - 1 ;$$

$$\text{Conclusion : l'équation de la trajectoire est : } \begin{cases} x = \frac{2}{25} y^2 - 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Nature : La trajectoire est une parabole contenue dans le plan $z = 1$.

2) Coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ à un instant t quelconque

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow V_x = \frac{dx}{dt} = 4t ; \quad V_y = \frac{dy}{dt} = 5 ; \quad V_z = \frac{dz}{dt} = 0$$

Par conséquent, $\vec{V}$ a pour coordonnées $V_x = 4t$; $V_y = 5$; $V_z = 0$.

3) Calcul de la norme de $\vec{V}$ à un instant t quelconque.

$$\|\vec{V}\| = V = \sqrt{(4t)^2 + 5^2 + 0^2} ; \quad V = \sqrt{16t^2 + 25} \quad \text{m.s}^{-1}$$

4) Norme du vecteur accélération à un instant t quelconque

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow a_x = \frac{dV_x}{dt} = 4 ; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = 0 ; \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = 0 ; \quad \|\vec{a}\| = a = \sqrt{4^2} \Rightarrow a = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

5) Oui ce mouvement est plan car le mobile a une cote z constante tandis que x et y dépendent du temps t .

Exercice 3.3**a) Calcul de la vitesse du mobile.**

Le mobile se déplace uniformément sur l'axe ($x'Ox$) ; son mouvement est rectiligne uniforme. Sa

vitesse moyenne est : $V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$; **AN** : $V = \frac{8-2}{2.5-1}$; **V = 4 m.s⁻¹**

b) Equation horaire : $X = Vt + x_0$ avec $V = 4 \text{ m.s}^{-1}$

Pour $t_1 = 1 \text{ s}$; $x_1 = Vt_1 + x_0 = 2 \Rightarrow x_0 = 2 - Vt_1$; **AN** : $x_0 = 2 - 4 \times 1 = -2 \text{ m}$

Conclusion : l'équation horaire s'écrit : $X = 4t - 2$

c) A $t = 0$, $x = x_0 = -2 \text{ m}$.

Exercice 3.4**1) Equation de la trajectoire dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.**

$y = \text{cte}$ ou $y = 0$ si on admet que le mobile se déplace sur l'axe (Ox)

2) Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération.

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 3 ; \quad \dot{y} = 0 ; \quad \text{donc} \quad \vec{V} \begin{pmatrix} 3t^2 - 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow a_x = \frac{d\dot{x}}{dt} = 6t ; \quad a_y = \frac{d\dot{y}}{dt} = 0 ; \quad \text{Donc} \quad \vec{a} \begin{pmatrix} 6t \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé.

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = a_x \cdot V_x + a_y \cdot V_y = 6t(3t^2 - 3)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = 0 \Leftrightarrow 6t(3t^2 - 3) = 0 \Rightarrow 18t(t-1)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 0, \text{ ou } t = 1, \text{ ou } t = -1 ;$$

t	0 + ∞	1
$18t$	+	+
$t - 1$	-	0
$t + 1$	+	+
$\vec{a} \cdot \vec{V} = 18t(t-1)(t+1)$	-	0
Conclusion	Mouvement retardé	Mouvement accéléré

N.B : nous prenons valeurs positives de t car le mouvement étudié s'effectue après l'origine des dates.

Exercice 3.5**1) Nature du mouvement**

L'équation horaire est de la forme $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$; avec $\frac{1}{2}a = 1\text{m.s}^{-2}$, a étant positif, le mobile effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

2) Calculons l'accélération du mobile.

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\text{m.s}^{-2}. \text{ On aurait pu calculer } a = \frac{d^2x}{dt^2} = 2\text{m.s}^{-2}.$$

3) Vitesse initiale V_0 et position initiale x_0

$$x = t^2 - 2t + 5 \text{ est de la forme } x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 ; \text{ donc, } V_0 = -2\text{m.s}^{-1} \text{ et } x_0 = 5\text{m}.$$

Exercice 3.6

$$1) \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V}_0t + \overrightarrow{OM}_0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{t^2}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Suivant (Ox) : $x = 2t$ (1) ; suivant (Oy) : $y = t^2 - t + 3$ (2) ; suivant (Oz) : $z = 0$ (3)
Z étant constant, le mouvement de M est donc plan ; M se déplace sur le plan (Oxy).

$$2) (1) \Leftrightarrow t = \frac{x}{2} ; \quad (1) \text{ dans } (2) : y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 3 ; \text{ avec } z = 0.$$

$$3) \text{ Nous savons que } \vec{V} = \vec{a}t + \vec{V}_0 \Rightarrow \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \text{ Donc } \begin{cases} V_x = 2 \\ V_y = 2t - 1 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

Le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ étant orthonormé, $\vec{a} \cdot \vec{V} = a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{V} = (0 \times 2) + [2 \times (2t - 1)] + 0 \times 0$;
Donc $\vec{a} \cdot \vec{V} = 4t - 2$.

4) Nature des différentes phases du mouvement.

signe du produit scalaire par intervalle de temps : $\vec{a} \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow 4t - 2 = 0 \Rightarrow t = 0,5\text{s}$.

Pour $t \in [0; 0,5[$; $4t - 2 < 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{V} < 0$: mouvement uniformément retardé ;

Pour $t \in [0,5; +\infty[$; $4t - 2 > 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{V} > 0$: mouvement uniformément accéléré ;

Exercice 3.7**1) Equations horaires du mouvement**

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V}_0t + \overrightarrow{OM}_0 \Rightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = \frac{1}{2}t^2(-10\vec{j}) + 4t\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = 4t\vec{i} + (-5t^2 + 6)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x = 4t & (1) \\ y = -5t^2 + 6 & (2) \end{cases}$$

2) Nature et équation de la trajectoire :

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{4} \Rightarrow y = -5\left(\frac{x}{4}\right)^2 + 6 ; \text{ donc } y = -\frac{5}{16}x^2 + 6 ;$$

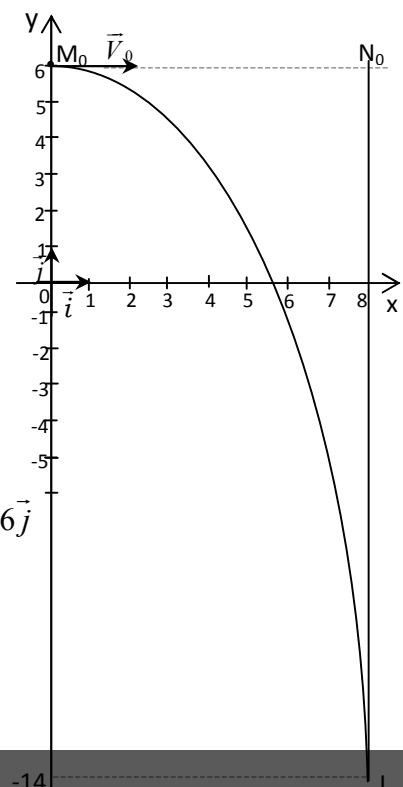
La trajectoire du mobile M est une parabole.

3.1) Equations horaires de N :

$$\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V}_0t + \overrightarrow{ON}_0, \text{ avec } \vec{a} = -10\vec{j}; \quad \vec{V}_0 = \vec{0}; \quad \overrightarrow{ON}_0 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = \frac{1}{2}t^2(-10\vec{j}) + 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = 8\vec{i} + (-5t^2 + 6)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -5t^2 + 6 \end{cases}$$



3.2) La trajectoire de N a pour équation : $x = 8$.

3.3) M et N se rencontrent à un instant t où leurs coordonnées sont identiques. Etant donné qu'à tout instant, $x_N = x_0 = 8$, l'abscisse du point de rencontre des deux mobiles est $x_0 = 8$.

D'après les équations horaires du mouvement de M, $x_0 = 4t_r = 8 \Rightarrow t_r = 2s$.

Conclusion : M et N se rencontrent à l'instant $t_r = 2s$.

3.4) Coordonnées du point de rencontre I

$$\text{A } t = 2s, \quad x = 8m, \quad y = -5 \times 2^2 + 6 \Rightarrow y = -14m.$$

Conclusion : Le point de rencontre I a pour coordonnées : $x_I = 8m$ et $y_I = -14m$.

Exercice 3.8

1) Calculons les accélérations du mobile dans chaque phase de son mouvement

Pour chaque phase, nous allons appliquer la relation : $a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$; avec V_1, V_2, t_1 et t_2 qui sont respectivement les vitesses et les instants de début et de fin de phase.

1^{ère} phase : $t \in [0, 10s[$; $a_1 = \frac{30 - 0}{10 - 0}$; $a_1 = 3m.s^{-2}$;

2^{ème} phase : $t \in [10s, 40s[$; $a_2 = \frac{10 - 30}{40 - 10}$; $a_2 = -0,67m.s^{-2}$

3^{ème} phase : $t \in [40s, 50s[$; $a_3 = \frac{10 - 10}{50 - 40}$; $a_3 = 0m.s^{-2}$

4^{ème} phase : $t \in [50s, 60s[$; $a_4 = \frac{0 - 10}{60 - 50}$; $a_4 = -1m.s^{-2}$

2) Dédution de la nature du mouvement dans chaque phase

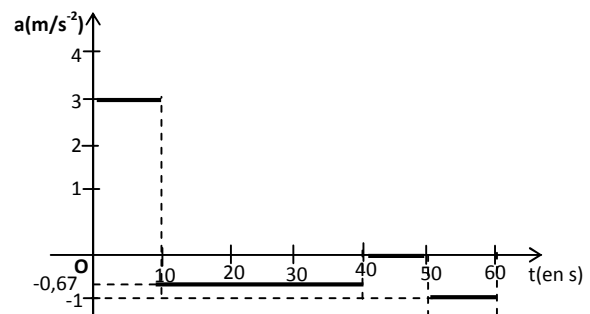
1^{ère} phase : $a_1 > 0$; Mouvement rectiligne uniformément accéléré..

2^{ème} phase : $a_2 < 0$; Mouvement rectiligne uniformément retardé.

3^{ème} phase : $a_3 = 0$; Mouvement rectiligne uniforme.

4^{ème} phase : $a_4 < 0$, Mouvement rectiligne uniformément retardé.

3) Représentation graphique de l'accélération.



4) Equations horaires $v(t)$ et $x(t)$

1^{ère} phase : $t \in [0, 10s[$; $a_1 = 3m.s^{-2}$

$$V(t) = a_1 t + V_0, \text{ donc } V(t) = 3t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_0 t + x_0; \text{ avec } V_0 = 0; \text{ donc } x(t) = \frac{3}{2} t^2.$$

2^{ème} phase : $t \in [10s, 40s[$; $a_2 = -0,67m.s^{-2}$

$$V(t) = a_2(t - 10) + V_0 \text{ avec } V_0 = 30m.s^{-1};$$

$$\text{Donc, } V(t) = -0,67(t - 10) + 30 \Rightarrow V(t) = -0,67t + 36,7$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a(t - 10)^2 + V_0(t - 10) + x_0; \text{ avec } V_0 = 30m.s^{-1}; x_0 = \frac{3}{2} \times 10^2; \text{ donc } x_0 = 150m.$$

$$\text{Donc, } x = \frac{1}{2}(-0,67)(t-10)^2 + 30(t-10) + 150 \Rightarrow x(t) = -0,335t^2 + 36,7t - 183,5$$

3^{ème} phase : $t \in [40s, 50s[$, $a_3 = 0$

$$V(t) = cte = 10m.s^{-1} \text{ donc } V(t) = 10m.s^{-1}; \quad x(t) = V_0(t - 40) + x_0.$$

$$\text{Avec : } V_0 = 10m.s^{-1}; x_0 = -0,335 \times 40^2 + 36,7 \times 40 - 183,5; \quad x_0 = 748,5m$$

$$\text{Donc } x(t) = 10(t - 40) + 748,5 \Rightarrow x(t) = 10t + 348,5.$$

4^{ème} phase : $t \in [50s, 60s[$; $a_4 = -1m.s^{-2}$

$$V(t) = a_4(t - 50) + V_0 \text{ avec } V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1} ; \text{ Donc } V(t) = -1(t - 50) + 10 \Rightarrow V(t) = -t + 60$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_4 (t - 50)^2 + V_0 (t - 50) + x_0 ; \text{ avec } V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}, x_0 = 10 \times 50 + 348,5 = 848,5 \text{ m}.$$

$$x(t) = \frac{1}{2} (-1) (t - 50)^2 + 10(t - 50) + 848,5. \text{ Donc } x(t) = -\frac{1}{2} t^2 + 60t - 901,5$$

5) Calculons la distance parcourue dans chaque phase

1^{ère} phase : $d_1 = x_1$; avec x_1 : la position de M à la fin de cette phase (à $t = 10\text{s}$).

$$\text{donc } d_1 = \frac{3}{2} \times 10^2; d_1 = 150 \text{ m}.$$

2^{ème} phase : $d_2 = x_2 - x_1$; avec x_2 : la position de M à la fin de la deuxième phase (à $t = 40\text{s}$)

$$x_2 = -0,335 \times 40^2 + (36,7 \times 40) - 183,5; x_2 = 748,5 \text{ m}$$

$$\text{donc } d_2 = 748,5 - 150; d_2 = 598,5 \text{ m}$$

3^{ème} phase : $d_3 = x_3 - x_2$; avec x_3 : la position de M à la fin de la 3^{ème} phase (à $t = 50\text{s}$).

$$x_3 = 10 \times 50 + 348,5; x_3 = 848,5 \text{ m}. \text{ Donc } d_3 = 848,5 - 748,5; d_3 = 100 \text{ m}$$

4^{ème} phase : $d_4 = x_4 - x_3$; avec x_4 : la position de M à la fin de la 4^{ème} phase (à $t = 60\text{s}$).

$$x_4 = -\frac{1}{2} \times 60^2 + (60 \times 60) - 901,5; x_4 = 898,5. \text{ Donc } d_4 = 898,5 - 848,5; d_4 = 50 \text{ m}$$

6) Calculons la distance totale parcourue par le mobile

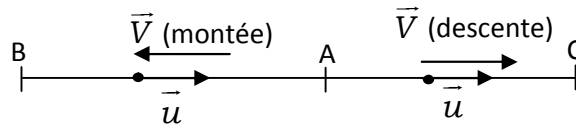
$d = x_4$, Avec x_4 : la position à la fin de la quatrième phase. Donc $d = 898,5 \text{ m}$.

Autre méthode : $d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$; **A.N :** $d = 150 + 598,5 + 100 + 50$; **d = 898,5 m.**

Exercice 3.9

Calculons la vitesse u du courant.

Soit $\vec{V}$ la vitesse de la pirogue due à la cadence avec laquelle pagaie le piroguier ;



Soit t_1 le temps que met le piroguier pour aller de A à B ; $AB = (V - u)t_1$ (1)

Soit t_2 la durée que met le piroguier après avoir fait demi-tour en B pour rattraper le chapeau en C ; $BC = (u + V)t_2$ (2)

Pendant la durée $t = t_1 + t_2$; le chapeau va de A à C, Donc $AC = u(t_1 + t_2)$ (3)

Réolvons le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} AB = (V - u)t_1 & (1) \\ BC = (u + V)t_2 & (2) \\ AC = u(t_1 + t_2) & (3) \end{cases}$$

D'après la figure ci-dessus, $BC = BA + AC \Rightarrow BC = AB + AC$ (4)

(1), (2) et (3) dans (4) : $(u + V)t_2 = (V - u)t_1 + u(t_1 + t_2)$

$$\Rightarrow ut_2 + Vt_2 = Vt_1 - ut_1 + ut_1 + ut_2 \Rightarrow Vt_2 = Vt_1 \Rightarrow t_2 = t_1 \quad (5)$$

$$(5) \text{ dans } (3) \text{ donne : } AC = u(t_1 + t_1) \Rightarrow u = \frac{AC}{2t_1} \quad \text{A.N : } u = \frac{700}{2 \times 5 \times 60} ; u = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 3.10

1) **Faux.** Dans l'air, les mouvements de chute varient avec la forme et la taille des corps.

2) **Vrai.** 3) **Faux.** Dans le vide, le mouvement de chute de tous les corps est rectiligne et uniformément varié.

4) **Faux.** Dans le vide, les mouvements de chute de tous les corps sont identiques. Ils parcourent donc des distances égales pour des durées de chute identiques. 5) **Vrai.**

Exercice 3.11

1) Durée de chute de ce corps : $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; **A.N** : $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; **t = 4s**

2) Vitesse du corps lorsqu'il frappe le sol : $V = gt$; **A.N** : $V = 10 \times 4$; **V = 40 m.s⁻¹**

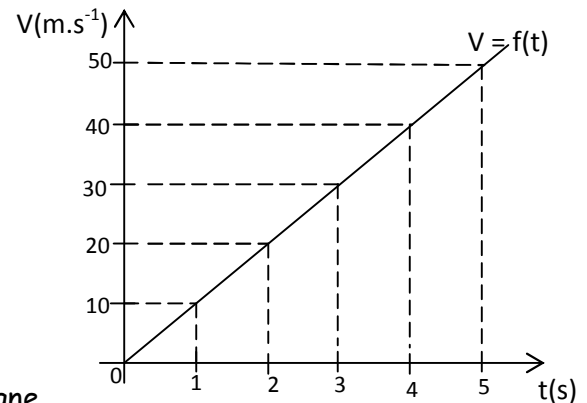
Exercice 3.12

1) La valeur qui doit figurer dans la case vide est 0 Car la bille effectue une chute libre sans vitesse initiale ; Donc $V_0 = 0$.

2) Représentons graphiquement $V = f(t)$

3) Déduisons du graphe la nature du mouvement.
La courbe $V = f(t)$ étant une droite passant par l'origine, nous pouvons dire que V et t sont liés par la relation : $V = at + b$; qui est l'équation horaire caractéristique de la vitesse dans les mouvements uniformément variés.

Conclusion : La bille effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré car, la droite est croissante et sa pente a est positive. $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = a = \frac{60-0}{6-0}$; **a = 10m.s⁻²**.

**Exercice 3.13****1) Equation horaire du mouvement**

$z = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + z_0$ avec $a = -g$; $V_0 = 40\text{m.s}^{-1}$; $z_0 = 0$.

Donc $z = -\frac{1}{2}g t^2 + V_0 t$; $z = -4,9 t^2 + 40 t$.

2) Hauteur H à laquelle s'élève le projectile avant de s'arrêter

Le projectile s'arrête lorsque sa vitesse s'annule.

$V(t) = 0 \Rightarrow -gt + V_0 = 0 \Rightarrow t = \frac{V_0}{g}$; **A.N** $t = \frac{40}{9,8}$; **t = 4,1s**.

A t = 4,1s ; $z = -4,9 \times (4,1)^2 + 40 \times 4,1$; **z = H = 82m**.

3) Vitesse V du projectile lorsqu'il repasse au niveau de la terrasse.

$V^2 - V_0^2 = 2a(z - z_0)$; avec $z = z_0$; $V^2 - V_0^2 = 0 \Rightarrow V = V_0$; **V = 40m.s⁻¹**.

4) Calculons le temps au bout duquel le projectile atteint le sol

Le sol se trouve à 80m de O, donc $z_{\text{sol}} = z_s = -80\text{m}$

$z(t) = z_s \Rightarrow -4,9t^2 + 40t = -80 \Rightarrow 4,9t^2 - 40t - 80 = 0$ **(1)**

$\Delta' = b'^2 - ac$; $\Delta' = 20^2 + 4,9 \times 80$; $\Delta' = 792$.

$t_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$; $t_1 = \frac{20 - \sqrt{792}}{4,9}$; $t_1 = -1,66\text{s}$ (Impossible).

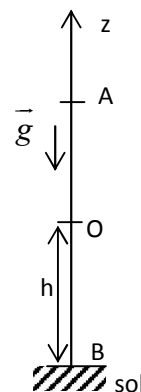
$t_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $t_2 = \frac{20 + \sqrt{792}}{4,9}$; $t_2 = 9,82\text{s}$

Conclusion : Le temps au bout duquel le mobile atteint le sol, après avoir parcouru OA, puis AB comme indiqué sur la figure ci-dessus est : **t = 9,82s**. Calculons la vitesse du projectile à l'arrivée au sol.

$V(t) = -9,8t + 40$; **A.N** : $V = -9,8 \times 9,82 + 40$; **V = -56,2m.s⁻¹**.

N.B : V est négatif parce que l'axe (Oz) est vertical et ascendant.

La norme de V est donc **V = 56,2 m.s⁻¹**.



Exercice 3.14**1) Equations horaires de B₁ et B₂**

Pour la bille B₁ : $x_1(t) = -\frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$ (1)

Or $\vec{a} = -\vec{g} \Rightarrow a = a_x = -g$ (2)

(2) dans (1): $x_1(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t + x_0$; avec $V_0 = 2\text{m.s}^{-1}$, $x_0 = 0$; $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

Donc $x_1(t) = -5t^2 + 20t$.

Le mouvement de la bille B₂ commence 2s après celui de B₁.

donc $x_2(t) = \frac{1}{2}a(t-2)^2 + V_0(t-2) + x_0$; avec $V_0 = 20\text{m.s}^{-1}$; $x_0 = 0$; $a = -g$.

$x_2(t) = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + V_0(t-2) + x_0$.

A.N : $x_2(t) = -\frac{1}{2} \times 10(t-2)^2 + 20(t-2)$; $x_2(t) = -5t^2 + 40t - 22$.

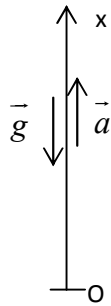
2) Date t_c du choc entre les deux billes

$x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow -5t^2 + 20t = -5t^2 + 40t - 22 \Rightarrow 20t - 22 = 0 \Rightarrow t = t_c = 1,1\text{s}$

Conclusion : LE choc a lieu à l'instant t_c = 1,1s.

3) Déduisons-en l'abscisse X_c du lieu du choc.

$x_c = x_1(t_c) \Rightarrow x_c = -5t_c^2 + 20t_c$; **A.N** : $x_c = -5 \times 1,1^2 + 20 \times 1,1$; $x_c = 15,95\text{m}$.

**Exercice 3.15****1) Equations horaires du mouvement de chute de O₁ et O₂.**

Nous choisissons la même origine d'espace et de temps pour O₁ et O₂ :

- Origine des dates : instant de départ de O₁.
- Origine des espaces : position de O₁ avant sa chute.

$z_1(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + z_0$; avec $V_0 = 0$; $z_0 = 0$;

donc $z_1(t) = \frac{1}{2}gt^2$; avec $g = 10\text{m.s}^{-2}$; **A.N** : $z_1(t) = 5t^2$

$z_2(t) = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + V_0(t-1) + z_0$; avec $V_0 = 0$; $z_0 = h_2 - h_1 = 10\text{m}$; $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

Donc $z_2(t) = \frac{1}{2} \times 10(t-1)^2 + 10$; **A.N** : $z_2(t) = \frac{1}{2} \times 10(t-1)^2 + 10$;

Donc $z_2(t) = 5t^2 - 10t + 15$.

2) Calculons le temps de chute t₁ de l'orange O₁.

O₁ et O₂ arrivent en même temps au sol. L'instant d'arrivée au sol d'après l'origine des dates choisie est la durée de chute t₁ de O₁ ;

$t = t_1 \Rightarrow z_1(t_1) = z_2(t_1) \Rightarrow 5t_1^2 = 5t_1^2 - 10t_1 + 15 \Rightarrow -10t_1 + 15 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{15}{10} = 1,5\text{s}$

le temps de chute de l'orange O₁ est : t₁ = 1,5s.

Déduction de h₁, h₂ et t₂.

$h_1 = z_1(t_1) = 5t_1^2$; **A.N** : $h_1 = 5 \times 1,5^2$; $h_1 = 11,25\text{m}$.

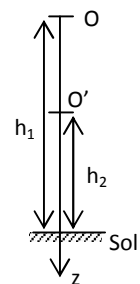
$h_2 - h_1 = 10\text{m} \Rightarrow h_2 = h_1 + 10 = 11,25 + 10$; donc $h_2 = 21,25\text{m}$.

de même $t_2 = t_1 - 1\text{s}$; $t_2 = 1,5 - 1 = 0,5\text{s}$. donc $t_2 = 0,5\text{s}$.

3) Calculons les modules des vecteurs vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ à l'arrivée au sol.

$V_1(t) = gt$ et $V_2(t) = g(t-1)$; A $t = t_1$, $V_1 = gt_1$; **A.N** : $V_1 = 10 \times 1,5$; $V_1 = 15\text{m.s}^{-1}$

$V_2 = g(t_1 - 1)$; **A.N** : $V_2 = 10 \times (1,5 - 1)$; $V_2 = 5\text{m.s}^{-1}$.



Exercice 3.16**1) Equations horaires des mouvements de A et B.**

A part de O et B part de O', avec $OO' = 0,4m$;

$$z_A(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + z_0 ; \text{ avec } V_0 = 0 ; z_0 = 0 \text{ donc } z_A(t) = \frac{1}{2}gt^2.$$

avec $g = 10m.s^{-2}$; $z_A(t) = 5t^2$

$$z_B(t) = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 + V_0(t - t_0) + z_0, \text{ avec } V_0 = 0 ; z_0 = 0,4m .$$

Déterminons l'instant de départ t_0 de B (le retard qu'accuse B sur A).

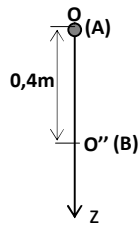
à $t = t_0$, A a déjà parcouru $0,2m$;

$$z_A = 2m \Rightarrow z_A(t_0) = 0,2 \Rightarrow 5t_0^2 = 0,2 \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{0,2}{5}} ; t_0 = 0,2 s$$

$$z_B(t) = \frac{1}{2}g(t - 0,2)^2 + 0,4 = \frac{1}{2} \times 10(t - 0,2)^2 + 0,4 = 5(t^2 - 0,4t + 0,04) + 0,4 ; \quad \mathbf{z_B(t) = 5t^2 - 2t + 0,6}$$

2) Calculons l'instant t_c où se produit le choc entre A et B

$$z_A(t) = z_B(t) \Rightarrow 5t^2 = 5t^2 - 2t + 0,6 \Rightarrow -2t + 0,6 = 0 \Rightarrow t = \frac{0,6}{2} = 0,3s ; \quad \mathbf{t_c = 0,3s.}$$

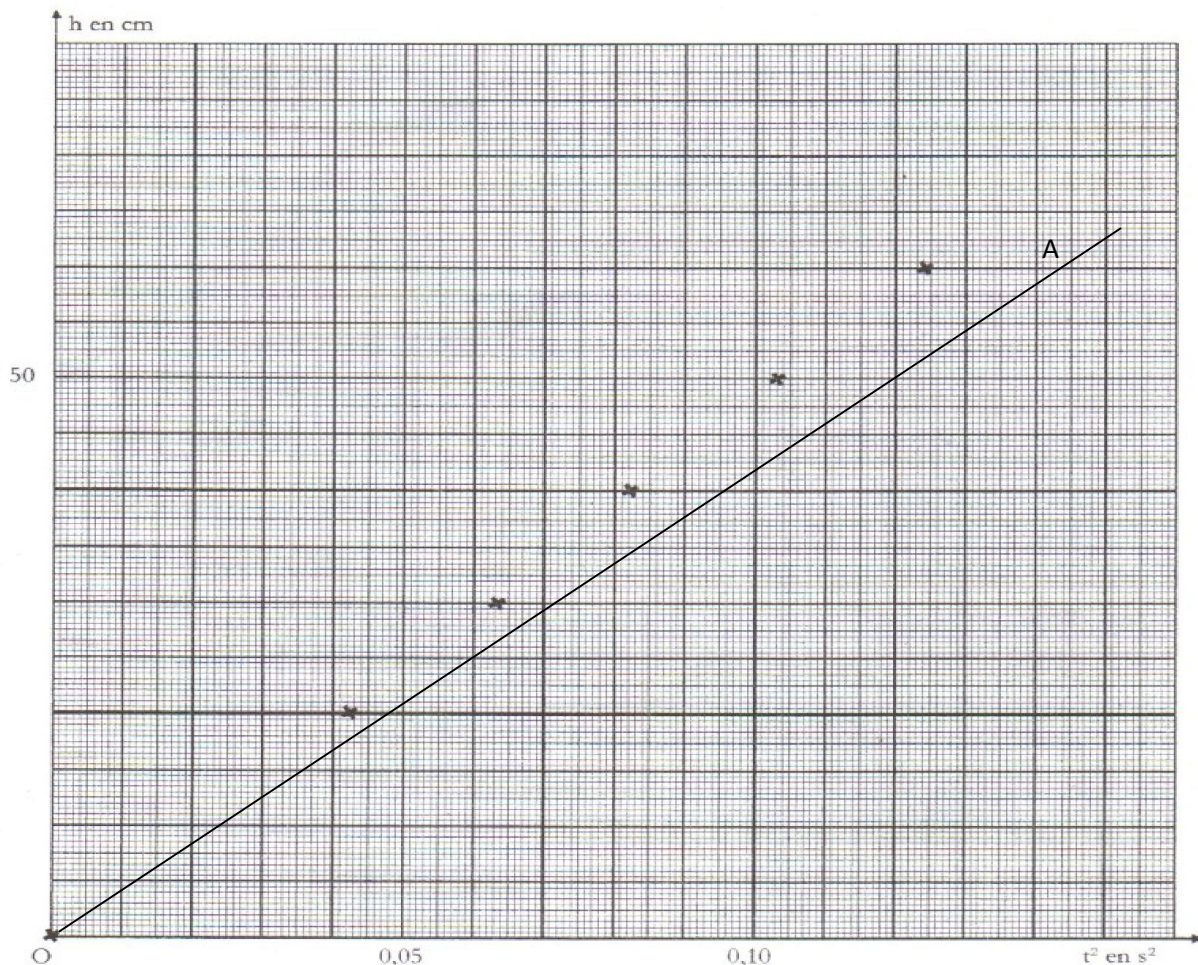
**Exercice 3.17****1) Dispositif de chute:**

Matériel à utiliser: une règle graduée, un chronomètre électronique, un dispositif de déclenchement et d'arrêt de chronomètre, Un dispositif de rétention et de libération de la bille (électroaimant).

2.a) On effectue 3 mesures pour réduire les risques d'erreur

b) On calcule la moyenne des trois mesures.

c) Tracé du graphe



Figur

3.a) Etant donné que le graphe passe par l'origine, $h = ct^2$ avec c = pente de la droite.

3.b) Accélération de la pesanteur:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = ct^2 \Rightarrow \frac{1}{2}g = c \Rightarrow g = 2c;$$

$$\text{D'après le graphe, } c = \frac{\Delta h}{\Delta(t^2)} = \frac{h_A - h_0}{t_A^2 - t_0^2} = \frac{60 \times 10^{-2}}{0,124} \Rightarrow c = 4,83 \text{ m.s}^{-2};$$

$$\text{Ainsi : } g = 2 \times 4,83; \quad g = 9,66 \text{ m.s}^{-2}$$

Exercice 3.18

1) **Faux.** L'intensité du vecteur champ de pesanteur décroît plutôt avec l'altitude.

2) **Vrai.** 3) **Faux.** La flèche est plutôt l'ordonnée du point d'altitude maximale.

4) **Vrai.** 5) **Vrai.** Le repère intrinsèque de Frenet n'est pas galiléen.

Exercice 3.19

1) Etablissons l'équation de la trajectoire du ballon

Système : Ballon.

Repère : $(A, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du ballon.

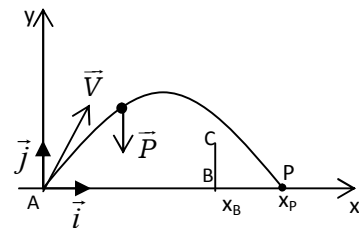
Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\sum(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}, \text{ donc } \vec{a} = \vec{g};$$

Nous en déduisons, $a_x = 0$ et $a_y = -g$. Ainsi, $V_x = V_0 \cos \alpha$ et $V_y = -gt + V_0 \sin \alpha$.

$$\Rightarrow x = V_0 t \cos \alpha \quad (1) \quad \text{et} \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha \quad (2); \quad (1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (3);$$

$$(3) \text{ dans } (2): \quad y = -\frac{gx^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha.$$



2) Le ballon traverse le mur si $y(x_B) > BC$.

$$\text{Or } y(x_B) = \frac{-gx_B^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x_B \tan \alpha; \quad \underline{\text{A.N.}}: y(x_B) = \frac{-9,8 \times 20^2}{2 \times 15^2 \cos^2 45} + 20 \tan 45; \quad y(x_B) = 2,58 \text{ m}$$

Le ballon traverse le mur car $y(x_B)$ est supérieure à la hauteur $BC = 2,45 \text{ m}$ du mur

3) Déterminons la distance d_2 séparant le mur du point de chute du ballon.

$$y(x) = 0 \Rightarrow \frac{-gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha = 0 \Rightarrow x \left(\frac{-g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \right) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{2V_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} \Rightarrow x_P = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \quad \underline{\text{A.N.}}: x_P = \frac{15^2 \sin 90}{9,8}; \quad x_P = 22,96 \text{ m}$$

L'abscisse du point de chute du ballon est $x_P = 22,96 \text{ m}$.

La distance séparant le mur du point de chute du ballon vaut : $d = x_P - AB$;

$$\underline{\text{A.N.}}: d = 22,96 - 20, \quad d = 2,96 \text{ m}.$$

$$4) \text{ Si } \alpha = 60^\circ, y(x_B) = \frac{-9,8 \times 20^2}{2 \times 15^2 \times \cos^2 60} + 20 \tan 60; \quad y(x_B) = -0,2 \text{ m}.$$

Conclusion : Pour $\alpha = 60^\circ$; le ballon ne traverse pas le mur car $y(x_B) < BC$.

5) Hauteur maximale atteinte par le ballon

Le ballon atteint sa hauteur maximale en x_0 tel que $y'(x_0) = 0$.

$$y(x) = \frac{-gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \Rightarrow y'(x) = \frac{-gx}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha$$

$$y'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-gx_0}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \Rightarrow x_0 = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} ; \text{ Donc } x_0 = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\text{A.N. : } x_0 = \frac{15^2 \sin(2 \times 45)}{2 \times 9,8} ; \quad x_0 = 11,48 \text{ m.}$$

$$y_{\max} = y(x_0) = \frac{-gx_0^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x_0 \tan \alpha \quad \text{A.N. : } y_{\max} = \frac{-9,8 \times 11,48^2}{2 \times 15^2 \times \cos^2 45} + 11,48 \tan 45 ; \quad y_{\max} = 5,74 \text{ m.}$$

Exercice 3.20

1) Equations horaires du mouvement de la bombe.

Système : la bombe

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

Bilan des forces : Le poids $\vec{P}$ de la bombe ;

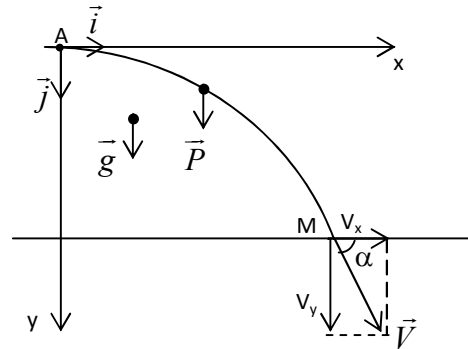
Théorème du centre d'inertie :

$$\sum(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} ; \text{ or } P = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow V \begin{cases} V_x = V_{0x} = V_0 \\ V_y = gt + V_{0y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = V_0 t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} gt^2 + y_0 \end{cases}$$

A $t = 0$, la bombe est à l'origine A du repère ; donc $x_0 = y_0 = 0$.

Les équations horaires du mouvement de la bombe sont donc : $x = V_0 t$ et $y = \frac{1}{2} gt^2$



2) Date t_1 à laquelle la bombe touche le sol.

La bombe touche le sol lorsque $y = H$; $\frac{1}{2} gt_1^2 = H \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$;

$$\text{A.N. : } t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 2,5 \cdot 10^3}{10}} ; \quad t_1 = 22,4 \text{ s.}$$

3) Coordonnées de l'avion à l'instant t_1

$$x_1 = V_0 t_1 ; \text{ avec } V_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ km.h}^{-1} = 2 \cdot 10^3 \times \frac{10^3}{3600} \text{ m.s}^{-1} ; V_0 = 5,55 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\text{A.N. : } x_1 = 5,55 \cdot 10^2 \times 22,4 ; \quad x_1 = 1,24 \cdot 10^4 \text{ m.}$$

Les coordonnées de l'avion sont : $x_1 = 1,24 \cdot 10^4 \text{ m}$ et $y_1 = 0$.

4) Coordonnées du point de chute M_0 de la bombe sur le sol.

M_0 a pour coordonnées x_0 et y_0 tels que : $y_0 = H = 2,5 \cdot 10^3 \text{ m}$ et $x_0 = V_0 t_1$

$x_0 = x_1 = 1,24 \cdot 10^4 \text{ m}$. M_0 a pour coordonnées $x_0 = 1,24 \cdot 10^4 \text{ m}$, $y_0 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ m}$.

5) Vitesse de la bombe à l'instant où elle touche le sol.

Les équations horaires de la vitesse établies à la question (1) sont : $V_x = V_0$ et $V_y = gt$.

A $t = t_1$, $V_x = V_0 = 5,5 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$; $V_y = 9,8 \times 22,4$; $V_y = 219,5 \text{ m.s}^{-1}$.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} ; \quad \text{A.N. : } V = \sqrt{(5,55 \cdot 10^2)^2 + 219,5^2} ; \quad V = 597,3 \text{ m.s}^{-1}$$

6) Déterminons α .

$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_x} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V_y}{V_x} \right); \quad \underline{\text{A.N.}}: \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{219,5}{5,55 \cdot 10^2} \right); \alpha = \mathbf{21,6^\circ}$$

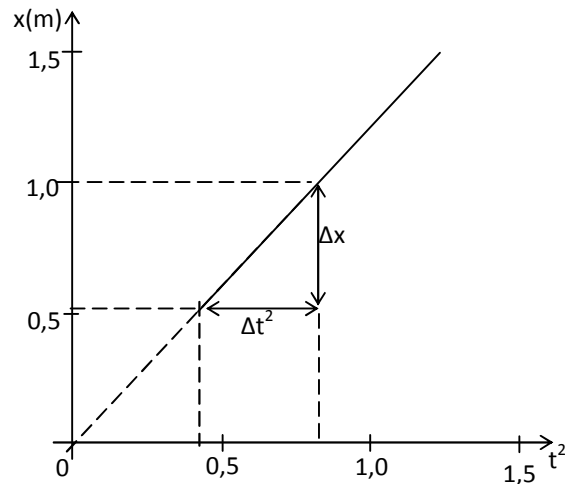
Exercice 3.21**1) Complétons le tableau**

x(m)	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40
t(s)	0,73	0,89	1,03	1,15	1,26	1,37
t ²	0,53	0,79	1,06	1,32	1,59	1,88

La courbe $x = f(t^2)$ étant une droite, son équation est de la forme $x = at^2 + b$; **(1)**

avec $a \in \mathbb{R}^*$, et $b \in \mathbb{R}$.

Le chariot effectue donc un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré.

**2) Calculons la valeur expérimentale a_e de l'accélération**

l'équation horaire du mouvement d'un mobile effectuant un mouvement uniformément accéléré est de la forme : $x = \frac{1}{2}a_e t^2 + x_0$ **(2)** ;

Par identification, les équations (1) et (2) nous donnent : $\frac{1}{2}a_e = a = \text{pente du graphe}$;

donc $\frac{1}{2}a_e = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{0,80 - 0,40}{1,06 - 0,53}$; $\frac{1}{2}a_e = 0,755 \Rightarrow a_e = 2 \times 0,755$; Donc $a_e = 1,51$.

3.1) Calculons la valeur théorique a_t de l'accélération

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au chariot entre l'instant où il est lâché et un instant t quelconque :

Soit V sa vitesse à un instant t quelconque : $\Delta E_c = \Sigma W(\vec{F}_{ext}) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$;

Or $W(\vec{P}) = mgx \sin \alpha$ et $W(\vec{R}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mgx \sin \alpha$ **(3)**

Dérivons la relation (3) : $2 \times \frac{1}{2}V \frac{dV}{dt} = mg \sin \alpha \Rightarrow Va_t = mg \sin \alpha \Rightarrow a_t = g \sin \alpha$;

A.N : $a_t = 9,8 \times \sin 10$; **$a_t = 1,70 \text{ m.s}^{-2}$.**

3.2) $a_e < a_t$; Ceci du fait de l'existence des forces de frottement, mais aussi des erreurs de mesure.

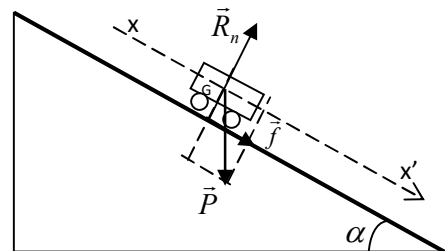
3.3) Calculons l'intensité des forces de frottement

Le théorème du centre d'inertie s'écrit : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_e$.

Projection sur l'axe $x'x$:

$$mg \sin \alpha - f = ma_e \Rightarrow f = m(g \sin \alpha - a_e);$$

A.N : $f = 0,2 \times (1,70 - 1,51)$; **$f = 0,04 \text{ N}$.**



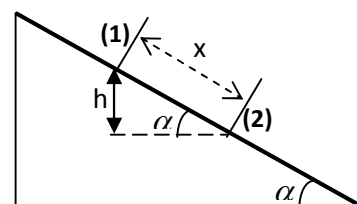
4.1) Du fait de l'existence des forces de frottement, le système (chariot-terre) n'est pas conservatif.

4.2) Montrons que la variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces non conservatives.

Soient E_{M_1} et E_{M_2} les énergies mécaniques du système à deux instants t_1 et t_2 différents.

$$\Delta E_M = E_{M_2} - E_{M_1} = (E_{C_2} + E_{p_{p_2}}) - (E_{C_1} + E_{p_{p_1}})$$

$$\Rightarrow \Delta E_M = (E_{C_2} - E_{C_1}) + (E_{p_{p_2}} - E_{p_{p_1}}) \quad \textbf{(4)}$$



D'après le théorème de l'énergie cinétique, $E_{C_2} - E_{C_1} = mgh - fx = mgx \sin \alpha - fx$; (5)

le chariot effectuant une descente, $E_{p_{p_2}} - E_{p_{p_1}} = -mgh = -mgx \sin \alpha$ (6)

(5) et (6) dans (4) donne :

$\Delta E_M = mgx \sin \alpha - fx - mgx \sin \alpha \Rightarrow \Delta E_M = -fx = W(\vec{f})$; Où $\vec{f}$ est la seule force

non conservative agissant sur le chariot.

Conclusion : la variation d'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces non conservatives.

Exercice 3.22

1) Etablissons la relation donnant V_0 en fonction de x , K , m , g et α

Après la compression, l'extrémité de la flèche est en D'.

Energie mécanique du système après compression : $E_{M_{D'}} = \frac{1}{2}Ka^2 - mgh$

Energie mécanique du système après la percussion de la bille : $E_{M_D} = \frac{1}{2}mV_0^2$

Conservation de l'énergie mécanique : $E_{M_{D'}} = E_{M_D} \Leftrightarrow \frac{1}{2}Ka^2 - mgh = \frac{1}{2}mV_0^2$

Or $h = DD' \sin \alpha = a \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{2}Ka^2 - mg.a \sin \alpha = \frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{a \left(\frac{Ka}{m} - 2g \sin \alpha \right)}$



2) Montons qu'en négligeant la variation d'énergie potentielle, nous obtenons $V_0 = |a| \sqrt{\frac{K}{m}}$

Si nous négligeons la variation de l'énergie potentielle, le terme mgh n'est plus considéré ;

Alors, $E_{M_{D'}} = \frac{1}{2}Ka^2$ et $E_{M_D} = \frac{1}{2}mV_0^2$

$E_{M_{D'}} = E_{M_D} \Leftrightarrow \frac{1}{2}Ka^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow V_0 = |a| \sqrt{\frac{K}{m}}$

3) Equation et nature de la trajectoire de la bille (B) après le choc

- système : la bille (B) ;
- référentiel de laboratoire supposé galiléen ;
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de la bille.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g};$$

Projection suivant l'axe (D, x) :

$$a_x = 0 \Rightarrow V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha \Rightarrow x = (V_0 \cos \alpha)t + x_0 \text{ avec } x_0 = x_D = 0 ;$$

$$\text{Donc } x = V_0 t \cos \alpha \quad (1)$$

Projection suivant l'axe (D, y) : $a_y = -g \Rightarrow V_y = -gt + V_0 \sin \alpha$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha + y_0 \text{ avec } y_0 = y_D = 0 ; \text{ Donc } y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) constituent les équations horaires du mouvement de la bille.

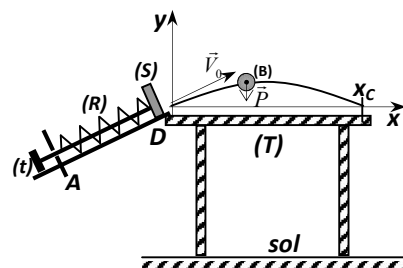
$$(1) \Leftrightarrow x = V_0 t \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \text{ donne : } y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 + V_0 \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right) \sin \alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha ;$$

Conclusion : la trajectoire de la bille est donc une parabole.

4) Dédisons l'expression de x_C du point de chute C de la bille sur la table

$$y = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha = 0 \Rightarrow x \left(-\frac{1}{2}g \frac{x}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \right) = 0$$



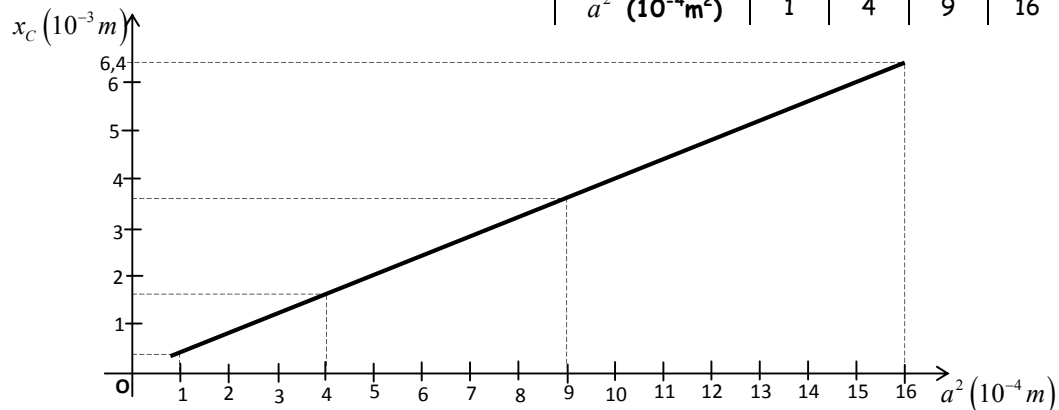
Nous en déduisons $x_C = 0$ ou $x_C = \frac{2V_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$;

Le point d'abscisse nulle étant D, une seule solution est bonne : $x_C = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

5.1) Complétons le tableau

a(m)	0,01	0,02	0,03	0,04
$x_C(10^{-3}m)$	0,39	1,57	3,6	6,4
$a^2 (10^{-4}m^2)$	1	4	9	16

5.2) Tracé du graphe $x_C = f(a^2)$



5.3) Dédution de l'intensité g de la pesanteur

$$x_C = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \text{ avec } V_0 = |a| \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow V_0^2 = a^2 \frac{K}{m} ;$$

En substituant V_0^2 dans x_C , nous obtenons $x_C = \frac{K \sin 2\alpha}{mg} \cdot a^2$; x_C est de la forme $x_C = p \cdot a^2$

Le graphe $x_C = f(a^2)$ est une droite de pente $p = \frac{K \sin 2\alpha}{mg} \Rightarrow g = \frac{K \sin 2\alpha}{p \cdot m}$

A.N : $p = \frac{(x_C)_2 - (x_C)_1}{(a^2)_2 - (a^2)_1} = \frac{6,4 \cdot 10^{-3} - 0,39 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow p = 4$; Donc $g = \frac{20 \sin(2 \times 39)}{4 \times 0,5}$; $g \approx 9,75 m.s^{-2}$

Exercice 3.23

1) Appliquons le théorème du centre d'inertie au système (ballon) dans le référentiel terrestre Galiléen, nous obtenons :

$$\sum (\vec{F}_{ext}) = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \vec{a}_M \Rightarrow m \vec{g} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} ; \text{ donc } a_x = 0, a_y = -g$$

Ainsi : $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + V_{0x} t + x_0$ et $y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0$

avec $a_x = 0, a_y = -g, V_{0x} = 3 m.s^{-1} ; V_{0y} = 4 m.s^{-1}$.

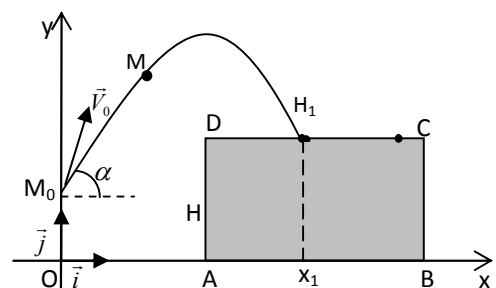
et $x_0 = 0 ; y_0 = 0,9$; donc $x = 3t$ et $y = -5t^2 + 4t + 0,9$.

2) Equation de la trajectoire ;

$x = 3t \Rightarrow t = \frac{x}{3}$; substituons t dans y :

$y = -5 \left(\frac{x}{3} \right)^2 + 4 \left(\frac{x}{3} \right) + 0,9$; L'équation de la trajectoire est donc $y = -\frac{5}{9} x^2 + \frac{4}{3} x + 0,9$;

cette trajectoire est une parabole.



3) Déterminons la durée de la montée du ballon ;

Les équations horaires de la vitesse du ballon sont :

$V_x = V_{0x} = 3$; $V_y = -gt + V_{0y} \Rightarrow V_y = -10t + 4$;

le ballon cesse de monter dès que la composante verticale V_y du vecteur vitesse s'annule ;

$$V_y = 0 \Rightarrow -10t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{4}{10} ; t = 0,4s.$$

La durée de la montée du ballon est $t = 0,4s$.

4) Déterminons l'altitude maximale y_m atteinte par le ballon.

$$y_m = y(t_1) = -5t_1^2 + 4t_1 + 0,9 ; \underline{\text{A.N.}} : y_m = -5 \times 0,4^2 + 4(0,4) + 0,9 ; y_m = 1,7m.$$

5) Déterminons la distance OA.

La distance OA est égale à l'abscisse x_A du point A. Etant donné que la flèche de la trajectoire a pour abscisse x_A , nous avons :

$$y_m = y(x_A) \Rightarrow -\frac{5}{9}x_A^2 + \frac{4}{3}x_A + 0,9 = 1,7 \Rightarrow -5x_A^2 + 12x_A - 7,2 = 0$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \times (-5) \times (-7,2) = 0 ; \text{ donc } x_A = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times (-5)} ; x_A = 1,2m ;$$

Conclusion : La distance OA = $x_A = 1,2m$.

6.1) Déterminons la hauteur $h = AD$ du mur

$$h = y(x_1) = -\frac{5}{9}x_1^2 + \frac{4}{3}x_1 + 0,9 ; \underline{\text{A.N.}} : h = -\frac{5}{9}(1,85)^2 + \frac{4}{3}(1,85) + 0,9 ; h = 1,465m.$$

6.2) Energie mécanique du ballon en M_0 et en H_1 .

$$E_M(M_0) = E_C(M_0) + E_P(M_0) ; \text{ or } E_P(M_0) = 0 \text{ et } E_C(M_0) = \frac{1}{2}mV_0^2, \text{ avec } \vec{V}_0 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\text{donc } E_M(M_0) = E_C(M_0) = \frac{1}{2}mV_0^2 \quad \underline{\text{A.N.}} : E_M(M_0) = \frac{1}{2} \times 0,6 \times (3^2 + 4^2) ; E_M(M_0) = 7,5J. \text{ La}$$

poussée de l'air étant négligeable, l'énergie mécanique du ballon se conserve.

$$\text{Ainsi, } E_M(M_0) = E_M(H_1) = 7,5J.$$

6.3) Hauteur h_1 à laquelle s'élève le ballon après le 1^{er} rebond .

l'énergie mécanique du ballon après le 1^{er} rebond est :

$$E_M' = \frac{9}{10}E_M(M_0) ; \text{ posons } E_M(M_0) = E_M ;$$

Nous savons que : $E_M' = mg(h_1 + h_0) ;$ Par conséquent :

$$\frac{9}{10}E_M = mg(h_1 + h_0) \Rightarrow h_1 = \frac{9E_M}{10mg} - h_0 \quad (1)$$

$$\text{or } h_0 = HD = AD - AH \Rightarrow h_0 = h - OM_0 ;$$

$$h_0 = h - y_0 \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) : h_1 = \frac{E_M}{10mg} - (h - y_0) ; \underline{\text{A.N.}} : h_1 = \frac{7,5 \times 9}{10 \times 0,6 \times 10} - (1,465 - 0,9) ; h_1 = 0,56m.$$

6.4) Cette question constitue un concours ouvert à tous les élèves des classes de Terminales C, D et E. Envoyer sous pli fermé la réponse à la boîte postale 7850 Yaoundé Cameroun.

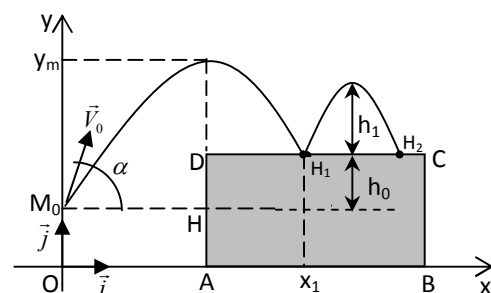
Ne pas oublier de préciser votre adresse complète : Nom, prénom, classe, établissement fréquenté, ville, département, Région, numéro de téléphone. Bonne chance à tous.

Exercice 3.24

1) Vrai. 2) Faux. Le sens de déviation dépend du champ électrique, donc des signes des armatures qui créent le champ.

3) Faux. Plutôt $\vec{F} = q\vec{E}$. **4) Vrai.** Car $\vec{F} = q\vec{E}$.

5) Faux. Les signes des charges de l'électron et du proton étant différents, leurs déviations sont différentes tout comme leurs trajectoires.



Exercice 3.25

1) Représentons le champ électrique $\vec{E}$ entre A et B :

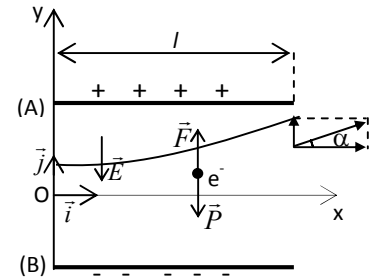
$$V_A - V_B = 2.10^3 V \Rightarrow V_A > V_B$$

2) Caractéristiques et composantes de $\vec{E}$.

- Origine : Tout point de l'espace situé entre A et B
- Direction : perpendiculaire au plan des armatures.
- Sens : de A vers B (celui des potentiels décroissants).

- Intensité : $E = \frac{U}{d}$; **A.N** : $E = \frac{2.10^3}{5.10^{-2}}$; **E** = 4.10^4 V.m^{-1}

Composantes du vecteur $\vec{E}$: Nous avons par projection $E_x = 0$; $E_y = -E = -4.10^4 \text{ V.m}^{-1}$

**3.1) Inventaire des forces agissant sur l'électron.**

Le poids $\vec{P}$ de l'électron ; la force électrostatique $\vec{F}$.

3.2) Montrons que le poids $\vec{P}$ est négligeable devant $\vec{F}$.

$$P = m_e g; \quad F = |e| \cdot E; \quad \frac{P}{F} = \frac{m_e g}{|e| \cdot E}; \quad \text{A.N: } \frac{P}{F} = \frac{9,1.10^{-31} \times 9,8}{1,6.10^{-19} \times 4.10^4}; \quad \frac{P}{F} = 1,4.10^{-15}.$$

Le rapport $\frac{P}{F}$ étant très petit ($\frac{P}{F} \approx 10^{-15}$), nous pouvons affirmer que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique F.

3.3) Equations horaires du mouvement de l'électron.

Système : Electron ; Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{F}$; Référentiel de laboratoire supposé Galiléen.

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique : $\sum(\vec{F}_{\text{ext}}) = m_e \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = m_e \vec{a}$;

Or $\vec{P}$ est négligeable devant $\vec{F}$; donc $\vec{F} = m_e \vec{a} = -|e|\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-|e|}{m_e} \vec{E}$.

Projection sur $(O, \vec{i})$: $a_x = \frac{-|e|}{m_e} E_x$ avec $E_x = 0 \Rightarrow a_x = 0$

Projection sur $(O, \vec{j})$: $a_y = \frac{-|e|}{m_e} E_y$ avec $E_y = -E \Rightarrow a_y = \frac{-|e|}{m_e} E$.

$$a_x = 0 \Rightarrow V_x = V_{0x} = V_0 \Rightarrow x = V_0 t + x_0 ; \text{ avec } x_0 = 0 \Rightarrow x = V_0 t \quad (1)$$

$$a_y = \frac{|e|}{m_e} E \Rightarrow V_y = \frac{|e|}{m_e} E t + V_{0y} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{|e|}{m_e} E t^2 + V_{0y} t + y_0 ; \text{ or } V_{0y} = 0 \text{ et } y_0 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{|e|}{m_e} E t^2 \quad (2)$$

Eliminons t dans les équations (1) et (2), nous obtenons l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{1}{2} \frac{|e| E x^2}{m_e V_0^2} ; \text{ la trajectoire de l'électron est donc une parabole.}$$

3.4) Ordonnée y_s du point de sortie

$$y_s = y(l) = \frac{1}{2} \frac{|e| E l^2}{m_e V_0^2} ; \quad \text{A.N: } y_s = \frac{1,6.10^{-19} \times 4.10^4 \times 0,1^2}{2 \times 9,1.10^{-31} \times (5.10^7)^2} ; \quad y_s = 1,4.10^{-2} \text{ m} = 1,4 \text{ cm}$$

3.5) Déterminons la déviation angulaire α .

$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_x} ; \text{ avec } V_y = \frac{|e| E}{m_e} t_s \text{ et } V_x = V_0.$$

$$\text{Or } x_s = l = V_0 t_s \Rightarrow t_s = \frac{l}{V_0} ; \quad V_y = \frac{|e| E l}{m_e V_0} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{m_e V_0}{V_0} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{|e| E l}{m_e V_0^2}$$

$$\underline{\text{A.N}} : \tan \alpha = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 4 \cdot 10^4 \times 0,1}{9,1 \cdot 10^{-31} \times (5 \cdot 10^7)^2} = 0,28 \Rightarrow \alpha = 15,7^\circ$$

Exercice 3.26

1.1) $V_A > V_B$ car la particule chargée positivement se met spontanément en mouvement dès qu'on l'abandonne en O, ceci sous l'attraction de la plaque B et la répulsion de la plaque A.

1.2) Représentation

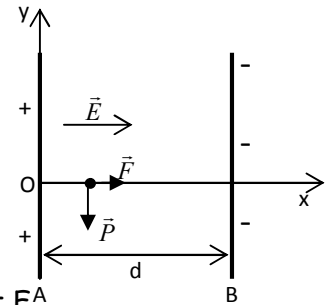
$\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q > 0$, donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens.

1.3) Calculons et comparons F et P.

$$F = |q|E ; \underline{\text{A.N}} : F = 2 \cdot 10^{-11} \cdot 10^4 ; \quad F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$P = mg ; \quad \underline{\text{A.N}} : P = 3 \cdot 10^{-20} \times 10 ; \quad P = 3 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-19}} ; \quad \frac{F}{P} = 0,66 \cdot 10^{12} \text{ donc } F \gg P. \text{ Ainsi, } P \text{ est négligeable devant } F.$$



2) Etablissons l'équation de la trajectoire de la particule.

$$\sum (\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} ;$$

$$\text{Nous en déduisons : } a_x = \frac{qE}{m} \text{ et } a_y = 0 \Rightarrow V_x = \frac{qE}{m} t \text{ et } V_y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 ; y = 0.$$

L'ordonnée de la particule étant constamment nulle, la particule se déplace sur (Ox) l'équation de sa trajectoire est donc : $y = 0$.

3) Vitesse de la particule à son arrivée en B.

$$V_B^2 - V_A^2 = 2ad \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2ad} \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2 \frac{qE}{m} d}$$

$$\underline{\text{A.N}} : V_B = \sqrt{0^2 + \frac{2 \times 2 \cdot 10^{-11} \times 10^4 \times 0,1}{3 \cdot 10^{-20}}} ; \quad V_B = 1,15 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

4) Ce dispositif est un accélérateur de particules encore appelé synchrotron, parce qu'il soumet la particule à un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Chapitre 4 : APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Généralités sur les mouvements circulaires uniformes

Le mouvement d'un mobile est dit circulaire uniforme lorsqu'il parcourt un cercle à vitesse constante.

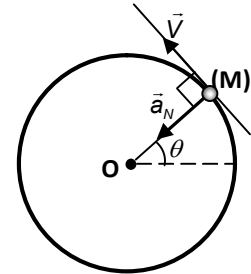
La trajectoire du mobile (M) est un cercle.

Accélération angulaire : $\ddot{\theta} = 0$; Période $T = \frac{2\pi}{\dot{\theta}}$;

Vitesse angulaire : $\dot{\theta} = \text{cste}$; Fréquence $N = \frac{1}{T}$;

Position : $\theta = \dot{\theta}t + \theta_0$; L'accélération est normale, $a = a_N = R\dot{\theta}^2$;

T en seconde(s) ; $\dot{\theta}$ en radian par seconde(rad.s^{-1}) ; N en Hertz(Hz) ; θ et θ_0 en radian(rad) ; a et a_n en mètre par seconde carré(m.s^{-2}).



II. Application des lois de Newton aux mouvements circulaires dans un champ de pesanteur uniforme

II.1 Etude du pendule conique

Un pendule conique est constitué d'une boule de masse m , de centre d'inertie G , suspendue par un fil de masse négligeable et de longueur l à une tige verticale solidaire de l'arbre du moteur. Pour une vitesse de rotation donnée, le pendule s'écarte de la verticale d'un angle α .

Bilan des forces : Le poids $\vec{P}$ de la boule, La tension $\vec{T}$ du fil ;

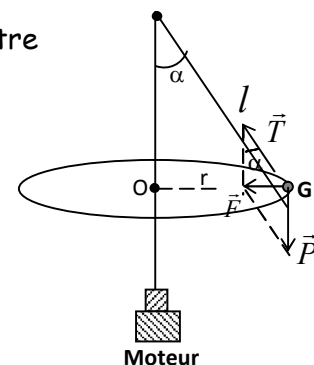
Appliquons le théorème du centre d'inertie dans le repère terrestre supposé galiléen $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$;

posons $\vec{F} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = \vec{F}$;

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma_G}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{a_G}{g} ; a_G = r\omega^2 \text{ où } r = OG = l \sin \alpha .$$

$$\Rightarrow a_G = (l \sin \alpha) \omega^2 ; \text{ Par conséquent : } \tan \alpha = \frac{l \omega^2 \sin \alpha}{g} ;$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{l \omega^2 \sin \alpha}{g} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{l \omega^2} .$$



II.2 Mouvement d'un véhicule dans un virage

1^{er} cas : La piste est horizontale et les frottements négligeables, la réaction $\vec{R}$ est perpendiculaire à la piste.

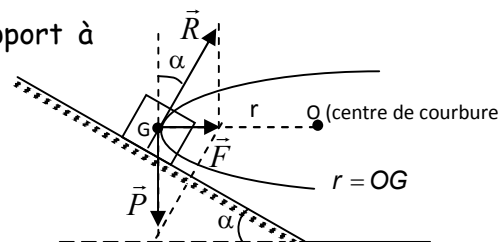
$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V} = \text{cte} .$$

Conclusion : Le mouvement du véhicule est nécessairement rectiligne uniforme, le véhicule ne peut pas prendre le virage.

2^{ème} cas : La piste est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale et les frottements négligeables ;

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G ; \text{ posons } \vec{P} + \vec{R} = \vec{F} ; \tan \alpha = \frac{F}{P}$$

$$\text{avec } F = ma_G = m \frac{V^2}{r} \text{ et } P = mg \Rightarrow \tan \alpha = \frac{V^2}{rg} .$$



Conclusion : L'angle α nécessaire pour éviter le dérapage du véhicule dépend de la vitesse V et du rayon de courbure r du virage.

II.3 Mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre

Définition : On appelle satellite terrestre tout astre, engin ou planète qui gravite autour de la terre et qui effectue un mouvement de révolution (mouvement circulaire uniforme) autour de la terre, sous l'effet d'une seule force, la force d'attraction terrestre encore appelée poids.

L'étude du mouvement d'un satellite (S) s'effectue dans un repère géocentrique.

Théorème du centre d'inertie :

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g}_h = m\vec{a} ; \text{ donc } \vec{a} = \vec{g}_h.$$

Dans la base de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$: $a_t = 0$ et $a_n = g_h = cte$.

Le vecteur accélération du satellite (S) est centripète et constant ; le satellite effectue donc un mouvement circulaire uniforme autour de la terre.

Vitesse du satellite :

$$a_n = \frac{V^2}{(R+h)}, \quad g_h = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} ; \quad a_n = g_h \Leftrightarrow \frac{V^2}{R+h} = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow V = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

Période T du satellite : La période T est la durée que met le satellite pour effectuer un tour complet de la terre.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{V}{(R+h)} = \frac{R}{(R+h)} \sqrt{\frac{g_0}{R+h}} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h)}{R} \sqrt{\frac{R+h}{g_0}} \quad \text{ou} \quad T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

$$\text{Loi de Kepler : } T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{R^2} \frac{(R+h)^3}{g_0} \Rightarrow \frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{R^2 g_0} = \frac{T^2}{(R+h)^3} = cte$$

Enoncé de la loi de Kepler : Le carré des périodes de révolution des satellites est proportionnel au cube des grands axes (rayons $R+h$) des trajectoires.

– **Satellite géostationnaire :** c'est un satellite apparemment immobile pour un observateur situé sur le plan équatorial. Tout satellite géostationnaire évolue à une altitude d'environ $h = 36000$ km. Un satellite géostationnaire effectue un tour de la terre en 24 heures environ, mais plus précisément en 23h 56min 04s. **N.B :** 1 jour sidéral = 23h 56min 04s = 86164s

II.4 Mouvement d'une particule dans un champ magnétique uniforme

1^{er} cas : $\vec{B}$ et $\vec{V}_0$ ont la même direction ($\vec{B}$ et $\vec{V}_0$ sont colinéaires)

La force magnétique à laquelle sera soumise la particule dans ce champ est la force de Lorentz $\vec{F}$.

Etant donné que $\vec{F} = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$, avec $\vec{B}$ colinéaire à $\vec{V}_0$, nous avons donc $\vec{F} = \vec{0}$ car le produit vectoriel de deux vecteurs colinéaires est nul.

Si $\vec{B}$ et $\vec{V}_0$ sont colinéaires, la force de Lorentz est nulle. Ainsi la relation fondamentale de

la dynamique pour la particule est $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$;

avec $\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$; donc $\vec{V} = cte = \vec{V}_0$.

Conclusion : La particule est donc animée d'un mouvement rectiligne uniforme.

2^{ème} Cas : les vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{V}_0$ sont perpendiculaires

N.B : Nous négligeons le poids de la particule G.

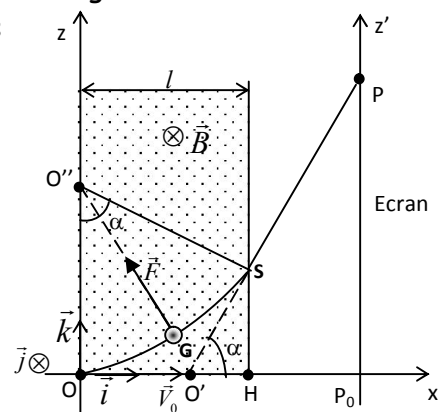
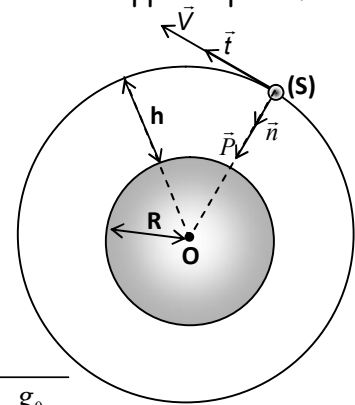
Bilan des forces appliquées à la particule G :

la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$;

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique :

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}_G ; \text{ Or } \vec{F} = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$$

$$\Rightarrow q\vec{V}_0 \wedge \vec{B} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V}_0 \wedge \vec{B} ;$$



$\vec{V}_0$ et $\vec{B}$ étant perpendiculaires, $(\vec{V}_0, \vec{B}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$;

le module du vecteur accélération est :

$$a = \frac{|q|}{m} V_0 B \sin(\vec{V}_0, \vec{B}), \text{ avec } \sin(\vec{V}_0, \vec{B}) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 ; \text{ Donc } a = \frac{|q| \cdot V_0 B}{m}.$$

$\vec{F}$, $\vec{V}_0$ et $\vec{B}$ formant un trièdre direct, $\vec{a}$ est orthogonal à $\vec{V}_0$ durant tout le mouvement de G dans la région où règne le champ magnétique $\vec{B}$.

$\vec{F}$ appartient donc au plan (O, x, z) ; la trajectoire de la particule est donc plane.

Par conséquent, l'accélération a est une accélération normale qui est liée au rayon de courbure

$$R \text{ de la trajectoire par la relation : } a = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow a = \frac{|q| V_0 B}{m} = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m V_0}{|q| \cdot B}.$$

Conclusion : La trajectoire de G dans la région où règne le champ magnétique $\vec{B}$ est un arc de cercle de rayon $R = \frac{m V_0}{|q| \cdot B}$ où $R = O''O = O''S$.

Remarque : Après être sortie de la région où règne le champ magnétique $\vec{B}$, la particule G n'est plus soumise à aucune force, elle devient donc un système isolé et effectue un mouvement rectiligne uniforme. Sa trajectoire est alors tangente en S à l'arc de cercle $\widehat{OS}$.

Déviat ion angulaire : $\tan \alpha = \frac{P_0 P}{O'P_0}$. Posons $O'P_0 = D \Rightarrow \tan \alpha = \frac{P_0 P}{D}$.

D'autre part, $\widehat{OS} = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\widehat{OS}}{R}$ avec α en radians.

En général, α est très petit, ainsi $\tan \alpha \approx \alpha$ (en radians) et $\widehat{OS} \approx OH = l$.

$$\tan \alpha = \alpha \Leftrightarrow \frac{P_0 P}{D} = \frac{\widehat{OS}}{R} \Rightarrow \frac{P_0 P}{D} = \frac{l}{R} \Rightarrow P_0 P = \frac{l D}{R} \quad (1) ; \quad \text{Or } R = \frac{m V_0}{|q| B} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } P_0 P = \frac{|q| l D}{m V_0} \cdot B$$

Conclusion : La déflexion magnétique est proportionnelle au champ magnétique. **Remarque :** Si $(\vec{V}_0, \vec{B}) = \alpha$ quelconque non nul, le mouvement de la particule devient hélicoïdal car elle est la combinaison d'un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à $\vec{B}$ et d'un mouvement rectiligne uniforme dans la direction de $\vec{B}$.

Quelques applications des mouvements des particules dans un champ magnétique uniforme :

Les cyclotrons ; Les déflexions magnétiques dans un téléviseur ; Le spectrographe de masse.

B- ENONCES DES EXERCICES

GENERALITES SUR LES MOUVEMENTS CIRCULAIRES

Exercice 4.1

Répondre par « **Vrai** » ou « **Faux** » puis justifier

1) le repère de Frenet est aussi un repère galiléen.

2) Une particule de masse m et de charge q qui pénètre avec une vitesse $\vec{V}$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ décrit une trajectoire circulaire de rayon R proportionnel au rapport $\frac{m}{|q|}$.

3) La force $\vec{F}$ à laquelle est soumise une particule dans un champ magnétique uniforme est une force radiale.

Exercice 4.2

- 1) Définir ; mouvement circulaire uniforme.
- 2) Quelles sont les caractéristiques d'un mouvement circulaire uniforme ?

Exercice 4.3

- 1) Un mobile M effectue un mouvement circulaire uniforme. Montrer que ce mouvement possède une accélération non nulle dont on déterminera les caractéristiques.
- 2) Représenter sur une figure, les vecteurs vitesse $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$ en un point M de la trajectoire, à un instant t quelconque.
- 3) Les coordonnées de la position d'un mobile dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont en mètre:

$$x=1; \quad y=3 \cos \left(10\pi t - \frac{\pi}{6} \right) + 3; \quad z=3 \sin \left(10\pi t - \frac{\pi}{6} \right) - 2$$

- a) Calculer les modules des vecteurs vitesse $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$, à un instant t quelconque.
- b) Etablir l'équation de la trajectoire du mobile. On précisera sa nature et ses caractéristiques.
- 4) Soit A un point de l'espace de coordonnées $\vec{OA} = 2\vec{j} - \vec{k}$.
- 4.1) Déterminer les coordonnées de M dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- 4.2) En déduire l'équation de la trajectoire de M dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; conclure.

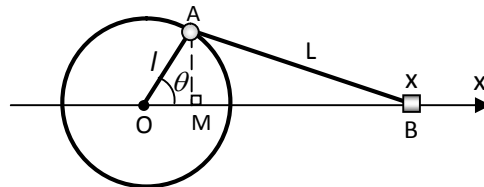
Exercice 4.4

La figure ci-contre représente un système Bielle-manivelle constitué de deux tiges

- Une première tige OA de longueur l ;
- Une deuxième tige AB de longueur L ;

L'extrémité A effectue un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire constante ω .

Dans son mouvement, elle entraîne la tige AB dont l'extrémité B peut coulisser sur un axe (O, x) .
 A $t = 0$, les points O, A et B sont alignés sur l'axe (O, x)



- 1) Déterminer l'équation horaire angulaire du point A .
- 2) Déterminer la hauteur AM à un instant t quelconque, en fonction de ω , l et t .
- 3) En déduire $OM(t)$, $MB(t)$ et l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de B
- 4) Déterminer la vitesse V_B du point B ,
- 5) En déduire les instants auxquels V_B s'annule et les positions de B correspondantes.
- 6) Que devient le mouvement de B si $l = L$?

Exercice 4.5

Un disque de rayon $r = 5\text{cm}$ effectue une rotation autour d'un axe fixe passant par son centre

O. L'équation horaire d'un rayon (OM) de ce disque est : $\theta(t) = 2\pi t + \frac{\pi}{4}$ (radian).

- 1) Quelle est la nature de ce mouvement ?
- 2) Quelles sont la position initiale et la vitesse angulaire de ce rayon ?
- 3) Représenter à $t = 0$, le disque ainsi que le vecteur vitesse du point M .
- 4) Quelle est l'abscisse curviligne s de M à un instant t quelconque ?
- 5) Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesse $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$ de M dans la base de Frenet.

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES DANS LE CHAMP DE PESANTEUR TERRESTRE

Exercice 4.6

Répondre par « Vrai » ou « Faux » puis justifier

- 1) Si R est le rayon de la terre supposée sphérique, la distance parcourue par un satellite de la terre évoluant à une altitude z et dans le plan équatorial, pendant une période de révolution vaut $L = 2\pi(R + Z)$.
- 2) Deux satellites artificiels de la terre ont la même période de révolution autour de la terre si leurs masses sont égales.

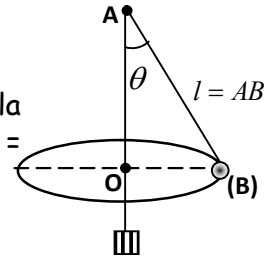
Exercice 4.7

Un pendule conique est constitué d'une boule métallique (B) quasi-ponctuelle de masse $m = 30g$, suspendue à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur $l = 1m$ et de masse négligeable.

L'autre extrémité du fil est fixée en un point A d'un axe vertical (Δ).

L'axe tourne sur lui-même à une vitesse angulaire ω constante.

La boule (B) décrit alors un cercle contenu dans un plan horizontal et la direction du fil fait un angle $\theta = 28^\circ$ avec la verticale. On donne : $g = 10m.s^{-1}$.



- 1) Représenter les différentes forces agissant sur la boule (B).
- 2) Etablir la relation donnant $\cos\theta$ en fonction de ω , g et l .
- 3) Déterminer pour l'angle $\theta = 28^\circ$, la vitesse angulaire ω de l'ensemble.
- 4) En déduire la tension du fil.
- 5) Quelle est la valeur minimale ω_0 au-dessus de laquelle le fil s'écarte de la verticale ?

Exercice 4.8

Un motocycliste démarre sans vitesse initiale sur une route rectiligne horizontale et atteint au bout d'un parcours de 300 m la vitesse $V = 108 \text{ km.h}^{-1}$.

- 1) Calculer son accélération a .
- 2) Le motocycliste s'engage avec la vitesse constante $V = 108 \text{ km.h}^{-1}$ dans un virage d'axe vertical. Le rayon de sa trajectoire est $R = 200m$.
- 3) De quel angle le virage devrait-il être relevé pour qu'il n'y ait aucun risque de dérapage de la moto à cette vitesse ? On prendra : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 4.9 Extrait Baccalauréat C 2003 Cameroun

On rappelle que la norme de la force de gravitation subie par un point matériel de masse m , à la distance $(R+h)$ du centre de la terre est $F = m \frac{G_0 R^2}{(R+h)^2}$, où R est le rayon de la terre ($R = 6400 \text{ km}$), G_0 est la norme du champ de gravitation à la surface de la terre ($G_0 = 10N.kg^{-1}$) et h l'altitude.

1) Un satellite décrit autour de la terre une orbite circulaire à une altitude h et à vitesse constante $V = 7.10^3 m.s^{-1}$. Déterminer h . Quelle est la durée d'une révolution ?

2) Quand dit-on qu'un satellite est géostationnaire ? On donne la durée d'un jour sidéral : 86164s.

3) L'énergie potentielle de pesanteur du système (satellite-terre) s'écrit : $E_p = -\frac{mG_0 R^2}{(R+h)}$ où m

est la masse du satellite.

3.1) Quelle est l'altitude de référence de E_p ?

3.2) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique totale du système (satellite-terre) en fonction de m , G_0 , R et h .

3.3) Quelle énergie faut-il fournir au satellite pour le faire passer de l'orbite d'altitude h à l'orbite d'altitude h' ? Calculer cette énergie pour $m = 1,5t$.

Exercice 4.10

N.B : Dans tout l'exercice, on assimilera la terre à une sphère de rayon R et de centre O . Sachant que la terre effectue un tour complet autour de l'axe des pôles en 24 heures et que la trajectoire de tout point de l'équateur est assimilable à un cercle de rayon $R = \text{rayon de la terre}$,

- 1) Calculer la vitesse angulaire ω d'un point M de l'équateur dans ce mouvement.
- 2) En déduire la vitesse linéaire V de M . **On donne** $R = 6400 \text{ km}$
- 3) La durée d'un tour complet est en réalité 23h56mn 04s.
- 3.1) Déterminer l'incertitude absolue et l'incertitude relative affectant la valeur de V déterminée à la question 2.
- 3.2) Ecrire avec précision la valeur (notée V_p) de V ;
- 4) La terre fait un tour complet autour du soleil en 365,25 jours. En assimilant sa trajectoire à un cercle de rayon $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$, calculer la vitesse et l'accélération du centre de gravité de la terre dans son mouvement autour du soleil.

Exercice 4.11

Un satellite (S) de la terre, de masse $m = 2 \cdot 10^8 \text{ kg}$, évolue à une altitude $h = 200 \text{ km}$. Sachant qu'il n'est soumis qu'à l'attraction de la pesanteur et qu'il ne développe aucune force motrice,

- 1) Calculer l'accélération g_0 de la pesanteur au sol.
On donne : Masse de la terre : $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Rayon de la terre : $R = 6400 \text{ km}$. Constante d'attraction universelle : $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ USI}$.
- 2) En déduire l'accélération g_h de la pesanteur à l'altitude h .
- 3) Déterminer les caractéristiques de la force à laquelle est soumis le satellite pendant son mouvement. **N.B** : On fera un schéma clair.
- 4) Déterminer la vitesse de révolution V du satellite.
- 5) En déduire la période de révolution T du satellite.
- 6) Quand dit-on qu'un satellite est géostationnaire ?
- 7) Calculer l'altitude h à laquelle doit graviter un satellite pour qu'il soit géostationnaire.

Exercice 4.12

La terre est considérée comme une sphère homogène de masse M , de centre O et de rayon R .

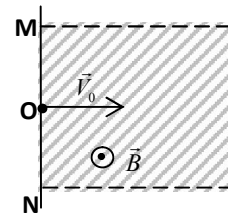
- 1) Etablir l'expression qui donne la norme g_h du vecteur champ de gravitation terrestre à une altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, R et h .
- 2) Dans le repère géocentrique terrestre, un satellite (S) de la terre décrit une orbite circulaire à une altitude h_1 .
- 2.1) Etablir l'expression de sa période de révolution T_1 en fonction de R , g et h_1 .
- 2.2) Calculer T_1 . on donne : $R = 6400 \text{ km}$, $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, $h_1 = 36000 \text{ km}$;
- 3) Le satellite (S), sous l'influence d'actions diverses, perd après chaque tour, le millième de l'altitude qu'il avait au tour précédent..
- 3.1) Calculer l'altitude h_2 du satellite (S) au début du second tour.
- 3.2) Montrer que dans ces conditions, les altitudes h_{n+1} à la fin de chaque $n^{\text{ème}}$ tour constituent des termes d'une suite géométrique dont on déterminera la raison « q ».
- 3.3) En déduire le nombre n de tours effectués par le satellite au moment où il atteint l'altitude $h = 6000 \text{ km}$.
- 4) La force d'attraction gravitationnelle que la terre exerce sur un satellite de masse m , en orbite sur un cercle de rayon r a pour intensité : $F = K \frac{mM_T}{r^2}$;
- 4.1) Exprimer r en fonction de K et T ; où T est la période de révolution du satellite.
- 4.2) Calculer r_1 pour $T_1 = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 04 \text{ s}$. $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ USI}$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
- 4.3) Quelle particularité présente dans ce cas le satellite pour un observateur terrestre situé dans le plan de l'équatorial ?
- 5) Deux satellites (S_2) et (S_3) sont animés de vitesses respectives V_2 et V_3 , on pose $\alpha = \frac{V_2}{V_3}$.
- 5.1) Etablir la relation simple existant entre α et le rapport $\frac{r_2}{r_3}$ des rayons des trajectoires de (S_2) et (S_3).
- 5.2) établir l'expression du rapport $\frac{T_3}{T_2}$ des périodes de révolution en fonction de α .

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Exercice 4.13

Un ion H_e^{2+} pénètre en un point O dans une région (R) où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

- 1) Représenter la force magnétique à laquelle est soumis l'ion en O en admettant que O appartient à la région (R) et que la vitesse $\vec{V}_0$ de la particule en O est perpendiculaire à $\vec{B}$. **On donne** : $V_0 = 2.10^5 \text{ m.s}^{-1}$
- 2) Montrer que le mouvement de l'ion est plan, circulaire et uniforme, puis préciser dans quel plan s'effectue ce mouvement.
- 3) Etablir l'expression littérale du Rayon R de l'arc de cercle décrit par l'ion.
- 4) Calculer R pour $B = 0,1 \text{ T}$.



Données : Symbole de l'Hélium ${}^4_2\text{He}$; masse du proton : $m_p = 1,673.10^{-27} \text{ kg}$;
Masse d'un neutron : $m_n = 1,675.10^{-27} \text{ kg}$; charge élémentaire : $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 4.14

Une expérience consiste à identifier des particules homocinétiques, en les introduisant avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. **N.B** : Le champ $\vec{B}$ est orthogonal à $\vec{V}_0$, $OC = CD = R$;

La région où règne le champ magnétique a pour épaisseur l tel que $l \ll R$.

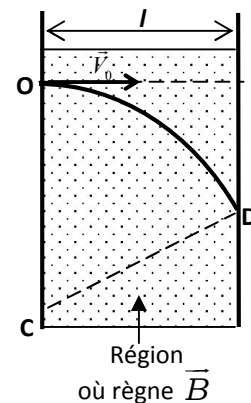
- 1) Préciser la direction et le sens du champ magnétique $\vec{B}$, puis la direction et le sens de la force magnétique $\vec{F}$ agissant sur une charge q positive pendant la traversée de la région où règne le champ $\vec{B}$.

- 2) Exprimer la charge massique $\frac{q}{m}$ en fonction de B , V_0 et R .

- 3) Calculer $\frac{q}{m}$. **On donne** : $B = 1 \text{ T}$; $V_0 = 2.10^9 \text{ cm.s}^{-1}$; $R = 4,2.10^{-1} \text{ m}$.

- 4) Les particules sont obtenues par ionisation d'atomes. Exprimer la charge massique des particules en fonction de la charge élémentaire e et de la masse m_n d'un nucléon.

- 5) En déduire parmi les ions proposés dans le tableau ci-dessous ceux qui satisfont au résultat précédent.



Ion	H^+	H^+	H_e^{2+}	Li^+	Be^{2+}
Nucléide	${}^1_1H$	${}^2_1H$	${}^4_2He$	${}^7_3Li$	${}^9_4Be$

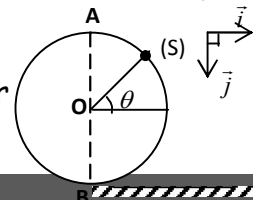
AUTRES TYPES DE MOUVEMENTS CIRCULAIRES DANS UN CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

Exercice 4.15

Un solide ponctuel (S) de masse $m = 100 \text{ g}$ est au repos au sommet A d'une sphère de rayon $r = 0,6 \text{ m}$. **N.B** : On néglige la poussée de l'air ; **On prendra** $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

On déplace légèrement (S) pour qu'il quitte A avec une vitesse initiale nulle et glisse sans frottements le long de la sphère et dans un plan vertical contenant le centre O de la sphère. La position de (S) est déterminée par l'angle θ .

- 1) Représenter sur la figure toutes les forces agissant sur (S).
- 2) Etablir l'expression de la réaction R de la sphère en fonction de m , r et θ .



- 3) Déterminer la position θ_0 où le solide (S) quitte la sphère.
- 4) En déduire la vitesse V_0 de (S) au moment où elle quitte la sphère.
- 5) On admet que le solide (S) quitte la sphère avec une vitesse $V_0 = 2\text{m.s}^{-1}$ en un point S_0 tel que $\theta_0 = 42^\circ$.
- 5.1) Etudier le mouvement de (S) dans le repère $(S_0, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé, puis établir l'équation de sa trajectoire.
- 5.2) Quelles sont dans le repère $(S_0, \vec{i}, \vec{j})$ les composantes du point de chute H de (S) sur le sol, ainsi que celles de sa vitesse $\vec{V}_H$ lorsqu'il atteint le sol.

Exercice 4.16

Une petite bille de masse m décrit une gouttière (ABCD) d'épaisseur négligeable, de rayon r et de masse M , située dans un plan vertical. Soit $\vec{R}$ la réaction de la gouttière sur la bille et α l'angle que font le poids $\vec{P}$ de la bille et la réaction $\vec{R}$ de la gouttière, avec $0 \leq \alpha \leq \pi$,

- 1) Montrer que le module de $\vec{R}$ en un point M quelconque peut se

mettre sous la forme : $R = m\left(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha\right)$, V étant la vitesse de la bille au point M.

- 2) Sachant que la bille est partie du point A, exprimer le travail des forces extérieures appliquées à la bille entre l'instant de départ et un instant t quelconque en fonction de r et α ;

- 3) En déduire l'expression générale de la vitesse instantanée V de la bille en fonction de la vitesse V_A de la bille au point A, le rayon r et l'angle α ;

- 4) En utilisant l'expression de R trouvée à la question (1), donner la relation générale permettant d'écrire R en fonction de V_A , r et α ;

- 5) Soit E le point milieu de l'arc CD ;

- 5.1) Quelle doit être la valeur minimale de V_A pour que la bille ne décolle pas de la gouttière au point E ?

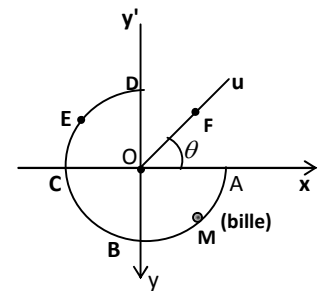
- 5.2) Même question pour le point D. On donne $g = 9,81\text{m.s}^{-2}$, $r = 50\text{cm}$.

- 6) On donne $V_A = 6,4\text{m.s}^{-1}$.

- 6.1) Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ de la bille au point D.

- 6.2 Dans le repère (O, x, y) , établir l'équation de la trajectoire de la bille après le point D.

- 6.3) Déterminer les coordonnées de F, point d'arrivée de la bille sur le plan incliné (O, u) d'angle $\theta = 30^\circ$



Exercice 4.17

Un solide ponctuel (S) de masse $m = 10\text{g}$ part d'un point A avec une vitesse $V_A = 5\text{m.s}^{-1}$ et glisse sur une piste sinueuse ABCDE. La portion CDE est un arc de cercle de centre O et de rayon $r = 72\text{cm}$.

On donne : $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

- 1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse V_B du solide lors de son passage au point B.

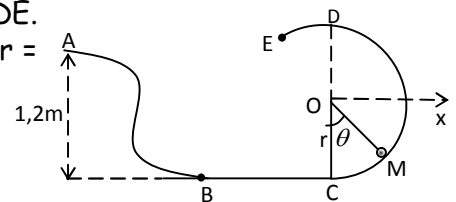
N.B: Les frottements sont négligeables entre A et B.

- 2) On suppose maintenant que le solide passe en B avec une vitesse $V_B = 7\text{m.s}^{-1}$ et atteint le point C avec la vitesse $V_C = 6\text{m.s}^{-1}$.

- 2.1) Montrer qu'entre B et C, il existe des forces de frottement, puis calculer leur intensité.

On donne : $BC = 1\text{m}$.

- 2.2) En déduire le module de la réaction de la piste entre B et C.



3) Le solide aborde la portion CDE avec la vitesse V_C précédente. Les forces de frottement sont négligeables sur le tronçon CDE et le solide est à chaque instant repéré par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$.

3.1) Quel genre de mouvement effectue le solide (S) sur le tronçon CDE ?

3.2) Quel est le type de repère approprié pour la description de ce mouvement ?

3.3) Déterminer en fonction de V_C , r , θ et g , la vitesse V_M du solide au point M.

3.4) Calculer la vitesse V_D au point D.

3.5) En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, retrouver ce résultat.

3.6) En projetant le théorème du centre d'inertie dans la base précédente, montrer que la

réaction de la piste a pour module $R_M = m\left(\frac{V_M^2}{r} + g \cos \theta\right)$.

3.7) Calculer R_D puis conclure.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 4.1

1) **Faux**. Le repère de Frenet n'est pas galiléen.

2) **Vrai**. Car $R = \frac{mV_0}{|q|B}$; pour V_0 et B donnés, $R = k \frac{m}{|q|}$; avec $k \in \mathbb{R}$.

3) **Vrai**. $\vec{F}$ est centripète et à chaque instant porté par un rayon de la trajectoire.

Exercice 4.2

1) voir cours paragraphe I.13 2) voir cours paragraphe I.13.

Exercice 4.3

1) Montrons que le mouvement du mobile M possède une accélération non nulle dont on déterminera les caractéristiques.

La position du mobile est définie par son abscisse angulaire θ ou par son abscisse curviligne $s = \overline{M_o M}$;

Ces deux grandeurs sont liées au rayon par la relation : $s = R\theta$, avec $\theta \in \mathbb{R}$.

Le mouvement étant circulaire uniforme de vitesse angulaire, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

De même la vitesse linéaire $V = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow V = R\omega$

Dans la base de Frenet $(\vec{t}, \vec{n})$ liée au mobile, $\vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{t} + \frac{V^2}{R} \vec{n}$;

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = 0 \text{ car } R\omega = cte ; \frac{V^2}{R} = R\omega^2 ; \text{ donc } \vec{a} = R\omega^2 \cdot \vec{n}$$

Conclusion : l'accélération du mobile M est non nulle, de caractéristiques :

- Origine : le point M ; Direction : le rayon OM
- Sens : centripète (de M vers O) ; Norme : $a = R\omega^2$

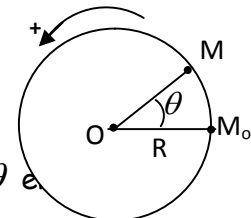
De même, on aurait pu partir du principe selon lequel :

Dans un mouvement uniforme, $\vec{a} \cdot \vec{V} = 0$;

Dans la base de Frenet, $\vec{V} = V\vec{t}$ et $\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$;

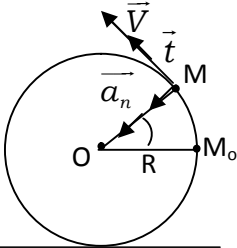
$$\vec{a} \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow a_t \cdot V = 0 \text{ or } V = R\omega \neq 0 ; \text{ Donc } a_t = 0$$

Nous en déduisons donc : $\vec{a} = a_n \vec{n}$ avec $a_n \neq 0$



Conclusion : le mouvement possède une accélération non nulle perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{V}$ et de norme $a_n = R\omega^2$

2) Représentation de $\vec{a}$ et $\vec{V}$ à un instant t quelconque en un point M3) a) Module des vecteurs vitesses et accélération $\vec{a}$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 0 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 30\pi \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \\ V_z = \frac{dz}{dt} = 30\pi \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$


$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \Rightarrow V = \sqrt{90\pi^2 \sin^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 90\pi^2 \cos^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{90\pi^2 \left[\sin^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right]} ; \Rightarrow V = 30\pi \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k}$$

$$\text{avec } \frac{dV_x}{dt} = 0; \frac{dV_y}{dt} = -300\pi^2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right); \frac{dV_z}{dt} = -300\pi^2 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right).$$

$$\vec{a} = \left[-300\pi^2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right] \vec{i} + \left[-300\pi^2 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right] \vec{j}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{\left[300\pi^2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right]^2 + \left[300\pi^2 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right]^2} \Rightarrow a = 300\pi^2 \text{ m.s}^{-2}$$

3.b) Etablissons l'équation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 3 \\ z = 3 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 3 = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \\ z + 2 = 3 \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 & (1) \\ (y-3)^2 = 9 \cos^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) & (2) \\ (z+2)^2 = 9 \sin^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) & (3) \end{cases}$$

$$(2) + (3) \text{ nous donne : } (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9 \left[\cos^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

$$\text{Donc : } (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3^2$$

Nature et caractéristiques de la trajectoire :

La trajectoire du mobile M est un cercle de centre $\Omega(3, -2)$ et de rayon $R = 3$.

4.1) Déterminons les coordonnées de M dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Posons X, Y et Z les coordonnées de M dans $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, $\vec{AM} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\Rightarrow X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} = x\vec{i} + (y-2)\vec{j} + (z+1)\vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = x \\ Y = y - 2 = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 3 - 2 \\ Z = z + 1 = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) - 2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 1 \\ Y = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 1 \\ Z = 3 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) - 1 \end{cases}$$

4.2) Dédution de l'équation de la trajectoire.

En procédant comme à la question 3.b, nous obtenons l'équation : $(Y-1)^2 + (Z+1)^2 = 3^2$

Conclusion : la trajectoire de M dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un cercle de centre $\Omega'(1, -1)$ et de rayon $R'=3m$.

Remarque : Le changement de repère n'affecte ni la nature, ni le rayon de la trajectoire ; seul le centre (sa position spatiale) de la trajectoire est affecté.

Exercice 4.4

1) Equation horaire angulaire du point A.

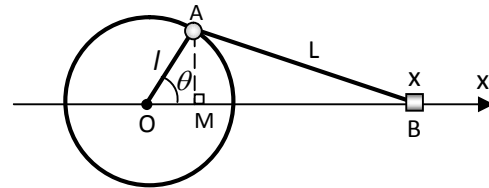
$\theta = \omega t + \theta_0$; à $t = 0$, O, A et B sont alignés, donc : $\theta_0 = 0$; par conséquent : $\theta = \omega t$.

2) Déterminons la hauteur AM à un instant t quelconque

Dans le triangle OAM,

$$\sin \theta = \frac{AM}{l} \Rightarrow AM = l \sin \theta = l \sin \omega t$$

Donc $h = AM = l \sin \omega t$.



3) Dédisons en OM(t), MB(t) et x(t)

Dans le triangle OAM, $\cos \theta = \frac{OM}{OA} \Rightarrow OM = OA \cos \theta$; donc $OM(t) = l \cos \omega t$

Dans le triangle rectangle (BAM), appliquons le théorème de Pythagore ;

$$AB^2 = AM^2 + MB^2 \Rightarrow MB^2 = AB^2 - AM^2 \text{ avec } AB = L \text{ et } AM = l \sin \theta$$

$$\text{Donc } MB^2 = L^2 - l^2 \sin^2 \theta \Rightarrow MB = \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t} \quad \text{Donc: } MB(t) = \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}$$

Nous avons O, M et B alignés quelque soit t ;

$$\text{Donc: } OB = OM + MB \Rightarrow x(t) = l \cos \omega t + \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}$$

4) Vitesse du point B

$$V_B = \frac{dx}{dt} = -l\omega \sin \omega t - \frac{2l^2 \cos \omega t \sin \omega t}{2\sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}} \Rightarrow V_B = -l\omega \sin \omega t \left[1 + \frac{l \cos \omega t}{\sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}} \right]$$

5) Dédution des instants auxquels V_B s'annule

$$V_B = 0 \Leftrightarrow -l\omega \sin \omega t \left[1 + \frac{l \cos \omega t}{\sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}} \right] = 0 \Rightarrow -l\omega \sin \omega t = 0 \quad \text{ou} \quad 1 + \frac{l \cos \omega t}{\sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t}} = 0$$

$$\Rightarrow \sin \omega t = 0 \quad \text{ou} \quad \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t} + l \cos \omega t = 0$$

$$\Rightarrow \sin \omega t = \sin k\pi \quad \text{ou} \quad \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 \omega t} = -l \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \omega t = k\pi \quad \text{ou} \quad L^2 - l^2 \sin^2 \omega t = l^2 \cos^2 \omega t \text{ pour } \cos \omega t < 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{k\pi}{\omega} \quad \text{ou} \quad L^2 = l^2 \Rightarrow L = \pm l$$

Conclusion : V_B s'annule pour $t = \frac{k\pi}{\omega}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

A ces instants, $X_k = l \cos\left(\omega \frac{k\pi}{\omega}\right) + \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2\left(\omega \frac{k\pi}{\omega}\right)} = l \cos k\pi + \sqrt{L^2 - l^2 \sin^2 k\pi}$

Or $\cos k\pi = \pm 1$ et $\sin k\pi = 0 \Rightarrow X_k = \pm l + \sqrt{L^2}$; donc $X_k = L \pm l$

Nous avons donc 2 positions : $X_1 = L - l$ ou $X_2 = L + l$

6) Etudions le mouvement de B pour $l = L$

Lorsque $l = L$, $x(t) = l \cos \omega t + \sqrt{l^2 - l^2 \sin^2 \omega t} = l \cos \omega t + \sqrt{l^2 (1 - \sin^2 \omega t)}$;

Or $1 - \sin^2 \omega t = \cos^2 \omega t \Rightarrow x(t) = l \cos \omega t + \sqrt{l^2 \cos^2 \omega t} = l \cos \omega t + |l \cos \omega t|$

Si $\cos \omega t < 0$; $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \omega t < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

$$x(t) = l \cos \omega t - l \cos \omega t \Rightarrow x(t) = 0 ;$$

Si $\cos \omega t > 0$, c'est à dire: $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \omega t < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$,

$$x(t) = l \cos \omega t + l \cos \omega t \Rightarrow x(t) = 2l \cos \omega t$$

Conclusion : Si $l = L$, le mouvement de B est sinusoïdal, d'amplitude $2l$ et pulsation ω .

Exercice 4.5

1) Nature du mouvement : Mouvement circulaire uniforme :

2) Position initiale θ_0 et vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de ce rayon ;

à $t = 0$, $\theta = \theta_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$; l'équation est de la forme $\theta(t) = \dot{\theta}t + \theta_0$, avec $\dot{\theta} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$

3) représentation du disque à $t = 0$

4) Abscisse curviligne s de M à un instant t quelconque.

$$s = R \cdot \overrightarrow{M_0 M} \text{ avec } \overrightarrow{M_0 M} = \theta - \theta_0 \Rightarrow s = R(\theta - \theta_0) .$$

5) Coordonnées des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ dans la base de Frenet.

le vecteur $\vec{v}$ vitesse est à chaque instant tangent à la trajectoire du mobile ;

Donc $\vec{v}$ est colinéaire au vecteur unitaire tangentiel $\vec{t}$.

$$\vec{v} = V_t \vec{t} + 0 \vec{n} \text{ avec } V_t = r \dot{\theta} \text{ A.N: } V_t = 5 \cdot 10^{-2} \times 2\pi = 3,14 \cdot 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{donc } \vec{v} = 3,14 \cdot 10^{-1} \vec{t} + 0 \vec{n}; \quad \vec{v}(3,14 \cdot 10^{-1}; 0).$$

$$\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}, \text{ avec } a_t = \frac{dV_t}{dt} = 0 ; a_n = r \dot{\theta}^2$$

$$\text{A.N: } a_n = 5 \times 10^{-2} \times (2\pi)^2; a_n = 1,97 \text{ m.s}^{-2}. \quad \vec{a} = 0 \vec{t} + 1,97 \vec{n}; \text{ Donc } \vec{a}(0; 1,97)$$

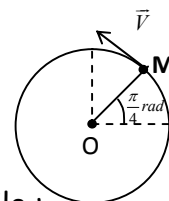
6.1) Nature du mouvement pendant le freinage : Mouvement circulaire uniformément retardé

6.2) Equation horaire du mouvement pendant le freinage

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0, \text{ avec } \theta_0 = 0, \dot{\theta}_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{le disque s'arrête en 2s, donc : } \ddot{\theta} = \frac{\Delta \dot{\theta}}{\Delta t} = \frac{0 - 2\pi}{2} = -\pi \text{ rad.s}^{-2} \Rightarrow \theta(t) = -\frac{1}{2} \pi t^2 + 2\pi t .$$

Nombre de tours effectués pendant cette phase :



$$n = \frac{\theta}{2\pi}; \text{ avec } \theta = -\frac{1}{2}\pi t^2 + 2\pi t \Rightarrow n = \frac{-\frac{1}{2}\pi t^2 + 2\pi t}{2\pi}; n = -\frac{1}{4}t^2 + t$$

A.N : $n = -\frac{1}{4} \times 2^2 + 2; \quad n = 1 \text{ tr}$

6.3) Equation horaire du mouvement pour un freinage qui s'effectue en 3 tours

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0 \text{ avec } \theta_0 = 0; \dot{\theta}_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}. \text{ puis } \dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2 = 2\ddot{\theta}(\theta - \theta_0) \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2}{2(\theta - \theta_0)};$$

1 tour complet équivaut à $2\pi \text{ rad}$, donc 3 tours valent $6\pi \text{ rad}$.

Ainsi, $\theta - \theta_0 = 6\pi \text{ rad}$; Il en découle : $\ddot{\theta} = \frac{0 - (2\pi)^2}{2 \times 6\pi}; \ddot{\theta} = -\frac{1}{3}\pi \text{ rad.s}^{-2}$

Par conséquent : $\theta(t) = \frac{1}{2}(-\frac{1}{3}\pi)t^2 + 2\pi t; \quad \theta(t) = -\frac{1}{6}\pi t^2 + 2\pi t.$

Calculons la durée t de ce freinage.

$$\dot{\theta}_f = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_i \Rightarrow t = \frac{\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_i}{\ddot{\theta}}, \text{ avec } \ddot{\theta} = -\frac{1}{3}\pi \text{ rad.s}^{-2}, \dot{\theta}_f = 0; \dot{\theta}_i = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}; \text{ **A.N :** } t = 6\text{s}$$

Exercice 4.6

1) Vrai. 2) Faux. Les périodes ne dépendent pas des masses mais plutôt des altitudes.

Exercice 4.7

1) Représentons les différentes forces agissant sur la boule (B)

Ces forces sont : le poids $\vec{P}$ de la boule, la tension $\vec{T}$ du fil

2) Relation entre ω et θ .

- Système : la boule (B);
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$, la tension $\vec{T}$ du fil.
- Référentiel de laboratoire supposé Galiléen

Relation Fondamentale de la Dynamique. $\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$,

posons $\vec{P} + \vec{T} = \vec{F} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}_N$;

Ainsi, $\tan \theta = \frac{F}{P} = \frac{ma_N}{mg} \Rightarrow \tan \theta = \frac{a_N}{g}$;

Or $a_N = r\omega^2$, avec $r = HB = l \sin \theta$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{l\omega^2 \sin \theta}{g} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{l\omega^2 \sin \theta}{g} \Rightarrow \cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}$$

Conclusion : ω et θ sont liés par la relation : $\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}$.

3) Déterminons la vitesse angulaire ω

$$\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}; \text{ **A.N :** } \omega = \sqrt{\frac{10}{1 \times \cos 28}}; \quad \omega = 3,4 \text{ rad.s}^{-1}$$

4) Déduisons-en la tension au fil

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_N$.

Projection sur l'axe $(O, \vec{i})$: $T \sin \theta = ma_N = ml\omega^2 \sin \theta \Rightarrow T = \frac{ml\omega^2 \sin \theta}{\sin \theta}$;

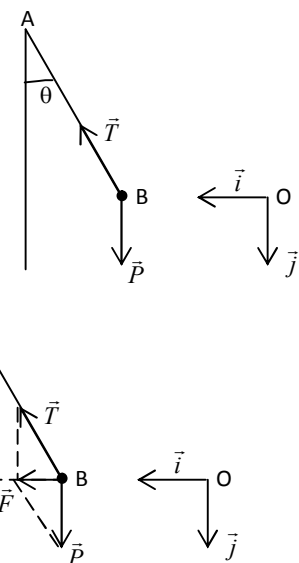
Par conséquent : $T = ml\omega^2$; **A.N :** $T = 0,03 \times 1 \times 3,4^2$; **T = 0,34N**

5) Déterminons la valeur minimale ω_0 au-dessus de laquelle le fil s'écarte de la verticale.

Nous avons établi à la question (3) : $\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}$.

Le fil s'écarte de la verticale dès que θ est supérieur à 0.

Or $\theta > 0 \Rightarrow \cos \theta < \cos 0 \Rightarrow \cos \theta < 1$



$$\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2} \Rightarrow \frac{g}{l\omega^2} < 1 \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} < \frac{l}{g} \Rightarrow \omega^2 > \frac{g}{l} \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{l}} ;$$

La valeur minimale ω_0 vaut donc : $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} ; \underline{\text{A.N.}} : \omega_0 = \sqrt{\frac{10}{1}} ; \omega_0 = 3,16 \text{ rad.s}^{-1}$

Exercice 4.8

1) Calculons l'accélération a du motocycliste

$$V^2 - V_0^2 = 2a \Rightarrow a = \frac{V^2 - V_0^2}{2d} ; \text{ or } V_0 = 0, V = 108 \text{ km.h}^{-1} = 30 \text{ m.s}^{-1} \quad \underline{\text{A.N.}} : a = \frac{30^2 - 0^2}{2 \times 300} , a = 1,5 \text{ m.s}^{-2}$$

2) Angle α d'inclinaison de virage pour qu'il n'y ait pas de risque de dérapage.

Système : moto ;

Référentiel terrestre supposé galiléen ;

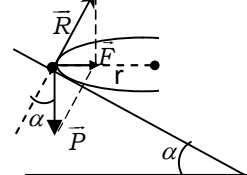
Bilan des forces : Le poids $\vec{P}$ de l'ensemble (moto+motocycliste) ;

Théorème du centre d'inertie : $\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = M\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Posons $\vec{P} + \vec{R} = \vec{F}$, nous en déduisons : $\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma_N}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{a_N}{g}$

Or $a_N = \frac{V^2}{R}$; avec $V = 108 \text{ km.h}^{-1} = 30 \text{ m.s}^{-1}$ et $R = 200 \text{ m}$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{V^2}{Rg} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V^2}{Rg} \right) ; \underline{\text{A.N.}} : \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{30^2}{200 \times 10} \right) . \quad \alpha = 24,2^\circ$$



Exercice 4.9

1) Détermination de l'altitude h

$$\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} ;$$

Projection sur la normale : $a_n = g$

$$\text{Or } a_n = \frac{V^2}{R+h} \text{ et } g = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{V^2}{R+h} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow R+h = \frac{g_0 R^2}{V^2} \Rightarrow h = \frac{g_0 R^2}{V^2} - R ;$$

$$\underline{\text{A.N.}} : h = \frac{10 \times (6400 \cdot 10^3)^2}{(7 \cdot 10^3)^2} - 6400 \cdot 10^3 ; \quad h = 1,96 \cdot 10^6 \text{ m} = 1960 \text{ km}.$$

Durée T de la révolution : cette durée c'est la période de révolution

du satellite, c'est-à-dire le temps que met le satellite pour effectuer un tour de la terre :

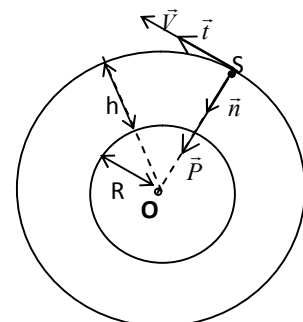
$$T = \frac{2\pi(R+h)}{V} ; \underline{\text{A.N.}} : T = \frac{2 \times 3,14 \times (6400 \cdot 10^3 + 1,960 \cdot 10^3)}{(7 \cdot 10^3)^2} ; \quad T = 7,5 \cdot 10^3 \text{ s}.$$

2) Un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il paraît immobile pour un observateur situé dans le plan équatorial. Autrement dit, c'est un satellite qui effectue le tour de la terre en 24 heures.

Altitude h' de gravitation du satellite géostationnaire :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h')^3}{G_0 R^2}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{(R+h')^3}{G_0 R^2} \Rightarrow (R+h') = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 G_0 R^2}{4\pi^2}} \Rightarrow h' = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 G_0 R^2}{4\pi^2}} - R ;$$

$$\underline{\text{A.N.}} : h' = \sqrt[3]{\frac{86164^2 \times 10 \times (6400 \cdot 10^3)^2}{4 \times 3,14^2}} - 6400 \cdot 10^3 ; \quad h' = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m} = 36000 \text{ km}.$$



3.1) Altitude de référence et l'énergie potentielle

Sachant que $E_p = -\frac{mG_0 R^2}{(R+h)}$, nous voyons que : lorsque h tend vers l'infini, E_p tend vers 0. Le niveau de référence de E_p est donc une position très éloignée de la terre.

3.2) Déterminons l'expression de l'énergie mécanique totale du système (satellite-terre).

$$E_m = E_p + E_c = -\frac{mG_0R^2}{R+h} + \frac{1}{2}mV^2; \text{ Or } V^2 = \frac{G_0R^2}{R+h} \Rightarrow E_m = -\frac{mG_0R^2}{R+h} + \frac{1}{2}\frac{mG_0R^2}{R+h} \Rightarrow E_m = -\frac{1}{2}\frac{mG_0R^2}{R+h}$$

3.3) Energie ΔE à fournir au satellite

Cette énergie correspond à la variation d'énergie mécanique du satellite entre les altitudes h et h' :

$$E_{m_h} = -\frac{1}{2}\frac{mG_0R^2}{(R+h)}; \quad E_{m_{h'}} = -\frac{1}{2}\frac{mG_0R^2}{(R+h')} \Rightarrow \Delta E = E_{m_{h'}} - E_{m_h} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}mG_0R^2 \left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R+h'} \right)$$

A.N : $\Delta E = \frac{1}{2} \times 1,5 \cdot 10^3 \times 10 \times (6400 \cdot 10^3)^2 \times \left(\frac{1}{6400 \cdot 10^3 + 1,96 \cdot 10^6} - \frac{1}{6400 \cdot 10^3 + 3,6 \cdot 10^7} \right)$; **$\Delta E = 2,95 \cdot 10^9 \text{ J}$**

Exercice 4.10**1) Calcul de la vitesse angulaire ω d'un point M de l'équateur.**

Il est bon de savoir que l'équateur est un cercle de centre O (centre de terre) qui divise le globe terrestre (de forme sphérique) en deux demi-sphères d'égal volume.

N.B : l'axe des pôles est perpendiculaire au plan équatorial (plan qui contient l'équateur).

Nous savons qu'un tour complet correspond à un angle de 2π rad ou 360°

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}; \text{ avec } \Delta\theta = 2\pi \text{ rad}; \Delta t = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s. } \textbf{A.N : } \omega = \frac{2\pi}{86400}; \omega = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

2) Dédution de la vitesse linéaire V de M

$$V = R \cdot \omega; \quad \textbf{A.N : } V = 6400 \cdot 10^3 \times 7,27 \cdot 10^{-5}; \quad \mathbf{V = 4,65 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}}$$

3.1) Détermination de l'incertitude absolue ΔV et de l'incertitude relative $\frac{\Delta V}{V}$;

Posons Δt réel = 23h56 min 04s = 86164s ; $V_{\text{réel}}$ la vitesse correspondant à Δt réel.

$$\Delta V = |V - V_{\text{réel}}|; \text{ avec } V_{\text{réel}} = R \cdot \omega_{\text{réel}} = R \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t_{\text{réel}}} \Rightarrow \Delta V = \left| V - R \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t_{\text{réel}}} \right|$$

A.N : $\Delta V = \left| 4,65 \cdot 10^2 - 6400 \cdot 10^3 \times \frac{2 \times 3,14}{86164} \right| = 1,18 \text{ m.s}^{-1}; \quad \Delta V = 1,18 \text{ m.s}^{-1}$

On en déduit l'incertitude relative : $\frac{\Delta V}{V} = \frac{1,18}{4,65 \times 10^2} = 2,53 \cdot 10^{-3}$.

Remarque : L'incertitude relative ou erreur relative est une grandeur qui n'a pas d'unité.

3.2) Ecrivons avec précision la valeur de V :

$$V_p = V \pm \Delta V; \quad \text{donc : } V_p = 4,65 \cdot 10^2 \pm 1,18 \text{ m.s}^{-1}$$

4) Calcul de la vitesse et de l'accélération du centre de gravité O de la terre.

Posons O' le centre du Soleil, $R = OO'$.

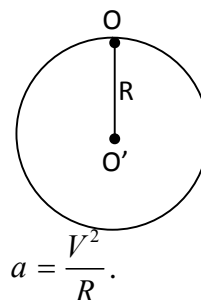
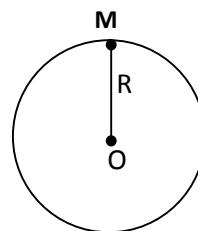
$$V = R \cdot \omega \text{ avec } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}; \quad \text{donc } V = R \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

avec $\Delta\theta = 2\pi \text{ rad}; \Delta t = 365,25 \text{ jours} = 365,25 \times 24 \times 3600 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$

A.N : $V = 1,5 \cdot 10^8 \times 10^3 \times \frac{2 \times 3,14}{3,15 \cdot 10^7}; \quad V = 2,985 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1}$.

Le mouvement étant circulaire uniforme, l'accélération O est normale ; donc $a = \frac{V^2}{R}$.

A.N : $a = \frac{(2,985 \cdot 10^4)^2}{1,5 \cdot 10^8 \times 10^3}; \quad a = 5,94 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$.

Exercice 4.11

1) Calculons l'accélération g_0 de la pesanteur au sol.

$$g_0 = \frac{KM}{R^2} ; \quad \underline{A.N} : g_0 = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6400 \cdot 10^3)^2} ; \quad g_0 = 9,78 \text{ m.s}^{-2}$$

2) Dédisons-en l'accélération g_h à l'altitude h

$$g_h = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} ; \quad \underline{A.N} : g_h = 9,78 \times \frac{(6400 \cdot 10^3)^2}{(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)^2} ; \quad g_h = 9,20 \text{ m.s}^{-2}$$

3) Caractéristiques de la force à laquelle est soumis le satellite.

Le satellite est soumis à la force d'attraction universelle de la terre, que nous notons $\vec{P}$, encore appelée poids du satellite.

Caractéristiques de $\vec{P}$.

- Point d'application : Le centre d'inertie du satellite
- Direction : Portée par le rayon de la trajectoire du satellite passant par son centre d'inertie.
- Sens : Centripète. - Intensité : $P = mg_h$. A.N : $P = 2 \cdot 10^8 \times 9,20$; $P = 1,84 \cdot 10^9 \text{ N}$.

4) Vitesse de révolution du satellite

$$a_N = \frac{V^2}{R+h} ; \text{ or } a_N = g_h \Rightarrow g_h = \frac{V^2}{R+h} \Rightarrow V = \sqrt{g_h(R+h)}$$

$$\underline{A.N} : V = \sqrt{9,20(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)} ; \quad V = 7,79 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}.$$

5) Dédisons-en la période de révolution du satellite.

$$VT = 2\pi(R+h) \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h)}{V} ; \underline{A.N} : T = \frac{2 \times 3,14(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)}{7,79 \cdot 10^3} ; \quad T = 5,32 \cdot 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 28 \text{ min } 41 \text{ s}$$

6) Un satellite est dit stationnaire lorsqu'il paraît immobile pour un observateur situé sur le plan équatorial. Parce qu'effectuant un tour de la terre en $T = 864000 \text{ s}$.

7) Calculons l'altitude h d'un satellite géostationnaire.

$$T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{R} \frac{(R+h)^3}{g_0} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}} - R$$

$$\underline{A.N} : h = \sqrt[3]{\frac{9,78(6400 \cdot 10^3)^2 \times (86400)^2}{4 \times 3,14^2}} - 6400 \cdot 10^3 ; \quad h = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m} = 3,59 \cdot 10^4 \text{ km}$$

Exercice 4.12**1) Expression de g_h en fonction de g_0 , R et h**

L'intensité de la pesanteur en un point est inversement proportionnelle au carré de la distance séparant le centre de la terre au point considéré. $g_0 R^2 = g_h (R+h)^2 \Rightarrow g_h = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}$.

2.1) Etablissons l'expression de la période de révolution T_1

$$V_1 T_1 = 2\pi(R+h) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi(R+h)}{V_1} \quad (1) ; \quad \text{Or } g_h = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2} = \frac{V_1^2}{R+h} \Rightarrow V_1 = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) : T_1 = \frac{2\pi(R+h)}{R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}} \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} ;$$

$$2.2) \underline{A.N} : T_1 = \frac{2 \times 3,14}{6400 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{(6400 \cdot 10^3 + 3600 \cdot 10^3)^3}{9,8}} ; \quad T_1 = 8,65 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

3.1) Altitude du satellite au début du second tour

$$h_2 = h_1 - \frac{1}{1000} h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{999}{1000} h_1 ; \text{A.N.} : h_2 = \frac{999}{1000} \times 36000 ; \quad h_2 = 35964 \text{ km.}$$

3.2) Montrons que les altitudes h_n constituent les termes d'une suite géométrique de raison q à déterminer

Nous avons obtenu à la question (3.1) : $h_2 = \frac{999}{1000} h_1$.

D'autre part, $h_3 = h_2 - \frac{1}{1000} h_2 \Rightarrow h_3 = \frac{999}{1000} h_2$;

Après n tours, $h_{n+1} = h_n - \frac{1}{1000} h_n \Rightarrow h_{n+1} = \frac{999}{1000} h_n \Rightarrow \frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{999}{1000} = 999.10^{-3} = cte$.

Conclusion : Les altitudes h_{n+1} à la fin de chaque $n^{\text{ième}}$ tours vérifient :

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = cte = 999.10^{-3}. \text{ Ces termes constituent une suite géométrique de raison } q = 999.10^{-3}.$$

3.3) Nombre de tours n effectués par le satellite au moment où il atteint l'altitude $h = 6000 \text{ km}$.

La suite étant géométrique et de raison q , nous avons $h_n = q^{n-1} h_1$;

$$h_n = h \Rightarrow q^{n-1} h_1 = h \Rightarrow q^{n-1} = \frac{h}{h_1} \Rightarrow \ln(q^{n-1}) = \ln\left(\frac{h}{h_1}\right).$$

Par conséquent : $(n-1) \ln q = \ln h - \ln h_1 \Rightarrow n = \frac{\ln h - \ln h_1}{\ln q} + 1$;

A.N : $n = \frac{\ln(6000.10^3) - \ln(36000.10^3)}{\ln(999.10^{-3})} + 1 ; \quad n = 1790,9 \text{ tours.}$

Conclusion : Le satellite atteint l'altitude h_0 après $n = 1791$ tours.

4.1) Exprimons r en fonction de K et T

$$F = K \frac{m M_T}{r^2} ; \text{ d'autre part, } F = m a_N = m r_1 \omega^2 \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T_1} ;$$

$$\text{Ainsi, } F = \frac{K m M_T}{r_1^2} = m r_1 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow \frac{K m T}{r_1^2} = \frac{4\pi^2 r_1}{T^2} \Rightarrow r_1 = \sqrt[3]{\frac{K M_T T_1^2}{4\pi^2}}$$

4.2) A.N : $r_1 = \sqrt[3]{\frac{6,67.10^{-11} \times 5,98.10^{24} \times 86164^2}{4 \times 3,14^2}} ; \quad r_1 = 4,215.10^7 \text{ m.}$

4.3) Pour un observateur situé dans le plan équatorial, le satellite présente la particularité d'être immobile car il est géostationnaire;
sa période T_1 étant égale à **1 jour sidéral = 86164 s.**

5.1) Relation entre α et $\frac{r_2}{r_3}$

D'une manière générale, $V = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$;

or $R+h=r \Rightarrow V = R \sqrt{\frac{g_0}{r}}$; par conséquent : $V_2 = R \sqrt{\frac{g_0}{r_2}}$ et $V_3 = R \sqrt{\frac{g_0}{r_3}}$;

$$\frac{V_2^2}{V_3^2} = \frac{R^2 g_0}{r_2} \times \frac{r_3}{R^2 g_0} \Rightarrow \frac{V_2^2}{V_3^2} = \frac{r_3}{r_2} \Rightarrow \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 ; \quad \frac{r_3}{r_2} = \frac{1}{\alpha^2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_3} = \alpha^2 .$$

5.2) Expression de $\frac{T_3}{T_2}$ en fonction α

$$VT = 2\pi r \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{V} ; \quad \text{Ainsi, } T_2 = \frac{2\pi r_2}{V_2} \quad \text{et} \quad T_3 = \frac{2\pi r_3}{V_3} ;$$

$$\text{Ainsi } \frac{T_3}{T_2} = \frac{2\pi r_3}{V_3} \times \frac{V_2}{2\pi r_2} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{r_3}{r_2} \times \frac{V_2}{V_3} ; \quad \text{Avec } \frac{r_3}{r_2} = \frac{1}{\alpha^2} \quad \text{et} \quad \frac{V_2}{V_3} = \alpha$$

$$\text{Par conséquent : } \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{\alpha^2} \times \alpha \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{\alpha}$$

Exercice 4.13

1) Représentons la force magnétique à laquelle est soumis l'ion

L'ion est soumis à la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$, avec $q = 2e$.

D'après cette formule, les vecteurs $\vec{F}$, $q\vec{V}_0$ et $\vec{B}$ forment un trièdre direct.

Ainsi, ces vecteurs sont deux à deux orthogonaux.

Connaissant les sens de $\vec{V}_0$ et $\vec{B}$, nous pouvons déterminer

le sens de $\vec{F}$ par les règles du bonhomme d'Ampère, des 3 doigts de la main droite, du tir bouchon ou de la paume de la main droite.

2) Montrons que le mouvement de l'ion est plan

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{V}_0 \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V}_0 \wedge \vec{B} ; \Rightarrow \|\vec{a}\| = a = \frac{q}{m}V_0 B \sin(\vec{V}_0, \vec{B}) ;$$

$$\text{Sachant que } (\vec{V}_0, \vec{B}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad} ; \sin(\vec{V}_0, \vec{B}) = 1 ; \text{ nous avons donc } a = \frac{q}{m}V_0 B .$$

L'accélération a étant constante et $\vec{F}$ orthogonal à $\vec{V}_0$, la force $\vec{F}$ est donc radiale et constamment normale à la trajectoire. La vitesse étant par ailleurs constante, l'ion effectue un mouvement circulaire uniforme dans le plan de la figure.

3) Expression du rayon de l'arc de cercle décrit par l'ion

Le mouvement étant circulaire uniforme, l'accélération est donc une accélération normale.

$$a_N = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow \frac{q}{m}V_0 B = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV_0}{q.B} ; \quad \text{avec } q = 2e \Rightarrow R = \frac{mV_0}{2e.B} .$$

Sachant que le symbole de l'hélium est ${}^4_2\text{He}$, sa masse vaut $m = 2m_p + 2m_n$.

$$\text{Donc, } R = \frac{(2m_p + 2m_n)}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,1} \quad R = \frac{(m_p + m_n)V_0}{e.B}$$

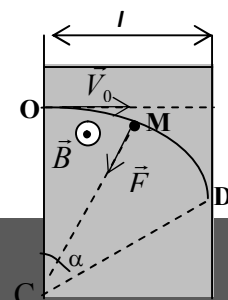
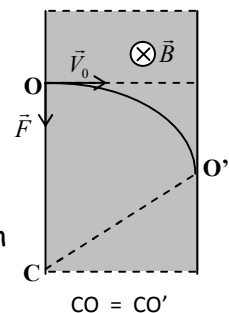
N.B : Nous négligeons la masse de l'électron dans le calcul de la masse de l'ion hélium car la masse d'un électron est très petite et négligeable devant celle des nucléons (protons et neutrons).

$$4) \text{ A.N : } R = \frac{(1,673 \cdot 10^{-27} + 1,675 \cdot 10^{-27}) \times 2 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,1} ; \quad R = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} .$$

Exercice 4.14

1) Direction et sens de $\vec{B}$ et $\vec{F}$

2) Expression de la charge massique en fonction de B , V_0 et R



la force $\vec{F}$ étant radiale, $F = ma_N$ avec $a_N = \frac{V_0^2}{R}$.

$$\text{Ainsi, } qV_0B = m \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{V_0}{B.R}.$$

3) Calculons la charge massique $\frac{q}{m}$; **A.N** : $\frac{q}{m} = \frac{2.10^9 \times 10^{-2}}{1 \times 4,2.10^{-1}}$; $\frac{q}{m} = 4,76.10^7 \text{ C/kg}$

4) Expression de $\frac{q}{m}$ en fonction de e et m_n

Nous savons que $q = xe$, $m = Am_n$; donc $\frac{q}{m} = \frac{xe}{Am_n}$. Nous en déduisons : $\frac{q}{m} = \frac{e}{m_n} \times \frac{x}{A}$;

A.N : $\frac{q}{m} = \frac{1,6.10^{-19}}{1,67.10^{-27}} \cdot \frac{x}{A} \Rightarrow \frac{q}{m} = 9,58.10^7 \frac{x}{A}$;

5) Déduisons de ce résultat ceux qui satisfont au résultat.

$$\frac{q}{m} = 9,58.10^7 \frac{x}{A} \Rightarrow \frac{x}{A} = \frac{1}{9,58.10^7} \frac{q}{m} ; \quad \text{A.N} : \frac{x}{A} = \frac{4,67.10^7}{9,58.10^7} ; \quad \frac{x}{A} = 0,5 = \frac{1}{2} ;$$

Seuls ${}^2_1\text{H}$ et ${}^4_2\text{He}$ satisfont aux conditions car, pour l'ion H^+ du nucléide ${}^2_1\text{H}$, $x = 1$ et $A = 2$,

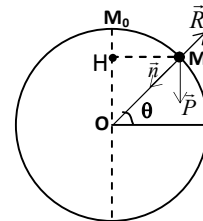
donc $\frac{x}{A} = \frac{1}{2}$; pour l'ion He^{2+} du nucléide ${}^4_2\text{He}$, $x = 2$ et $A = 4$, donc $\frac{x}{A} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Seuls les ions H^+ et He^{2+} satisfont à ce résultat.

Exercice 4.15

1) Représentation des forces agissant sur (S)

Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ; la réaction $\vec{R}$ de la sphère ;



2) Expression de la réaction R en fonction de m, g et θ

relation fondamentale de la dynamique : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$.

Projetons sur la normale $\vec{n}$: $P \sin \theta - R = ma_N$; avec $a_N = \frac{V^2}{r}$;

$$\text{Par conséquent : } mg \sin \theta - R = m \frac{V^2}{r} \Rightarrow R = m \left[g \sin \theta - \frac{V^2}{r} \right] \quad (1)$$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer V.

$$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) ;$$

$$\text{Or } W(\vec{P}) = mgh = mg[OM_0 - OH] \Rightarrow W(\vec{P}) = mgr(1 - \sin \theta) ; W(\vec{R}) = 0, \quad V_A = 0.$$

$$\frac{1}{2} m V^2 = mgr(1 - \sin \theta) \Rightarrow V^2 = 2gr(1 - \sin \theta) \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) : R = m \left[g \sin \theta - \frac{2gr(1 - \sin \theta)}{r} \right] \Rightarrow R = mg(3 \sin \theta - 2).$$

3) Position θ_0 où le solide quitte la sphère

Le solide (S) quitte la sphère dès que la réaction R s'annule.

$$R = 0 \Leftrightarrow mg(3 \sin \theta_0 - 2) = 0 \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{2}{3} ; \theta_0 = 41,8^\circ.$$

4) Vitesse V_0 de (S) au moment où elle quitte la sphère

D'après la relation (2) de la question (2°), pour une position θ donnée,

$$V^2 = 2gr(1 - \sin \theta) \Rightarrow V = \sqrt{2gr(1 - \sin \theta)}. \text{ Pour } \theta_0 = 41,8; V = V_0 = \sqrt{2gr(1 - \sin \theta_0)};$$

A.N : $V_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \times 0,6(1 - \sin 41,8)} \quad V_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$

5.1) Etudions le mouvement de (S) dans le repère $(S_0, \vec{i}, \vec{j})$

La poussée de l'air étant négligeable, le solide (S) n'est soumis après avoir quitté la sphère qu'à une seule force, son poids $\vec{P}$.

$$\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Ainsi, $a_x = 0$ et $a_y = g \Rightarrow V_x = V_0 \cos \alpha$ et $V_y = gt + V_0 \sin \alpha$.

Les angles α et θ_0 étant complémentaires, $\alpha + \theta_0 = 90^\circ$.

Ainsi, $\alpha = 90 - \theta_0 \Rightarrow \sin \alpha = \cos \theta_0, \cos \alpha = \sin \theta_0$.

$$\begin{cases} V_x = V_0 \sin \theta_0 \\ V_y = gt + V_0 \cos \theta_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = V_0 t \sin \theta_0 & (1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \cos \theta_0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\Leftrightarrow t = \frac{x}{V_0 \sin \theta_0}$; Substituons t dans (2): $y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_0^2 \sin^2 \theta_0} + \frac{V_0 x}{\tan \theta_0}$

5.2) Coordonnées du point de chute H de (S) sur le sol

$y_H = S_0 I + IJ$ avec $\sin \theta_0 = \frac{S_0 I}{OS_0} \Rightarrow S_0 I = OS_0 \sin \theta_0 \Rightarrow S_0 I = r \sin \theta_0$; **IJ = r.**

Donc $y_H = r \sin \theta_0 + r = r(1 + \sin \theta_0)$; **A.N :** $y_H = 0,6(1 + \sin 42)$; **$y_H = 1 \text{ m}.$**

Déterminons x_H :

$$y_H = \frac{1}{2} \frac{gx_H^2}{V_0^2 \sin^2 \theta_0} + \frac{V_0 x_H}{\tan \theta_0} \Rightarrow 1 = \frac{10x_H^2}{2 \times 2^2 \sin^2 42} + \frac{2x_H}{\tan 42,1} \Leftrightarrow 2,79x_H^2 + 2,29x_H - 1 = 0$$

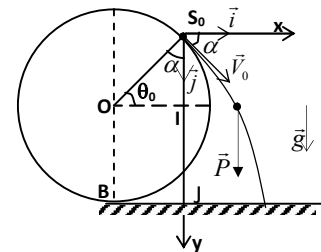
En résolvant cette équation, nous obtenons: $x_H = 1,1 \text{ m}, y_H = 1 \text{ m}.$

Coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}_H$: $V_x = V_0 \sin \theta_0$ et $V_y = gt + V_0 \cos \theta_0$.

Déterminons l'instant où (S) arrive en H:

$x_H = V_0 t_H \sin \theta_0 \Rightarrow t_H = \frac{x_H}{V_0 \sin \theta_0}$; **A.N :** $t_H = \frac{x_H}{V_0 \sin \theta_0}$; **$t_H = 0,83 \text{ s}.$**

A.N : $V_x = 2 \times \sin 42$; **$V_x = 1,34 \text{ m.s}^{-1}$** ; $V_y = 10 \times 0,83 + 2 \cos 42$; **$V_y = 9,79 \text{ m.s}^{-1}.$**

**Exercice 4.16**

1) Montrons que le module de la réaction $\vec{R}$ en M est $R = m(\frac{V^2}{r} + g \cos \alpha)$.

Système : la bille,

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de la bille ; la réaction $\vec{R}$ de la gouttière ;

$$\Sigma(\vec{F}_{\text{ext}}) = M\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = M\vec{a}$$

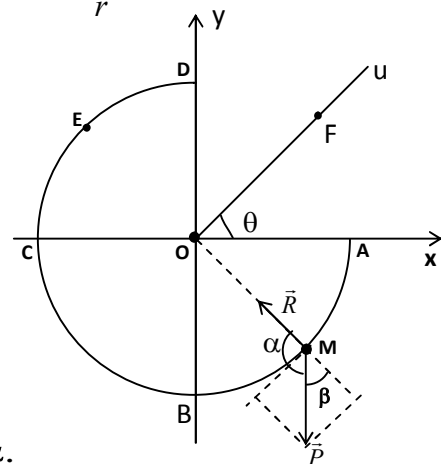
Projection sur la normale : $-P \cos \beta + R = M a_N$.

Or $\beta = \pi - \alpha \Rightarrow \cos \beta = -\cos \alpha$; $a_N = \frac{V^2}{r}$;

Donc $Mg \cos \alpha + R = M \frac{V^2}{r} \Rightarrow R = M \left(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha \right)$.

2) Exprimons le travail des forces en fonction de r et α .

Posons $W = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$; où $W(\vec{P}) = Mgh = Mgr \cos(\pi - \alpha) \Rightarrow W(\vec{P}) = -Mgr \cos \alpha$;



D'autre part, $W(\vec{R}) = 0$; Nous obtenons alors : $W = -Mgr \cos \alpha$.

3) Expression générale de la vitesse instantanée V de la bille

$$\frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}MV_A^2 = -Mgr \cos \alpha \Rightarrow V = \sqrt{V_A^2 - 2gr \cos \alpha}.$$

4) Expression de R en fonction de V_A , r et α .

$$R = M \left(\frac{V^2}{r} - g \cos \alpha \right) \text{ avec } V = \sqrt{V_A^2 - 2gr \cos \alpha} \Rightarrow V^2 = V_A^2 - 2gr \cos \alpha.$$

$$\text{Donc } R = M \left(\frac{V_A^2 - 2gr \cos \alpha}{r} - g \cos \alpha \right) \Rightarrow R = M \left(\frac{V_A^2}{r} - 3g \cos \alpha \right)$$

5.1) Valeur minimale de V_A pour que la bille ne décolle pas de la gouttière au point E

D'après la figure, nous avons en E, $\alpha = 45^\circ$; la bille ne décolle pas en E si $R > 0$.

$$R > 0 \Rightarrow M \left(\frac{V_A^2}{r} - 3g \cos \alpha \right) > 0 \Rightarrow V_A > \sqrt{3gr \cos \alpha} \Rightarrow V_m = \sqrt{3gr \cos \alpha}$$

A.N : $V_m = \sqrt{3 \times 9,81 \times 0,5 \times \cos 45}$; $V_m = 3,2 \text{ m.s}^{-1}$

5.2) Vitesse minimale pour que la bille ne décolle pas en D

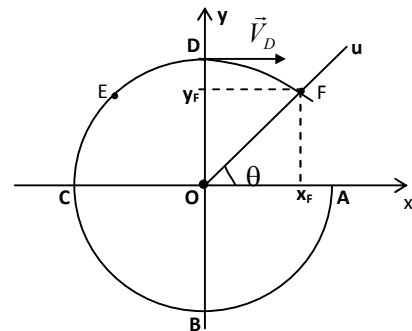
En procédant comme à la question 5.1, nous obtenons $V_m = \sqrt{3gr \cos \alpha}$; avec $\alpha = 0$.

A.N : $V_m = \sqrt{3 \times 9,81 \times 0,5 \cos 0}$; $V_m = 3,84 \text{ m.s}^{-1}$.

6.1) Caractéristiques de $\vec{V}_D$

- Point d'application : le point D ;
- Direction : horizontale ;
- Sens : de la gauche vers la droite ;
- Intensité : $V_D = \sqrt{V_A^2 - 2gr \cos \alpha}$;

A.N : $V_D = \sqrt{6,4^2 - 2 \times 9,81 \times 0,5 \times \cos 0}$; $V_D = 5,6 \text{ m.s}^{-1}$.



6.2) Etablissons l'équation de la trajectoire de la bille après D.

la bille effectue après le point D, une chute libre car elle n'est soumise qu'à son poids (La poussée de l'air étant négligeable). $\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow a_x = 0 \text{ et } a_y = -g$.

Nous en déduisons : $V_x = V_D$ et $V_y = -gt \Rightarrow x = V_D t + x_D$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$.

Or $x_D = 0$ et $y_D = r \Rightarrow x = V_D t$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + r$.

$x = V_D t \Rightarrow t = \frac{x}{V_D}$; substituons t dans y ; nous obtenons : $y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_D^2} + r$.

6.3) Coordonnées du point d'arrivée F de la bille sur le plan incliné (O, u).

Equation de la demi-droite $[O, u]$; $y = ax$; avec $a = \tan \theta = \tan 30 \Rightarrow a = 0,58$.

l'équation de $[O, u]$ est donc : $y = 0,58x$.

Les coordonnées du point F vérifient les équations de la demi-droite $[O, u]$ et de la trajectoire de la bille.

Donc, $y_F = -\frac{1}{2}g \frac{x_F^2}{V_D^2} + r = 0,58x_F \Rightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x_F^2}{V_D^2} - 0,58x_F + r = 0 \Rightarrow -0,16x_F^2 - 0,58x_F + 0,5 = 0$.

En résolvant l'équation, nous obtenons : $x_F = 0,7 \text{ m}$; $y_F = 0,58x_F \Rightarrow y_F = 0,4 \text{ m}$.

Exercice 4.17

1) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh} ; \text{A.N.} : V_B = \sqrt{5^2 + 2 \times 10 \times 1,2} ; V_B = 7 \text{ m.s}^{-1}.$$

2.1) B et C étant sur la même horizontale, les énergies potentielles en B et C sont égales. $V_B > V_C \Rightarrow E_{CB} > E_{CC}$. Le solide perd donc de l'énergie en passant du point B au point C. Cette perte ne peut être justifiée que par l'existence de forces de frottements sur la piste BC.

Intensité f des forces de frottements :

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -f \cdot BC \Rightarrow f = \frac{m(V_B^2 - V_C^2)}{2 \cdot BC} \text{ A.N.} : f = \frac{0,01(7^2 - 6^2)}{2 \times 1} ; f = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}.$$

2.2) Déduisons-en le module R de la réaction de la piste

$$R = \sqrt{f^2 + R_N^2} ; \text{avec } R_N = P = mg ; \text{donc } R = \sqrt{f^2 + (mg)^2}.$$

$$\text{A.N.} : R = \sqrt{(6,5 \cdot 10^{-2})^2 + (0,01 \times 10)^2} ; R = 0,12 \text{ N}.$$

3.1) Le solide (S) effectue un mouvement circulaire uniformément retardé.

3.2) Le repère approprié pour cette étude est le repère intrinsèque de Frenet.

$$3.3) \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh = mgr(1 - \cos \theta) \Rightarrow V_M = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1 - \cos \theta)}$$

$$3.4) V_D = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1 - \cos \pi)} \quad \text{A.N.} : V_D = \sqrt{6^2 - 2 \times 10 \times 0,72(1 + 1)} ; V_D = 2,68 \text{ m.s}^{-1}.$$

3.5) En prenant pour origine des énergies potentielles l'horizontale contenant C.

$$E_{M_D} = E_{C_D} + E_{P_D} = \frac{1}{2}mV_D^2 + mgh, \text{ avec } h = 2r.$$

$$\text{Donc } E_{M_D} = \frac{1}{2}mV_D^2 + 2mgr$$

$$E_{M_D} = E_{M_C} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_D^2 = 2mgr = \frac{1}{2}mV_C^2 \Rightarrow V_D = \sqrt{V_C^2 - 4gr}$$

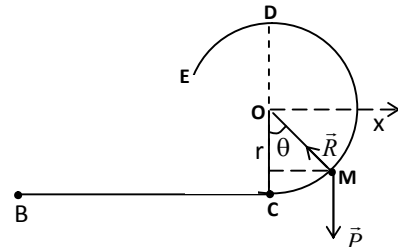
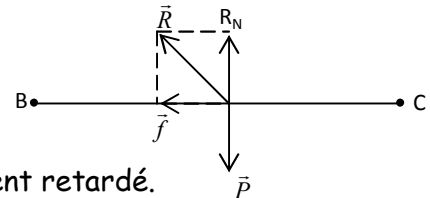
$$\text{A.N.} : V_D = \sqrt{6^2 - 4 \times 10 \times 0,72} ; V_D = 2,68 \text{ m.s}^{-1}.$$

$$3.6) \Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection sur la normale: $-P \cos \theta + R = ma_N$

$$\Rightarrow R = mg \cos \theta + m \frac{V_M^2}{r} \Rightarrow R = m \left(\frac{V_M^2}{r} + g \cos \theta \right) \text{ A.N.} : R_D = 10 \cdot 10^{-3} \left(\frac{2,68^2}{0,72} + 10 \cos \pi \right) ; R_D = 0.$$

Conclusion : Le solide (S) décolle de la piste en D.



Chapitre 5 : GENERALITES SUR LES SYSTEMES OSCILLANTS

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Définition et exemples

I.1 définition

Un phénomène périodique est dit oscillatoire ou vibratoire si la grandeur physique qui lui est associée varie de part et d'autre d'une valeur moyenne.

D'une manière générale, la grandeur associée à un système oscillant évolue périodiquement.

I.2 exemples de systèmes oscillants

Nous pouvons citer : les balançoires, les horloges à balanciers, les montres mécaniques, les instruments de musique, etc.

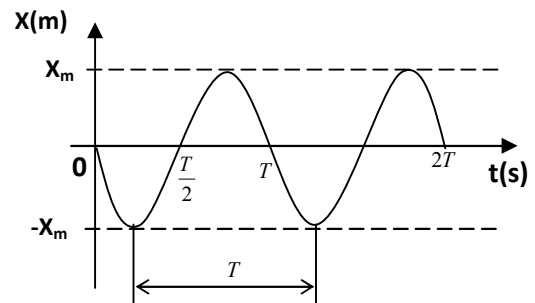
II. caractéristiques des systèmes oscillants et des phénomènes périodiques

Tout système oscillant ou phénomène vibratoire est caractérisé par son amplitude, sa période et sa fréquence.

II.1 amplitude

C'est la plus grande valeur prise par la grandeur physique associée au système oscillant.

Pour un système oscillant en translation alternative, l'élongation x varie entre deux valeurs extrêmes, $-x_m$ et x_m , où x_m représente l'amplitude du système oscillant.



II.2 La période T

C'est le plus petit intervalle de temps au bout duquel le phénomène se reproduit identique à lui-même. Elle s'exprime en secondes dans le système international d'unités. Pour une grandeur physique $f(t)$ de période T , nous avons : $f(t + KT) = f(t)$, avec $K \in \mathbb{N}$. On démontre que

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ où ω est la pulsation du système en radian par seconde (rad.s^{-1}) ; T en secondes(s).

II.3 La fréquence f

C'est le nombre de périodes contenues dans une unité de temps (une seconde).

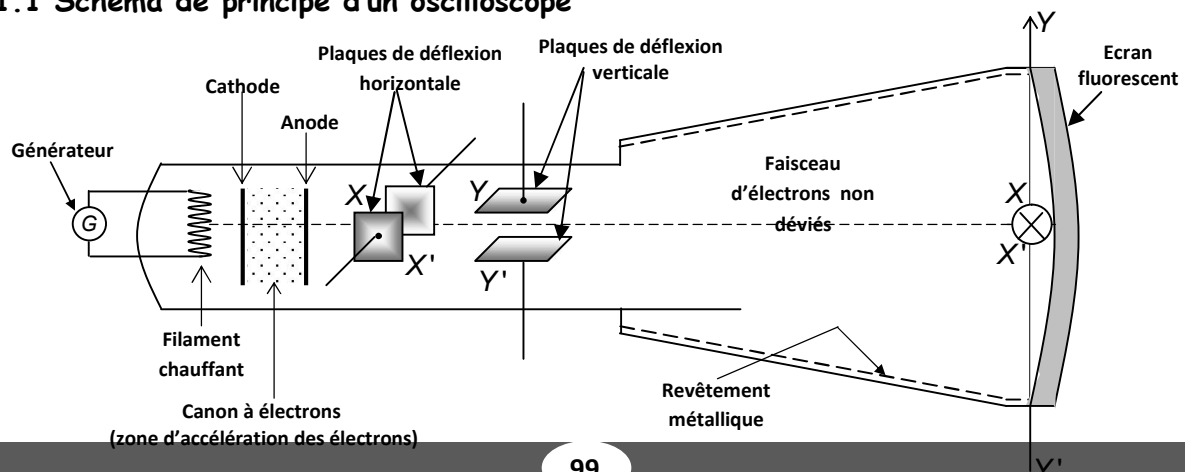
Elle se calcule par la formule $f = \frac{1}{T}$. Dans le système international d'unités, la fréquence s'exprime en Hertz (Hz).

Relation entre fréquence et pulsation : $\omega = 2\pi f$ avec ω en rad.s^{-1} ; T en Hertz(Hz).

III. Etude expérimentale

III.1 L'oscilloscope électronique

III.1.1 Schéma de principe d'un oscilloscope



III.1.2 Principe de fonctionnement d'un oscilloscope

En général, il existe deux paires de plaques dans un oscilloscope.

- Deux plaques horizontales Y et Y' qui provoquent une déviation verticale du faisceau d'électrons issus de la zone d'accélération.
- Deux plaques verticales X et X' qui provoquent une déviation horizontale du faisceau d'électrons issus de la zone d'accélération.

Les déplacements x et y suivant l'horizontale et la verticale respectivement sont proportionnelles aux tensions appliquées aux bornes des plaques responsables de ces déviations. Les tensions $U_{XX'}$ et $U_{YY'}$ varient elles aussi en fonction du temps.

$$\text{Ainsi, } y = kU_{YY'}(t) \text{ et } x = k'U_{XX'}(t)$$

Par conséquent, le point d'impact M d'un d'électron sur l'écran fluorescent a pour coordonnées x et y qui varient en fonction des tensions $U_{XX'}$ et $U_{YY'}$, donc du temps t .

Bon à savoir : En général, la tension $U_{XX'}$ est périodique et varie en dents de scie ; sa période constitue la période de balayage du spot lumineux qui se forme sur l'écran fluorescent.

III.2 La stroboscopie

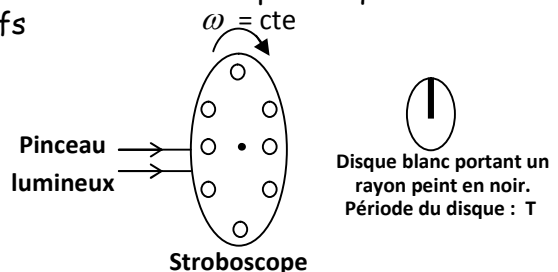
Définition : Un stroboscope est une source de lumière intermittente et périodique.

Le stroboscope émet périodiquement des éclairs brefs de fréquence variable.

Soient p le nombre de trous du stroboscope ; N

le nombre de tours qu'effectue par seconde le stroboscope ; f_e la fréquence des éclairs émis ;

$$f_e = N \cdot P$$



Remarque : Cas particuliers.

Soient T_e la période des éclairs émis par un stroboscope, f_e la fréquence de ces éclairs.

Soit T la période d'un mouvement étudié (éclairé) par ce stroboscope, f la fréquence correspondante.

1) Si $T_e = KT$ c'est-à-dire $f_e = \frac{f}{K}$, avec $K \in \mathbb{N}^*$, Nous avons une immobilité apparente.

2) Si $T_e = \frac{T}{K}$, c'est-à-dire $f_e = Kf$ avec $K \in \mathbb{N}$ et $K \geq 2$ Nous avons K immobilités apparentes.

Du fait de la persistance des impressions rétiniennes, l'observateur a l'impression de voir un disque immobile portant K rayons noirs. Ceci parce que l'éclair est émis chaque fois lorsque le disque n'a effectué que $\frac{1}{K}$ tour.

3) Si $T_e \neq KT$ avec $T_e < KT$, c'est-à-dire : $f_e \neq \frac{f}{K}$ avec $f_e > \frac{f}{K}$, alors nous avons un mouvement ralenti du rayon dans le sens contraire au mouvement réel du disque.

On démontre que la fréquence apparente du mouvement : $f_a = Kf_e - f$.

Si $k = 1$, alors $f_a = f_e - f$. Sachant que $f_e > f$, on a $f_a > 0$.

Donc, si $f_a > 0$, le ralenti est dans le sens contraire au mouvement.

En plus, si $f_a < 0$, alors nous avons un ralenti dans le sens réel du mouvement.

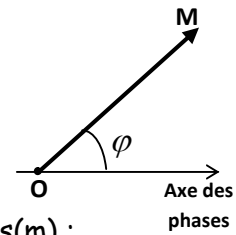
4) Si $T_e \neq KT$, avec $T_e > KT$, c'est-à-dire $f_e \neq Kf$ avec $f_e < Kf$; alors nous avons un mouvement ralenti du rayon dans le sens réel du mouvement du disque. On démontre aussi que la fréquence apparente du mouvement est : $f_a = f - kf_e$.

IV. Représentation de Fresnel

Soit une fonction sinusoïdale : $x = a \cos(\omega t + \varphi)$.

A cette fonction, nous pouvons associer un vecteur de Fresnel $\overrightarrow{OM}$ dont les caractéristiques sont:

- la pulsation ω qui s'exprime en radians par seconde (rad.s^{-1});
- la phase initiale φ exprimée en radians (rad);
- l'amplitude a en mètres (m);



D'où l'écriture : $\overrightarrow{OM} \begin{matrix} \omega \\ a = OM \\ \varphi \end{matrix}$

V. Comparaison de deux fonctions sinusoïdales

V.1 Notion de déphasage

Soient deux fonctions sinusoïdales : $x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$;

La différence $\varphi_2 - \varphi_1$ représente la différence de phase entre x_2 et x_1 ;

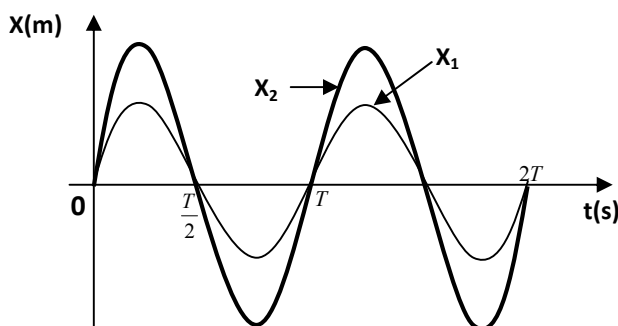
Si $\varphi_2 - \varphi_1 > 0$, x_2 est en avance de phase sur x_1 .

Si $\varphi_2 - \varphi_1 < 0$, x_2 est en retard de phase sur x_1 .

V.2 déphasages particuliers

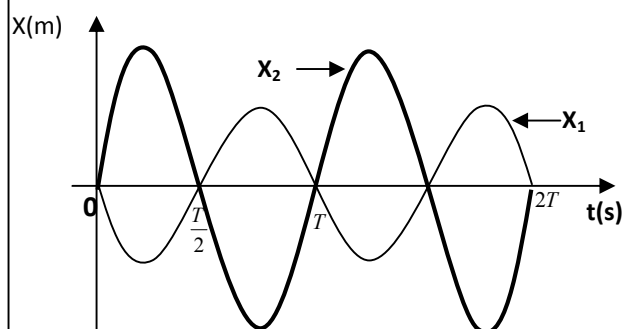
Si $|\varphi_2 - \varphi_1| = 2k\pi$;

x_1 et x_2 sont en phase



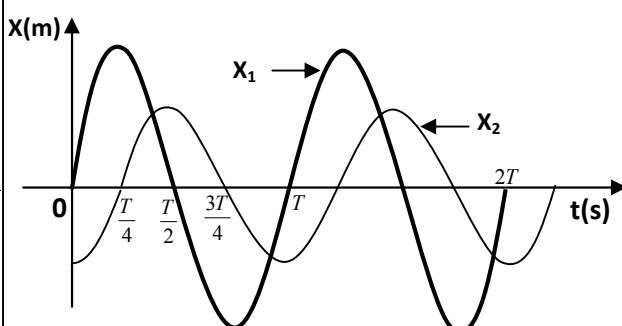
Si $|\varphi_2 - \varphi_1| = \pi + 2k\pi$,

x_1 et x_2 sont en opposition de phase.



Si $|\varphi_2 - \varphi_1| = \frac{\pi}{2} + k\pi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

x_1 et x_2 sont en quadrature de phase



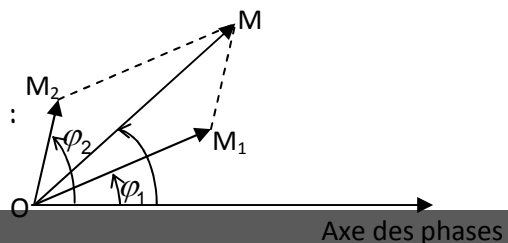
Remarque :

Le décalage horaire θ peut être déduit du déphasage angulaire $(\varphi_2 - \varphi_1)$ par la relation : $\omega \theta = |\varphi_2 - \varphi_1|$.
Avec θ en secondes, ω en rad.s^{-1} , φ_2 et φ_1 en radians.

VI. Somme de deux fonctions sinusoïdales

Soient x_1 et x_2 deux fonctions sinusoïdales telles que :

$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$



La somme X de x_1 et x_2 est telle que : $X = A \cos(\omega t + \phi)$

$$\text{Avec } A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad \tan \phi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

Remarque : Si $a_1 = a_2 = a$, alors $A = 2a \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$

B- ENONCES DES EXERCICES

Exercice 5.1

Répondre par «vrai » ou « Faux » puis justifier

- 1) Tout phénomène périodique est sinusoïdal.
- 2) Tout phénomène libre sinusoïdal est périodique.
- 3) La fréquence d'un phénomène périodique est le nombre de périodes (de ce phénomène) contenues dans une minute.
- 4) Si nous observons un disque blanc D_1 portant un rayon peint en noir et effectuant 100 tr.s^{-1} , avec un stroboscope de période $\frac{1}{100} \text{ s}$, le disque paraît immobile.
- 5) Le disque blanc D_1 de la question (4) paraît immobile parce que les éclairs arrivent toujours à des intervalles de temps où le disque a effectué un nombre entier de tours.
- 6) Un disque blanc D_2 sur lequel sont peints en noir 3 rayons régulièrement espacés, tournant à une vitesse de 90 tr/s semble effectuer un tour en $\frac{1}{270} \text{ s}$.
- 7) Le disque blanc D_2 de la question (6), éclairé par un stroboscope de fréquence 269 Hz semble effectuer un mouvement ralenti dans le sens réel de son mouvement.
- 8) Si D_2 est éclairé par un stroboscope émettant 540 éclairs par seconde, il présentera 6 rayons peints.
- 9) Le rythme cardiaque d'un homme dont le cœur bat régulièrement 60 fois la minute est périodique et de période $T = 1 \text{ s}$.
- 10) En une période, un système oscillant parcourt une élongation égale à 4 fois son amplitude.

Exercice 5.2

Définir : a) grandeur sinusoïdale ; b) amplitude ; c) période ; d) fréquence.

Exercice 5.3

- 1) Définir : a) oscillation ; b) vibration ; c) alternance ; d) oscillateur mécanique.
- 2) Donner les différentes relations entre période, fréquence et pulsation, en précisant à chaque fois les différentes unités.
- 3) Qu'est-ce qu'un système oscillant ?
- 4) Citer des exemples de systèmes oscillants.

Exercice 5.4

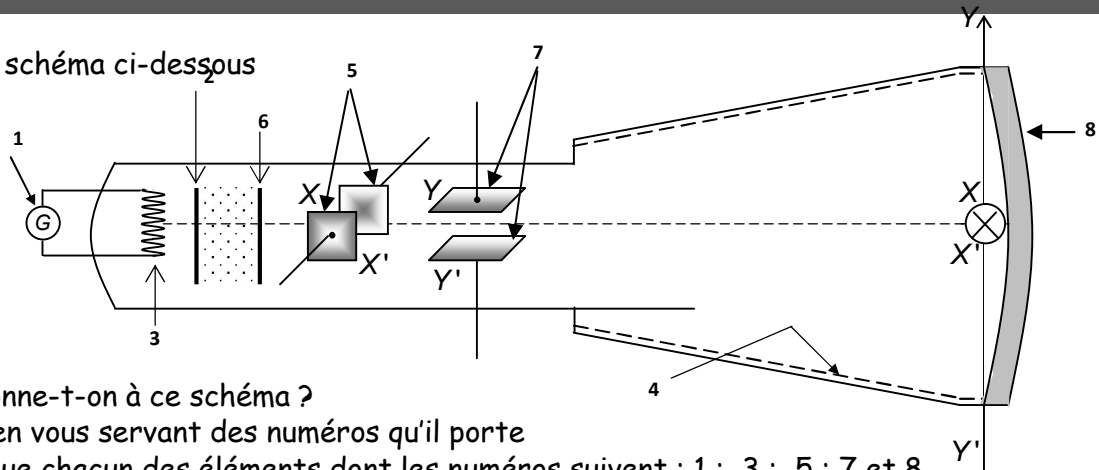
- 1) Y a-t-il une différence être déphasage et différence de marche ? si oui laquelle ?
- 2) Quand dit-on que deux phénomènes sinusoïdaux sont isochrones ?
- 3) Quand dit-on que deux phénomènes sinusoïdaux sont synchrones ?
- 4) Quand dit-on que deux phénomènes sinusoïdaux sont isosynchrones ?

Exercice 5.5

- 1) Quelles sont parmi les propositions ci-dessous celles qui sont vraies pour un système oscillant donné ?
 - a) Deux alternances équivalent à une période.
 - b) Deux périodes équivalent à une alternance.
 - c) Une oscillation correspond à une période.
 - d) Une alternance correspond à une oscillation.
- 2) Est-il vrai que deux oscillateurs synchrones de rotation balaient le même angle pendant une durée égale à une période ?

Exercice 5.6

Considérons le schéma ci-dessous



- 1) Quel nom donne-t-on à ce schéma ?
- 2) Annoter le en vous servant des numéros qu'il porte
- 3) Quel rôle joue chacun des éléments dont les numéros suivent : 1 ; 3 ; 5 ; 7 et 8.

Exercice 5.7

Considérons la fonction sinusoïdale $\theta = \frac{\pi}{24} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (en radian) d'un système oscillant.

- 1) Ce système oscillant effectue-t-il une translation alternative ou une rotation alternative ?
- 2) Déterminer les caractéristiques de cette fonction sinusoïdale.
- 3) Déterminer la phase ϕ_1 de cet oscillateur à un instant $t_1 = 22s$.
- 4) Déterminer l'élongation angulaire θ_1 à l'instant t_1 ;
- 5) Ecarté de sa position d'équilibre, il est lâché à l'instant $t_0 = 0$ sans vitesse initiale. Déterminer l'angle total θ_t balayé par ce système oscillant entre les instants t_0 et t_1 .

Exercice 5.8

L'équation horaire du mouvement d'un mobile M est : $x = 3 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (x en cm).

- 1) Quelle est la nature de ce mouvement ?
- 2) Déterminer les caractéristiques de ce mouvement.
- 3) Quelle est la longueur du segment décrit par le mobile M ?
- 4) Quelles sont la position initiale et la vitesse initiale du mobile ?
- 5) Calculer la phase ϕ du mouvement à l'instant $t = 1s$.
- 6) Réécrire l'équation horaire du mobile à l'aide de la fonction sinus.
- 7) Quelle est la vitesse du mobile à un instant t quelconque ?
- 8) En déduire la vitesse maximale et la vitesse à l'instant $t = 0,25s$.
- 9) Etablir l'équation différentielle du mouvement de M et en déduire son accélération au passage par le point d'abscisse $x = 1cm$.

Exercice 5.9

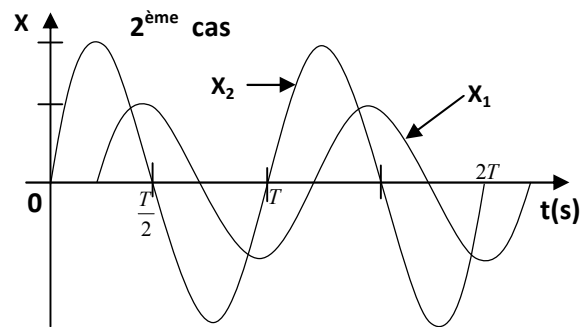
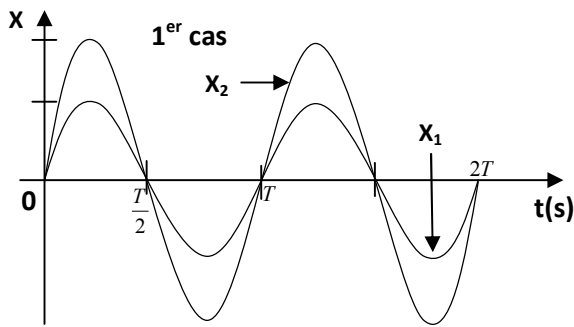
Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de période $T = 5.10^{-2}s$ autour de sa position d'équilibre O prise sur un axe horizontal ($x'Ox$).

- 1) Déterminer la pulsation ω et la fréquence f des oscillations.
- 2) En choisissant comme origine des espaces le point O et sachant qu'à $t = 0$ le mobile est à son point d'élongation maximale situé à 5 cm de O ;
2.1) Ecrire l'équation horaire du mouvement de M .
2.2) Quelle est la longueur du segment parcouru par le mobile M pendant son mouvement ?
- 3) En quels points la vitesse est-elle maximale ?
- 4) En quels points l'accélération est-elle maximale ?
- 5) Quelles sont la vitesse et l'accélération du mobile à la date $t = 1s$ et dans quels sens se déplace le point M .
- 5) Calculer la vitesse et l'accélération du mobile quand son abscisse vaut 2,5 cm.

Exercice 5.10

Considérons deux fonctions sinusoïdales x_1 et x_2 représentées ci-dessous

On donne : balayage horizontal : 1ms/division ; balayage vertical : 1V/division.



- 1) Déterminer l'amplitude de chacune de ces fonctions
- 2) Ces deux fonctions sont-elles synchrones ? Pourquoi ?
- 3) Ces deux fonctions sont-elles isochrones ? Pourquoi ?
- 4) Comparer les états vibratoires de ces deux fonctions dans chacun des cas ci-dessus :

Exercice 5.11

Un disque blanc sur lequel sont peints en noir 4 rayons régulièrement espacés, tournant à une vitesse constante paraît immobile lorsqu'il est éclairé par un stroboscope dont la plus grande fréquence des éclairs est 80Hz.

- 1) Déterminer la vitesse de rotation du disque.
- 2) On éclaire le disque avec un stroboscope dont la fréquence des éclairs est de 20Hz. Qu'observe-t-on ?
- 3) Même question pour une fréquence des éclairs égale à 19Hz.

Exercice 5.12

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur est $y_1 = a \cos(100\pi t - \frac{\pi}{6})$

- 1) Quelles sont la fréquence, la période et la phase initiale du mouvement de cet oscillateur ?
- 2) L'on s'intéresse à un oscillateur synchrone à notre oscillateur précédent et dont le mouvement a pour équation horaire : $y_2 = a \cos(100\pi t + \varphi)$; déterminer les valeurs des phases initiales φ pour chacun des cas suivants :
 - 2.1) Les deux oscillateurs vibrent en phase ;
 - 2.2) Les deux oscillateurs vibrent en opposition de phase ;
 - 2.3) Le deuxième oscillateur est en quadrature avance par rapport au premier ;
 - 2.4) Le deuxième oscillateur vibre en quadrature retard par rapport au premier.
- 3) Calculer dans chacun des cas ci-dessus le décalage horaire.

Exercice 5.13

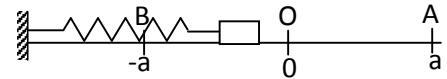
L'étude stroboscopique d'une lame vibrante se fait à l'aide d'un stroboscope qui est en fait un disque portant $P = 20$ trous, effectuant n tours par seconde.

- 1) Calculer la fréquence f du vibreur sachant que la plus grande valeur de n pour laquelle la lame paraît unique et immobile est $n = 20$.
- 2) Déterminer l'aspect de la lame vibrante pour les valeurs successives de n suivantes : $n_1 = 10$; $n_2 = 40$; $n_3 = 19,75$; $n_4 = 20,50$; $n_5 = 81$.

N.B : On précisera dans chaque cas la fréquence apparente.

Exercice 5.14

Un pendule élastique horizontal portant à son extrémité une masse m ponctuelle assimilable à son Centre d'inertie G effectue un mouvement sinusoïdal de période $T = 4 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ et d'amplitude a .



1) Calculer la fréquence du mouvement de ce pendule.

2) L'expérience étant réalisée dans l'obscurité,

on utilise un stroboscope dont la fréquence des éclairs

vaut $f_e = 50 \text{ Hz}$. Sachant que le 1^{er} éclair surprend la masse

m au point A.

2.1) Déterminer la position qu'occupe la masse m au moment où survient le 2^{ème} éclair.

2.2) Exprimer (en fonction de a) la distance d parcourue par la masse m entre les instants d'émission de ces deux éclairs.

3) L'on utilise maintenant un deuxième stroboscope dont tous les éclairs surprennent la masse m en A.

3.1) Déterminer la plus grande fréquence des éclairs de ce stroboscope.

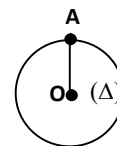
4) Pour quelles fréquences de ces éclairs la masse m pourrait être surprise successivement en A, O, B, O, A..... ?

Exercice 5.15

L'extrémité A du bras de levier d'une manivelle décrit un cercle de centre O et de rayon OA. L'axe de rotation (Δ) de la manivelle est solidaire à l'arbre du moteur passant par O. En régime normal, l'arbre du moteur effectue $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. L'on utilise un stroboscope pour contrôler l'état du moteur et on observe la position de A pour différentes valeurs de la fréquence d'émission des éclairs.

1) Déterminer la fréquence f du mouvement du point A en régime normal.

2) Pour une fréquence des éclairs $f_e = 40 \text{ Hz}$, l'on constate que le point A reste immobile.



2.1) Déterminer en tour par seconde les vitesses de rotation possibles du moteur.

N.B : L'on considérera les vitesses inférieures ou égales à la vitesse en régime normal.

2.2) Le moteur fonctionne t-il en régime normal ?

3) Après avoir modifié un paramètre du moteur, l'on constate que le point A reste immobile pour des fréquences d'éclairs dont la plus grande vaut $f_e = 50 \text{ Hz}$.

3.1) Le régime de fonctionnement du moteur est-il alors normal ?

3.2) Quelles observations ferait-on pour des fréquences d'éclair :

$$f_1 = 25 \text{ Hz}; \quad f_2 = 49 \text{ Hz}; \quad f_3 = 100 \text{ Hz}; \quad f_4 = 101 \text{ Hz}; \quad f_5 = 10 \text{ Hz}.$$

Exercice 5.16

Des gouttes d'eau s'échappent d'un robinet à une cadence régulière. On éclaire à l'aide d'un stroboscope les gouttes d'eau dans leur mouvement de chute supposé uniforme après une certaine hauteur de chute.

1) Pour une fréquence des éclairs $f_e = 1000 \text{ Hz}$, les gouttes semblent immobiles et distantes de $d = 2 \text{ cm}$. Sachant que cette fréquence est la plus grande pour laquelle les gouttes semblent immobiles,

1.1) Déterminer la fréquence d'émission des gouttes d'eau par le robinet.

1.2) Quelle est la vitesse moyenne de chute de ces gouttes ?

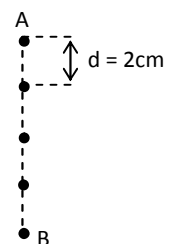
1.3) Qu'observe t-on si la fréquence des éclairs vaut $f_1 = 995 \text{ Hz}$. ? puis $f_2 = 1010 \text{ Hz}$?

1.4) Déterminer dans chaque cas la fréquence apparente de sortie des gouttes d'eau.

2) Qu'observe t-on si la fréquence des éclairs vaut $f_3 = 2000 \text{ Hz}$?

3) Combien de gouttes d'eau semble t-on observer entre deux points A et B distants de 20 cm ?

N.B : L'on comptera les gouttes d'eau occupant les points A et B.



Exercice 5.17

Considérons les équations suivantes de deux mouvements sinusoïdaux :

$$y_1 = 3 \cos(200\pi t + \frac{\pi}{6}) \quad \text{en cm ;} \quad y_2 = 8 \cos(200\pi t - \frac{\pi}{6}) \quad \text{en cm}$$

- 1) Déterminer pour chacune des équations :
a) Son amplitude ; b) sa pulsation ; c) sa phase initiale ; d) sa période.
- 2) Déterminer la différence de phase et préciser lequel des deux mouvements est en avance.
- 3) Déterminer le décalage horaire θ entre les deux mouvements.
- 4) Déterminer à l'aide de la construction de Fresnel la résultante $y = y_1 + y_2$.

Exercice 5.18

Un disque de moment d'inertie $J = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ kg.m}^2$ peint en blanc porte deux rayons (un diamètre) peints en noir. Sachant que le disque tourne à une vitesse $N = 30\,000 \text{ tr.min}^{-1}$, on l'éclaire avec un stroboscope émettant 180 éclairs par seconde,

- 1) Qu'observe t-on ?
- 2) A partir de la vitesse $N = 30\,000 \text{ tr.min}^{-1}$, on freine le disque à l'aide d'un couple de forces de moment constant et équivalent à celui d'une force $F = 0,1 \text{ N}$ ayant un bras de levier $r = 50 \text{ cm}$.
- 2.1) Pour quelles vitesses de rotation du disque observe t-on avec le même stroboscope une apparence de repos du disque ?
- 2.2) Au bout de combien de temps aura t-on pour la 1^{ère} fois l'apparence de repos ?

Exercice 5.19

Un oscilloscope permet de visualiser 2 tensions alternatives sinusoïdales U_1 et U_2 . L'expérimentateur consigne dans le tableau ci-dessous les valeurs des tensions pour plusieurs instants.

t (en ms)	0	5	10	15	20	25
U_1 (en mV)	0	5	0	- 5	0	5
U_2 (en mV)	- 10	0	10	0	- 10	0

- 1) Représenter sur un papier millimétré et sur le même graphe, les deux tensions. **Echelle** : 1cm pour 5ms ; 1cm pour 5mV.
- 2) Etablir les équations horaires de U_1 et U_2 sous les formes :
 $U_1 = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ et $U_2 = U_{m2} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$;
- 3) Calculer la différence de phase entre U_1 et U_2 , puis conclure.
- 4) Déterminer graphiquement le décalage horaire θ entre U_1 et U_2 . Laquelle des deux tensions est en avance de phase sur l'autre ?
- 5) En déduire la différence de phase $\varphi_1 - \varphi_2$ entre les deux tensions en (π radians).

C- SOLUTIONS DES EXERCICES**Exercice 5.1**

- 1) **Faux**. Il existe des phénomènes périodiques mais non sinusoïdaux.

Exemple : Un signal périodique carré : 

- 2) **Vrai**. Les phénomènes libres sinusoïdaux sont périodiques.

- 3) **Faux**. C'est plutôt le nombre de périodes par seconde.

- 4) **Vrai**. $N = 100 \text{ tr.s}^{-1}$, $f = 100 \text{ Hz}$; $T = \frac{1}{100} \text{ s}$; $T = T_e$, alors nous avons une immobilité apparente.

- 5) **Vrai** ; 6) **Vrai**. La fréquence apparente f_a du disque est le triple de la fréquence réelle du mouvement du disque portant 3 rayons peints en noir.

Ainsi la période apparente est : $T = \frac{1}{f_a} = \frac{1}{3f} = \frac{1}{3 \times 90} = \frac{1}{270} \text{ s}$.

7) **Vrai.** $f_e \leq \frac{f}{k}$, Nous avons un ralenti dans le sens réel du mouvement.

8) **Vrai.** $f_e = Kf$ avec $k = 2$; il y a donc deux immobilités apparentes ; étant donné que le disque porte 3 rayons, il présentera donc 6 rayons peints. 9) **Vrai.** 10) **Vrai**

Exercice 5.2

1) Définitions :

Grandeur sinusoïdale : c'est une grandeur dont la courbe de variation en fonction du temps est une sinusoïde.

b) c) et d) : Voir cours paragraphe II.

Exercice 5.3

1) Définitions :

a) Oscillation : mouvement d'aller et retour d'un système oscillant entre ses deux positions d'élongation maximale.

b) Vibration : c'est une oscillation périodique d'un système.

c) Alternance : mouvement effectué par un système oscillant pendant une durée égale à une demi-période.

2) Différentes relations entre période T , fréquence f et pulsation ω . Voir cours paragraphe II.2 et II.3.

3) Un système oscillant est un système qui effectue un mouvement alternatif de part et d'autre d'une position moyenne pouvant être sa position d'équilibre.

4) Exemples de systèmes oscillants : balançoires, horloges à balanciers, montres mécaniques, instruments de musique, etc.

Exercice 5.4

1) Déphasage et différence de phase signifient une seule et même chose (grandeur).

2) Deux phénomènes sinusoïdaux sont isochrones lorsqu'ils ont une même amplitude.

3) Deux phénomènes sinusoïdaux sont synchrones lorsqu'ils ont une même période.

4) Deux phénomènes sinusoïdaux sont isosynchrones lorsqu'ils ont la même amplitude et la même période.

Exercice 5.5

1) Les propositions a et c sont vraies. 2) **Vrai.**

Exercice 5.6

1) Ce schéma s'appelle schéma de principe d'un oscillographe.

2) Annotons le schéma :

1 : Générateur ; 2 : Cathode ; 3 : Filament chauffant ;

4 : Revêtement métallique ; 5 : Plaque de déflexion horizontale ;

6 : Anode ; 7 : Plaques de déflexion verticale ; 8 : Ecran fluorescent.

3) Rôle des éléments

1 : Génère le courant électrique qui porte à incandescence le filament ;

2 : Le filament produit les électrons lorsqu'il est porté à incandescence ;

5 et 7 : Voir paragraphes III.1.2 ;

8 : L'écran fluorescent permet de repère le point d'impact des électrons.

Exercice 5.7

1) Le système oscillant effectue une rotation alternative car la grandeur associée à son mouvement est un angle, en l'occurrence l'angle θ .

2) Caractéristiques

Etant donné que $\theta = \frac{\pi}{24} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ qui est de la forme $\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$, nous en

déduisons par identification la pulsation $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$; amplitude maximale $\frac{\pi}{24} \text{ rad}$;

Ensuite, la période $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} \Rightarrow T = 1\text{s}$; la fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} \Rightarrow f = 1\text{Hz}$.

3) Phase ϕ de l'oscillateur à l'instant $t = 22\text{s}$.

$$\phi(t) = 2\pi t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_1 = \phi(t_1) = 2\pi t_1 + \frac{\pi}{2}; \text{ A.N : } \phi_1 = 2\pi \times 22 + \frac{\pi}{2} = \frac{89\pi}{2} = \frac{88\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$4) \theta_1 = \theta(t_1) = \frac{\pi}{24} \cos \phi_1; \text{ A.N : } \theta_1 = \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_1 = 0;$$

5) Angle total θ_t balayé

En une période T , ce système oscillant balaie 2 fois deux amplitudes, donc un angle

$$\theta_0 = 4\theta_{\max} = 4 \times \frac{\pi}{24} \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad};$$

Puisque $\frac{t_1}{T} = 22$, l'angle θ_t est celui balayé par le système oscillant en 22 périodes.

$$\text{Ainsi, } \begin{cases} 1T \leftrightarrow \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ 22T \leftrightarrow \theta_t \end{cases}; \text{ nous en déduisons } \theta_t = \frac{\frac{\pi}{6} \times 22T}{T} \Rightarrow \theta_t = \frac{11\pi}{3} \text{ rad}.$$

Exercice 5.8

1) Nature du mouvement : mouvement de translation rectiligne sinusoïdale.

2) Amplitude : $a = x_m = 3\text{cm}$; pulsation : $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$

Phase initiale : $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$; Période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$; $T = 1\text{s}$.

3) Longueur L du segment décrit par le mobile M

$$L = 2a = 2 \times 3; \text{ A.N : } L = 6\text{cm}.$$

4) Position initiale x_0 et vitesse initiale $\dot{x}_0$ du mobile

A $t = 0$; $x = x_0 = 3\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$; donc $x_0 = 0$.

Nous savons que $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -6\pi \sin(2\pi t + \frac{\pi}{2})$; A $t = 0$, $\dot{x}_0 = -6\pi \sin \frac{\pi}{2}$; donc $\dot{x}_0 = -6\pi \text{ cm.s}^{-1}$

5) Calculons la phase du mouvement à $t = 1\text{s}$

$$\phi(t) = 2\pi t + \frac{\pi}{2}; \quad \phi(1) = 2\pi \times 1 + \frac{\pi}{2}; \quad \phi = \frac{5\pi}{2} \text{ rad};$$

6) Equation horaire du mobile avec la fonction sinus

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos \alpha; \Rightarrow x = 3\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2}) = 3\sin(2\pi t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}); x = 3\sin(2\pi t + \pi)$$

7) Vitesse $\dot{x}(t)$ du mobile à un instant t quelconque.

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}; \text{ en considérant } x = 3\cos(2\pi t + \pi), \text{ nous obtenons : } \dot{x}(t) = -6\pi \sin(2\pi t + \frac{\pi}{2}).$$

8) Dédution de la vitesse maximale et la vitesse à $t = 0,25\text{s}$

l'expression $\dot{x}(t) = 6\pi \sin(2\pi t + \pi)$ qui est de la forme $\dot{x}(t) = \dot{x}_m \sin(2\pi t + \pi)$

Par identification, la vitesse maximale $\dot{x}_m = 6\pi \text{ cm.s}^{-1}$.

A $t = 0,25\text{s}$, $\dot{x} = 6\pi \sin(2\pi \times 0,25 + \pi)$; Nous obtenons $\dot{x} = 0$.

9) Etablissons l'équation différentielle du mouvement de M.

L'équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, avec $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$.

Nous obtenons alors : $\ddot{x} + 4\pi^2 x = 0$;

Déduisons en l'accélération au passage par le point d'abscisse $x = 1\text{cm}$.

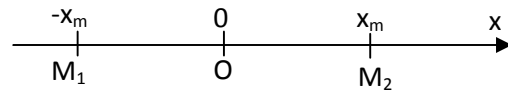
$\ddot{x} + 4\pi^2 x = 0 \Rightarrow \ddot{x} = -4\pi^2 x$, avec $x = 1\text{cm} = 10^{-2}\text{m}$. **A.N :** $\ddot{x} = -4\pi^2 \times 10^{-2}$; $\ddot{x} = -0,4\text{m.s}^{-2}$.

Exercice 5.9**1) Déterminons la pulsation ω et la fréquence f des oscillations**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\textbf{A.N : } \omega = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^{-2}} ; \quad \omega = 40\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$f = \frac{1}{T} ; \textbf{A.N : } f = \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} \quad f = 20\text{Hz}$$

**2) Equation horaire du mouvement**

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) ; \text{ avec } x_m = 5 \times 10^{-2}\text{m}; \quad \omega = 40\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{à } t = 0, \quad x = x_m \Rightarrow x_m \cos \varphi = x_m \Rightarrow \cos \varphi = 1; \text{ donc } \varphi = 0.$$

L'équation horaire s'écrit alors : $x = 5 \cdot 10^{-2} \cos 40\pi t$.

N.B : Avec la fonction sinus, nous obtenons $x = 5 \cdot 10^{-2} \sin \left(40\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$

2.2) longueur L du segment parcouru par le mobile

D'après la figure ci-dessus, le mobile parcourt le segment $[M_1 M_2]$;

donc $L = 2 x_m$; **A.N :** $L = 2 \times 5 \cdot 10^{-2}$; $L = 0,1 \text{ m}$

3) On démontre que la vitesse du mobile est maximale à chaque passage par le point d'équilibre O, dans tous les deux sens. D'après la question (3), $V_m = \omega x_m = 2\text{m.s}^{-1}$

4) point où l'accélération a est maximale

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} ; \quad \text{prenons } x = 5 \cdot 10^{-2} \cos 40\pi t$$

$$a = -5 \times 10^{-2} \times (40\pi)^2 \cos 40\pi t \Rightarrow a = -(40\pi)^2 x$$

a est maximale lorsque $x = x_m$. Lors du passage aux points M_1 et M_2 .

N.B : Nous savons que $a = -\omega^2 x$, donc l'accélération maximale a pour expression :

$$a_m = \omega^2 x_m. \text{ donc } a_m = (40\pi)^2 \cdot 5 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-2} \Rightarrow a_m = 80\pi^2 \text{ m.s}^{-2}.$$

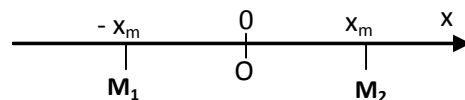
5) Vitesse et accélération du mobile à $t = 1\text{s}$

$$x = 5 \times 10^{-2} \cos 40\pi t \quad \dot{x} = -2\pi \sin(40\pi t) ; \quad \ddot{x} = -80\pi^2 \cos 40\pi t$$

$$\text{à } t = 1\text{s} ; \quad \dot{x} = -2\pi \sin 40\pi \Rightarrow \dot{x} = 0 \text{ m.s}^{-1}$$

$$x = 5 \times 10^{-2} \cos 40\pi \Rightarrow x = 5 \times 10^{-2} = x_m$$

$$\ddot{x} = -80\pi^2 \cos 40\pi \Rightarrow \ddot{x} = -80\pi^2 \text{ m.s}^{-2}$$



A $t = 1\text{s}$; le mobile est en M_2 et s'apprête à se déplacer de M_2 vers O

6) Vitesse et accélération du mobile quand $x = 2,5 \text{ cm}$

$$x = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow 5 \cdot 10^{-2} \cos 40\pi t = 2,5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \cos 40\pi t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 40\pi t = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Nous obtenons donc } 40\pi t = \frac{\pi}{3}.$$

$$V = \dot{x} = -2\pi \sin 40\pi t \Rightarrow V = -2\pi \sin \frac{\pi}{3} = -\pi\sqrt{3} \text{ m.s}^{-1}$$

$$a = \ddot{x} = -80\pi^2 \cos 40\pi t \Rightarrow a = -80\pi^2 \cos \frac{\pi}{3} = -40\pi^2 \text{ m.s}^{-2}$$

N.B : Nous pouvons aussi calculer a en appliquant la relation : $a = -\omega^2 x$

A.N : $a = -(40\pi)^2 \times 2,5 \cdot 10^{-2} = -40\pi^2 \text{ m.s}^{-2}$

Conclusion : Au point d'abscisse 2,5 cm, le mobile a pour vitesse et accélération respectivement : $V = -\pi\sqrt{3} \text{ m.s}^{-1}$ et $a = -40\pi^2 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 5.10

1) amplitudes des fonctions : $x_{1\max} = 1V$; $X_{2\max} = 2V$.

2) Oui ces deux fonctions sont synchrones car pour chacune d'elles, deux crêtes successives sont distantes de $T = 2\text{ms}$.

3) Non. Ces deux fonctions ne sont pas isochrones car leurs amplitudes (élongations maximales) sont différentes.

4) 1^{er} cas : X_1 et X_2 sont en phase.

2^{ème} cas : X_2 est en quadrature avance sur X_1 .

Exercice 5.11

1) Vitesse de rotation N du disque.

Soit P le nombre de rayons peints en noir; $f_e = N.P \Rightarrow N = \frac{f_e}{P}$; **A.N :** $N = \frac{80}{4}$; **N = 20tr.s⁻¹.**

2) Sachant que la fréquence du mouvement de la roue est $f = N = 20\text{tr.s}^{-1}$, nous observons une immobilité apparente.

3) Pour $f_e = 19\text{Hz}$, $\frac{f_e}{f} = \frac{19}{80} = 0,24 \Rightarrow f_e \leq \frac{1}{4}$; nous avons un ralenti dans le sens réel du mouvement.

Exercice 5.12

1) Fréquence : $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$; **A.N :** $f = \frac{100\pi}{2\pi}$; **f = 50Hz.**

Période : $t = \frac{1}{f}$; **A.N :** $T = \frac{1}{50}$; **T = 2.10⁻²s**; Phase initiale : $\varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$.

2.1) Les deux oscillateurs vibrent en phase si

$$\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow \varphi - (-\frac{\pi}{6}) = 2k\pi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ rad}$$

2.2) $\Delta\varphi = \pi + 2k$ ou $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$

$$\text{donc } \varphi - (-\frac{\pi}{6}) = (2k\pi + 1)\pi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} + (2k + 1)\pi \text{ rad}.$$

$$2.3) \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \varphi - (-\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ rad}.$$

$$2.4) \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \varphi - (-\frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ rad}.$$

$$3) \Delta\varphi = \omega\theta \Rightarrow \theta = \frac{\Delta\varphi}{\omega};$$

1^{er} cas : y_1 et y_2 sont en phase : $\theta = 0$

$$2^{\text{ème}} \text{ cas : } y_1 \text{ et } y_2 \text{ sont en opposition de phase : } \theta = \frac{\pi}{100\pi} \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}T = 10^{-2}\text{s}$$

$$3^{\text{ème}} \text{ cas : } y_2 \text{ est en quadrature avance sur } y_1 : \theta = \frac{\pi/2}{100\pi} \Rightarrow \theta = \frac{1}{4}T = 5 \cdot 10^{-3}\text{s}$$

4^{ème} cas : y_2 est en quadrature retard sur y_1 : $\theta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Exercice 5.13

1) $f_e = n \cdot P = \frac{f}{K}$; La plus grande fréquence des éclairs est obtenue lorsque $k = 1$.

Donc $f_e = f = n \cdot P$; **A.N** : $f = 20 \times 20$; **f = 400 Hz**.

2) Aspect de la lame vibrante pour :

$n_1 = 10$; $f_e = n_1 \cdot P$; **A.N** : $f_e = 10 \times 20$; **f_e = 200 Hz**.

$f_e = \frac{1}{2} f$, nous observons une immobilité apparente.

$n_2 = 40$; $f_e = n_2 \cdot P$; **A.N** : $f_e = 40 \times 20$; **f_e = 800 Hz**.

$f_e = 2f$; nous observons 2 immobilités apparentes.

$n_3 = 19,75$; $f_e = n_3 \cdot P$; **A.N** : $f_e = 19,75 \times 20$; **f_e = 395 Hz**.

$f_e \leq f$; Nous observons un ralenti dans le sens réel du mouvement.

$n_4 = 20,50$; $f_e = n_4 \cdot P$; **A.N** : $f_e = 20,50 \times 20$; **f_e = 410 Hz**

$f_e \geq f$; Nous observons un ralenti dans le sens contraire du mouvement.

$n_5 = 81$, $f_e = n \cdot P$ **A.N** : $f_e = 81 \times 20$; **f_e = 1620 Hz**

$f_e \geq 4f$; Nous observons un ralenti dans le sens.

Exercice 5.14

1) Fréquence du mouvement : $f = \frac{1}{T}$; **A.N** : $f = \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}}$; **f = 25Hz**.

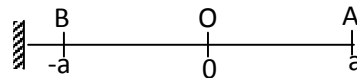
2.1) $f_e = 50 \text{ Hz} \Rightarrow f_e = 2f \Rightarrow T_e = \frac{1}{2} T$

L'éclair survient chaque fois à l'instant où le pendule n'a effectué qu'une demi-oscillation.

Le premier éclair ayant surpris la masse m au point A, le second

éclair arrive lorsque la masse m se trouve en B.

2.2) $d = AB = 2a$



3) $T_e = KT \Rightarrow f_e = \frac{f}{K}$; La plus grande fréquence est obtenue pour $K = 1$;

donc $f_e = f = 25 \text{ Hz}$.

4) Si les éclairs surprennent la masse m successivement en A, O, B, O, A, Nous avons 4 immobilités apparentes. $T_e = \frac{T}{4} \Rightarrow f_e = 4f$; **A.N** : $f_e = 4 \times 25$; **f_e = 100Hz**.

Exercice 5.15

1) $f = \frac{3000}{60}$; $f = 50 \text{ Hz}$.

2.1) Vitesses de rotation N possibles du moteur.

$T_e = KT \Rightarrow f_e = \frac{f}{K}$ or $f = N \Rightarrow f_e = \frac{N}{K} \Rightarrow N = K \cdot f_e$

avec $f_e = 40 \text{ Hz}$, $K \in \mathbb{N}^*$ et $N \leq 50 \text{ tr/S}$. Car la fréquence du mouvement de A en régime normal est égale à la vitesse de rotation du moteur en tr.s^{-1} .

Pour $k = 1$, $N = f_e = 40 \text{ Hz}$; donc $N = 40 \text{ tr.s}^{-1}$.

Pour $k = 2$, $N = 80 \text{ tr.s}^{-1}$, Mais N est supérieur à 50 tr.s^{-1} .

Conclusion : La seule vitesse de rotation possible du moteur est $N = 40 \text{ tr.s}^{-1}$.

2.2) Non le moteur ne fonctionne pas en régime normal car $N \neq 50 \text{ tr.s}^{-1}$.

3.1) Oui le moteur fonctionne en régime normal.

3.2) Pour $f_e = f_1 = 25\text{Hz}$: $f_e = \frac{f}{2}$; Nous observons une immobilité apparente.

Pour $f_e = f_2 = 49\text{Hz}$, $f_e \leq f$; Ralenti dans le sens réel du mouvement.

Pour $f_e = f_3 = 100\text{Hz}$, $f_e = 2f$; nous observons deux immobilités apparentes.

Pour $f_e = f_4 = 101\text{Hz}$, $f_e \geq 2f$; ralenti dans le sens contraire du mouvement.

Pour $f_e = f_5 = 10\text{Hz}$, $f_e = \frac{f}{5}$; nous observons une immobilité apparente.

Exercice 5.16

1.1) Fréquence d'émission des gouttes d'eau.

$$T_e = kT \Rightarrow f_e = \frac{f}{k} ; f_e \text{ est maximale pour } k = 1 ; \text{ donc } f = f_e = 1000\text{Hz}.$$

1.2) Vitesse de chute des gouttes.

La période T_e est la durée qui sépare les instants d'émission de deux gouttes successives.

$$V = \frac{d}{T_e} = d f_e ; \underline{\text{A.N}} : V = 2 \cdot 10^{-2} \times 1000 ; \quad V = 20\text{m.s}^{-1}.$$

1.3) Pour $f_e = f_1 = 995\text{Hz}$, $f_e \leq f$; Nous observons un mouvement ralenti des gouttes dans le sens réel du mouvement des gouttes.

$f_e = f_2 = 1010\text{Hz}$, $f_e \geq f$; Nous observons un mouvement ralenti dans le sens contraire du mouvement de chute des gouttes.

1.4) Fréquences apparentes.

Pour $f_e = f_1 = 995\text{Hz}$, $f_a = f - f_1$; $f_a = 5\text{Hz}$.

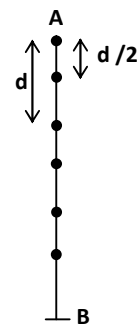
Pour $f_e = f_2 = 1010\text{Hz}$, $f_a = f_2 - f$; $f_a = 10\text{Hz}$.

2) Si $f_e = f_3 = 2000\text{Hz}$, Nous avons $f_e = 2f \Leftrightarrow T_e = \frac{T}{2}$

Nous observons 2 immobilités apparentes. Les gouttes semblent immobiles en deux positions successives distantes de $\frac{d}{2}$.

3) Nombre de gouttes N visibles entre A et B distants de 20cm

Posons $k = \frac{AB}{d}$, $N = 2K + 1 \Rightarrow N = \frac{2AB}{d} + 1$; A.N : $2 \times \frac{20}{2} + 1$; **N = 21.**



Exercice 5.17

1.a) Amplitudes : $a_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $a_2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

1.b) Pulsations : $\omega_1 = \omega_2 = 200\pi \text{ rad.s}^{-1}$;

1.c) Phases initiales : $\varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$; $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$.

1.d) Périodes : $T_1 = T_2 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{200\pi}$; $T_1 = T_2 = 10^{-2} \text{ s}$.

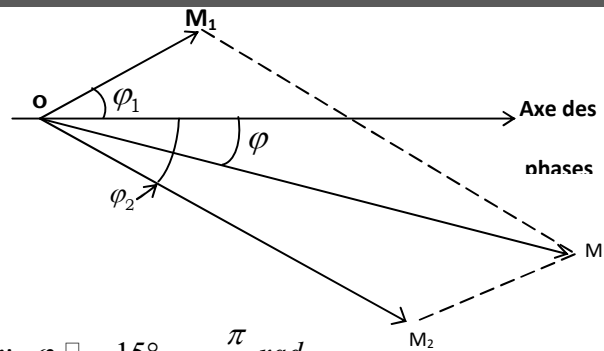
2) Différence de phase : $\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} ; \varphi_1 - \varphi_2 > 0 ; \Rightarrow y_1 \text{ est en avance sur } y_2.$$

3) Décalage horaire θ : $\Delta\varphi = \omega\theta \Rightarrow \theta = \frac{\Delta\varphi}{\omega_1}$; A.N : $\theta = \frac{\frac{\pi}{3}}{200\pi}$; $\theta = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

4) Construction de Fresnel de $y = y_1 + y_2$.

$$\overrightarrow{OM_1} \begin{cases} OM_1 = 3\text{cm} \\ \omega_1 = 200\pi \text{ rad.s}^{-1} \\ \varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \end{cases} ; \overrightarrow{OM_2} \begin{cases} OM_2 = 8\text{cm} \\ \omega_2 = 200\pi \text{ rad.s}^{-1} \\ \varphi_2 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$



Graphiquement, nous obtenons : $A = OM \approx 10\text{cm}$; $\varphi \approx -15^\circ = -\frac{\pi}{12} \text{ rad}$.

Théoriquement :

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \frac{\pi}{3}} = \sqrt{3^2 + 8^2 + 2 \times 3 \times 8 \times \frac{1}{2}} ; A = 9,85 \text{ cm}.$$

$$\tan \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2} = \frac{3 \sin \frac{\pi}{6} + 8 \sin(-\frac{\pi}{6})}{3 \cos \frac{\pi}{6} + 8 \cos(-\frac{\pi}{6})} = -0,26 ; \varphi = -0,25 \text{ rad} = -14,7^\circ$$

Exercice 5.18

1) Puisque le disque porte deux rayons peints, après avoir effectué un tour, nous avons l'impression qu'il en a fait deux.

Fréquence du mouvement : $F = 2N$; avec $N = \frac{30000}{60} = 500 \text{ tr.s}^{-1}$;

donc $f = 1000 \text{ Hz}$ et $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 10^{-3} \text{ s}$.

$$\text{Si } f_e = 180 \text{ Hz}, T_e = \frac{1}{f_e} = \frac{1}{19} \text{ s}; T_e = 5,13 \cdot 10^{-3} \text{ s}; \frac{T_e}{T} = \frac{5,13 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \Rightarrow \frac{T_e}{T} = 5,13 \Rightarrow T_e = 5,13 T ;$$

La période des éclairs étant légèrement supérieure à un nombre entier de périodes du mouvement de la roue ($T_e \geq 5T$), nous observons un ralenti dans le sens réel du mouvement.

2.1) Vitesses de rotation pour lesquelles le disque paraît au repos.

Le disque paraît au repos pour les périodes d'éclairs vérifiant $T_e = KT$ avec $K \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Or Au départ, } T_e = 5,13T \Rightarrow \frac{T_e}{T} = 5,13.$$

Lorsqu'on freine le disque, sa fréquence diminue, sa période T augmente, par conséquent le rapport $\frac{T_e}{T}$ diminue jusqu'à s'annuler.

Nous avons donc $\frac{T_e}{T} = k$, avec k prenant successivement les valeurs 5, 4, 3, 2 et 1.

$$\frac{T_e}{T} = K \Rightarrow T_e = KT \Rightarrow f_e = \frac{f}{k} \text{ or } f = 2N \Rightarrow f_e = \frac{2N}{k} \Rightarrow N = \frac{kf_e}{2}$$

$$\begin{aligned} k = 5, N &= 487,5 \text{ tr.s}^{-1}; & k = 4, N &= 390 \text{ tr.s}^{-1}; & k = 3, N &= 292,5 \text{ tr.s}^{-1}; \\ k = 2, N &= 195 \text{ tr.s}^{-1}; & k = 1, N &= 97,5 \text{ tr.s}^{-1}. \end{aligned}$$

2.2) Temps au bout duquel on aura pour la première fois l'apparence de repos.

On a pour la première fois apparence de repos pour $K = 5$, c'est-à-dire pour $N = 487,5 \text{ tr.s}^{-1}$; qui correspond à une vitesse angulaire $\dot{\theta} = 2\pi N$.

$$\text{or } \dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0 \Rightarrow t = \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_0}{\ddot{\theta}} \quad (1) \quad \text{avec } \dot{\theta}_0 = 2\pi N_0 \text{ et } N_0 = 500 \text{ tr.s}^{-1}$$

déterminons l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$.

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow -F.r = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{F.r}{J} \quad (2).$$

$$(2) \text{ dans } (1) \quad t = \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_0}{-\frac{F.r}{J}} \Rightarrow t = \frac{2\pi(N_0 - N)J}{F.r}; \quad \underline{\text{A.N}} : t = \frac{2 \times 3,14 \times (500 - 487,5) \times 2,5 \cdot 10^{-1}}{0,1 \times 0,5}; \quad t = 392,5 \text{ s.}$$

Exercice 5.19**1) Représentation (Voir figure ci-contre)**

2) Equations horaires : $U_1 = U_{m_1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$; avec

$$U_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V} ; \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1},$$

or graphiquement $T_1 = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

$$\text{donc } \omega_1 = \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} ; \quad \omega_1 = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}.$$

$$\text{A } t = 0, u_1 = U_{m_1} \cos \varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \text{ ou } \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad};$$

Etant donné qu'à $t = 0$, la tension passe par l'origine en allant dans le sens des tensions positives, nous avons : $\dot{u}_1(0) > 0$; or $\dot{u}(t) = -\omega_1 U_{m_1} \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$,

$$\dot{u}_1(0) > 0 \Rightarrow -\omega_1 U_{m_1} \sin \varphi_1 > 0 \Rightarrow \sin \varphi_1 < 0; \text{ donc } \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}; ;$$

$$\text{Par conséquent, } u_1 = 5 \cdot 10^{-3} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) ;$$

$$u_2 = U_{m_2} \cos(\omega_2 t + \varphi_2); \text{ avec } u_{m_2} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 10^{-2} \text{ V}; \omega_2 = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, U_2 = U_{m_2} \cos \varphi_2 \Rightarrow \cos \varphi_2 = -1 \Rightarrow \varphi_2 = \pi \text{ rad};$$

$$\text{Par conséquent, } u_2 = 10^{-2} \cos(100\pi t + \pi).$$

3) Calcul de la différence de phase entre U_1 et U_2

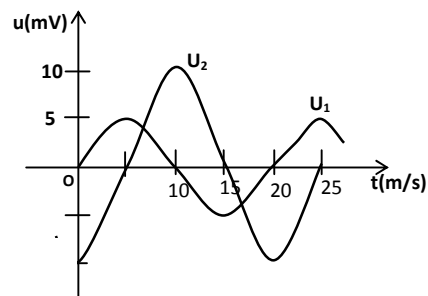
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad};$$

Conclusion : Sachant que $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{-\pi}{2} \text{ rad}$, U_1 est en quadrature avance sur U_2 .

4) Graphiquement, nous voyons que les deux courbes coupent l'axe des temps en allant dans le même sens en deux points séparés de 5 ms.

Donc $\theta = 5 \text{ ms} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. Mais étant donné qu'entre 0 et 10 ms, u_1 atteint son maximum pendant que u_2 amorce encore son ascension, u_1 est en avance sur u_2 .

$$5) \varphi_1 - \varphi_2 = \omega_1 \theta; \quad \underline{\text{A.N}} : \varphi_1 - \varphi_2 = 100\pi \times 5 \cdot 10^{-3}; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$



Chapitre 6 : LES OSCILLATEURS MECANIQUES

A- L'ESSENTIEL DU COURS

N.B : Dans ce chapitre, Seul l'étude des pendules simples fait partie du programme des classes de Terminale D.

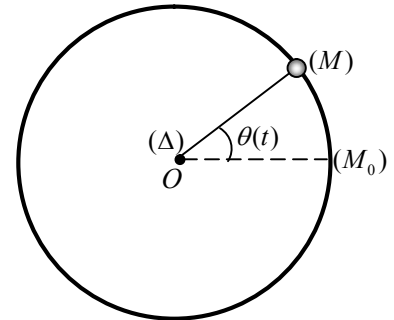
I. Vitesse et accélération angulaires

Un mobile (M) effectuant un mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) passant par un point O peut être repéré par son élongation angulaire $\theta(t)$ comme le montre la figure ci-contre.

La vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du mobile se déduit de l'élongation angulaire par la formule $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$;

L'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ se déduit elle aussi de la vitesse angulaire par la formule $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt}$;

$$\text{Or } \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{d\left(\frac{d\theta}{dt}\right)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$



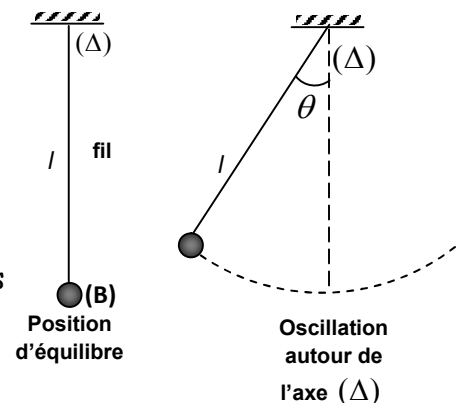
II. Le pendule simple

II.1 description

On appelle pendule simple, l'ensemble constitué :

- d'un fil fin inextensible et très léger de longueur l ;
- D'une bille ponctuelle (B) accrochée à l'extrémité du fil, Oscillant sous l'action de la pesanteur de part et d'autre de sa position d'équilibre.

Le pendule simple, dans l'hypothèse des petits mouvements est un oscillateur mécanique de rotation.



II.2 Etude dynamique

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique au pendule à un instant t quelconque de son mouvement.

Etant donné qu'il effectue une rotation autour de l'axe (Δ),

$$\text{nous écrivons, } \Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{T}) = J\ddot{\theta};$$

$$\text{avec } M_{\Delta}(\vec{P}) = -Pd = -Pl \sin \theta; \quad M_{\Delta}(\vec{T}) = 0. \text{ Nous obtenons donc,}$$

$$-Pl \sin \theta = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow -mgl \sin \theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{J} \sin \theta = 0.$$

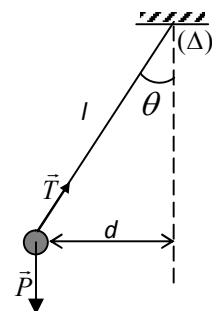
Pour des oscillations de faible amplitude ($\theta \leq 8^\circ$), $\sin \theta \approx \theta$ (en radian)

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{J} \theta = 0 \quad (1)$$

En appliquant le théorème de Huygens, nous obtenons, $J_{\Delta} = ml^2$ (2)

$$(2) \text{ dans } (1): \ddot{\theta} + \frac{mgl}{ml^2} \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0;$$

L'équation différentielle obtenue est de la forme : $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{g}{l}$.



Pour des oscillations de faible amplitude, les caractéristiques d'un pendule simple sont alors,

- la pulsation $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$; avec g en mètre par seconde carré ($m.s^{-2}$), l en mètre (m), ω en radian par seconde ($rad.s^{-1}$).

- La période propre: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \Leftrightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Avec g en mètre par seconde carré ($m.s^{-2}$), l en mètre (m), ω en radian par seconde ($rad.s^{-1}$). T_0 en seconde (s).

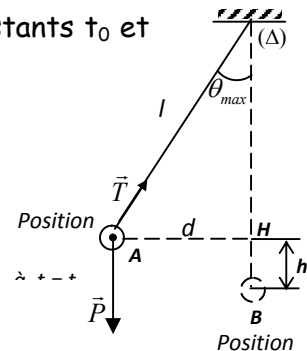
II.3 Vitesse du pendule au passage par la position d'équilibre

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au pendule entre les instants t_0 et t_1 où la bille passe par les positions A et B respectivement.

$$\Delta(E_c) = \Sigma W(\vec{F}_{ext}) \Leftrightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - 0 = mgh;$$

$$\text{Or } h = OB - OH = l - l \cos \theta_{\max} \Rightarrow h = l(1 - \cos \theta_{\max})$$

$$\text{Nous en déduisons } V = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_{\max})}.$$



III. Le pendule élastique

III.1 Description

On appelle pendule élastique tout système mécanique constitué d'un ressort et d'un solide de petites dimensions pouvant osciller le long d'un axe fixe.

Il existe trois types de pendules élastiques :

- les pendules élastiques horizontaux ;
- les pendules élastiques verticaux ;
- Les pendules élastiques obliques montés sur un plan incliné.

III.2 étude dynamique

III.2.1 le pendule élastique horizontal

Le pendule élastique horizontal est un oscillateur mécanique de translation.

Après avoir étiré le ressort de façon à lui donner un allongement x_m (voir figure 2), on le lâche ; il s'ensuit alors un mouvement alternatif du solide (S) de part et d'autre de sa position d'équilibre.

Appliquons le théorème du centre d'inertie à un instant t quelconque (figure 3) :

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a} ;$$

En projetant cette relation sur l'axe $x'x$, nous obtenons :

$$-T = ma_x \Leftrightarrow -k.x = m\ddot{x} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (E)$$

Equation différentielle de la forme : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$, avec $\omega^2 = \frac{K}{m}$; la pulsation propre du

pendule est donc $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; Son équation horaire est une solution de (E) ; elle est de la forme :

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi) \text{ ou } x = X_m \sin(\omega t + \varphi) ; \text{ avec } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Figure 1

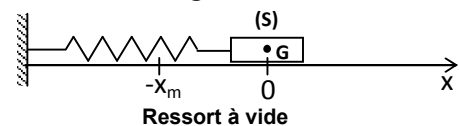


Figure 2

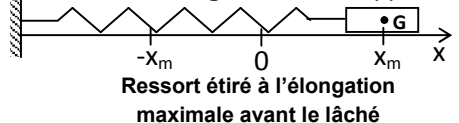
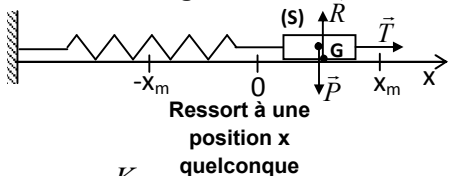


Figure 3



Nous en déduisons sa période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$.

III.2.2 Le pendule élastique vertical

Le solide est soumis à deux forces, la tension (force de rappel) $\vec{T}$ et le poids $\vec{P}$ du solide (S). A l'équilibre, $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$;

projection sur l'axe $x'x$: $mg - K\Delta l_0 = 0$ (1)

A un instant t quelconque,

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - K(\Delta l_0 + x) = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow mg - Kx - K\Delta l_0 = m\ddot{x} \quad (2)$$

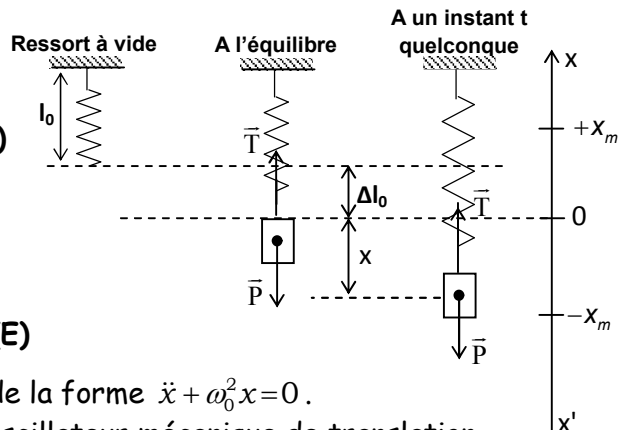
$$(1) \text{ dans } (2) \text{ donne : } -Kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \quad (E)$$

L'équation différentielle (E) du mouvement est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

Le pendule élastique vertical non-amorti est un oscillateur mécanique de translation.

Son équation horaire est de la forme $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

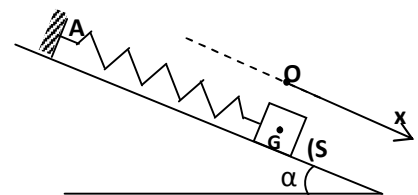
avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Nous en déduisons la période propre du pendule : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.



III.2.3 Le pendule élastique oscillant sur un plan incliné

Tout système mécanique constitué d'un ressort et d'un solide de petites dimensions pouvant osciller le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné est un oscillateur mécanique.

En appliquant le théorème du centre d'inertie, nous obtenons l'équation différentielle $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$, caractéristique des oscillateurs mécaniques.



III.3 Etude énergétique

Pour un pendule élastique horizontal ou vertical, l'énergie mécanique du système (ressort-masse) à un instant t quelconque vaut : $E_m = E_p + E_c$;

avec E_p = énergie potentielle élastique du ressort, E_c = énergie cinétique du solide (S).

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 ; E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 ; \text{ donc } E_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (1)$$

$$\text{Or } x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (2) \text{ et } \dot{x} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

$$(2) \text{ et } (3) \text{ dans } (1) : E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}m x_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

$$\text{D'autre part : } \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} \quad (5)$$

$$(5) \text{ dans } (4) : E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} \times \frac{k}{\omega^2} x_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

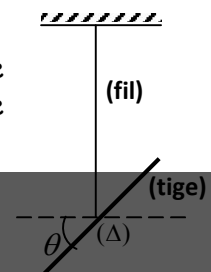
$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] ; \text{ Or } \cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi) = 1 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 .$$

Conclusion : L'énergie mécanique totale d'un pendule élastique horizontal ou vertical non-amorti reste constante au cours des oscillations et vaut : $E = \frac{1}{2}kX_m^2$.

IV. Le pendule de torsion

IV.1 Description

Le pendule de torsion est constitué d'un fil de constante de torsion C et d'une tige (ou d'un disque) suspendu en son milieu au fil vertical. Le moment d'inertie



de la tige (ou du disque) par rapport à un axe (Δ) passant par son milieu est J .
durant tout le mouvement, la tige (ou le disque) reste dans un plan vertical.

IV.2 étude dynamique

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique au système que constitue la tige.

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow -C\theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0.$$

Cette équation est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{C}{J}$.

Le pendule de torsion est donc un oscillateur mécanique de rotation car nous obtenons l'équation différentielle (E) sans aucune approximation, c'est-à-dire pour toutes valeurs de l'angle θ .

L'équation différentielle de son mouvement est : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{C}{J}\theta = 0$;

Cette équation est de la forme : $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega = \sqrt{\frac{C}{J}}$.

La période propre d'un pendule de torsion est : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$.

L'équation horaire du mouvement de ce pendule de torsion est solution de (E) ; elle est de la forme $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$.

IV.3 Etude énergétique

L'énergie mécanique totale d'un pendule de torsion effectuant des oscillations libres (sans frottement) reste constante au cours du mouvement et vaut : $E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2$.

V. Le pendule pesant

V.1 Description

On appelle pendule pesant tout solide de plus ou moins grandes dimensions oscillant autour d'un axe fixe ne passant pas par son centre de gravité.

V.2 étude dynamique

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique au système que constitue le solide (S) représenté ci-contre :

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J\ddot{\theta} \Rightarrow -Pd + 0 = J\ddot{\theta}$$

$$\text{Or } P = mg \Rightarrow -mg.d = J\ddot{\theta} \Rightarrow -mg.OG \sin \theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mg.OG}{J} \sin \theta = 0 ;$$

Posons $OG = a$, l'équation précédente devient : $\ddot{\theta} + \frac{mg.a}{J} \sin \theta = 0$

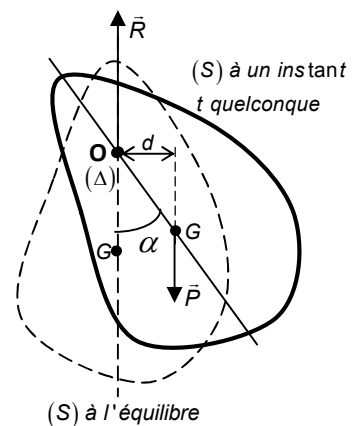
En général, les oscillations des pendules pesants ne sont pas sinusoïdales, ceci du fait du terme $\sin \theta$ contenu dans l'équation différentielle obtenue.

Cependant, Pour des oscillations de faible amplitude ($\theta \leq 8^\circ$), $\sin \theta \approx \theta$ (en radian)

Nous obtenons finalement $\ddot{\theta} + \frac{mg.a}{J} \theta = 0$ avec $a = OG$.

L'équation différentielle du mouvement d'un pendule pesant est : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mga}{J_{\Delta}} = 0$;

où m et J_{Δ} sont respectivement, la masse et le moment d'inertie par rapport à (Δ) du pendule pesant.



Cette équation est de la forme : $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$, avec $\omega^2 = \frac{mga}{J_\Delta} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mga}{J_\Delta}}$.

Equation différentielle qui admet pour solution $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ ou $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$

Conclusion : Pour des oscillations de faible amplitude, les pendules pesant sont des oscillateurs mécaniques de rotation. La période propre d'un pendule pesant pour des oscillations de faible

amplitude est : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{mga}}$.

V.3 Etude énergétique

Tout comme au paragraphe III.3, on démontre que l'énergie mécanique d'un pendule pesant effectuant des oscillations libres est constante et vaut : $E_m = \frac{1}{2} mga \theta_m^2$.

VI. Variation des périodes

VI.1 Variation de la période d'un pendule simple en fonction de la longueur l .

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$; pour une variation Δl de la longueur du fil, cette période devient :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{(l + \Delta l)}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow T = T_0 \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Bon à savoir : $\forall \varepsilon \ll 1, \forall n \in \mathbb{N}, (1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$

Posons $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$; Lorsque $\Delta l \ll l$, c'est-à-dire $\varepsilon \ll 1$, nous avons $(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$

$$\text{Ainsi } T = T_0 \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)^{\frac{1}{2}} = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}\right) \Rightarrow T - T_0 = \Delta T = T_0 \frac{\Delta l}{2l} ;$$

Nous en déduisons la variation relative de la période propre : $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta l}{2l}$;

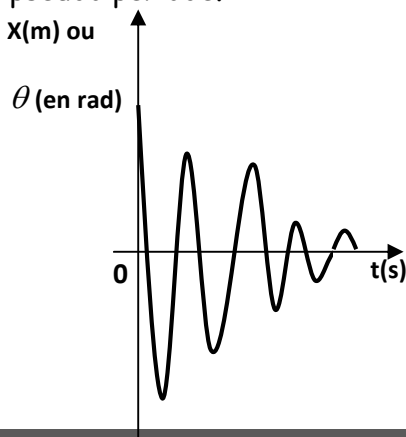
VI.2 Variation de T en fonction de g

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = g^{-\frac{1}{2}} + \text{cste} ; \text{ par conséquent, } \ln T = -\frac{1}{2} \ln g + \text{cste} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

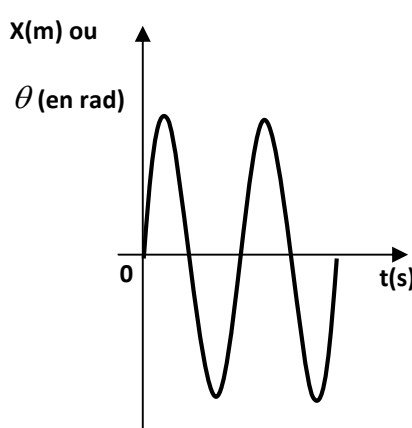
VII. amortissement des oscillations

En général, les oscillateurs mécaniques sont plus ou moins amortis par des frottements qu'ils subissent de la part des solides ou des fluides avec lesquels ils sont en contact pendant leurs oscillations.

Du fait de ces amortissements, le mouvement de l'oscillateur n'est plus rigoureusement périodique. Il est dit pseudopériodique. Dans ce cas, la durée d'une oscillation est appelée pseudo période.



Oscillateur amorti
Régime pseudopériodique



Oscillateur non-amorti
Régime périodique

Bon à savoir :

Lorsque l'amortissement est faible, la pseudo période d'un oscillateur amorti peut être confondue à sa période propre.

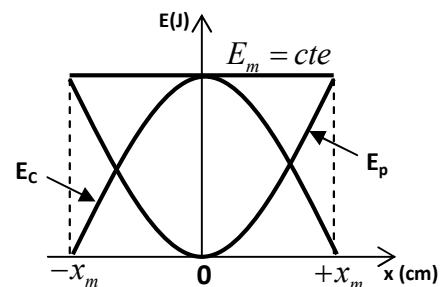
Pour des amortissements très élevés, l'oscillateur n'arrive plus à osciller ; écarté de sa position d'équilibre, il retourne tout simplement à cette position sans pouvoir la dépasser.

Remarques importantes :

- Deux pendules sont dits synchrones s'ils ont la même période.
- On dit d'un pendule qu'il bat la seconde lorsque sa période vaut $T = 2s$.
- Détermination de la longueur du pendule simple synchrone d'un pendule pesant :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}} \Rightarrow l = \frac{J}{m \cdot a}.$$

- Un pendule est dit réversible s'il peut osciller avec la même période autour de deux axes parallèles (axes symétriques) dits réciproques.
- La longueur d'un pendule simple synchrone d'un pendule composé réversible est égale à la distance séparant les deux axes réciproques.
- Pour tout oscillateur de rotation, le plan d'oscillation est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation.
- La cuvette de potentiel d'un oscillateur non-amorti représente les variations des énergies potentielle, cinétique et mécanique dudit oscillateur. Voir schéma ci-contre

**B- ENONCES DES EXERCICES**

N.B : Les élèves des classes de Terminale D traiteront uniquement les exercices 6.1 ; 6.2 ; 6.3 ; 6.14.

Exercice 6.1

Répondre par « **Vrai** » ou « **Faux** » puis justifier.

- 1) Un oscillateur mécanique en mouvement est constamment soumis à une force de rappel dont le sens est toujours opposé à celui du vecteur accélération de l'oscillateur.
- 2) Un oscillateur mécanique est dit amorti lorsque son énergie mécanique totale augmente avec le temps.
- 3) L'élongation d'un oscillateur mécanique à un instant t quelconque est toujours inférieure ou égale à l'amplitude du mouvement.
- 4) Deux pendules sont dits synchrones lorsqu'ils commencent leurs mouvements en même temps.
- 5) Un pendule qui effectue une demi oscillation en 1s a une période propre $T_0 = 2s$.
- 6) Un pendule pesant effectuant des oscillations de grandes amplitudes n'est pas un oscillateur mécanique parfait.
- 7) On dit qu'un pendule bat la seconde lorsque sa période est égale à une seconde.
- 8) Le plan d'oscillation d'un pendule simple est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation du pendule.
- 9) Pour tout oscillateur mécanique, les oscillations de faible amplitude sont isochrones.
- 10) L'équation différentielle d'un oscillateur mécanique ne peut être établie qu'en appliquant la relation fondamentale de la dynamique.

Exercice 6.2

- 1) Un pendule effectue 120 oscillations par minute. Quelles sont : sa période, sa fréquence et sa pulsation.
- 2) La position d'une particule effectuant un mouvement périodique simple varie suivant l'équation $x = 6,0 \cos 4\pi t$ (en mètre).
 - 2.1) Quelle est la position à $t = 0$? $t = 2,0s$?
 - 2.2) Quelle est son amplitude ? 2.3) Quelle est sa pulsation ?

- 2.4) Quelle est sa vitesse à $t = 0s$? $t = 2,0s$?
 2.5) Quelles sont sa fréquence et sa période ?
 2.6) Quelle est la valeur de t lorsque $x = 6m$?

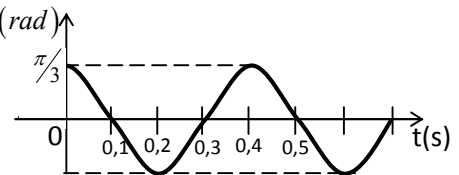
Exercice 6.3

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique est : $\theta = 0,2 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (en radians). On prendra : $g = 9,83 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1) De quel type d'oscillateur mécanique s'agit-il ?
- 2) Déterminer les caractéristiques de cet oscillateur.
- 3) Cet oscillateur est-il : un pendule simple, un pendule pesant, un pendule élastique ou un pendule de torsion ? Pourquoi ?

Exercice 6.4

Pour étudier les oscillations d'un pendule de torsion, on dispose de la courbe ci-contre qui représente en fonction du temps t l'angle θ que fait la tige avec sa position d'équilibre.



- 1) A partir d'un schéma clair, Etablir l'équation différentielle qui régit un tel mouvement.
- 2) Déterminer la période propre T_0 du pendule et la constante de torsion C du fil.
- 3) Ecrire l'équation horaire du mouvement
- 4) Calculer la vitesse angulaire du pendule à son passage par la position d'équilibre.

N.B : Le moment d'inertie du pendule de torsion par rapport à l'axe vertical passant par son centre d'inertie vaut $J = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$.

Exercice 6.5

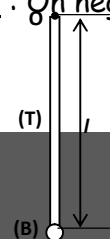
Un solide (S) de masse $m = 0,8 \text{ kg}$ et de centre d'inertie G effectue des oscillations libres d'amplitude $a = 2 \text{ cm}$, à l'extrémité d'un ressort horizontal à spires non jointives de constante de raideur K .

- 1) Quelle est la nature du mouvement de ce solide ?
- 2) Déterminer K sachant que le solide fait 10 oscillations complètes en 5s.
- 3) Etablir l'équation horaire du mouvement de G sachant qu'à l'instant $t = 0$, le solide passe par le point d'élongation nulle en allant dans le sens des élongations positives.
- 4) Calculer l'énergie mécanique totale du système (ressort-masse).
- 5) En déduire la norme de la vitesse de G au passage par la position d'équilibre.

Exercice 6.6

Un élève suspend à l'extrémité d'un ressort vertical de constante de raideur inconnue une masse $m = 200g$. Une fois l'équilibre établi, Il constate que la longueur du ressort varie de $\Delta l = 4 \text{ cm}$. On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1) Quelle est la constante de raideur K du ressort qu'il a utilisé ?
- 2) Il écarte la masse de sa position d'équilibre de $a = 2 \text{ cm}$, puis le lâche sans vitesse initiale tout en prenant soin de déclencher son chronomètre électronique exactement à l'instant où il lâche la masse.
 - 2.1) Quelle valeur affiche le chronomètre à l'instant où la masse achève sa 1^{ère} oscillation ? En déduire la période du mouvement du centre d'inertie G de la masse m .
 - 2.2) Etablir l'équation horaire $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ du mouvement.
 - 2.3) Réécrire cette équation sous la forme $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$.
 - 2.4) Calculer l'énergie mécanique totale de cet oscillateur.
 - 2.5) En déduire les énergies potentielle et cinétique du système (masse-ressort) lorsque la masse a effectué un quart d'oscillation en partant de sa position d'équilibre. **N.B :** On négligera l'énergie potentielle de pesanteur.



Exercice 6.7

Un pendule pesant est constitué d'une tige (T) de masse $M = 400\text{ g}$ et de longueur $l = 75\text{ cm}$, pouvant osciller autour d'un axe (Δ) passant par l'une de ses extrémités O. La tige porte à son extrémité inférieure une bille (B) supposée ponctuelle de masse $m = \frac{M}{4}$.

N.B : Dans tout l'exercice, nous négligerons les frottements et nous prendrons $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.

1) Déterminer en fonction de l , la distance a séparant le point O du centre d'inertie du système (tige-bille), Puis Calculer a .

2) Exprimer le moment d'inertie J du système par rapport à l'axe (Δ) en fonction de M et l . Calculer J.

3) Ecartée de sa position d'équilibre d'un centième de tour et lâché sans vitesse initiale, le pendule oscille. La bille décrit alors un arc de cercle de longueur L.

3.1) Déterminer la valeur de L.

3.1) Exprimer la période des oscillations qu'effectue le pendule en fonction de l et g .

3.3) Exprimer l'énergie mécanique E du pendule à un instant t quelconque en fonction de m , g , a , J , θ et $\dot{\theta}$. **N.B :** θ est l'angle que fait la tige à l'instant t avec la verticale ; On prendra pour niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal contenant la bille (B) lorsque le pendule est en équilibre.

3.4) En déduire l'équation différentielle et l'expression de la période T du mouvement du pendule pour des oscillations de faibles amplitudes.

3.5) Etablir l'équation horaire du mouvement de ce pendule en prenant pour origine des dates l'instant où le pendule passe par sa position d'équilibre en allant dans le sens des elongations négatives.

Exercice 6.8

Un ressort de masse négligeable et de constante de raideur $K = 9\text{ N.m}^{-1}$ est suspendu verticalement. A son extrémité inférieure est fixé un solide (S) assimilable à un point matériel de masse $m = 0,36\text{ kg}$. On déplace verticalement (S) vers le bas de 2 cm par rapport à sa position d'équilibre, puis on le lâche sans vitesse initiale.

1) Montrer que le mouvement de (S) est sinusoïdal. **On prendra :** $g = 9,8\text{ m.s}^{-1}$.

2) Etablir l'équation horaire de son mouvement en prenant comme origine des espaces la position d'équilibre S_0 de (S), en orientant l'axe vertical vers le haut et en choisissant comme origine des temps l'instant où le mobile est lâché.

3) Quelle est la valeur maximale de l'accélération du point S ? En quel point est-elle obtenue ?

4) A quelle date le solide (S) passe-t-il pour la 1^{ère} fois par la position d'équilibre S_0 ?

5) En déduire la vitesse de (S) à cet instant.

Exercice 6.9

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique est: $x = 0,1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (m)

1) De quel type d'oscillateur s'agit-il ?

2) Déterminer les caractéristiques de cet oscillateur.

3) Combien d'oscillations effectue cet oscillateur en $t = 20$ secondes ?

4) Déterminer la vitesse de cet oscillateur à l'instant $t_1 = 2\text{ s}$.

5) Donner sans calcul la vitesse du pendule à l'instant $t_2 = 4\text{ s}$.

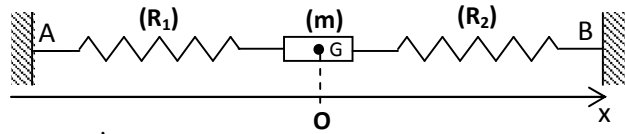
6) Déterminer la longueur du pendule simple synchrone à cet oscillateur harmonique.

7) Déterminer la longueur L de l'arc de cercle balayé par la bille de ce pendule simple en une alternance lorsqu'on le lâche sans vitesse initiale après l'avoir écarté d'un angle $\theta_m = 30^\circ$ de sa position d'équilibre. **On prendra :** $g = 9,83\text{ m.s}^{-2}$

Exercice 6.10

Une masse $m = 200\text{ g}$ est placée entre deux ressorts (R_1) et (R_2) identiques de même constante de raideur $K = 10\text{ N.m}^{-1}$ et peut osciller horizontalement et sans frottements sur une table lisse.

Initialement, les ressorts ne sont pas tendus ; on assimilera la masse m à un solide ponctuel réduit à son centre d'inertie G . On donne : $AB = 20\text{cm}$.



- 1) Déterminer la longueur à vide l_0 de chaque ressort.
- 2) On écarte (m) de 2 cm de sa position d'équilibre, du côté de B et on le lâche sans vitesse initiale.
- 2.1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse (m) en appliquant la relation fondamentale de la dynamique.
- 2.2) Etablir l'expression de l'énergie mécanique totale du système (ressort-masse-ressort) à un instant t quelconque, en fonction de m , K , x et $\dot{x}$.
- 2.3) En déduire l'équation différentielle du mouvement de la masse (m) établie à la question (2.1), en appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.
- 2.4) Calculer la pulsation propre et la période propre du mouvement de la masse (m) .
- 2.5) Déterminer l'équation horaire du mouvement de la masse (m) en prenant pour origine des dates l'instant où la masse (m) est lâchée.
- 2.6) Exprimer l'énergie mécanique totale E_m du système $(R_1\text{-masse-}R_2)$ en fonction de K et de l'amplitude a du mouvement. Calculer E_m .

Exercice 6.11

Un pendule élastique horizontal qui bat la seconde est constitué d'une masse $m = 100\text{ g}$ et d'un ressort de raideur K . **N.B** : On prendra $\pi^2 = 10$.

- 1) Etablir l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de ce pendule, sachant qu'à $t = 0$, le pendule passe par sa position d'élongation maximale d'abscisse $x_m = 5\text{ cm}$.
- 2) Calculer la constante de raideur K de ce pendule.
- 3) A un instant t_1 où la masse m passe par sa position d'équilibre stable, elle percute une masse m' initialement au repos, posée sur sa trajectoire quelques instants avant par l'expérimentateur. Après le choc, les deux solides supposés ponctuels, restent accolés.
- 3.1) Calculer la vitesse de l'ensemble $(m+m')$ après le choc sachant que $m' = 2\text{ m}$.
- 3.2) Quelle distance parcourt l'ensemble après le choc avant de s'arrêter pour rebrousser chemin? Justifier.
- 3.3) Déterminer toutes les caractéristiques du mouvement de l'ensemble après le choc.
- 4) On suppose maintenant que le choc est élastique.
- 4.1) Déterminer la vitesse de chacun des solides après le choc.
- 4.2) Déterminer la nature des mouvements de chacun des solides après le choc.

Exercice 6.12 Extrait Baccalauréat C 1993 Cameroun

Une sphère homogène de centre G , de rayon R et de masse M peut tourner sans frottement, autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par un point O de sa périphérie. La position de la sphère est repérée, à chaque instant par l'angle α que fait OG avec la verticale passant par O ;
Données : $g = 10\text{ m.s}^{-2}$; $M = 1\text{ kg}$; $R = 0,1\text{ m}$.

- 1) Calculer le moment d'inertie de la sphère par rapport à (Δ) .
- 2) Donner l'expression de l'énergie mécanique totale de la sphère en fonction de α et de la vitesse angulaire $\frac{d\alpha}{dt}$. On prendra comme niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par la position la plus basse de G .
- 3) Déduire de la conservation de l'énergie mécanique l'équation différentielle du mouvement de la sphère.
- 4) On écarte la sphère d'un angle $\alpha_m = 6^\circ$ de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$. Que devient dans ce cas, l'équation différentielle du mouvement ? En déduire l'équation horaire $\alpha(t)$ de la sphère ainsi que la période T des oscillations.

Exercice 6.13

Un pendule pesant est constitué d'une tige rigide de longueur l et de masse négligeable ; d'une 1^{ère} bille ponctuelle B_1 de masse m et d'une 2^{ème} bille ponctuelle B_2 de masse $m'=2m$, pouvant osciller sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O .

1) Peut-on dire que ce pendule est réversible ? **On donne** : $OB_2 = 2 OB_1 = l$,

On écarte le pendule de la verticale d'un angle $\theta_0 = 6^\circ$; puis on le lâche sans vitesse initiale à un instant t_0 considéré comme origine des dates ;

2.1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule.

2.2) En déduire la période des oscillations si $l = 60 \text{ cm}$ et $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

3) On écarte le pendule de la verticale d'un angle $\theta_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ et on l'abandonne sans vitesse initiale.

3.1) Exprimer en fonction de m , g et l , l'énergie cinétique du système au moment où il passe par sa position d'équilibre (verticale contenant O).

3.2) A l'instant où le pendule passe par la verticale, la bille B_2 se détache. Exprimer en fonction de g et l , la pulsation ω_1 des oscillations du pendule restant.

3.3) Déterminer l'amplitude des oscillations du pendule restant.

3.4) Etablir la nature et l'équation de la trajectoire de la bille (B_2) après avoir quitté le pendule, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé. **N.B** : La bille passe par la verticale en se déplaçant de la droite vers la gauche. On négligera les frottements.

Exercice 6.14

Un pendule simple est constitué d'un fil OA de longueur $l = 1 \text{ m}$ portant à son extrémité A une bille (B_1) de masse $m_1 = 100 \text{ g}$.

On écarte ce pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = 6^\circ$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

1) Calculer la vitesse V_1 de la bille quand le fil passe par la verticale.

2) Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule et en déduire son équation horaire. On prendra pour origine des dates l'instant où la bille est lâchée.

3) En arrivant à la verticale, la bille heurte de plein fouet une bille (B_2) de masse $m_2 = 50 \text{ g}$, initialement au repos.

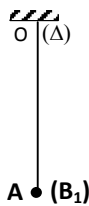
3.1) En admettant que le choc entre les deux billes est parfaitement élastique, déterminer les vitesses V_1' et V_2' des billes (B_1) et (B_2) respectivement après le choc.

3.2) Etudier et caractériser le mouvement du pendule après le choc.

3.3) On suppose que la bille (B_2) est placée sur le bord d'une table lisse et horizontale, et que le choc avec (B_2) le propulse dans le vide.

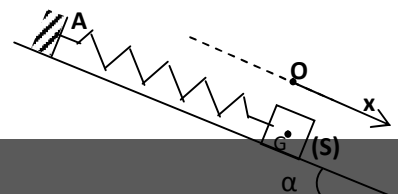
3.3.1) Etablir l'équation de la trajectoire de la bille (B_2) après le choc dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé convenablement choisi. O étant le point où passe l'axe (Δ).

3.3.2) Déterminer l'instant et les coordonnées du point d'arrivée de (B_2) sur le sol horizontal situé à $h = 80 \text{ cm}$ en dessous de la table.

**Exercice 6.15**

Sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal, on dispose un ressort (R) de masse négligeable, de constante de raideur K et de longueur à vide l_0 , fixé par l'une des extrémités à un point A d'une butée fixe. A son extrémité, on accroche un solide (S) de centre d'inertie G pouvant glisser sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné. **On donne** : $m = 500 \text{ g}$, $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$, $\alpha = 30^\circ$, $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$

1) Nous posons O la position de G lorsque le solide (S) est au repos. Déterminer en fonction de K , m , g et α l'allongement Δl_0 du ressort lorsque (S) est au repos.



2) Calculer Δl_0 .

3) On écarte (S) de sa position d'équilibre de $x_m = 6$ cm, puis

on le libère avec une vitesse initiale nulle.

Sachant que l'axe du ressort reste parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné,

3.1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S).

3.2) En déduire la période des oscillations du système.

3.3) Ecrire dans le repère (O,x) l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G de (S) en prenant comme origine des dates l'instant de début des oscillations.

Exercice 6.16

Dans tout l'exercice, nous négligerons les frottements et nous prendrons $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Un pendule pesant est constitué d'une tige de masse $M = 400$ g et de longueur $l = 75$ cm, pouvant osciller autour d'un axe (Δ) passant par l'une de ses extrémités O. La tige porte à son

extrémité inférieure A une bille ponctuelle de masse $m = \frac{M}{10}$.

1) Déterminer en fonction de l la distance « a » séparant O du centre d'inertie du système (tige-bille). Calculer a .

2) Exprimer le moment d'inertie J du système par rapport à l'axe (Δ) en fonction de M et l . Calculer J.

3) Ecartée de sa position d'équilibre d'un centième de tour et lâché sans vitesse initiale, la bille décrit un arc de cercle de longueur L.

3.1) Déterminer L.

3.1) Déterminer la période des oscillations qu'effectue le pendule.

3.3) Exprimer l'énergie mécanique E du pendule à un instant t quelconque en fonction de M , m , a , θ , $\dot{\theta}$ et J. **N.B** : θ est l'angle que fait la tige à l'instant t, avec la verticale.

3.4) En déduire l'équation différentielle et la période du mouvement du pendule.

Exercice 6.17

N.B : Dans tout l'exercice, on négligera les frottements ; on prendra : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La figure ci-dessous appelée cuvette de potentielle représente la variation de l'énergie potentielle élastique d'un pendule élastique horizontale, constitué d'un ressort de constante de raideur K et d'une masse m, en fonction de l'élongation x.

1) Intéressons-nous d'abord aux pendules élastiques horizontaux en général.

1.1) Exprimez l'énergie potentielle élastique du ressort en fonction de l'élongation x.

1.2) Etablir l'expression de l'énergie mécanique totale E_m du système ressort-masse en fonction de K et x_m avec $x = X_m \sin(\omega t + \phi)$;

2) Intéressons-nous à la cuvette de potentiel.

2.1) Quelle est la nature de la courbe ? Justifier.

2.2) Déduire de cette courbe : l'amplitude du mouvement, l'énergie mécanique totale E_m du système (ressort-masse), la raideur K du ressort.

2.3) Déterminer graphiquement les énergies cinétiques en $x = 0$ et $x = 2$ cm.

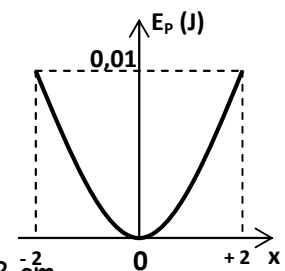
2.4) Déduire de cette courbe ci-dessus les courbes de variations $E_c(x)$ et $E_m(x)$ des énergies cinétique et mécanique totale du système. **N.B** : $E_c(x)$ et $E_m(x)$ seront portés sur même graphe que $E_p(x)$.

3) L'équation différentielle du mouvement de ce pendule étant : $\ddot{x} + 10\pi^2 x = 0$,

3.1) Déterminer la masse m du solide de ce pendule.

3.2) Etablir l'équation horaire du mouvement de ce pendule (en unités S.I), sachant qu'à $t = 0$ le pendule passe par sa position d'équilibre en allant dans le sens des élongations négatives.

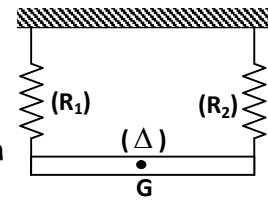
3.3) Quel nom donne t-on à la durée d'une oscillation d'un pendule ? Calculer cette durée pour le pendule étudié.



3.4) Déterminer la longueur l du pendule simple synchrone à ce pendule.

Exercice 6.18

Une barre de centre d'inertie G et de masse $m = 250$ g est reliée par ses extrémités à deux ressorts identiques R_1 et R_2 . A l'équilibre, la barre est horizontale.



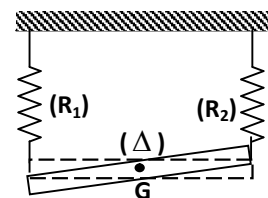
1) Etablir l'équation algébrique qui traduit la condition d'équilibre du système. On notera K la constante de raideur de chacun des ressorts.

2) On tire la barre vers le bas de 2 cm, puis on la lâche sans vitesse initiale.

2.1) Montrer que l'ensemble (R_1 , R_2 , barre) constitue un oscillateur mécanique de pulsation propre ω que l'on exprimera en fonction de K et m .

2.2) En déduire la valeur de K si la fréquence propre de l'oscillateur est de $f = 3$ Hz.

3) La barre de longueur $l = 50$ cm peut tourner sans frottement autour d'un axe (Δ) passant par G et perpendiculaire au plan de la figure. Inclivée d'un angle θ_m à partir de la position d'équilibre, la barre est abandonnée sans vitesse initiale. On supposera que les deux ressorts ne sont ni tendus ni comprimés à l'équilibre.



Au cours des oscillations, l'angle θ que fait la barre avec sa position d'équilibre reste petit si bien que $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$ avec θ en radian. En plus, les ressorts R_1 et R_2 restent pratiquement verticaux pendant leur mouvement.

3.1) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement. On précisera l'expression de la pulsation propre de cet oscillateur en fonction de m , l et K .

3.2) Calculer la période propre T de cet oscillateur.

Exercice 6.19

L'extrémité d'un ressort de constante de raideur K auquel est fixée une masse $m = 200$ g est tirée verticalement vers le bas d'une distance « a » de sa position d'équilibre, puis abandonnée sans vitesse initiale. Elle effectue alors des oscillations d'amplitude a .

1) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de cette masse puis exprimer la période T du mouvement en fonction de m et K .

2) Les mesures de la durée t de 10 oscillations faites avec différentes valeurs de a fournissent les résultats consignés dans le tableau 1.

Tableau 1

2.1) Calculer les valeurs de la période T .

2.2) Que peut-on dire de l'influence de l'amplitude sur la période T des oscillations ?

$a(m)$	0,01	0,02	0,03
$t(s)$	3,3	3,3	3,3

3) On fixe au ressort des masses m variables et on mesure la période des oscillations qu'il effectue lorsque l'on l'écarte de sa position d'équilibre. On obtient les résultats du tableau 2.

Tableau 2

$m(g)$	150	200	250	300	400	500
$T(s)$	0,30	0,33	0,38	0,42	0,48	0,54
$T^2(s^2)$						

3.1) Compléter le tableau 2 puis tracer le graphe $T^2 = f(m)$.

- 3.2) En déduire comment varie la période des oscillations en fonction de la masse suspendue au ressort.
- 3.3) à partir du graphe obtenu et de l'équation théorique établie à la question (1), déduire la valeur de la constante de raideur K .

Exercice 6.20 Extrait Baccalauréat C 2002 CAMEROUN

On dispose d'un ressort à spires non jointives et à réponse linéaire de raideur $K = 50 \text{ N/m}$. Placé en position horizontale ; sa longueur est $l_1 = 50 \text{ cm}$. Lorsqu'il est placé en position verticale, sa longueur est $l_2 = 53 \text{ cm}$.

1) Interpréter cette observation et en déduire la masse m du ressort.

2) Le ressort étant maintenu en position verticale et accroché à un support, on suspend successivement à ce ressort des masses marquées qu'on met en mouvement et on mesure à chaque fois la durée de 20 oscillations. Ainsi on obtient le tableau ci-contre :

m(g)	200	300	500	600	800
T(s)	8,9	10,5	13,2	14,3	16,4
T(s)					

2.1) Compléter le tableau ci-dessus.

On donnera les résultats de la dernière ligne du tableau au centième près.

2.2) On pose $y = \frac{kT^2}{4\pi^2}$. Tracer la courbe $y = f(m)$.

Echelle : 2cm pour 0,1kg en abscisse et 1cm pour $\frac{5}{100}$ kg en ordonnée.

2.3) Montrer que y peut se mettre sous la forme $y = a x + b$ où a et b sont à déterminer.

2.4) Trouver une relation entre b et la masse M du ressort puis montrer que la période T des

oscillations peut se mettre sous la forme $T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{M}{3} + m}{k}}$.

3) On veut établir l'expression précédente de la période des oscillations par application de la loi de conservation de l'énergie mécanique totale du système (masse-ressort-terre) ; On rappelle que :

- L'énergie cinétique d'une masse m animée d'une vitesse $\dot{x}$ à la date t est $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$;
- L'énergie potentielle élastique d'un ressort de masse M dont une extrémité est fixe et l'autre animée d'une vitesse $\dot{x}$ à la date t est $E_c = \frac{1}{6} M \dot{x}^2$. On négligera l'énergie potentielle de pesanteur.

3.1) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

3.2) Retrouver à partir de cette équation, l'expression de la période T des oscillations obtenue à la question 2.4.

Exercice 6.21 Extrait Baccalauréat D 2002 CAMEROUN

Un solide de centre d'inertie G et de masse $m = 100 \text{ g}$ peut glisser le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$. Au bas de la pente (en A), On dispose un ressort à spires non jointives de raideur $k = 40 \text{ N/m}$.

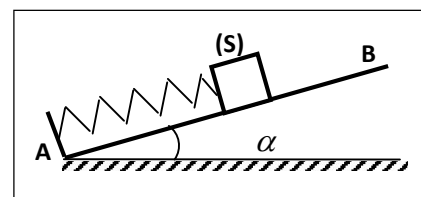
1.a) Lorsque l'ensemble est à l'équilibre, faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S).

1.b) De quelle longueur a_0 se comprime alors le ressort ?

2) On comprime le ressort de telle sorte que son raccourcissement total soit $a = 6,2 \text{ cm}$. On admettra dans un 1^{er} temps que les frottements sont négligeables.

a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S).

b) Quelle est l'énergie potentielle élastique emmagasinée dans le système ressort - solide (S) ?



- c) Avec quelle vitesse V_0 le solide (S) est-il lancé si on admet que toute l'énergie potentielle élastique est transformée en énergie cinétique du solide lorsqu'on abandonne le système ?
 d) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) lorsqu'il a quitté le ressort.
 e) Jusqu'à quelle hauteur monte-t-il ?
 3) En réalité, les frottements ne sont pas négligeables. Ils sont équivalents à une force $\vec{F}$, parallèle à la ligne de plus grande pente du plan, de sens contraire au déplacement et d'intensité 0,2 N.
 a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) lorsqu'il a quitté le ressort.
 b) Jusqu'à quelle hauteur monte en réalité le solide (S) ?
N.B : On fera pour chacun des bilans de forces demandés, un schéma clair représentant les forces en jeu.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 6.1

- 1) **Vrai.** 2) **Faux.** L'énergie mécanique totale d'un oscillateur amorti diminue plutôt avec le temps.
 3) **Vrai.** Car $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec $-1 \leq \sin(\omega t + \varphi) \leq 1$; donc $x \leq x_m$.
 4) **Faux.** Deux pendules sont dits synchrones lorsqu'ils ont la même période.
 5) **Vrai.** La période étant la durée d'une oscillation, elle est le double de la durée d'une demi-oscillation.
 6) **Vrai.** Le pendule pesant n'est assimilable à un oscillateur mécanique que dans l'approximation des petites oscillations.
 7) **Faux.** On dit qu'un pendule bat la seconde lorsque sa période vaut 2 secondes.
 8) **Vrai.** 9) **Vrai.**
 10) **Faux.** On peut aussi établir l'équation différentielle d'un oscillateur mécanique à l'aide du théorème de l'énergie cinétique ou de la conservation de l'énergie mécanique si les frottements et la résistance de l'air sont négligeables.

Exercice 6.2

1) Période T , fréquence f et pulsation ω du pendule

La période T est la durée d'une oscillation ; $T = \frac{60}{120}$; **$T = 0,5$ s**

$$f = \frac{1}{T} ; \text{ **A.N** : } f = \frac{1}{0,5} ; \text{ **f = 2 Hz** ; } \omega = 2\pi f ; \text{ **A.N** : } \omega = 2\pi \times 2 ; \omega = 4\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

2.1) Position à $t = 0$; $x_0 = 6 \cos 0$; **$x_0 = 6$ m**

Position à $t = 2$ s ; $x = 6 \cos 8\pi$; **$x = 6$ m.**

2.2) Amplitude **$a = 6$ m** ; 2.3) Pulsation : **$\omega = 4\pi \text{ rad.s}^{-1}$**

2.4) Vitesse à un instant t quelconque : $V = \dot{x} = -24\pi \sin 4\pi t$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{A } t=0, V=V_0 = -24\pi \sin 0 \Rightarrow V_0 = 0 \\ \text{A } t=2\text{s}, V = -24\pi \sin 8\pi \Rightarrow V = 0 \end{array} \right.$

2.5) Période : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi}$; **$T = 0,5$ s** ; Fréquence : $f = \frac{1}{T}$; **$f = 2$ Hz** ; **$A.N$** : $f = \frac{1}{0,5}$; **$f = 2$ Hz**

2.6) $x = 6 = 6 \cos 4\pi t \Rightarrow \cos 4\pi t = \cos 2k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}$

Exercice 6.3

- 1) Il s'agit d'un oscillateur mécanique de rotation.
 2) Caractéristiques de cet oscillateur :

Pulsation $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$, période $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi}$; **$T = 1$ s.** Fréquence $f = \frac{1}{T}$; **$f = 1$ Hz.**

3) Cet oscillateur est pendule de torsion car l'amplitude des oscillations est $\theta_m = 0,2 \text{ rad} = 11,5^\circ$; donc $\theta_m > 9^\circ$. **N.B** : Seuls les pendules de torsion peuvent osciller parfaitement avec des grandes amplitudes (amplitudes supérieures à 9°).

4) Il ne peut pas être, ni un pendule simple, ni pendule pesant car $\theta_m > 9^\circ$.

Il ne peut pas être un pendule élastique car les pendules élastiques sont des oscillateurs de translation. Leurs élongations sont des distances et s'expriment en mètres.

C'est donc un pendule de torsion.

Exercice 6.4

1) Etablissons l'équation différentielle qui régit le mouvement

$$\Sigma M_A(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\theta} \Leftrightarrow -C\theta = J\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0$$

Cette équation est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{C}{J}$

2) Graphiquement, nous obtenons la période propre T_0 du pendule :

$$T_0 = 0,5 - 0,1 ; T_0 = 0,4 \text{ s} ; T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{J}{C} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 J}{T_0^2} ;$$

$$\text{A.N} : C = \frac{4 \times 3,14^2 \times 1,25 \cdot 10^{-2}}{0,4^2} ; C = 3,08 \text{ N.m.rad}^{-1}$$

3) Equation horaire du mouvement

$$\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi) ; \text{ d'après la courbe, } \theta_m = \frac{\pi}{3} \text{ rad} ;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} ; \text{ A.N} : \omega_0 = \frac{2\pi}{0,4} ; \omega_0 = 5\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, \theta = \theta_m \cos \varphi = \theta_m \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 ; \text{ Conclusion : } \theta = \frac{\pi}{3} \cos 5\pi t$$

4) Vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du pendule au passage par la position d'équilibre

Au passage par la position d'équilibre, la vitesse du pendule est toujours extrême. Ainsi, selon le sens du mouvement du pendule, nous obtenons :

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_m ; \text{ or } \dot{\theta} = -\omega_0 \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi) ; \text{ donc } \dot{\theta}_m = -\omega_0 \theta_m$$

$$\text{Par conséquent : } \dot{\theta} = \pm \omega_0 \theta_m ; \text{ A.N} : \dot{\theta} = \pm 5\pi \cdot \frac{\pi}{3} ; \dot{\theta} = -\frac{5}{3}\pi^2 \text{ rad.s}^{-1}$$

Exercice 6.5

1) Le solide (S) effectue un mouvement de translation rectiligne sinusoïdal

$$2) \text{ Déterminons } K \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

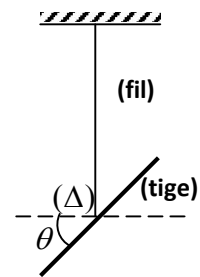
$$\text{Sachant que le solide effectue 10 oscillations en 5 s, } T = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ s.}$$

$$\text{A.N} : K = \frac{4 \times 3,14^2 \times 0,8}{0,5^2} ; K = 126,2 \text{ N.m}^{-1}$$

3) Equation horaire du mouvement du centre d'inertie G

$$x = a \cos(\omega t + \varphi_0) ; \dot{x} = -a\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad.s}^{-1} ;$$

$$\text{A } t = 0, x = a \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad ou } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} ;$$



$$A \uparrow = 0, \dot{x} = -a\omega \sin \varphi_0 > 0 \Rightarrow \sin \varphi_0 < 0 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}, \text{ donc } x = 2 \cdot 10^{-2} \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$4) E_m = \frac{1}{2} K a^2 ; \text{ A.N. : } E_m = \frac{1}{2} \times 126,2 \times (2 \cdot 10^{-2})^2 ; E_m = 2,52 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$5) \text{ Au passage par la position d'équilibre, } E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} K a^2 = \frac{1}{2} m V_m^2 \Rightarrow V_m = a \sqrt{\frac{K}{m}} ; \text{ A.N. : } V_m = 0,02 \times \sqrt{\frac{126,2}{0,8}} ; V_m = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$$

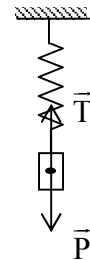
Exercice 6.6

1) Calcul de la constante de raideur K

$$\text{A l'équilibre, } \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P = T \Rightarrow mg = K \Delta l \Rightarrow K = \frac{mg}{\Delta l} ; \text{ A.N. : } K = \frac{0,2 \times 10}{0,04} ; K = 50 \text{ N.m}^{-1}$$

2.1) La valeur affichée par le chronomètre à la fin de la 1^{ère} oscillation est égale à la période T du pendule.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} ; \text{ A.N. : } T = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{0,2}{50}} ; T = 0,4 \text{ s}$$



2.2) Etablissons l'équation horaire $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ du pendule

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi) ; \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} ; \omega = 4\pi \text{ rad.s}^{-1} ; X_m = a = 0,02 \text{ m.}$$

$$A \uparrow = 0, x = X_m = X_m \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 ; \text{ Conclusion : } x = 0,02 \cos(4\pi t)$$

2.3) Réécrivons cette équation avec la fonction sinus ;

$$\text{Nous savons que } \cos \alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) ; \text{ Donc } x = 0,02 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

2.4) Energie mécanique totale de l'oscillateur

$$E_m = \frac{1}{2} K X_m^2 ; E_m = \frac{1}{2} \times 50 \times (0,02)^2 ; E_m = 10^{-2} \text{ J}$$

2.5) Energies potentielle et cinétique lorsque la masse a effectué un quart d'oscillation.

Après avoir effectué un quart d'oscillation, la masse occupe sa position d'élongation maximale.

A ce moment, sa vitesse est nulle et par conséquent ;

$$E_C = 0 \text{ J} ; \text{ Or, } E_m = E_C + E_P \Rightarrow E_P = E_m = 10^{-2} \text{ J}$$

Exercice 6.7

1) Expression de a en fonction l

$$\Sigma m_i \vec{G G_i} = \vec{0} \Leftrightarrow M \vec{G G_1} + m \vec{G G_2} = \vec{0} \Rightarrow M(\vec{G O} + \vec{O G_1}) + m(\vec{G O} + \vec{O G_2}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{O G} = \frac{M \vec{O G_1} + m \vec{O G_2}}{M + m} \text{ avec } M = 4m \text{ et } O G_2 = 2 O G_1 = l$$

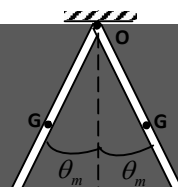
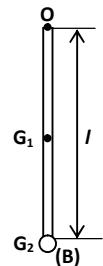
$$\vec{O G}, \vec{O G_1} \text{ et } \vec{O G_2} \text{ sont alignés ; donc } O G = \frac{M \cdot O G_1 + m \cdot O G_2}{M + m} = \frac{4m \cdot \frac{l}{2} + m \cdot l}{4m + m} \Rightarrow a = O G = \frac{3}{5} l.$$

2) Expression de J en fonction de M et l

$$J = J_1 + J_2 \quad (1) \text{ avec } J_1 = J_{G_1} + M(O G_1)^2 = \frac{1}{12} M l^2 + M \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow J_1 = \frac{1}{3} M l^2 \quad (2)$$

$$J_2 = J_{G_2} + m(O G_2)^2 = J_{G_2} + m l^2 ; \text{ Or (B) est ponctuelle ; donc } J_{G_2} = 0 \Rightarrow J_2 = m l^2 \quad (3)$$

$$(2) \text{ et } (3) \text{ dans } (1) : J = \frac{1}{3} M l^2 + m l^2 = \frac{1}{3} M l^2 + \frac{M}{4} l^2 \Rightarrow J = \frac{7}{12} M l^2$$



3.1) Valeur de L

L étant la longueur de l'arc de cercle (B_1B_2) L vaut 2 fois la longueur de l'arc (B_1B_0) $L = B_1B_2 = 2l\theta_m$ avec $\theta_m = 2\pi n \Rightarrow L = 4\pi ln$;

A.N : $L = 4 \times 3,14 \times 0,75 \times \frac{1}{100}$; **L = 9,42.10⁻²m**

3.2) Expression de T en fonction de g et l

Posons M' la masse totale du pendule ; $M' = M + m = 4m + m \Rightarrow M' = 5m$;

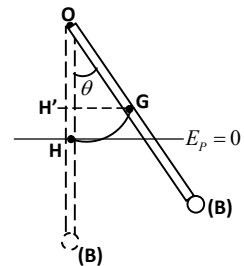
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{M'ga}} ; \text{ avec } a = \frac{3}{5}l \text{ et } J = \frac{7}{12}Ml^2 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{7}{12}Ml^2}{5m \cdot g \cdot \frac{3}{5}l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{35l}{36g}}.$$

3.3) Energie mécanique E en fonction de m, g, a, J, θ et $\dot{\theta}$

$$E = E_c + E_p \text{ avec } E_c = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 ;$$

$$E_p = 5mgh = M'g(OH - OH') \Rightarrow E_p = M'ga(1 - \cos \theta)$$

Nous obtenons alors, $E = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + 5mga(1 - \cos \theta)$

**3.4) Dédution de l'équation différentielle**

Les frottements étant négligeables, l'énergie mécanique du système reste constante pendant ses oscillations.

$$E = cste \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}J \times 2\dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{dt} + 5mga \left[0 - \frac{d\theta}{dt}(-\sin \theta) \right] \Rightarrow J\ddot{\theta} + 5mga\theta \sin \theta = 0 ;$$

Les oscillations étant de faible amplitude, $\sin \theta \approx \theta$ (en radian) $\Rightarrow J\ddot{\theta} + 5mga\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{5mga}{J}\theta = 0$.

L'équation différentielle obtenue est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{5mga}{J}$

3.5) Equation horaire du mouvement

L'équation différentielle obtenue admet pour solution

$$\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi) \text{ avec } \theta_m = \frac{1}{100} \times 2\pi \Rightarrow \theta_m = \frac{\pi}{50} \text{ rad} ;$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{35l}{36g}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{36g}{35l}} ; \text{ **A.N :** } \omega = \sqrt{\frac{36 \times 10}{35 \times 0,75}} ; \omega = 3,7 \text{ rad.s}^{-1}.$$

à $t = 0$, $\theta = 0 \Rightarrow \theta_m \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi \text{ rad}$:

D'autre part, $\dot{\theta}(0) < 0 \Leftrightarrow \theta_m \omega \cos \varphi < 0 \Rightarrow \cos \varphi > 0$; **donc** $\varphi = \pi \text{ rad}$.

Nous obtenons finalement l'équation horaire $\theta = \frac{\pi}{50} \sin(3,7t + \pi)$ en radians

Exercice 6.8**1) Montrons que le mouvement de (S) est sinusoïdal.**

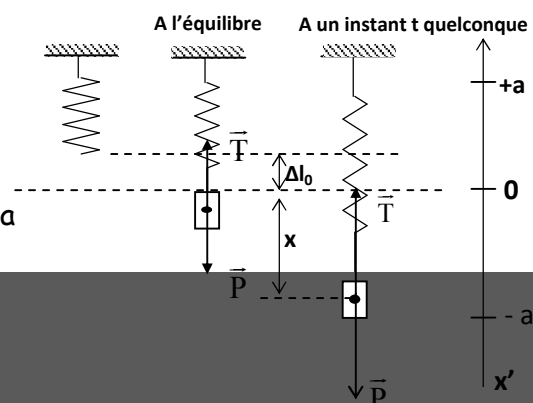
A l'équilibre, $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow mg - K\Delta l_0 = 0$

A un instant t quelconque, $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur ($x'x$) : $\Rightarrow mg - K(\Delta l_0 + x) = m\ddot{x}$

$$\Rightarrow -Kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

L'équation différentielle du mouvement est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$;



équation différentielle caractéristique des oscillateurs mécaniques.

L'équation horaire de cet oscillateur est :

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Conclusion : Le mouvement de (S) est sinusoïdal.

2) Etablissons l'équation horaire du mouvement de (S).

$$x = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } x_m = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}, \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{9}{0,36}} \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, x = a \cos \varphi = -a \Rightarrow \cos \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi \text{ rad}; x = 2.10^{-2} \cos(5t + \pi)$$

3) Valeur maximale de l'accélération

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow \ddot{x} = -\omega_0^2 x;$$

Sachant que x est une fonction sinusoïdale d'équation $x = a \cos(\omega t + \varphi)$,

L'accélération $\ddot{x}$ est maximale si $x = -a$; Donc $\ddot{x}_{\max} = -\omega^2(-x_m) = \omega^2 a$

$$\text{A.N : } \ddot{x}_{\max} = 5^2 \times 2.10^{-2}; \ddot{x}_{\max} = 0,5 \text{ m.s}^{-2}.$$

L'accélération maximale est obtenue au point d'élongation $-a$.

4) Le solide (S) étant lâché au point d'élongation $-a$, le solide (S) passe pour la première fois par sa position d'équilibre (située à l'origine O) à la date t égale à un quart de période.

$$t = \frac{1}{4} T \text{ avec } T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow t = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2\omega}; \text{ A.N : } t = \frac{3,14}{2 \times 5}; t = 0,314 \text{ s}$$

5) La vitesse de (S) à cet instant est maximale

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{x} = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$V = V_m = \omega x_m; \text{ A.N : } V = 5 \times 2.10^{-2}; V = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 6.9

1) Il s'agit d'un oscillateur mécanique libre.

2) Caractéristiques de l'oscillateur

- Amplitude : $a = 0,1 \text{ m}$; - Pulsation : $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$

- Période : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi}$; $T = 1 \text{ s}$; - Phase initiale : $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$;

3) Nombre d'oscillations N effectuées en $t = 20 \text{ s}$.

Sachant que la période T est la durée d'une oscillation, $N = \frac{t}{T}$; **A.N :** $N = \frac{20}{1}$; **N = 20 oscillations.**

4) Vitesse $\dot{x}_1$ du pendule à l'instant $t_1 = 2 \text{ s}$

$$\dot{x} = 0,1 \times 2\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \dot{x} = 0,2\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{A } t_1 = 2 \text{ s}, \dot{x}_1 = 0,2\pi \cos\left(2\pi t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = 0,2\pi \cos\left(2\pi \times 2 + \frac{\pi}{2}\right) = 0,2\pi \cos\left(\frac{17\pi}{2}\right); \dot{x}_1 = 0$$

5) A $t_2 = 4 \text{ s}$, la vitesse du pendule est nulle car $t_2 = 4T$.

6) Longueur du pendule simple synchrone à cet oscillateur ;

Deux pendules sont synchrones s'ils ont la même période.

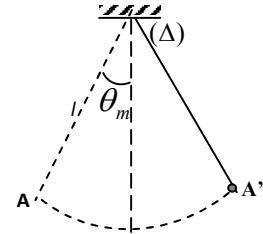
La période d'un pendule simple a pour expression : $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$;

$$T' = T \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1 \Rightarrow 4\pi^2 \frac{l}{g} = 1 \Rightarrow l = \frac{g}{4\pi^2} ; \quad \text{A.N.} : l = \frac{9,83}{4 \times 3,14^2} ; \quad l = 0,25 \text{ m}$$

7) Longueur L de l'arc de cercle balayé par la bille de ce pendule en une alternance.

$$L = \overset{\frown}{AA'} = l(2\theta_m) \Rightarrow L = 2l\theta_m ; \quad \text{A.N.} : L = 2 \times 0,25 \times \frac{\pi}{6} ; \quad L = 0,26 \text{ m}$$

Remarque : Une alternance est l'équivalent d'une demi-oscillation.
Pendant une alternance, la bille se déplace de A à A'



Exercice 6.10

1) Longueur à vide l_0 de chaque ressort

Sachant que la masse m est ponctuelle et que les ressorts ne sont pas tendus à l'équilibre,

$$AB = 2l_0 \Rightarrow l_0 = \frac{AB}{2} ; \quad \text{A.N.} : l_0 = \frac{20}{2} ; \quad l = 10 \text{ cm}$$

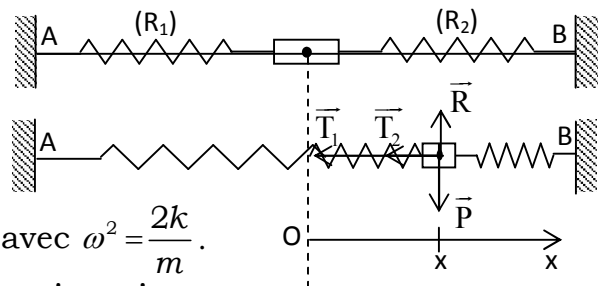
2.1) Etablissons l'équation différentielle

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$$

Projection sur Ox :

$$-T_1 - T_2 = m\ddot{x} \Rightarrow -kx - kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0 ;$$

équation différentielle de la forme : $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ avec $\omega^2 = \frac{2k}{m}$.



2.2) Exprimons l'énergie mécanique E_m en fonction de m, k et x

$$E_m = E_C + E_P ; \quad \text{Or } E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2, \quad E_P = E_{P_1} + E_{P_2} ; \quad E_P = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow E_P = kx^2$$

$$\text{Donc } E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + kx^2$$

2.3) Dédution de l'équation différentielle

$$E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 ; \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + kx^2 \right] = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m \frac{d\dot{x}^2}{dt} + k \frac{dx^2}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Or } \frac{d\dot{x}^2}{dt} = 2\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dt} = 2\dot{x}\ddot{x} \quad (2) ; \quad \frac{dx^2}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} = 2x\dot{x} \quad (3)$$

$$(2) \text{ et } (3) \text{ dans } (1) : \frac{1}{2}m \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + k \cdot 2x\dot{x} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + 2kx \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$$

2.4) Pulsation propre ω_0 et période propre T_0

L'équation $\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$ est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{2k}{m}$

$$\omega_0^2 = \frac{2k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} ; \quad \text{A.N.} : \omega_0 = \sqrt{\frac{2 \times 10}{0,2}} ; \quad \omega_0 = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{On en déduit : } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} ; \quad \text{A.N.} : T_0 = \frac{2 \times 3,14}{10} ; \quad T_0 = 0,628 \text{ s}$$

2.5) Equation horaire du mouvement

$$x = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} ; \quad \omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, \quad x = a \cos \varphi = a \Rightarrow \cos \varphi = 1 ; \text{ donc } \varphi = 0 ; \text{ Par conséquent : } x = 2 \cdot 10^{-2} \cos 10t$$

2.6) Exprimons l'énergie mécanique totale du système [(R₁)-masse-(R₂)] en fonction de k et a.

$E_m = E_{R_1} + E_{R_2} + E_C$, avec E_{R_1} et E_{R_2} qui sont les énergies potentielles élastiques des ressorts (R₁ et R₂); E_C l'énergie cinétique de la masse m.

$$E_{R_1} = E_{R_2} = \frac{1}{2} kx^2 ; E_C = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 ; \text{Donc } E_m = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \Rightarrow E_m = kx^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \quad (1)$$

Or $x = a \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$ et $\dot{x} = -a\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$

(2) et (3) dans (1) : $E_m = ka^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} ma^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

D'autre part : $\omega^2 = \frac{2k}{m} \Rightarrow m = \frac{2k}{\omega^2} \quad (4)$

$$E_m = ka^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} \times \frac{2k}{\omega^2} a^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow E_m = ka^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)]$$

Or $\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi) = 1 \Rightarrow E_m = ka^2 ; \text{A.N.} : E_m = 10 \times (2 \cdot 10^{-2})^2 ; E_m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

Exercice 6.11

1) Equation horaire $x(t)$ du mouvement

$x(t) = a \cos(\omega t + \varphi) ; \text{à } t = 0, x = a \cos \varphi = a \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

On dit qu'un pendule bat la seconde si sa période $T = 2 \text{ s}$.

Or $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad.s}^{-1} ; a = x_m = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} ; x(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos(\pi t)$

2) Calculons la constante de raideur K du ressort

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = m\omega^2 ; \text{A.N.} : K = 0,1 \times (\pi)^2 ; K = 1 \text{ N.m}^{-1}$$

3.1) Vitesse de l'ensemble (m+m') après le choc

Le choc étant mou, il y a conservation de la quantité de mouvement

Avant le choc : $\vec{P} = m\vec{V}$

Après le choc : $\vec{P}' = (m + m')\vec{V}' = (m + 2m)\vec{V}' \Rightarrow \vec{P}' = 3m\vec{V}'$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow m\vec{V} = 3m\vec{V}' \Rightarrow \vec{V}' = \frac{1}{3}\vec{V} \Rightarrow V' = \frac{1}{3}V.$$

Déterminons V : la vitesse de m au passage par sa position d'équilibre stable est $\dot{x}_{\max}$

$$x = 5 \cdot 10^{-2} \cos \pi t \Rightarrow \dot{x} = -5\pi \cdot 10^{-2} \sin \pi t \Rightarrow V = \dot{x}_{\max} = 5\pi \cdot 10^{-2} = 0,16 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V' = \frac{1}{3} \times 0,16 \text{ m.s}^{-1} ; V' = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

3.2) Distance parcourue par l'ensemble après le choc

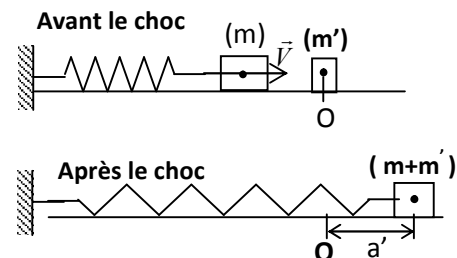
Après le choc, l'énergie cinétique de l'ensemble (m+m') se convertit en énergie potentielle élastique pour le système [Ressort-(m+m')]. La distance parcourue par (m+m') est le nouvel allongement a' du ressort.

$$\frac{1}{2} (m + m') V'^2 = \frac{1}{2} K a'^2 \Rightarrow a' = V' \sqrt{\frac{3m'}{K}} \quad \text{A.N.} : a' = 5,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{3 \times 0,1}{1}} ; a' = 2,85 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

3.3) Après le choc, l'ensemble effectue des oscillations

- d'amplitude $a' = 2,85 \cdot 10^{-2} \text{ m}$;

- de pulsation ω tel que : $\omega^2 = \frac{K}{m + m'} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{3m}} ; \text{A.N.} : \omega = \sqrt{\frac{1}{3 \times 0,1}} ; \omega = 1,83 \text{ rad.s}^{-1}$



- de période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$; **A.N** : $T = \frac{2\pi}{183}$; **T** = 3,43s

4.1) Vitesse de chacun des solides après le choc

Le choc étant élastique, il y a conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique.

$$\text{Avant le choc: } \begin{cases} \vec{P}_1 = m\vec{V} ; \vec{P}_2 = 0 \\ E_{C_1} = \frac{1}{2}mV^2 ; E_{C_2} = 0 \end{cases} \quad \text{Après le choc: } \begin{cases} \vec{P}'_1 = m\vec{V}_1 ; \vec{P}'_2 = m'\vec{V}_2 \\ E'_{C_1} = \frac{1}{2}mV_1^2 ; E'_{C_2} = \frac{1}{2}m'V_2^2 \end{cases}$$

$$\text{Conservation de la quantité de mouvement : } \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 \Rightarrow m\vec{V} = m\vec{V}_1 + m'\vec{V}_2 \quad (1)$$

$$\text{Conservation de l'énergie cinétique : } E_{C_1} + E_{C_2} = E'_{C_1} + E'_{C_2} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}m'V_2^2 \quad (2)$$

$$\text{Transformons les relations (1) et (2) : } m(\vec{V} - \vec{V}_1) = m'\vec{V}_2 \quad (3) \quad m(V^2 - V_1^2) = m'V_2^2 \quad (4)$$

$$\frac{(4)}{(3)} : \frac{(\vec{V} - \vec{V}_1)(\vec{V} + \vec{V}_1)}{\vec{V} - \vec{V}_1} = \frac{\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2}{\vec{V}_2} \Rightarrow \vec{V} + \vec{V}_1 = \vec{V}_2 \quad (5)$$

$$(5) \text{ dans (1) : } m\vec{V} = m\vec{V}_1 + m'(\vec{V} + \vec{V}_1) \Rightarrow (m - m')\vec{V} = (m + m')\vec{V}_1 \Rightarrow \vec{V}_1 = \frac{(m - 2m)}{m + 2m}\vec{V} \Rightarrow \vec{V}_1 = -\frac{1}{3}\vec{V}$$

La masse (m) rebrousse chemin à la vitesse $V_1 = \frac{1}{3}V$; **A.N** : $V_1 = \frac{1}{3} \times 0,16$; **V**₁ = 5,2.10⁻²m.s⁻¹

$$(5) : \vec{V} + \vec{V}_1 = \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{V} - \frac{1}{3}\vec{V} = \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{V}_2 = \frac{2}{3}\vec{V} \quad \text{Donc } V_2 = \frac{2}{3} \times 0,16 ; \quad \mathbf{V}_2 = 0,10\text{m.s}^{-1}$$

4.2) Nature du mouvement de chacun des solides après le choc

La masse m poursuit des oscillations d'amplitude a' tel que :

$$\frac{1}{2}Ka'^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow a' = V_1\sqrt{\frac{m}{K}} ; \text{ **A.N** : } a' = 5,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{0,1}{1}} ; a' = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

$$\text{De pulsation } \omega_2 \text{ tel que } \omega_2^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{K}{m}} ; \text{ **A.N** : } \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{0,1}} ; \omega_2 = 3,16 \text{ rad.s}^{-1}$$

Par contre la masse m' effectue un mouvement de translation rectiligne uniforme sur la table parfaitement lisse, avec une vitesse constante **V**₂ = 0,10m.s⁻¹.

Exercice 6.12

$$1) J = J_G + MR^2 ; \text{ avec } J_G = \frac{2}{5}MR^2 \Rightarrow J = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 ; J = \frac{7}{5}MR^2 ; \text{ **A.N** : } J = \frac{7}{5} \times 1 \times 0,1^2 ; \quad \mathbf{J} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

$$2) E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2}J\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + Mgh \text{ avec } h = R - R\cos\alpha = R(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}J\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + MgR(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{5}MR^2\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + MgR(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{7}{10}MR^2\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + MgR(1 - \cos\alpha)$$

3) Dédution de l'équation différentielle du mouvement

$$E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{7}{10} MR^2 \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \right] + MgR \frac{d}{dt} (1 - \cos \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10} MR^2 \times 2 \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} + MgR \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{7}{5} MR^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} + MgR \sin \alpha = 0 \Rightarrow \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{5g}{7R} \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

4) Puisque $\alpha_m = 6^\circ$, $\sin \alpha \approx \alpha$ (en radian)

(1) devient : $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{5g}{7R} \alpha = 0$, équation de la forme $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2 \alpha = 0$ où $\omega^2 = \frac{5g}{7R} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{5g}{7R}}$;

A.N : $\omega = \sqrt{\frac{5 \times 10}{7 \times 0,1}}$; $\omega = 8,45 \text{ rad.s}^{-1}$; $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3,14}{8,45}$; $T = 0,74 \text{ s}$

$\alpha(t) = \alpha_m \cos(\omega t + \varphi)$; avec $\alpha_m = 6^\circ = 0,1 \text{ rad}$; $\omega = 8,45 \text{ rad.s}^{-1}$

$A \uparrow = 0$, $\alpha = \alpha_m \cos \varphi = \alpha_m \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$; Donc : $\alpha(t) = 0,1 \cos(8,45 t)$

Exercice 6.13

1) Non. Le pendule n'est pas réversible car il ne présente pas une symétrie par rapport à son milieu B_1 .

2) Equation différentielle du mouvement

$$\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J \ddot{\theta} \Rightarrow M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J \ddot{\theta} \Rightarrow -(m + m')gd + 0 = J \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow -3mg \sin \theta = J \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3mg \sin \theta}{J} = 0 ;$$

$$\theta = 6^\circ, \sin \theta \approx \theta \text{ (en radian)} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3mg \sin \theta}{J} \theta = 0 \quad (1)$$

Déterminons OG et J

Le centre d'inertie G du pendule est le barycentre des points B_1 et B_2 affectés de leurs masses m et m' respectivement.

$$m\vec{GB}_1 + m'\vec{GB}_2 = \vec{0} \Rightarrow m(\vec{GO} + \vec{OB}_1) + m'(\vec{GO} + \vec{OB}_2) = \vec{0} \Rightarrow \vec{OG} = \frac{m\vec{OB}_1 + m'\vec{OB}_2}{m + m'}$$

Les vecteurs $\vec{OG}$, $\vec{OB}_1$ et $\vec{OB}_2$ étant colinéaires et de même sens,

$$OG = \frac{mOB_1 + m'OB_2}{m + m'}, \text{ avec } OB_2 = 2OB_1 = l, m' = 2m$$

$$\text{Donc } OG = \frac{mOB_1 + 2m \times 2OB_1}{m + 2m} \Rightarrow OG = \frac{5}{3}OB_1 \Rightarrow OG = \frac{5}{6}l \quad (2)$$

$J = J_1 + J_2$; J_1 et J_2 étant respectivement les moments d'inertie par rapport à (Δ) de m et m'

respectivement. D'après le théorème de Huygens, $J_1 = J_{G_1} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$ et $J_2 = J_{G_2} + m'l^2$

Les masses m et m' étant ponctuelles, $J_{G_1} = J_{G_2} = 0$.

$$\text{Donc ; } J = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m'l^2 \Rightarrow J = m\frac{l^2}{4} + 2ml^2 \Rightarrow J = \frac{9}{4}ml^2 \quad (3)$$

$$(2) \text{ et } (3) \text{ dans } (1) : \ddot{\theta} + 3mg \frac{5}{6}l \times \frac{4}{9ml^2} \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{10g}{9l} \theta = 0$$

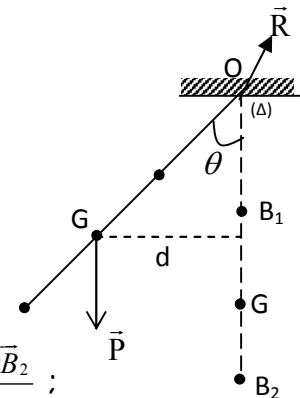
L'équation différentielle du mouvement est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$, avec $\omega^2 = \frac{10g}{9l}$

2.2) Déduisons-en la période des oscillations

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ avec } \omega = \sqrt{\frac{10g}{9l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{9l}{10g}} ; \text{ A.N : } T = 2 \times 3,14 \sqrt{\frac{9 \times 0,6}{10 \times 10}} ; T = 1,46 \text{ s}$$

2.3) Expression de l'énergie cinétique en fonction de m, g et l.

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W\vec{P} + W\vec{R} ; \text{ Or } E_{C_0} = 0 \text{ et } W\vec{R} = 0$$



$$\Rightarrow E_C = (m + m') g OG (1 - \cos \theta_0) \Rightarrow E_C = 3mg \frac{5}{6} l \left(1 - \cos \frac{\pi}{3} \right) ; \text{ avec } \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_C = \frac{5}{4} mgl$$

3.2) Expression de la pulsation ω_1 du pendule restant en fonction de g et l .

Le pendule restant aura pour équation différentielle : $\ddot{\theta} + \omega_1^2 \theta = 0$,

$$\text{Avec } \omega_1^2 = \frac{mga}{J} ; \text{ tel que } a = OB_1 = \frac{l}{2} ; J = m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = m \frac{l^2}{4} ; \text{ Donc } \omega_1^2 = mg \frac{l}{2} \times \frac{4}{ml^2} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2g}{l}} .$$

3.3) Déterminons l'amplitude θ_1 des oscillations du mouvement du pendule restant

Avant que la bille B_2 ne se détache, $E_C = \frac{5}{4}mgl$ (1)

Après le détachement de B_2 : $E'_C = E_{C_1} + E_{C_2}$

E_{C_1} et E_{C_2} étant respectivement les énergies cinétiques de (B_1) et (B_2)

$$E_{C_1} = \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left(m\frac{l^2}{4}\right)\dot{\theta}^2 \Rightarrow E_{C_1} = \frac{1}{8}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$E_{C_2} = \frac{1}{2}m'V_2^2 = \frac{1}{2}(2m)(l\dot{\theta}^2)^2 \Rightarrow E_{C_2} = ml^2\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

Donc $E_C = \frac{1}{8}ml^2\dot{\theta}^2 + ml^2\dot{\theta}^2 \Rightarrow E_C = \frac{9}{8}ml^2\dot{\theta}^2$

Conservation de l'énergie cinétique : $E_C = E'_C \Rightarrow \frac{5}{4}mgl = \frac{9}{8}ml^2\dot{\theta}^2 \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{10g}{9l}$ (4)

Réécrivons alors E_{C_1} et appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant où (B_2) se détache et l'instant où le pendule restant atteint son élongation maximale.

(4) et (2) : $E_{C_1} = \frac{1}{8}ml^2 \cdot \frac{10g}{9l} = \frac{5}{36}mgl$.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$E_{C_f} - E_{C_i} = W\vec{P} + W\vec{R}$ Or $E_{C_f} = 0$, $W\vec{R} = 0$, $W\vec{P} = -mgl(1 - \cos\theta_1)$

Donc $0 - \frac{5}{96}mgl = -mg\frac{l}{2}(1 - \cos\theta_1) \Rightarrow 1 - \cos\theta_1 = \frac{5}{18} \Rightarrow \cos\theta_1 = \frac{13}{18}$; $\Rightarrow \theta_1 = 43,8^\circ$

3.3) Etablissons la nature et l'équation de la trajectoire de la bille (B_2)

Après s'être détaché du pendule précédent, la bille (B_2) n'est plus soumise qu'à son poids. Elle effectue alors une chute libre avec pour vitesse initiale V_2 tel que :

$E_{C_2} = \frac{1}{2}m'V_2^2 = ml^2\dot{\theta}^2$, avec $\dot{\theta}^2 = \frac{10g}{9l}$; donc $\frac{1}{2} \cdot 2mV_2^2 = ml^2 \frac{10g}{9l}$;

Nous en déduisons : $V_2 = \sqrt{\frac{10gl}{9}}$; **A.N** : $V_2 = \sqrt{\frac{10 \times 10 \times 0,6}{9}}$; $V_2 = 0,82 \text{ m.s}^{-1}$

En appliquant le théorème du centre d'inertie à la bille (B_2) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, nous

obtenons : $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_2 \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = V_2 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + l \end{cases}$;

Nous en déduisons l'équation de la trajectoire : $y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_2}\right)^2 + l \Rightarrow y = 7,4x^2 + 0,6$

Exercice 6.14

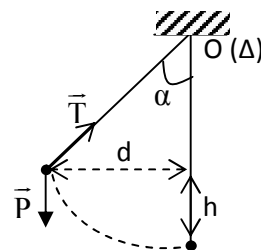
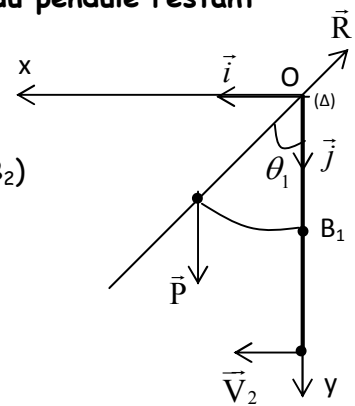
1) $\frac{1}{2}m(V_1^2 - V_0^2) = mgl(1 - \cos\alpha)$

Or $V_0 = 0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$

A.N : $V_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 1 \times (1 - \cos 6)} ; V = 0,33 \text{ m.s}^{-1}$

2) $\sum M_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J\ddot{\alpha} \Rightarrow M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) = J\ddot{\alpha}$;

Or $M_\Delta(\vec{P}) = -Pd = -Pl \sin\alpha$; $M_\Delta(\vec{T}) = 0$; Ainsi : $-mgl \sin\alpha = J\ddot{\alpha} \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J} \sin\alpha = 0$



Equation de la trajectoire : $y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{(V'_2)^2} + l$

3.3.2) Instant d'arrivée au sol

$$y = h + l \Leftrightarrow \frac{1}{2} g t_s^2 + l = h + l \Rightarrow t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}} ; \text{A.N.} : t_s = \sqrt{\frac{2 \times 0,8}{10}} ; t_s = 0,4 \text{ s}$$

Coordonnées du point d'arrivée au sol : $x_s = V'_2 t_s$; **A.N.** : $x_s = 0,44 \times 0,4$; $x_s = 0,176 \text{ m}$

$$y_s = \frac{1}{2} g t_s^2 + l ; \text{A.N.} : y_s = \frac{1}{2} \times 10 \times 0,4^2 + 0,8 ; y_s = 1,6 \text{ m} .$$

Exercice 6.15

1) Exprimons l'allongement Δl_0 du ressort en fonction de K , m , g et α .

A l'équilibre, $\Sigma(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$;

Projection sur (O, x) :

$$P \sin \alpha - T = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha - K \Delta l_0 = 0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{K}$$

2) Calculons Δl_0 **A.N.** : $\Delta l_0 = \frac{0,5 \times 10 \times \sin 30}{20}$; $\Delta l_0 = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$

3.1) Etablissons l'équation différentielle du mouvement de (S)

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a} ;$$

Projection sur (O, x) : $mg \sin \alpha - K(\Delta l_0 + x) = m\ddot{x}$

$$\Rightarrow mg \sin \alpha - K \Delta l_0 - Kx = m\ddot{x}$$

Or a l'équilibre, $mg \sin \alpha - K \Delta l_0 = 0$;

Nous obtenons alors $-Kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$

L'équation différentielle du mouvement est de la forme $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, avec $\omega^2 = \frac{K}{m}$

3.2) Déduisons-en la période des oscillations

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} ; \text{A.N.} : T = 2\pi \sqrt{\frac{0,5}{20}} ; T \approx 1 \text{ s}$$

3.3) Equation horaire du mouvement de G

$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$; avec $x_m = 6.10^{-2} \text{ m}$; A $t=0$, $x = x_m \cos \varphi = x_m \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$;

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2 \times 3,14}{1} ; \omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1} ; \text{Conclusion} : x = 6.10^{-2} \cos(2\pi t)$$

Exercice 6.16

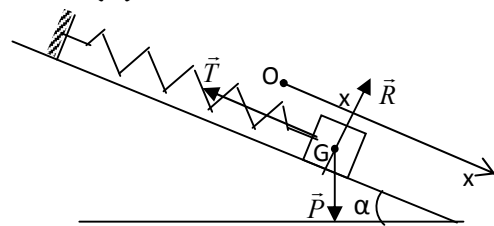
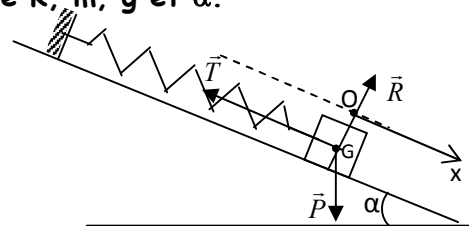
1) Détermination de a

$$M\vec{OG}_1\vec{G} + m\vec{AG}\vec{G} = \vec{0} \Rightarrow M(\vec{OG}_1\vec{O} + \vec{OG}\vec{G}) + m(\vec{AO}\vec{O} + \vec{OG}\vec{G}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{OG} = \frac{M\vec{OG}_1 + m\vec{OA}}{m+M}$$

Or $M = 10m$ et $OA = 2OG_1 = l \Rightarrow OG = \frac{10mOG_1 + m \times 2OG_1}{m+10m} = \frac{12}{11}OG_1 = \frac{12}{11} \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow a = OG = \frac{6}{11}l$

A.N. : $a = \frac{6}{11} \times 0,75$; $a = 0,41 \text{ m}$

2) $J = J_1 + J_2$, avec $J_1 = \frac{1}{12} Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} Ml^2$, $J_2 = ml^2 = \frac{M}{10}l^2$



Donc $J = \frac{1}{3} M l^2 + \frac{1}{10} M l^2 \Rightarrow J = \frac{13}{30} M l^2$; **A.N** : $J = \frac{13}{30} \times 0,4 \times (0,75)^2$; **J = 9,75.10⁻² kg.m⁻²**

3.1) $L = l \cdot \theta$ avec $\theta = 2\theta_m = 2 \times \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{25} \Rightarrow L = \frac{1}{25} \pi l$; **A.N** : $L = \frac{1}{25} \times 3,14 \times 0,75$; **L = 9,42.10⁻² m.**

3.2) $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{(m+M)ga}}$; **A.N** : $T = 2 \times 3,14 \sqrt{\frac{9,75 \cdot 10^{-2}}{(0,04+0,4) \times 10 \times 0,41}}$; **T = 1,46s.**

3.3) $E = E_{p_r} + E_c = (M+m)gh + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$; Or $h = OG_0(1 - \cos \theta) \Rightarrow h = a(1 - \cos \theta)$

Donc $E = (M+m)ga(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$

3.4) Equation différentielle du mouvement

$E = cte \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow (M+m)ga \dot{\theta} \sin \theta + \frac{1}{2} J \times 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{(M+m)ga}{J} \sin \theta = 0$

D'après la question (3), l'élongation maximale $\theta_m = \frac{360}{100} = 3,6^\circ < 9^\circ$;

Nous pouvons donc appliquer l'approximation des petits mouvements :

$\sin \theta \approx \theta$ (en radian) ; donc $\ddot{\theta} + \frac{(M+m)ga}{J} \theta = 0$

L'équation différentielle du mouvement du pendule est de la forme :

$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{(M+m)ga}{J} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(M+m)ga}{J}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{(M+m)ga}}$

Nous retrouvons la même expression de T qu'à la question (3.2). Donc **T = 1,46 s**

Exercice 6.17

1.1) $E_p = \frac{1}{2} K x^2$; 1.2) $E_m = E_p + E_c$ or $E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ avec $\dot{x} = \omega x_m \cos(\omega t + \varphi)$; donc $E_c = \frac{1}{2} m \omega^2 x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} m \omega^2 x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

Sachant que $\omega^2 = \frac{K}{m}$; nous avons $E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} m \frac{K}{m} x_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)]$; Finalement : $E_m = \frac{1}{2} K x_m^2$.

2.1) La courbe est une parabole car $E_p = f(x)$ avec $f(x) = ax^2 + b$; $a = \frac{1}{2} K$, $b = 0$

2.2) D'après la courbe : L'amplitude du mouvement vaut : $x_m = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

L'énergie mécanique totale $E_m = E_{p_{\max}} = 0,01 \text{ J}$;

Constante de raideur K : $E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 \Rightarrow K = \frac{2E_m}{x_m^2}$; **A.N** : **K = 50 N.m⁻¹**

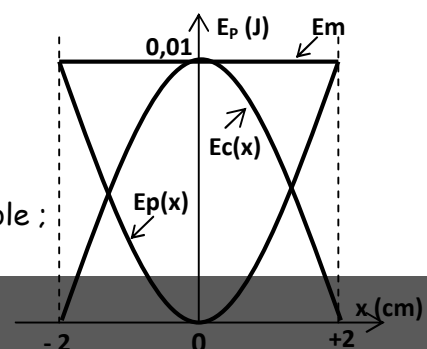
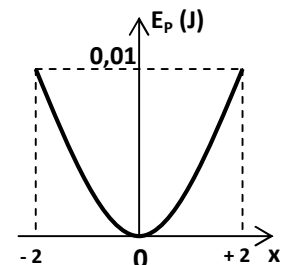
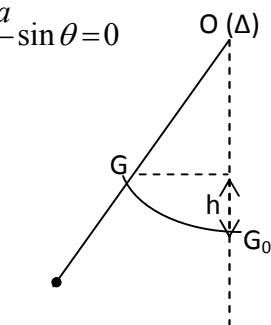
2.3) Sachant que $E_m = E_c(x) + E_p(x)$

En $x=0$, $E_p(0)=0$; donc $E_c(0)=E_m=0,01 \text{ J}$;

En $x=2 \text{ cm}$, $E_p=0,01 \text{ J}$; donc $E_c=0 \text{ J}$

2.4) Courbes $E_c(x)$ et $E_p(x)$

$E_{c(x)} = E_m - E_{p(x)} = 0,01 - \frac{1}{2} K x^2$; Donc $E_{c(x)}$ est aussi une parabole ;



$$E_m = cte = 0,01 J, \text{ Pour tout } x \in [-2, 2]$$

3.1) Déterminons m

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega^2} ; \text{ A.N : } m = \frac{50}{10\pi^2} ; m = 0,51 \text{ kg}$$

3.2) Equation horaire du mouvement du pendule

$x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$; à $t=0$, $x=0 \Rightarrow x_m \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0$; donc $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi \text{ rad}$;

$\dot{x} = \omega x_m \cos(\omega t + \varphi)$; à $t=0$; $\dot{x} < 0 \Rightarrow \omega x_m \cos \varphi < 0 \Rightarrow \cos \varphi < 0$; donc $\varphi = \pi \text{ rad}$.

Conclusion : $x = 2.10^{-2} \sin(\pi\sqrt{10}t + \pi)$

3.3) La durée d'une oscillation s'appelle Période , $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3,14}{3,14 \times \sqrt{10}} ; T = 0,63 \text{ s}$

3.4) Longueur l du pendule simple synchrone à ce pendule

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} ; \text{ A.N : } l = \frac{0,63^2 \times 10}{4 \times 3,14^2} ; l = 0,1 \text{ m}$$

Exercice 6.18**1) Equation algébrique traduisant la condition d'équilibre**

A l'équilibre : $\sum (\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Projection suivant : $(G, \vec{i}) : P - T_1 - T_2 = 0$

Or $P = mg$ et $T_1 = T_2 = K\Delta l_0$; $\Rightarrow mg - 2K\Delta l_0 = 0$ (1)

2.1) Montrons que l'ensemble (R₁, R₂, Barre) constitue un oscillateur mécanique

Dans le repère $(O, \vec{i})$, Appliquons le théorème du centre d'inertie au

système à un instant t quelconque. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$

;

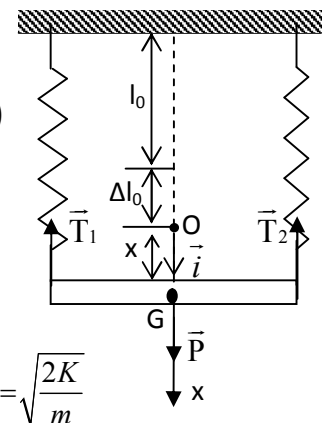
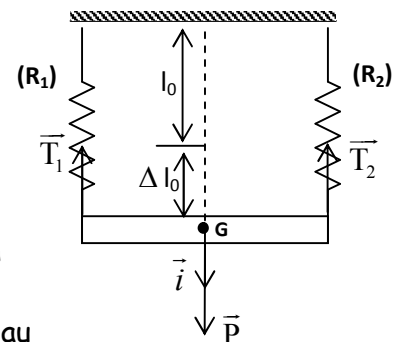
Projection sur $(O, \vec{i}) : P - T_1 - T_2 = m\ddot{x}$; Or $P = mg$, $T_1 = T_2 = K(x + \Delta l_0)$

Donc $mg - 2K(x + \Delta l_0) = m\ddot{x} \Rightarrow mg - 2K\Delta l_0 - 2Kx = m\ddot{x}$ (2)

(1) dans (2) donne : $-2Kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2K}{m}x = 0$

Équation différentielle de la forme : $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, avec $\omega^2 = \frac{2k}{m}$.

L'ensemble (R₁, R₂, Barre) est un oscillateur mécanique de pulsation $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

**2.2) Dédution de la constante de raideur K**

$$\omega^2 = \frac{2K}{m} \Rightarrow K = \frac{m\omega^2}{2} \quad \text{Or} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow K = 2\pi^2 m \cdot f^2 ;$$

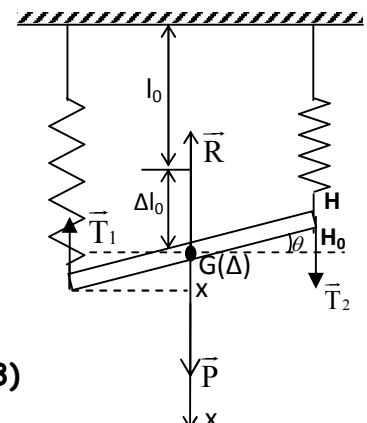
A.N : $K = 2 \times 3,14^2 \times 0,25 \times 3^2 ; K = 44,4 \text{ N.m}^{-1}$

3.1) Equation différentielle du mouvement

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{T}_1) + M_{\Delta}(\vec{T}_2) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \quad (1)$$

Or $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$; (2) $M_{\Delta}(\vec{T}_1) = M_{\Delta}(\vec{T}_2) = -T_1 \cdot GH_0$

Or $T_1 = T_2 = Kx$ et $GH_0 = \frac{l}{2} \cos \theta \Rightarrow M_{\Delta}(\vec{T}_1) = M_{\Delta}(\vec{T}_2) = -Kx \frac{l}{2} \cos \theta$ (3)



Nous obtenons alors : $0 - Kx \frac{l}{2} \cos \theta - Kx \frac{l}{2} \cos \theta - 0 = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow J_{\Delta} \ddot{\theta} + 2Kx \frac{l}{2} \cos \theta = 0$ (4)

θ étant très petit, $x \approx H_0 H = \frac{l}{2} \theta \Rightarrow \ddot{x} = \frac{l}{2} \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{2\ddot{x}}{l}$.

D'autre part, $\cos \theta \approx 1$ et $J_{\Delta} = \frac{1}{12} ml^2$; En substituant toutes ces expressions dans (4), nous obtenons : $\frac{1}{12} ml^2 \cdot \frac{2\ddot{x}}{l} + 2Kx \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{6K}{m} x = 0$; L'équation différentielle du mouvement est de la forme $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ avec $\omega^2 = \frac{6K}{m}$; donc $\omega = \sqrt{\frac{6K}{m}}$.

3.2) Calculons la période propre T de ce pendule

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{6K}} ; \text{ A.N. : } T = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{0,25}{6 \times 44,4}} ; \quad T = 0,2 \text{ s}$$

Exercice 6.19

1) Equation différentielle : $\ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$, avec $\omega^2 = \frac{K}{m}$ et $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$.

2.1) Valeur de la période T : $T = \frac{3,3}{10}$; $T = 0,33 \text{ s}$

2.2) Nous pouvons dire que l'amplitude des oscillations n'influence pas la période T des oscillations.

3.1) Complétons le tableau 2

m (g)	150	200	250	300	400	500
T (s)	0,30	0,33	0,38	0,42	0,48	0,54
T ² (s ²)	0,09	0,109	0,144	0,176	0,23	0,29

3.2) Nous en déduisons que le carré de la période est proportionnel à la masse suspendue au ressort. Le graphe $T^2 = f(m)$ étant une droite passant par l'origine, nous pouvons écrire :

$T^2 = a m$, avec $a \in \mathbb{R}$.

3.3) Valeur de la constante de raideur K

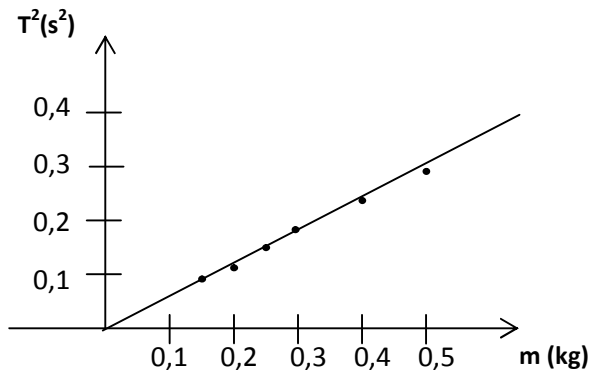
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} ;$$

$$\text{Donc } T^2 = \frac{4\pi^2}{K} m = am \Rightarrow a = \frac{4\pi^2}{K} ;$$

où a est la pente du graphe ;

$$\text{Graphiquement : } a = \tan \alpha = \frac{0,29}{0,5} \Rightarrow a = 0,58$$

$$a = \frac{4\pi^2}{K} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2}{a} ; \text{ A.N. : } K = \frac{4 \times 3,14^2}{0,58} ; \quad K = 68 \text{ N.m}^{-1}.$$



Exercice 6.20

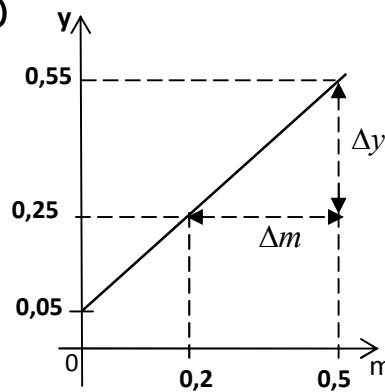
1) Interprétons l'observation et déduisons-en la masse M du ressort

La masse du ressort n'étant pas négligeable, elle est soumise dans sa position verticale à l'action de son poids qui lui permet de s'allonger et d'avoir une longueur l_2 supérieure à sa longueur à vide l_1 .

$$\text{Ainsi, } T = P \Leftrightarrow k(l_2 - l_1) = Mg \Rightarrow M = \frac{k(l_2 - l_1)}{g} ; \text{ A.N. : } M = \frac{50 \times 3 \cdot 10^{-3}}{10} ; \quad M = 0,15 \text{ kg}.$$

2.1) Tableau des valeurs

m(g)	200	300	500	600	800
T(s)	8,9	10,5	13,2	14,3	16,4
T(s)					
$\frac{kT^2}{4\pi^2}$	0,25	0,35	0,55	0,65	0,85

2.2) Traçons la courbe $y = f(m)$ 2.3) Montrons que y peut se mettre sous la forme $y = ax + b$

le graphe obtenu étant une droite, nous pouvons admettre que y est de la forme $y = ax + b$, où a est la pente de la droite et b l'ordonnée à l'origine. Ainsi, $a = \frac{\Delta y}{\Delta m} = \frac{0,55 - 0,25}{0,5 - 0,2}$; $a = 1$;

Le graphe coupe l'axe des ordonnées en $y = 0,05$;

Donc $b = 0,05$; Conclusion : $y = x + 0,05 = m + 0,05$.

2.4) Etablissons la relation entre M et b puis, l'expression de T

Nous avons établi : $M = 0,15\text{kg}$ et $b = 0,15\text{kg}$; Donc $\frac{M}{b} = \frac{0,15}{0,05} = 3 \Rightarrow M = 3b \Rightarrow b = \frac{M}{3}$;

Par conséquent, $y = m + \frac{M}{3} = \frac{kT^2}{4\pi^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{(m + M/3)}{k}}$;

3.1) Etablissons l'équation différentielle du mouvement

Soit E_m l'énergie mécanique du système (ressort-masse-terre) :

$$E_m = E_C + E_{p_p} + E_{p_e} ; \text{ avec } E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{6}M\dot{x}^2 ; E_{p_p} = \frac{1}{2}kx^2 ; E_{p_e} = 0 ;$$

$$\text{Par conséquent, } E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{6}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{M}{3}\right)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 ;$$

L'énergie mécanique étant constante, sa dérivée par rapport au temps t est nulle ;

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(m + \frac{M}{3}\right)\frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{dx^2}{dt} = 0 ; \text{ Or } \frac{d\dot{x}^2}{dt} = 2\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dt} = 2\dot{x}\ddot{x} ; \frac{dx^2}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} = 2x\dot{x} .$$

$$\text{Alors, } \frac{1}{2}\left(m + \frac{M}{3}\right) \times 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{1}{2}k \times 2x\dot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x}\left[\left(m + \frac{M}{3}\right)\ddot{x} + kx\right] = 0 \Rightarrow \left(m + \frac{M}{3}\right)\ddot{x} + kx = 0 ;$$

$$\text{Nous en déduisons l'équation différentielle du mouvement: } \ddot{x} + \frac{k}{\left(m + M/3\right)}x = 0 \quad (E).$$

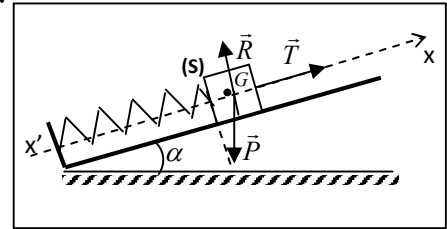
3.2) Déduisons-en l'expression de la période T du mouvement

$$(E) \text{ est de la forme } \ddot{x} + \omega^2 x = 0 , \text{ avec } \omega^2 = \frac{k}{\left(m + M/3\right)} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{\left(m + M/3\right)}} ; T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(m + M/3\right)}{k}} .$$

Exercice 6.21

1.a) Bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) à l'équilibre

- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;
- La tension $\vec{T}$ du ressort ;

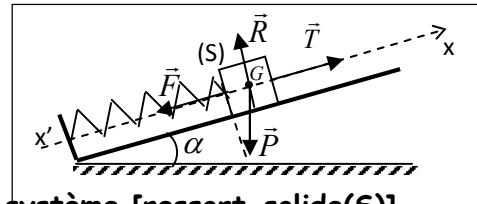
1.b) Longueur a_0 de compression du ressortProjection sur $x'x$:

$$-p \sin \alpha + T = 0 \Rightarrow T = p \sin \alpha = mg \sin \alpha = k a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} ;$$

A.N : $a_0 = \frac{0,1 \times 10 \times \sin 30}{40} ; a_0 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$

2.a) Bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S)

- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;
- La force de compression $\vec{F}$.



2.b) Energie potentielle élastique emmagasinée dans le système [ressort-solide(S)]

$$E_p = \frac{1}{2} k a^2 ; \text{ A.N : } E_p = \frac{1}{2} \times 40 \times (6,2 \cdot 10^{-2})^2 ; E_p = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

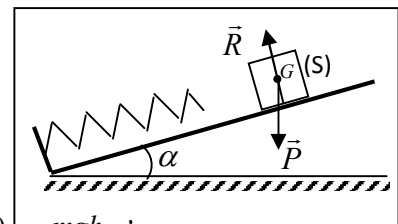
2.c) Vitesse V_0 avec laquelle est lancé le solide (S)

La conservation de l'énergie s'écrit : $E_c = E_p \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} k a^2 \Rightarrow V_0 = a \sqrt{\frac{k}{m}} ;$

A.N : $V_0 = 6,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{40}{0,1}} ; V_0 = 1,24 \text{ m.s}^{-1}$

2.d) Bilan des forces s'exerçant sur (S) lorsqu'il a quitté le ressort

- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction $\vec{R}$ du plan incliné ;

2.e) Hauteur h' à laquelle monte en réalité le ressort

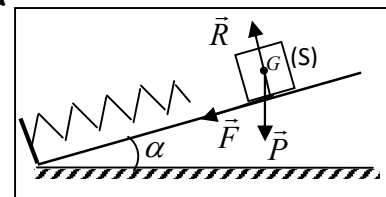
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) ; \text{ Or } E_{cf} = 0 ; E_{ci} = \frac{1}{2} m V_0^2 ; W(\vec{R}) = 0 ; W(\vec{P}) = -mgh ;$$

Ainsi, $0 - \frac{1}{2} m V_0^2 = -mgh \Rightarrow h = \frac{V_0^2}{2g} ; \text{ A.N : } h = \frac{1,24^2}{2 \times 10} ; h = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

3.a) Bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) lorsqu'il a quitté le ressort, si les frottements ne sont pas négligés

- Le poids $\vec{P}$ du solide (S) ;
- La réaction normale $\vec{R}$ du plan incliné ;
- La résultante $\vec{F}$ des forces de frottement.

3.b) Hauteur h' à laquelle monte en réalité le ressortAppliquons le théorème de l'énergie cinétique : $E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) ;$

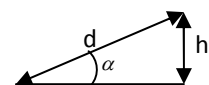
Or, $E_{cf} = 0 ; E_{ci} = \frac{1}{2} m V_0^2 ; W(\vec{R}) = 0 ; W(\vec{P}) = -mgh ; W(\vec{F}) = F \cdot d \quad (1)$

Où d est la distance parcourue par (S) sur la ligne de plus grande pente du plan incliné.

Avec $\sin \alpha = \frac{h'}{d} \Rightarrow d = \frac{h'}{\sin \alpha} \quad (2)$

(2) dans (1) donne : $\frac{1}{2} m V_0^2 = mgh' + \frac{F \cdot h'}{\sin \alpha} \Rightarrow h' = \frac{m V_0^2 \sin \alpha}{2(mg \sin \alpha + F)} ;$

A.N : $h' = \frac{0,1 \times 1,24^2 \times \sin 30}{2(0,1 \times 10 \times \sin 30 + 0,2)} ; h' = 5,49 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$



Chapitre 7 : LES OSCILLATEURS ELECTRIQUES

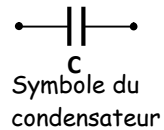
A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Les oscillations électriques libres

I.1 Le condensateur

I.1.1 Définition et représentation

On appelle condensateur tout ensemble de deux armatures métalliques séparées par un diélectrique.



I.1.2 Charge d'un condensateur

La charge q d'un condensateur se fait en la branchant aux bornes d'un générateur de courant continu. L'expérience montre que la charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension U_{AB} appliquée à ses bornes pendant la

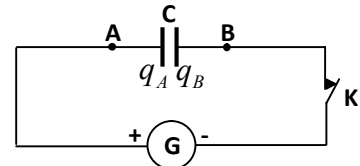
charge. L'expérience montre que : $\frac{q}{U_{AB}} = cte$;

La charge d'une armature a le même signe que la borne du générateur sur laquelle elle est branchée.

La charge instantanée q et l'intensité instantanée i du courant

le condensateur sont liées par la relation $i = \frac{dq}{dt}$.

N.B : $i = 0$ dès que la charge est terminée



Bon à savoir : puisque $U_{AB} > 0$, les charges q_A et q_B des armatures A et B respectivement vérifient :
 $q = q_A = -q_B$.

I.1.3 Capacité d'un condensateur

La capacité d'un condensateur est le coefficient de proportionnalité entre sa charge q et sa tension de charge U_{AB} . D'où la relation : $q = C.U_{AB}$, avec q en coulomb (C), U_{AB} en volts (V), C en farad (F).

Énergie électrique emmagasinée par le condensateur à la charge : $E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}qU$

I.2 Oscillations électriques libres ;

I.2.1 Oscillations électriques non-amorties ; décharge d'un condensateur dans une bobine inductive pure.

N.B : une bobine inductive est dite pure lorsque sa résistance est nulle.

Si nous constituons un circuit (L, C) en branchant un condensateur aux bornes d'une bobine inductive pure, il naît dans le circuit des oscillations électriques libres.

Ecrivons la loi des mailles aux bornes de ce circuit :

$$\sum u = 0 \Leftrightarrow u_C + u_L = 0 \quad ; \quad (1) \text{ avec } u_L = L \frac{di}{dt} \text{ et } u_C = \frac{q}{C} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1): \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (3) \quad \text{D'autre part, } i = \frac{dq}{dt} \quad (4)$$

$$(4) \text{ dans } (3) \text{ donne : } \frac{q}{C} + L \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Nous obtenons une équation différentielle de la forme $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$;

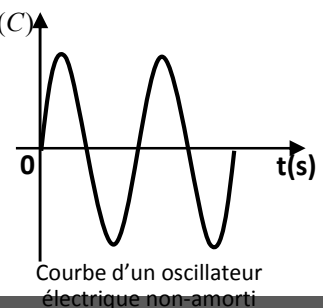
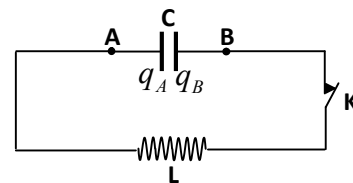
preuve qu'il apparaît dans le circuit des oscillations électriques libres de

pulsation propre $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et de période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$;

L'équation $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ admet pour solution

$$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ ou } q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) ;$$

D'où la courbe de variations de la charge q en fonction du temps t ci-contre.



I.2.2 Oscillations électriques amorties ; décharge d'un condensateur dans une bobine inductive de résistance r non négligeable.

Si nous constituons un circuit (L, C) en branchant un condensateur aux bornes d'une bobine inductive de résistance r , il naît dans le circuit des oscillations électriques amorties.

Ecrivons la loi des mailles aux bornes de ce circuit:

$$\Sigma u = 0 \Leftrightarrow u_C + u_L + u_r = 0 ; (1)$$

$$\text{Or, } u_L = L \frac{di}{dt} ; u_C = \frac{q}{C} ; u_r = ri \quad (2)$$

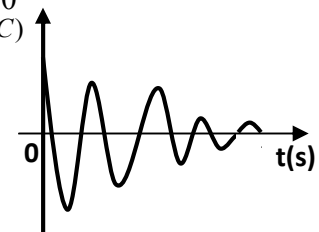
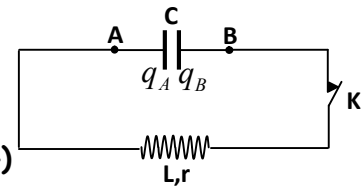
$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + ri = 0 \quad (3) \quad \text{D'autre part, } i = \frac{dq}{dt} \quad (4)$$

$$(4) \text{ dans } (3) \text{ donne : } \frac{q}{C} + L \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} \right) + r \frac{dq}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Nous obtenons une équation différentielle de la forme : $\ddot{q} + \alpha \dot{q} + \beta q = 0$

$$\text{avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} ; \alpha = \frac{r}{L} ; \beta = \frac{1}{LC}.$$

Le circuit est donc le siège d'oscillations électriques amorties. Le courant électrique (tout comme la charge q du condensateur) dans le circuit décroît progressivement jusqu'à s'annuler. Ce circuit est donc un oscillateur électrique amorti et son régime est dit pseudopériodique.



Oscillateur amorti
Régime pseudopériodique

I.3. Energie électromagnétique échangée dans un circuit (LC)

I.3.1. Cas des oscillations non-amorties

l'énergie électromagnétique d'un circuit effectuant des oscillations électriques non amorties

est constante et vaut $E_{em} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = cte ;$

Le terme $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ représente l'énergie électrique fournie par le condensateur ;

Le terme $E_m = \frac{1}{2} Li^2$ représente l'énergie magnétique consommée par la bobine.

I.3.2. Cas des oscillations amorties

Lorsque la bobine a une résistance r non négligeable, il y a toujours échange d'énergie entre le condensateur et la bobine. Mais contrairement au cas précédent, l'énergie totale du circuit diminue progressivement du fait de l'effet joule car la bobine consomme en permanence et par effet joule une énergie $E_j = ri^2$.

II. Oscillations électriques forcées

Contrairement à ce que nous avons fait au paragraphe I précédent, nous étudierons le comportement d'un circuit contenant un condensateur, une bobine et une résistance, tous montés en série, mais alimentés par un générateur de courant alternatif basses fréquences(GBF)

On parle d'oscillations électriques forcées par ce que le comportement du circuit (R, L, C) lui est imposé par le GBF.

II.1 Etude d'un dipôle (R, L, C)

Un dipôle (R, L, C) série alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de fréquence f est parcouru par un courant sinusoïdal de même fréquence : il est le siège d'oscillations électriques forcées.

II.1.1 Représentation du circuit (R,L,C) et construction de Fresnel

Exprimons la ddp u_{AB} aux bornes du dipôle (R, L, C) :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MN} + u_{NB}, \text{ avec } u_{AM} = Ri; \quad u_{MN} = L \frac{di}{dt}; \quad u_{NB} = \frac{q}{C}.$$

Si nous prenons $i = I_m \cos(\omega t)$, avec $i = \frac{dq}{dt}$,

nous obtenons, $u_{AM} = Ri = RI_m \cos(\omega t)$; $u_{MN} = -L\omega I_m \sin \omega t = L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$;

$$q = \int i dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t \Rightarrow u_{NB} = \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Ainsi, la tension u_{AB} a pour expression : $u_{AB} = RI_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

Nous constatons que les tensions aux bornes des trois dipôles sont sinusoïdales et synchrones. En plus,

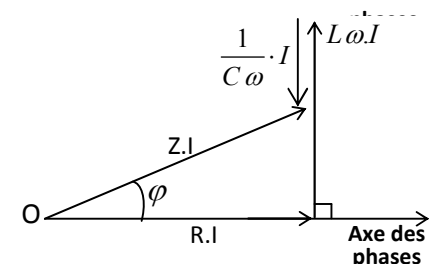
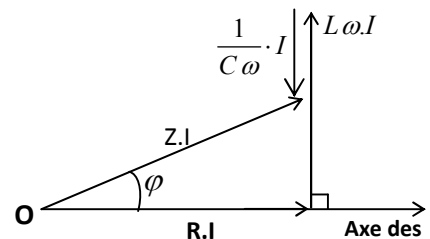
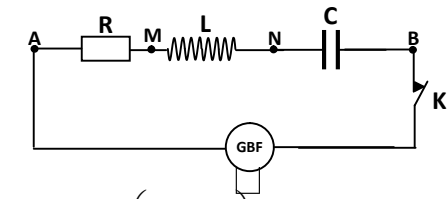
- la tension u_{AM} aux bornes de la résistance R est en phase avec l'intensité i ;
- la tension u_{MN} aux bornes de la bobine est en quadrature avance sur l'intensité i ;
- la tension u_{NB} aux bornes du condensateur est en quadrature retard sur l'intensité i

D'où la représentation de Fresnel ci-contre :

La tension u_{AB} peut donc s'écrire :

$$u_{AB} = Z \cos(\omega t + \varphi).$$

Où φ est le déphasage entre u_{AB} et i ; Z est l'impédance du dipôle (R,L,C).



II.1.2 Impédance d'un dipôle (R,L,C)

La construction de Fresnel permet d'obtenir

L'impédance Z et le déphasage φ entre la tension u_{AB} et l'intensité i du courant alternatif parcourant le circuit.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}; \quad Z \text{ en Ohms } (\Omega);$$

L en Henry (H); R en Ohms (Ω); C en Farads (F); ω en radian par seconde (rad.s^{-1})

Par définition, L'admittance Y d'un dipôle est la grandeur $Y = \frac{1}{Z}$; L'admittance Y s'exprime en Siemens (S).

La différence de phase φ entre la tension aux bornes du dipôle et l'intensité du courant qui

le parcourt vérifient : $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$; D'autre part, $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$.

Bon à savoir :

- Si $\varphi > 0$, c'est-à-dire $\tan \varphi > 0 \Leftrightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega}$; le circuit est dit inductif ; la tension u_{AB} aux bornes du dipôle (R, L, C) est en avance de phase sur l'intensité i du courant ;
- Si $\varphi < 0$, c'est-à-dire $\tan \varphi < 0 \Leftrightarrow L\omega < \frac{1}{C\omega}$; le circuit est dit capacitif ; la tension u_{AB} aux bornes du dipôle (R, L, C) est en retard de phase sur l'intensité i du courant ;

Utilisation de la notion d'impédance

Soient : U_{eff} et U_{max} les tensions efficace et maximale respectivement du dipôle (RLC);

I_{eff} et I_{max} les intensités efficace et maximale du courant circulant dans le dipôle (RLC);

$$\text{Nous avons, } Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

II.2 Résonance d'intensité

II.2.1 Définition

On dit qu'un dipôle (R,L,C) série est en résonance si et seulement si l'intensité du courant qui le traverse et la tension imposée à ses bornes par le générateur sont en phase.

II.2.2 Conséquences

A la résonance, l'impédance Z est égale à la résistance totale R du dipôle (R,L,C).

Construction de Fresnel à la résonance

Il est évident d'après la construction que : $Z = R$

et $\varphi = 0$

Puisque $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$; Si $Z = R \Leftrightarrow \sqrt{R^2 + \left(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}\right)^2} = R$

$$\Rightarrow R^2 + \left(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}\right)^2 = R^2 \Rightarrow L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1 ; \text{ donc } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A la résonance, la pulsation propre du circuit vaut $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;

On en déduit la fréquence propre du circuit à la résonance : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

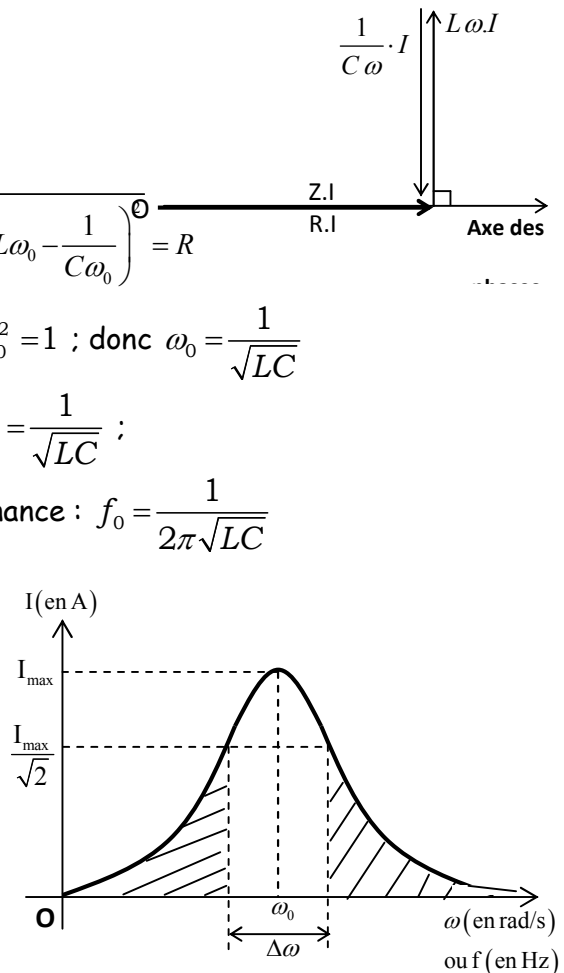
II.2.3 Courbe de résonance

L'intensité efficace dans le circuit est maximale à la résonance.

Bande passante : La bande passante représente l'ensemble des pulsations pour lesquelles l'intensité efficace I vérifie : $I \geq \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$.

La largeur de la bande passante $\Delta\omega$ apparaît sur la courbe de résonance.

Elle vaut $\Delta\omega = \frac{R}{L}$ ou $\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$.



Remarque : Plus la bande passante est étroite, plus la résonance est aiguë.

Facteur de qualité :

Le facteur de qualité Q est défini par la relation : $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$

Le facteur de qualité caractérise l'acuité de la résonance et la sélectivité du circuit.

Remarque : Si le facteur de qualité Q est inférieur à 1, la résonance est floue ;

Si le facteur de qualité Q est supérieur à 10, la résonance est aiguë.

Surtension à la résonance

Lors d'une résonance très aiguë, l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur peut être très grande : on dit qu'il y a surtension.

Cette surtension peut provoquer le claquage du condensateur.

De même, aux bornes d'une bobine de faible résistance, le phénomène de surtension peut se produire en provoquant des décharges entre les spires de la bobine.

A la résonance d'intensité, l'amplitude U_c de la tension aux bornes du condensateur est : $U_c = Q \cdot U_m$; Q est le facteur de qualité ; U_m est la tension maximale aux bornes du circuit

(RLC). Donc $Q = \frac{U_c}{U_m}$.

III. Analogies électromécaniques

III.1 Cas des oscillations non-amorties

Pour un oscillateur mécanique non amorti, l'équation différentielle s'écrit :

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0; \text{ ou } \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0; \text{ ou } m\ddot{x} + kx = 0 \text{ avec } \omega^2 = \frac{k}{m};$$

Pour un oscillateur électrique non amorti, l'équation différentielle s'écrit :

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0; \text{ ou } \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0; \text{ ou } L\ddot{q} + \frac{1}{C} q = 0; \text{ avec } \omega^2 = \frac{1}{LC};$$

Par identification, nous pouvons établir le tableau d'analogie suivant :

	Grandeur variable	Autres grandeurs		pulsation
Oscillateurs mécaniques	x en mètre(m)	Masse m	Raideur k	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Oscillateurs électriques	q en coulomb (C)	Inductance L (H)	Inverse de la capacité $\frac{1}{C}$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

III.2 Cas des oscillations amorties

Pour un oscillateur mécanique amorti, l'équation différentielle s'écrit :

$$m\ddot{x} + f \cdot \dot{x} + kx = 0 ; \text{ où } f \text{ est la résultante des forces de frottement ;}$$

Pour un oscillateur électrique amorti, l'équation différentielle s'écrit :

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C} q = 0;$$

Par identification, nous pouvons établir le tableau d'analogie suivant :

	Grandeur variable	Autres grandeurs			pulsations
Oscillateurs mécaniques	x en mètre(m)	Masse m	Raideur k	Intensité des frottements f	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Oscillateurs électriques	q en coulomb (C)	inductance L	Inverse de la capacité $\frac{1}{C}$	Résistance totale R du dipôle (R,L,C)	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

B- ENONCES DES EXERCICES

Exercice 7.1

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier

- 1) L'espace situé entre les armatures d'un condensateur est un diélectrique.
- 2) Lors de la charge d'un condensateur, ses armatures se chargent d'électricité de même signe ;
- 3) Un courant continu ne peut pas traverser un condensateur.
- 4) La charge d'un condensateur est proportionnelle à sa capacité.
- 5) Un ampèremètre branché dans un circuit parcouru par un courant alternatif délivre l'intensité maximale du courant alternatif.
- 6) Si un ampèremètre délivre une intensité de 1A dans un circuit parcouru par un courant alternatif, l'équation horaire du courant est de la forme $i(t) = \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$
- 7) Un dipôle (RLC) alimenté par un courant continu ne peut pas être le siège d'oscillations électriques forcées.
- 8) L'impédance d'un dipôle (R,L,C) s'exprime en Volt.
- 9) Un dipôle RLC est à la résonance si la tension alternative u à ses bornes et l'intensité i du courant qui le traverse ont la même amplitude.
- 10) Deux dipôles (RLC) ont la même impédance si ils sont constitués de dipôles (résistor, condensateur, bobine) identiques.
- 11) A la résonance, l'intensité du courant dans le circuit est maximale.
- 12) La bande passante d'un circuit (RLC) représente l'ensemble des pulsations pour lesquelles l'intensité i est supérieure ou égale à $I_{\max} \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 7.2

- 1) Définir : a) condensateur ; b) oscillateur électrique libre. C) résonance d'intensité.
- 2) combien de types d'oscillateurs électriques distingue-t-on ?

Exercice 7.3

Quelle est la différence entre un oscillateur électrique amorti et un oscillateur électrique non-amorti ?

Exercice 7.4

Un condensateur de capacité $C = 1,2 \mu F$ est branché aux bornes d'une ddp $U = 12V$. Les deux dipôles sont montés en série avec un interrupteur et un ampèremètre. D'autre part, un voltmètre est branché aux bornes du condensateur.

- 1) Représenter ce dispositif pendant la charge.
- 2) A quoi sert le voltmètre dans ce montage ?
- 3) Comment reconnaît-on la fin de la charge ?
- 4) Calculer la quantité d'électricité portée par l'armature reliée au pôle négatif du générateur responsable de la ddp U .
- 5) En déduire l'énergie électrique emmagasinée dans ce condensateur pendant cette charge.

Exercice 7.5

On alimente une bobine de résistance $R = 5 \Omega$ et d'induction $L = 30 \text{ mH}$ par une tension alternative sinusoïdale $U(t) = U\sqrt{2} \sin 100\pi t$.

- 1) Calculer l'impédance de cette bobine.
- 2) Déterminer U sachant que l'ampèremètre branché dans le circuit indique $I = 5 \text{ mA}$.

Exercice 7.6

Une bobine est alimentée successivement par une tension continue $U = 40 \text{ V}$ et une tension alternative $U = 60\sqrt{2} \sin 100\pi t$. Un ampèremètre inséré dans le circuit indique dans le 1^{er} cas une intensité $I_1 = 4 \text{ A}$ et dans le second cas $I_2 = 3 \text{ A}$.
Déterminer la résistance R et l'inductance L de la bobine.

Exercice 7.7

Un circuit est formé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C . Le circuit est alimenté par une tension alternative de fréquence $N=50$ Hz.

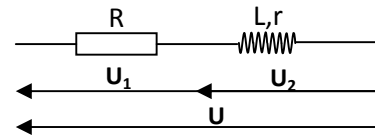
- 1) Calculer l'impédance du circuit. **A.N:** $R = 10 \Omega$; $C = 6 \mu F$.
- 2) Ecrire l'expression de l'intensité $i(t)$ sachant que $u(t) = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$

Exercice 7.8

On se propose de déterminer la résistance r et l'inductance L d'une bobine. Pour cela, on monte en série une résistance pure $R = 7 \Omega$ et la bobine.

L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz et de valeur efficace $U = 24$ V.

On mesure les tensions efficaces U_1 et U_2 respectivement aux bornes de R et de la bobine. On obtient $U_1 = 8$ V et $U_2 = 19,6$ V. En déduire les valeurs de r et L

**Exercice 7.9**

On considère deux portions de circuit AB et BD montées en série et parcourues par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence $f = 50$ Hz et d'intensité efficace $I = 1,25$ A.

AB est un conducteur ohmique de résistance R_1 . Dans BD, la tension présente une avance de phase $\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ sur l'intensité. **On donne :** $U_{AD} = 173,2$ V et $U_{AB} = U_{BD}$

En utilisant la construction de Fresnel :

- 1) Trouver une relation entre R_1 et R_2 (R_2 = résistance de la portion BD) ;
- 2) Trouver une relation entre U_{AD} et U_{BD} ;
- 3) Déduire de ces deux relations les valeurs de R_1 , R_2 et U_{AB} .

Exercice 7.10

Un circuit (RLC) série est constitué :

- d'un conducteur ohmique de résistance $R = 50 \Omega$
- d'une bobine d'inductance $L = 45$ mH et de résistance $r = 10 \Omega$
- d'un condensateur de capacité $C = 10 \mu F$.

On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace $U = 6$ V et de fréquence $N = 100$ Hz.

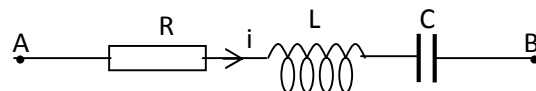
- 1) Faire la représentation de Fresnel de ce circuit.
- 2) Calculer l'impédance du circuit.
- 3) Calculer l'intensité efficace du courant dans le circuit.
- 4) Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.
- 5) Calculer la différence de phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 7.11

Une portion de circuit AB est constituée d'une résistance $R = 200 \Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 0,5$ H et de résistance négligeable, d'un condensateur de capacité $C = 2 \cdot 10^{-6}$ F associés en série.

On applique entre A et B une tension

$$U_{AB} = U_0 \sqrt{2} \cos \omega t; \text{ où } U_0 = 10 \text{ V.}$$



- 1) Donner en fonction de R , L , C et ω les expressions :
 - 1.1) de l'impédance Z de la portion de circuit AB ;
 - 1.2) du déphasage φ du courant i par rapport à la tension appliquée U_{AB} ?
- 2) Pour quelle valeur ω_0 de la pulsation, le courant i est-il en phase avec la tension U_{AB} ?
- 3) ω étant égal à ω_0 , calculer la valeur numérique de l'intensité efficace I_0 .

Exercice 7.12

Un circuit (R L C) série est constitué d'une résistance $R = 5 \Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 0,5 \text{ H}$, d'un condensateur de capacité $C = 2 \mu\text{F}$.

- 1) Calculer la pulsation à la résonance.
- 2) Calculer le facteur de qualité Q du circuit.
- 3) La résonance est-elle aiguë ou floue ?
- 4) Calculer de deux façons différentes la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante.

Exercice 7.13

On veut déterminer les caractéristiques d'une bobine (L, R) à l'aide d'un oscilloscope bicourbe.

On réalise le montage représenté par le schéma ci-contre. G est un générateur basse fréquence délivrant une tension de fréquence variable

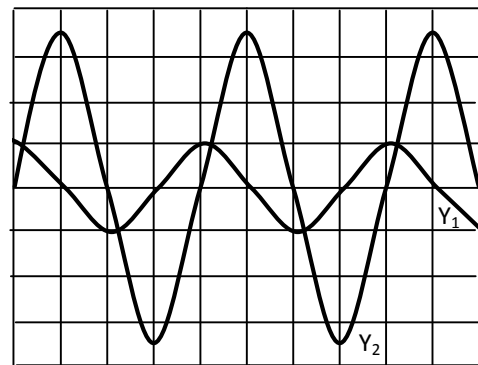
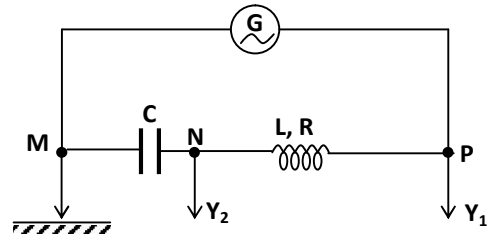
$u(t) = U_m \cos \omega t$. C est un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$.

Pour une certaine valeur f_1 de la fréquence, on obtient l'oscillogramme ci-dessous.

Le balayage horizontal est réglé sur $2,5 \text{ ms/div}$.

Voie Y_1 : gain ou calibre 3V/division ; Voie Y_2 : gain ou calibre $7,5\text{V/division}$;

- 1) Que représentent les courbes $Y_1(t)$ et $Y_2(t)$ de cet oscillogramme?
 - 2.1) Déterminer la période T_1 et le décalage horaire θ entre Y_1 et Y_2 .
 - 2.2) Calculer le déphasage de $U_C(t)$ (tension aux bornes du condensateur) par rapport à $u(t)$ et préciser laquelle est en avance.
 - 2.3) En utilisant le diagramme de Fresnel, déterminer le déphasage de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.
 - 2.4) Quelle relation peut-on écrire entre L , C et f_1 ?
 - 3) Déterminer le facteur de surtension Q du circuit.
 - 4) A partir des résultats précédents, calculer les caractéristiques L et R de la bobine.
- On donne : Facteur de qualité $Q = 8,75$

**Exercice 7.14**

Lors d'une séance de travaux pratiques, on dispose du matériel suivant:

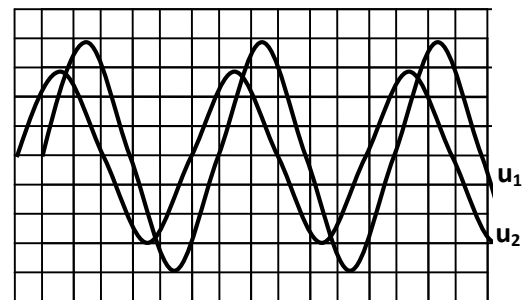
- Un oscilloscope à deux voies (oscilloscope bi courbe);
- Une bobine d'inductance L inconnue et de résistance négligeable devant R .
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 240 \Omega$;
- Un générateur basse fréquence (GBF);
- Un condensateur de capacité $C = 20 \text{ nF}$;

1) On réalise à l'aide de ces éléments un circuit (RLC). Pour une fréquence f donnée, on a l'oscillogramme ci-contre:

- Balayage horizontal : 1 division pour 1 ms ;
- Sensibilité verticale : 1 division pour 1 V .

N.B : Quelque soit la voie de l'oscilloscope, le balayage horizontal et la sensibilité verticale restent invariables.

On visualise à la voie 1 de l'oscilloscope, la tension instantanée u_1 aux bornes du dipôle (RLC) et à la voie 2 la tension instantanée u_2 aux bornes du conducteur ohmique;



1.1) Faire un schéma du dispositif expérimental où l'on fera apparaître les connexions avec l'oscilloscope.

1.2) Déterminer:

a) la tension maximale U_{1m} délivrée par le (GBF) et sa valeur efficace U_1 ;

b) L'intensité efficace I du courant électrique dans le dipôle (RLC);

1.3) Calculer l'impédance Z du dipôle (RLC) pour la fréquence f précédente;

1.4) Déterminer:

a) Le déphasage entre u_1 et i ;

b) Les expressions de u_1 et i en supposant la phase initiale de i nulle.

2) On modifie la fréquence f du (GBF) tout en maintenant constante l'amplitude de la tension délivrée par celui-ci. Pour une fréquence $f_0 = 1250 \text{ Hz}$, les deux tensions u_1 et u_2 sont en phase

2.1) Comment appelle-t-on le phénomène ainsi simulé?

2.2) Déterminer alors dans ce cas:

a) L'inductance L de la bobine;

b) Le facteur de qualité de ce circuit (RLC).

Exercice 7.15

On a étudié l'amplitude de l'intensité dans un circuit (RLC) en fonction de la fréquence. Les résultats obtenus ont permis de représenter le graphe ci-contre :

1) Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

2) Quelle est la fréquence de résonance f_0 ?

3) Le circuit (RLC) étudié est constitué :

d'une résistance pure $R = 10 \Omega$; d'une bobine

d'inductance $L = 1,2 \text{ H}$ et de résistance r ; d'un

condensateur de capacité $C = 50 \text{ nF}$. Sachant que le

circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de

valeur efficace $U_0 = 8 \text{ V}$ et de fréquence réglable,

3.1) Déterminer les valeurs limites f_1 et f_2 de la bande passante.

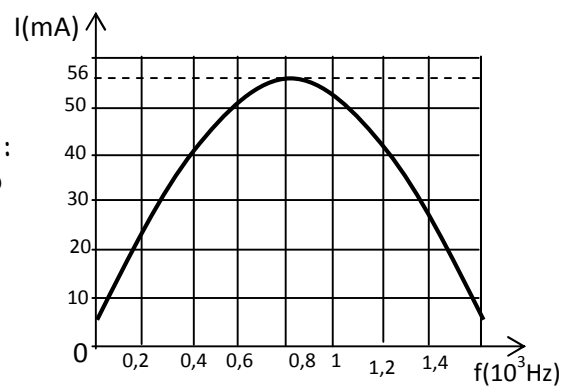
N.B : Représenter les limites f_1 et f_2 sur la courbe. On prendra : $\sqrt{2} = 1,4$.

3.2) Calculer la largeur Δf de la bande passante à 3 décibels puis déterminer l'impédance Z du circuit (RLC) étudié.

3.3) En déduire la résistance r de la bobine.

3.4) Calculer le facteur de qualité de ce circuit.

3.5) La résonance est-elle floue ou aiguë ? Justifier.

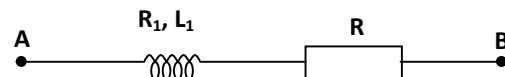


Exercice 7.16

Entre deux points A et B, on monte en série une bobine d'inductance L_1 et de résistance $R_1 = 25 \Omega$ avec une résistance pure $R = 75 \Omega$.

Puis on applique entre A et B une tension sinusoïdale

d'expression : $u = 220\sqrt{2} \sin 314t$ Volts.

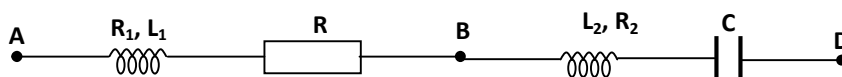


L'intensité instantanée du courant est alors en retard de $\frac{\pi}{3}$

radiants par rapport à la tension instantanée entre A et B.

1) Trouver la valeur de L_1 puis celle de l'impédance Z_1 de cette portion de circuit.

2) On met en série avec la première une autre portion de circuit BD d'impédance Z_2 , comprenant en série une bobine d'inductance $L_2 = 0,9 \text{ H}$, de résistance $R_2 = 100 \Omega$ et un condensateur de capacité C .



On applique la tension précédente entre A et D.

2.1) En vous aidant de la construction de Fresnel, déterminer la valeur de C qui vérifie la relation $Z = Z_1 + Z_2$ avec Z = impédance de la portion AD.

2.2) Donner l'expression de l'intensité instantanée.

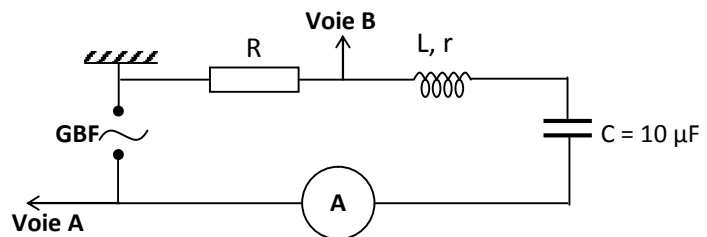
Exercice 7.17

On réalise le circuit ci-contre :

Le générateur basse fréquence fournit une tension sinusoïdale.

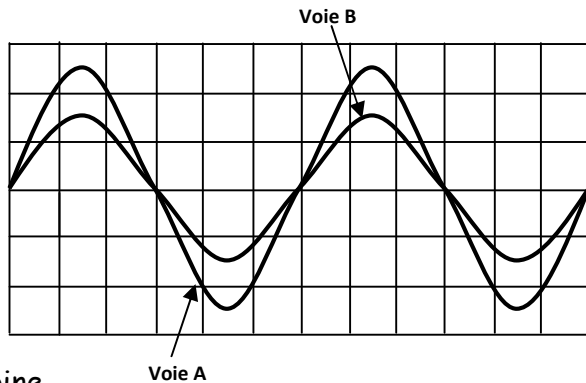
On fait varier la fréquence f du générateur basse fréquence GBF

et on relève l'intensité efficace I du courant. On obtient les valeurs suivantes :



f (Hz)	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
I (mA)	11,5	19	24	28	30	28,5	25,5	22,5	20	18	16

- 1) Tracer la courbe donnant I en fonction de f .
- 2) Déterminer graphiquement la fréquence f_0 et l'intensité efficace I_0 du courant correspondant à la résonance.
- 3) Calculer l'inductance de la bobine.
- 4) On relie un oscilloscope à deux voies au circuit et on règle la fréquence du générateur à la valeur f_0 correspondant à la résonance. On observe les courbes suivantes sur l'écran :
- 4.1) A quelle durée correspond une division du balayage de l'oscilloscope ?
- 4.2) Sachant que pour les entrées A et B la sensibilité verticale est 1V/division, calculer R .
- 4.3) Donner la valeur de la résistance r de la bobine.



Exercice 7.18

Un générateur basse fréquence (GBF) délivre entre ses bornes une d.d.p alternative sinusoïdale de fréquence $f = 50\pi^{-1}\text{Hz}$ et de valeur efficace $U = 14,0\text{ V}$.

- 1) Quelles sont les grandeurs électriques visualisées dans les voies Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope bicourbe ?
- 2) Quelles sont les grandeurs électriques mesurées par l'ampèremètre et le voltmètre ?
- 3) Réaliser la construction de Fresnel relative à ce circuit (RLC) série.

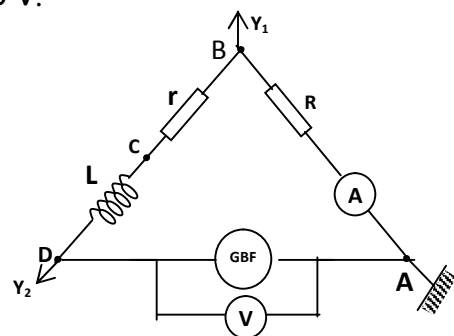
N.B : On fera ressortir dans cette construction les grandeurs R , r , $L\omega$, Z_b et Z puis les points A, B, C et D.

- 4) Dédurre de la construction précédente les valeurs des grandeurs suivantes :

- Z_b et Z respectivement impédances de la bobine et de tout le circuit
- φ le déphasage angulaire entre les valeurs instantanées de l'intensité de la tension aux bornes du GBF.

- 5) En déduire l'intensité efficace du courant dans le circuit.

- 6) Calculer l'intensité efficace I_0 du courant électrique qui s'établit dans le circuit à la résonance d'intensité. **On donne :** $R = r = 4\Omega$; $L = 0,06\text{ H}$



Exercice 7.19

Une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 0,6\text{H}$, un condensateur de capacité C variable, un conducteur ohmique de résistance $R = 90\Omega$, tous montés en série sont alimentés par une tension alternative $u(t)$ de fréquence $f = 50\text{Hz}$.

1) On règle le condensateur C sur une valeur C_0 qui permet d'obtenir la valeur maximale de l'intensité efficace.

1.1) Quel phénomène a-t-on ainsi mis en évidence ?

1.2) Etablir la relation qui existe entre f , C_0 et L .

1.3) En déduire la valeur de C_0

2) On modifie la valeur de C , puis on observe à l'aide d'un oscilloscope bicourbe (de voies Y_1 et Y_2) l'intensité $i(t)$ et la tension $u(t)$.

2.1) Faire le schéma du montage utilisé pour cette expérience

2.2) On choisit C de façon à obtenir les oscillogrammes

ci-contre :

Sur les deux voies : balayage horizontal b ;

sensibilité verticale : $2\text{V}\cdot\text{div}^{-1}$.

2.2.1) Déterminer la valeur de l'intensité efficace I du courant ;

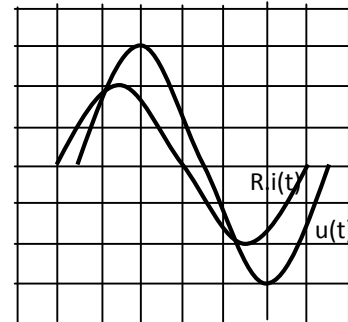
2.2.2) La tension efficace U délivrée par le générateur ;

2.2.3) L'impédance Z du dipôle (R, L, C) ;

2.3) L'intensité est-elle en avance ou en retard de phase par rapport à la tension ?

2.4) Déterminer le balayage horizontal b de l'oscilloscope

2.5) Calculer le décalage horaire θ et le déphasage φ entre la tension et l'intensité.

**Exercice 7.21 Extrait Baccalauréat D 2003 Cameroun**

On réalise le circuit ci-contre :

Lorsque le commutateur est en position A, une batterie de 6V de résistance négligeable alimente le circuit.

Lorsque le commutateur est en position B, c'est un générateur de résistance interne négligeable et qui entretient entre ses bornes une tension alternative de fréquence 50Hz, qui alimente le circuit.

Un oscilloscope permet de mesurer la tension aux bornes de la résistance $R = 20\Omega$.

1) On place le commutateur en A. l'oscilloscope indique alors une tension $U_R = 2,4\text{V}$. Montrer que la résistance de la bobine est $R_B = 30\Omega$.

2) On place le commutateur en B. Le circuit est alors alimenté en courant alternatif. L'oscilloscope donne alors pour valeur maximale de tension aux bornes de la résistance $U_{\max} = 1,4\text{V}$.

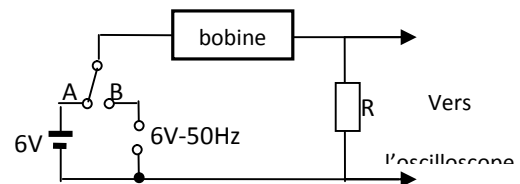
a) Calculer la valeur efficace de la tension aux bornes de la résistance.

b) En déduire la valeur efficace de l'intensité du courant dans le circuit.

c) Quelle est l'impédance totale Z du circuit ?

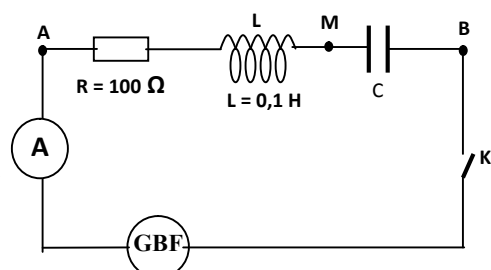
d) Faire alors une construction de Fresnel relative au circuit.

e) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

**Exercice 7.22 Extrait Baccalauréat C 2004 Cameroun**

Le schéma de la figure ci-contre est celui d'un circuit électrique alimenté par un générateur de basse fréquence qui délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace $U = 96\text{V}$.

Lorsque le circuit est fermé, l'ampèremètre de résistance négligeable indique $0,7\text{A}$.



- 1) Rappeler l'expression générale de l'impédance d'un dipôle AB comprenant : un résistor, une bobine et un condensateur montés en série.
- 2) Calculer l'impédance du dipôle AB du circuit ci-dessus.
- 3) On branche entre les bornes du condensateur un voltmètre de grande résistance. Celui-ci indique une tension $U_C = 70V$. Calculer la capacité de ce condensateur.
- 4) On considère que le condensateur du circuit a une capacité $C = 32\mu F$.
 - a) Calculer la résistance totale R_T du dipôle AB.
 - b) En déduire la résistance R_B de la bobine.
- 5) Faire la construction de Fresnel relative au dipôle AB en prenant l'intensité comme référence pour les phases et calculer le déphasage φ entre tension et intensité.
6. Ecrire les expressions numériques des valeurs instantanées i et u de l'intensité et de la tension. **N.B** : On prendra : $\tan(\pi/6) = 0,577$.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 7.1

- 1) **Vrai.** 2) **Faux.** Les armatures se chargent d'électricité de signes différents.
- 3) **Faux.** Seul les courants continus traversent les condensateurs. 4) **Vrai.**
- 5) **Faux.** Le voltmètre délivre la tension efficace U_{eff} .
- 6) **Vrai.** Car $i_{max} = I_{eff} \sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} A$.
- 7) **Vrai.** 8) **Faux.** L'impédance Z s'exprime en Ohm(Ω)
- 9) **Faux.** i et u ont plutôt la même phase initiale. 11) **Vrai.** 12) **Vrai**

Exercice 7.2

- 1) a) Voir cours paragraphe I.1
- b) oscillateur électrique libre : circuit constitué d'un condensateur chargé et d'une bobine d'inductance L parcouru un courant électrique alternatif.
- c) Voir cours Paragraphe II.2.1
- 2) il existe deux types d'oscillateurs électriques: les oscillateurs électriques libres et les oscillateurs électriques forcés.

Exercice 7.3

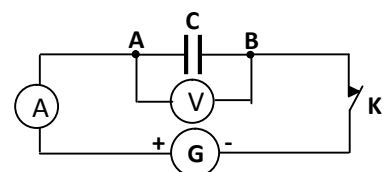
L'énergie électromagnétique d'un circuit effectuant des oscillations électriques non amorties est constante, alors que l'énergie électromagnétique totale d'un circuit effectuant des oscillations électriques amorties diminue progressivement du fait de l'effet joule.

Exercice 7.4

1) Représentation du dispositif pendant la charge

2) Le voltmètre sert à mesurer la ddp aux bornes du condensateur.

3) La fin de la charge se reconnaît à l'aide de l'ampèremètre dont l'aiguille occupe la division zéro, preuve qu'aucun courant ne passe plus dans le circuit.



4) Quantité d'électricité portée par l'armature reliée au pôle négatif.

$$q = -CU ; \underline{\text{A.N.}} : q = -1,2 \cdot 10^{-6} \times 12 ; \quad q = -1,44 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

5) énergie électrique emmagasinée dans le condensateur

$$E = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} |q| U ; \underline{\text{A.N.}} : E = \frac{1}{2} \times 1,44 \cdot 10^{-5} \times 12 . \quad E = 8,64 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Exercice 7.5

1) Calculons l'impédance de la bobine

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} ; \underline{\text{A.N.}} : Z = \sqrt{5^2 + (30 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)^2} ; \quad Z = 10,7 \, \Omega$$

2) Déterminons U

La valeur donnée par l'ampèremètre est l'intensité efficace I du courant.

$$U = ZI ; \underline{\text{A.N.}} : U = 10,7 \times 50 \cdot 10^{-3} ; \quad U = 0,53 \text{ V}$$

Exercice 7.6

Déterminons la résistance R et l'inductance L de la bobine

$$1^{\text{er}} \text{ cas} : U = RI_1 \Rightarrow R = \frac{U}{I_1} ; \underline{\text{A.N.}} : R = \frac{40}{4} ; \quad R = 10 \, \Omega$$

2^{ème} cas : Soit U_0 la tension efficace, $U_0 = 60 \text{ V}$

$$U_0 = ZI_2 \Rightarrow Z = \frac{U_0}{I_2} \quad (1) \quad \text{Or } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + L^2\omega^2 \quad (2)$$

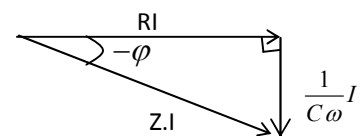
$$(1) \text{ dans } (2) : R^2 + L^2\omega^2 = \frac{U_0^2}{I_2^2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U_0^2}{I_2^2} - R^2} ; \underline{\text{A.N.}} : L = \frac{1}{100 \times 3,14} \times \sqrt{\frac{60^2}{3^2} - 10^2} ; \quad L = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

Exercice 7.7

1) Calculons l'impédance Z du circuit

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} ; \text{ avec } \omega = 2\pi N ; \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : Z = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{2 \times 3,14 \times 50 \times 6 \cdot 10^{-6}}\right)^2} ; \quad Z = 531 \, \Omega$$

2) Expression de $i(t)$

$$\cos\varphi = \frac{RI}{ZI} \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{531} = 0,019 \Rightarrow \varphi = 88,9^\circ = 1,55 \text{ rad};$$

$$\text{Ainsi } i(t) = I_0 \sqrt{2} \sin(100\pi t + \varphi) ; \text{ Avec } U_0 = ZI_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{100}{531} ; \quad I_0 = 0,2 \text{ A}$$

$$\text{Conclusion} : i(t) = 0,2\sqrt{2} \sin(100\pi t - 1,55) \text{ avec } \varphi = 88,9^\circ = 1,55 \text{ rad}$$

Exercice 7.8

Valeurs de r et L

Mettons en équation les données du problème

$$U_1 = RI \quad (1) ; \quad U_2 = Z_2 I \quad (2) ; \quad U = ZI \quad (3)$$

$$\text{D'après la relation (1), } I = \frac{U_1}{R} ; \quad \underline{\text{A.N.}} : I = \frac{8}{7} ; \quad I = 1,14 \text{ A}$$

$$\text{D'après la relation (2), } Z_2 = \frac{U_2}{I} ; \quad \underline{\text{A.N.}} : Z_2 = \frac{19,2}{1,14} ; \quad Z_2 = 17,2 \, \Omega$$

$$\text{D'après la relation (3), } Z = \frac{U}{I} ; \quad \underline{\text{A.N.}} : Z = \frac{24}{1,14} ; \quad Z = 21,05 \, \Omega$$

Or $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega)^2}$ et $Z_2 = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ avec $\omega = 2\pi N = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$

Donc $Z^2 = (R+r)^2 + L^2\omega^2$ (4) $Z_2^2 = r^2 + L^2\omega^2$ (5)

(4) - (5) : $Z^2 - Z_2^2 = (R+r)^2 - r^2 \Rightarrow Z^2 - Z_2^2 = (R+r-r)(R+r+r) = R(R+2r)$

Nous en déduisons : $r = \frac{Z^2 - Z_2^2 - R^2}{2R}$; **A.N** : $r = \frac{21,05^2 - 17,2^2 - 7^2}{2 \times 7}$; **r = 7 Ω** .

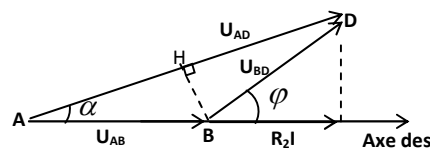
D'après (5) ; $Z_2^2 = r^2 + L^2\omega^2 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_2^2 - r^2}$; **A.N** : $L = \frac{1}{100 \times 3,14} \sqrt{17,2^2 - 7^2}$; **L = 5.10⁻² H**

Exercice 7.9

1) Trouvons la relation entre R_1 et R_2 à l'aide de la construction de Fresnel.

D'après la construction de Fresnel, $\cos \varphi = \frac{R_2 I}{U_{BD}}$;

Or $U_{BD} = U_{AB} = R_1 I \Rightarrow \cos \varphi = \frac{R_2 I}{R_1 I} = \frac{R_2}{R_1}$



Nous en déduisons : $R_2 = R_1 \cos \varphi$ avec $\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$; $\cos \varphi = \frac{1}{2}$; Donc $R_2 = \frac{1}{2} R_1$

2) Relation entre U_{AD} et U_{AB}

U_{AB} et U_{BD} étant égaux, U_{AD} est la diagonale d'un losange ($ABDB'$) où B' est le symétrique de B par rapport au segment AD .

Par conséquent $U_{AD} = 2AH$ avec $\cos \varphi = \frac{AH}{U_{AB}} \Rightarrow AH = U_{AB} \cos \alpha$;

$U_{AD} = 2U_{AB} \cos \alpha$; avec $(\angle ABD) + 2\alpha = \pi$

Or $(\angle ABD) + \varphi = \pi \Rightarrow (\angle ABD) = \pi - \varphi$; donc $\pi - \varphi + 2\alpha = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

Nous obtenons finalement : $U_{AD} = 2U_{AB} \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow U_{AD} = U_{AB} \sqrt{3}$

3) Déduisons de cette relation, les valeurs de R_1 , R_2 et U_{AB}

$R_2 = \frac{1}{2} R_1$ et $U_{AD} = U_{AB} \sqrt{3}$

De la 2^{ème} relation, nous avons : $U_{AB} = U_{AD} \frac{\sqrt{3}}{3}$; **A.N** : $U_{AB} = 173,2 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$; **$U_{AB} = 100 \text{ V}$**

Or $U_{AB} = R_1 I \Rightarrow R_1 = \frac{U_{AB}}{I}$; **A.N** : $R_1 = \frac{100}{1,25}$; **$R_1 = 80 \Omega$**

D'autre part, $R_2 = \frac{1}{2} R_1$; **A.N** : **$R_2 = 40 \Omega$**

Exercice 7.10

1) Représentation de Fresnel du circuit

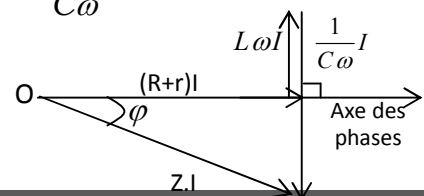
Calculons d'abord la différence $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ pour savoir si le circuit est capacitif ou inductif.

$\omega = 2\pi N \Rightarrow \omega = 2\pi \times 100$; $\omega = 200\pi \text{ rad.s}^{-1}$

A.N : $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 45.10^{-3} \times 200 \times 3,14 - \frac{1}{10.10^{-6} \times 200 \times 3,14}$; $L\omega - \frac{1}{C\omega} = -131 \Omega$

$L\omega - \frac{1}{C\omega}$ étant négatif, le vecteur $L\omega I$ est moins long

que le vecteur $\frac{1}{C\omega} I$; le circuit est donc capacitif.



2) Calculons l'impédance du circuit

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} ; \text{A.N.} : Z = \sqrt{(50+10)^2 + (-131)^2} ; Z = 144,1 \, \Omega$$

3) Calculons l'intensité efficace I du courant

$$U = ZI \Rightarrow I = \frac{U}{Z} ; \text{A.N.} : I = \frac{6}{144,1} ; I = 4,2 \cdot 10^{-2} \, A$$

4) Tension efficace aux bornes de chaque composant

Le conducteur ohmique : $U_1 = RI$; **A.N.** : $U_1 = 50 \times 4,2 \cdot 10^{-2}$; $U_1 = 2,1 \, V$

La bobine : $U_2 = Z_b I = I \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$; **A.N.** : $U_2 = 4,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{10^2 + (45 \cdot 10^{-3} \times 200 \times 3,14)^2}$; $U_2 = 1,26 \, V$

Le condensateur : $U_3 = Z_c I = \frac{I}{C\omega}$; **A.N.** : $U_3 = \frac{4,2 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-6} \times 200 \times 3,14}$; $U_3 = 6,7 \, V$.

5) Calculons la différence de phase φ de la tension par rapport à l'intensité

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} ; \text{A.N.} : \tan \varphi = \frac{-131}{50+10} ; \tan \varphi = -2,18 ; \text{donc } \varphi = -65,4^\circ$$

Exercice 7.11

$$1.1) Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad 1.2) \tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega} \right).$$

2) Valeur de ω pour laquelle i et U_{AB} sont en phase

i et U_{AB} sont en phase si $\varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = 0 \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow LC\omega^2 - 1 = 0$

Nous en déduisons $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; **A.N.** : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,5 \times 2 \cdot 10^{-6}}}$; $\omega_0 = 1000 \, rad.s^{-1}$

3) Calculons l'intensité efficace I_0 lorsque $\omega = \omega_0$

Nous savons que $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$;

Lorsque $\omega = \omega_0$, $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2} \Rightarrow Z = R$;

Or $U_0 = Z I_0 \Rightarrow U_0 = R I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R}$; **A.N.** : $I_0 = \frac{10}{200}$; $I_0 = 5 \cdot 10^{-2} \, A$

Exercice 7.12**1) Pulsation à la résonance**

A la résonance, $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; **A.N.** : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,5 \times 2 \cdot 10^{-6}}}$; $\omega_0 = 1000 \, rad.s^{-1}$

2) Facteur de qualité Q : $Q = \frac{L\omega_0}{R}$; **A.N.** : $Q = \frac{0,5 \times 1000}{5}$; $Q = 100$

3) La résonance est aiguë car Q est supérieur à 10.

4) Largeur de la bande passante

1^{ère} méthode : $\Delta\omega = \frac{R}{L}$; **A.N.** : $\Delta\omega = \frac{5}{0,5}$; $\Delta\omega = 10 \, rad.s^{-1}$

2^{ème} méthode : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$; **A.N.** : $\Delta\omega = \frac{1000}{10}$; $\Delta\omega = 10 \, rad.s^{-1}$.

Exercice 7.13

1) $Y_1(t)$ représente la tension $u(t)$ aux bornes du circuit (RLC) entier.

$Y_2(t)$ représente la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur C .

2.1) Calculons la période T et le décalage horaire θ

D'après l'oscillogramme, $Y_1(t)$ et $Y_2(t)$ ont une même période T_1 correspondant à 4 divisions.

D'après l'énoncé, le balayage horizontal est réglé à 2,5 ms/division donc ;

$$T_1 = 4 \times 2,5 \cdot 10^{-3} ; T_1 = 10^{-2} \text{ s.}$$

D'autre part, deux crêtes voisines de Y_1 et Y_2 sont distantes d'une division. Ainsi donc, le décalage horaire $\theta = 1 \times 2,5 \cdot 10^{-3}$; $\theta = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

2.2) Déphasage φ entre $U_c(t)$ et $U(t)$

$$\varphi = \omega_1 \theta = \frac{2\pi\theta}{T_1} ; \text{ A.N. : } \varphi = \frac{2\pi \times 2,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} ; \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

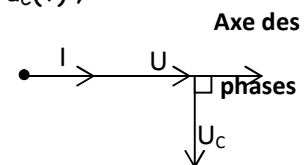
Conclusion : Etant donné que Y_1 achève son ascension chaque fois avant Y_2 pour deux crêtes voisines, nous pouvons dire que Y_1 est en quadrature avance sur Y_2 . Donc la tension $U(t)$ est en avance sur la tension $U_c(t)$.

2.3) Déphasage entre $u(t)$ et $i(t)$ à l'aide de la construction de Fresnel

Nous devons savoir que u_c est toujours en quadrature retard sur l'intensité $i(t)$. Nous avons établi à la question (2.2) que $u(t)$ est en avance de $\frac{\pi}{2}$ rad par rapport à $u_c(t)$;

par conséquent $U(t)$ et $i(t)$ sont en phase.

Conclusion : le déphasage entre $U(t)$ et $i(t)$ est nul.

**2.4) Relation entre L , C , et f_1**

$u(t)$ et $i(t)$ étant en phase, nous pouvons dire que le circuit est en résonance.

A la résonance, $LC\omega^2 = 1$.

$$\text{Or } \omega = 2\pi f_1 \Rightarrow LC \cdot (2\pi f_1^2) = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

3) Facteur de surtension Q : nous avons $Q = \frac{U_c}{U_m}$

– Sur la voie Y_1 représentant $u(t)$, U_m correspond à 1 division.

Sachant que le gain sur la voie Y_1 vaut 3V/division, $U_m = 1 \times 3$; $U_m = 3\text{V}$.

– Sur la voie Y_2 représentant $u_c(t)$, u_c correspond à 3,5 divisions.

Le gain sur la voie Y_2 étant de 7,5V/division, $U_c = 3,5 \times 7,5$; $U_c = 26,25\text{V}$.

$$\text{De tout ce qui précède, nous obtenons } Q = \frac{26,25}{3} ; Q = 8,75$$

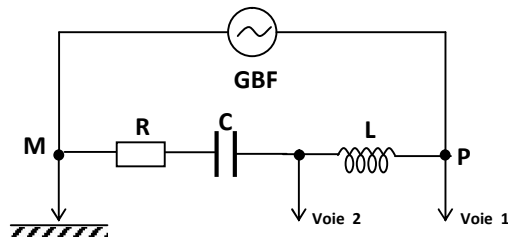
4) Calculons les caractéristiques R et L de la bobine.

A la question (2.4) nous avons établi : $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$; Or $f_1 = \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \left(\frac{1}{T_1}\right)^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$.

$$\text{Nous en déduisons } L = \frac{T_1^2}{4\pi^2 C} ; \text{ A.N. : } L = \frac{(10^{-2})^2}{4 \times 3,14^2 \times 0,5 \cdot 10^{-6}} ; L = 5,07 \text{ H}$$

D'après l'énoncé, $Q = 8,75$.

$$\text{Avec } Q = \frac{L\omega_1}{R} \Rightarrow R = \frac{L\omega_1}{Q} \Rightarrow R = \frac{2\pi L}{Q T_1} ; \text{ A.N. : } R = \frac{2 \times 3,14 \times 5,07}{8,75 \times 10^{-2}} ; R = 364 \Omega$$

Exercice 7.14**1.1) Schéma du dispositif expérimental****1.2) a) Tension maximale U_{1m}**

U_{1m} correspond à 4 divisions ;

La sensibilité verticale étant 1 division pour 1 Volt, $U_{1m} = 4 \times 1$; $U_{1m} = 4V$.

Valeur efficace $U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}$; **A.N** : $U_1 = \frac{4}{\sqrt{2}}$; $U_1 = 2,83V$.

b) Intensité efficace du courant dans le circuit (RLC)

$$I = \frac{I_{m2}}{\sqrt{2}} \text{ avec } I_{m2} = \frac{U_{2m}}{R} \Rightarrow I = \frac{U_{2m}}{R\sqrt{2}};$$

U_{2m} correspond à 3 divisions, donc $U_{2m} = 3V$; **A.N** : $Z = \frac{2,83}{240\sqrt{2}}$; $I = 8,8 \cdot 10^{-3}A$

1.3) Calcul de l'impédance Z

Etant donné que le circuit entier est traversé par un courant d'intensité efficace I

$$U_1 = ZI \Rightarrow Z = \frac{U_1}{I}; \text{ **A.N** : } Z = \frac{2,83}{8,8 \cdot 10^{-3}}; Z = 3,21 \cdot 10^{-3} \Omega$$

1.4) a) Déphasage $\Delta\varphi$

$\Delta\varphi = \omega\theta$ où θ est le décalage horaire et correspond à 1 division ; alors que la période T

correspond à 6 divisions. $\Delta\varphi = \omega\theta = \frac{2\pi}{T} \cdot \theta$ avec $\theta = \frac{T}{6}$; **Ainsi**, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{6\theta} \cdot \theta \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} rad$

b) Expressions de u_1 et i

$$i(t) = I_m \sin(\omega t) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \omega = \frac{100\pi}{3} rad.$$

$$i(t) = \frac{3}{240} \sin\left(\frac{100\pi}{3}t\right) = 1,25 \sin(333,3t)$$

2.1) le phénomène ainsi simulé s'appelle résonance

2.2) a) Inductance L de la bobine

$$LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow 4\pi^2 LCf_0^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 Cf_0^2}; \text{ **A.N** : } L = \frac{1}{4\pi^2 \times 20 \cdot 10^{-9} \times 1250^2}; L = 0,81H$$

b) facteur de qualité

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \text{ avec } \omega_0 = 2\pi f_0 \text{ et } \Delta\omega = \frac{R}{L}; \text{ il en vient } Q = 2\pi f_0 \cdot \frac{L}{R};$$

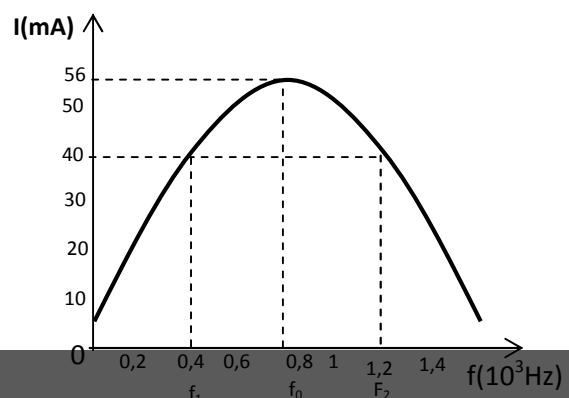
$$\text{**A.N** : } Q = 2 \times 3,14 \times 1250 \times \frac{0,81}{240}; Q = 26,5$$

Exercice 7.15

1) Cette courbe met en évidence le phénomène de résonance

2) Fréquence de résonance

La fréquence à la résonance est la fréquence correspondant à la plus grande intensité. Par identification, $f_0 = 0,8 \cdot 10^3 Hz = 800 Hz$;



3) Valeurs limites f_1 et f_2 de la bande passante

La bande passante est le domaine de la courbe contenant tous les points dont l'ordonnée (l'intensité) est supérieure ou égale à $\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$;

$$\text{or } I_{\max} = 56 \text{ mA} \Rightarrow \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 40 \text{ mA}.$$

Graphiquement, nous obtenons : $f_1 = 0,4 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 400 \text{ Hz}$; $f_2 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 1200 \text{ Hz}$.

3.2) $\Delta f = f_2 - f_1$; **A.N** : $\Delta f = 1200 - 400$; $\Delta f = 800 \text{ Hz}$.

A la résonance, $U_0 = Z I_0 \Rightarrow Z = \frac{U_0}{I_0}$; **A.N** : $Z = \frac{8}{56 \cdot 10^{-3}}$; $Z = 142,8 \Omega$.

3.3) Dédisons-en la résistance r

A la résonance, $Z = R + r \Rightarrow r = Z - R$; **A.N** : $r = 142,8 - 10$; $r = 132,8 \Omega$

3.4) Facteur de qualité du circuit : $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$; **A.N** : $Q = \frac{800}{800}$; $Q = 1$.

3.5) La résonance est floue car $Q \leq 1$.

Exercice 7.16

1) Valeurs de L_1 et Z_1

$$\tan \varphi = \frac{L\omega}{R + R_1} ; \text{ avec } \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} ; \text{ nous en déduisons } L = \frac{(R + R_1) \tan \varphi}{\omega}$$

A.N : $L = \frac{(75 + 25) \tan \frac{\pi}{3}}{314}$; $L = 0,55 \text{ H}$

$$Z_1 = \sqrt{(R + R_1)^2 + (L\omega)^2} ; \text{ **A.N** : } Z_1 = \sqrt{(75 + 25)^2 + (0,55 \times 314)^2} ; Z_1 = 200 \Omega$$

2.1) Valeur de C qui vérifie $Z = Z_1 + Z_2$

Pour que Z soit égale à $Z_1 + Z_2$, les vecteurs $Z_1 I$ et $Z_2 I$ doivent être colinéaires donc possèdent la même phase φ

$$\text{Ainsi } \tan \varphi = \frac{L_1 \omega}{R + R_1} = \frac{L_2 \omega - \frac{1}{C\omega}}{R_2} ;$$

$$\text{Or } R + R_1 = R_2 \Rightarrow L_1 \omega = L_2 \omega - \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{(L_2 - L_1) \omega^2}$$

A.N : $C = \frac{1}{(0,9 - 0,55) \times 314^2}$; $C = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ F}$

2.2) Expression de l'intensité instantanée

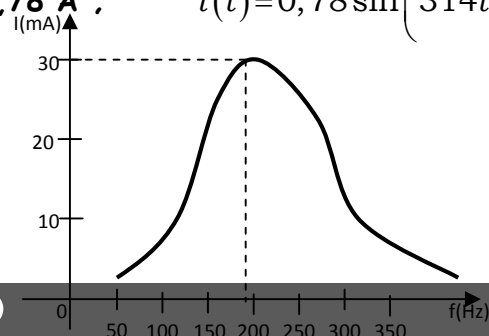
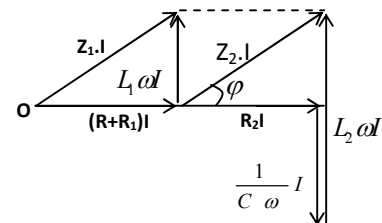
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) ; \text{ avec } \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} ; U_m = Z I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} \text{ avec } Z = Z_1 + Z_2 = 2 Z_1$$

$$\text{Donc } I_m = \frac{U_m}{2 Z_1} ; \text{ **A.N** : } I_m = \frac{220\sqrt{2}}{2 \times 200} ; I_m = 0,78 \text{ A} ; i(t) = 0,78 \sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Exercice 7.17

1) Traçons la courbe

2) $f_0 = 180 \text{ Hz}$ et $I_0 = 30 \text{ mA}$.



3) Inductance de la bobine à la résonance

$$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow 4\pi^2 LCf_0^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 C f_0^2}; \quad \underline{\text{A.N.}} : L = 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

4.1) Durée Δt correspondant à une division du balayage de l'oscillographe

La période T correspond à 6 divisions ; $\Delta t = \frac{1}{6} T = \frac{1}{6 f_0}$; A.N. : $\Delta t = \frac{1}{6 \times 180}$; $\Delta t = 9,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

4.2) Calculons R

La voie A nous délivre la d.d.p aux bornes de R , donc $U_m = R I_0 \Rightarrow R = \frac{U_m}{I_0}$.

Or l'amplitude U_m correspond à 1,5 division ; donc $U_m = 1,5 \times 1$; $U_m = 1,5 \text{ V}$.

A.N. : $R = \frac{1,5}{30 \cdot 10^{-3}}$; $R = 50 \Omega$

4.3) Valeur de la résistance r de la bobine

Sur la voie A, l'amplitude U'_m correspond à 2,5 divisions, donc $U'_m = 2,5 \text{ V}$

$U'_m = Z I_0 \Rightarrow Z = \frac{U'_m}{I_0}$; A.N. : $Z = \frac{2,5}{30 \cdot 10^{-3}}$; $Z = 83,3 \Omega$

Nous devons savoir qu'à la résonance, l'impédance d'un circuit (RLC) est égale à sa résistance totale. Donc $Z = R + r \Rightarrow r = Z - R$; A.N. : $r = 83,3 - 50$; $r = 33,3 \Omega$

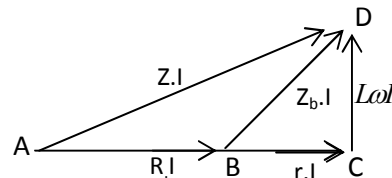
Exercice 7.18

1) Y_1 permet de visualiser la tension instantanée $u_{AB}(t)$ aux bornes du résistor R .

Y_2 permet de visualiser la tension instantanée $u_{AD}(t)$ aux bornes du circuit (RL)

2) L'ampèremètre délivre l'intensité efficace du courant dans le circuit.

Le voltmètre délivre la tension efficace aux bornes du générateur basse fréquence, égale à la tension aux bornes du circuit (RLC).

3) Construction de Fresnel

4) $(Z_b I)^2 = (L\omega I)^2 + (rI)^2 \Rightarrow Z_b^2 = L^2 \omega^2 + r^2$

$\Rightarrow Z_b = \sqrt{(L\omega)^2 + r^2}$; avec $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$

A.N. : $Z_b = \sqrt{(0,06 \times 100)^2 + 4^2}$; $Z_b = 7,2 \Omega$

$Z = \sqrt{(L\omega)^2 + (R + r)^2}$; A.N. : $Z = \sqrt{(0,06 \times 100)^2 + (4 + 4)^2}$; $Z = 10 \Omega$

$\tan \varphi = \frac{L\omega_0}{R + r}$; A.N. : $\tan \varphi = \frac{0,06 \times 100}{4 + 4} = 0,75$; $\varphi = 36,9^\circ$.

5) Intensité efficace I du courant électrique

$U = Z I \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$; A.N. : $I = \frac{14}{10}$; $I = 1,4 \text{ A}$

6) Calcul de I_0 à la résonance d'intensité

A la résonance d'intensité, $Z = R + r$; donc $U = Z I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R + r}$;

A.N : $I_0 = \frac{14}{4+4}$; **I₀ = 1,75 A**

Exercice 7.19

1.1) Le phénomène mis en évidence s'appelle résonance.

1.2) $LC_0\omega_0^2 - 1 = 0 \Rightarrow LC_0(2\pi f_0)^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4\pi^2 f^2 LC_0 = 1$

1.3) $C_0 = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$; **A.N :** $C_0 = \frac{1}{4 \times 3,14^2 \times 50^2 \times 0,6}$; **C = 1,69.10⁻⁵ F**

2.1) Schéma du montage utilisé

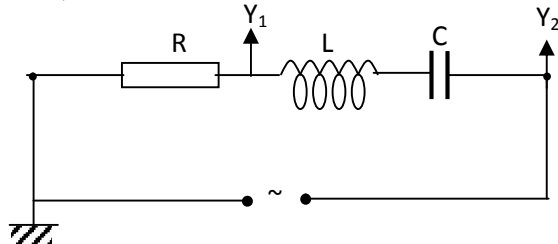
2.2.1) Intensité efficace du courant I.

D'après la courbe de l'oscillogramme,

RI_m correspond à 2 divisions.

Or la sensibilité maximale vaut 2V.div⁻¹.

Donc $RI_m = 2 \times 2V \Rightarrow RI\sqrt{2} = 4 \Rightarrow I = \frac{4}{R\sqrt{2}}$; **A.N :** $I = \frac{4}{90\sqrt{2}}$; **I = 3,14.10⁻² A**



2.2.2) Tension efficace U délivrée par le générateur : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$;

Or U_m correspond à 3 divisions ; donc $U_m = 2 \times 3 = 6V$; **A.N :** $U = \frac{6}{\sqrt{2}}$; **U = 4,24 V.**

2.2.3) Impédance Z du dipôle (RLC)

$U = ZI \Rightarrow Z = \frac{U}{I}$; **A.N :** $Z = \frac{4,24}{3,14 \cdot 10^{-2}}$; **Z = 135 Ω.**

2.3) L'intensité est en avance sur la tension.

2.4) Déterminons le balayage horizontal b

La période T correspond d'après les courbes à 6 divisions.

Donc $T = 6b = \frac{1}{f} \Rightarrow b = \frac{1}{6f}$; **A.N :** $b = \frac{1}{6 \times 50}$; **b = 3,33.10⁻³ s.div⁻¹**

2.5) Décalage horaire θ et déphasage φ

θ correspond à une demi-division ; donc $\theta = \frac{1}{2}b$; **A.N :** $\theta = \frac{1}{2} \times 3,33 \cdot 10^{-3}$; **θ = 1,67.10⁻³ s.**

$\varphi = \omega\theta = 2\pi f\theta$; avec $\theta = \frac{1}{12}T \Rightarrow \varphi = 2\pi f \times \frac{1}{12}T = 2\pi \frac{1}{T} \times \frac{T}{12}$; donc $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$

Exercice 7.20

1) Calculons R et L

D'après la 1^{ère} expérience, $U_1 = RI_1 \Rightarrow R = \frac{U_1}{I_1}$; **A.N :** $R = \frac{12}{0,24}$; **R = 50Ω.**

D'après la 2^{ème} expérience, $U_2 = Z_L I_2 \Rightarrow Z_L = \frac{U_2}{I_2}$; **A.N :** $Z_L = \frac{12}{0,2}$; **Z_L = 60Ω.**

Or $Z_L = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \Rightarrow Z_L^2 = R^2 + L^2\omega^2 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_L^2 - R^2}$;

A.N : $L = \frac{1}{100 \times 3,14} \sqrt{60^2 - 50^2}$; **L = 0,1056 H.**

2.1) Calcul de la capacité C du condensateur

A.N : $Z = 764\Omega$; Or $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Rightarrow \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right| = \sqrt{Z^2 - R^2}$;

Le circuit étant capacitif, u est en retard sur i.

$$L\omega < \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right| = \frac{1}{C\omega} - L\omega = \sqrt{Z^2 - R^2} \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2 - R^2} + L\omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \left(\sqrt{Z^2 - R^2} + L\omega \right)}$$
 sachant que

nt que $Z = \frac{U}{I}$, nous avons $C = \frac{1}{\omega \left(\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2} + L\omega \right)}$;

A.N : $C = \frac{1}{100 \times 3,14 \left(\sqrt{\left(\frac{12}{15,7 \cdot 10^{-3}}\right)^2 - 50^2} + 0,1056 \times 100 \times 3,14 \right)}$; **C = 4.10⁻⁶F.**

2.2) Expression de la puissance moyenne :

$$P = UI \cos \varphi ; \text{ Or } \cos \varphi = \frac{R}{Z} \text{ et } I = \frac{U}{Z} \Rightarrow P = U \frac{U}{Z} \frac{R}{Z} \Rightarrow P = R \frac{U^2}{Z^2}.$$

2.3) Montrons que la puissance P est maximale à la résonance

A la résonance, l'impédance Z est minimale et égale à R.

Or $P = R \frac{U^2}{Z^2}$ avec $Z = R$, donc P est maximale.

Calcul de f_0 : $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow 4\pi^2 LCf_0^2 = 1 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$;

A.N : $f_0 = \frac{1}{2 \times 3,14 \sqrt{0,1056 \times 4 \cdot 10^{-6}}}$; **f₀ = 245Hz.**

Calcul de I₀ : $I_0 = \frac{U}{R}$; **A.N :** $I_0 = \frac{12}{50}$; **I₀ = 0,24 A.**

Calcul de P₀ : $P_0 = \frac{U^2}{R}$; **A.N :** $P_0 = \frac{12^2}{50}$; **P₀ = 2,88W.**

2.4) Valeurs de f₁ et f₂ pour lesquelles $P = \frac{P_0}{2}$

$$P = \frac{P_0}{2} \Rightarrow R \frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{2R} \Rightarrow Z^2 = 2R^2 \Rightarrow R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = 2R^2 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = R^2 ;$$

Nous en déduisons : $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R \Rightarrow LC\omega^2 - 1 = RC\omega \Rightarrow LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0$; **(1)**

Ou $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = -R \Rightarrow LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0$; **(2)**

Les 2 équations ont pour discriminant : $\Delta = (RC)^2 + 4LC = C(R^2C + 4L)$;

A.N : $\Delta = 4,8 \cdot 10^{-6} (50^2 \times 4,8 \cdot 10^{-6} + 4 \times 0,1056)$; **Δ = 2,08.10⁻⁶ ;**

Pour la 1^{ère} équation :

$$\omega_1 = \frac{RC + \sqrt{\Delta}}{2LC} \Rightarrow f_1 = \frac{RC + \sqrt{\Delta}}{4\pi LC} ; \text{ **A.N :** } f_1 = \frac{50 \times 4,8 \cdot 10^{-6} + \sqrt{2,08 \cdot 10^{-6}}}{4 \times 3,14 \times 0,1056 \times 4,8 \cdot 10^{-6}} ; \text{ **f}_1 = 264,5\text{Hz} ;**$$

Pour la 2^{ème} équation :

$$\omega_2 = \frac{-RC + \sqrt{\Delta}}{2LC} \Rightarrow f_2 = \frac{-RC + \sqrt{\Delta}}{4\pi LC}; \text{ A.N : } f_2 = \frac{-50 \times 4,8 \cdot 10^{-6} + \sqrt{2,08 \cdot 10^{-6}}}{4 \times 3,14 \times 0,1056 \times 4,8 \cdot 10^{-6}}; f_2 = 189 \text{ Hz}$$

Montrons que $f_2 - f_1$ est égale à la bande passante :

$$f_2 - f_1 = \frac{RC + \sqrt{\Delta}}{4\pi LC} - \frac{-RC + \sqrt{\Delta}}{4\pi LC} = \frac{RC + \sqrt{\Delta} + RC - \sqrt{\Delta}}{4\pi LC} \Rightarrow f_2 - f_1 = \frac{2RC}{4\pi LC} \Rightarrow f_2 - f_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$$

Nous retrouvons bien l'expression de la bande passante.

Exercice 7.21

1) Résistance de la bobine

Loi des mailles pour le circuit : $U - (U_B + U_R) = 0 \Rightarrow U_B = U - U_R = R_B I \Rightarrow R_B = \frac{U - U_R}{I}$

$U_B = R_B I \Rightarrow I = \frac{U_B}{R_B}$; Substituons I dans R_B ; $R_B = \frac{R(U - U_R)}{U_R}$; **A.N** : $R_B = 30 \Omega$.

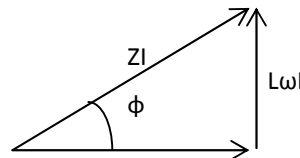
2.a) Valeur efficace de la tension aux bornes de la résistance :

$U'_B = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$; **A.N** : $U'_B = \frac{1,4}{\sqrt{2}}$; $U'_B = 1 \text{ V}$.

2.b) Intensité efficace du courant : $U'_R = R I' \Rightarrow I' = \frac{U'_R}{R}$; **A.N** : $I' = \frac{1}{20}$; $I = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$.

2.c) Impédance totale Z du circuit : $U = Z I' \Rightarrow Z = \frac{U}{I'}$; **A.N** : $Z = \frac{6}{0,05}$; $Z = 120 \Omega$.

2.d) Construction de Fresnel



2.e) Impédance L de la bobine

$Z = \sqrt{(R + R_B)^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow L = \frac{\sqrt{Z^2 - (R + R_B)^2}}{(2\pi f)^2}$; **A.N** : $L = \frac{\sqrt{120^2 - (20 + 30)^2}}{(2 \times 3,14 \times 50)^2}$; $L = 0,35 \text{ H}$.

Exercice 7.22

1) Impédance du dipôle AB : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$;

2) Calcul de l'impédance Z : $U = Z I \Rightarrow Z = \frac{U}{I}$; **A.N** : $Z = \frac{96}{0,7}$; $Z = 137,1 \Omega$.

3) Calculons la capacité du condensateur

$U_C = Z_C \cdot I$; Or $Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \Rightarrow U_C = \frac{I}{2\pi f \cdot C} \Rightarrow C = \frac{I}{2\pi f \cdot U_C}$;

A.N : $C = \frac{0,7}{2 \times 3,14 \times 50 \times 70}$; $C = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$.

4.a) Résistance totale R_T du dipôle AB : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow R_T = \sqrt{Z^2 - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$;

A.N : $R_T = \sqrt{137,1^2 - \left(0,1 \times 100 \times 3,14 - \frac{1}{32 \cdot 10^{-6} \times 100 \times 3,14}\right)^2}$; $R_T = 119 \Omega$.

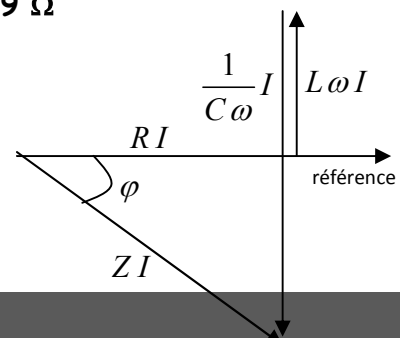
4.b) Dédisons-en la résistance R_B de la bobine

$R_T = R + R_B \Rightarrow R_B = R_T - R$; **A.N** : $R_B = 119 - 100$; $R_B = 19 \Omega$

5) Construction de Fresnel et déphasage φ

$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_T} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{LC\omega^2 - 1}{R_T C \omega}$;

A.N : $\tan \varphi = \frac{0,1 \times 32 \times 10^{-6} \times 314^2 - 1}{119 \times 32 \times 10^{-6} \times 314}$; $\tan \varphi = -0,57 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$.



6) Expressions numériques des valeurs instantanées de i et u

$$i = I\sqrt{2} \sin \omega t ; \text{ A.N : } i = 0,7\sqrt{2} \sin(100\pi t)$$

$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) ; \text{ A.N: } u = 96\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Chapitre 8 : LES ONDES MECANIQUES**A- L'ESSENTIEL DU COURS****I. Les signaux****I.1 Définitions**

Un signal ou ébranlement ou mouvement vibratoire est un mouvement périodique rapide pouvant se propager dans des milieux matériels élastiques.

Un milieu élastique est un milieu qui a la propriété de reprendre sa forme initiale après avoir subi une déformation ?

I.2 Types de signaux

D'une manière générale, il existe deux types de signaux : les signaux transversaux et les signaux longitudinaux.

Un signal est dit transversal lorsque la direction de déplacement de la matière est perpendiculaire à la direction de propagation du signal.

Un signal est dit longitudinal lorsque la direction de déplacement de la matière est identique à la direction de propagation du signal.

Quelques exemples de signaux : le son, la déformation d'une corde, les tuyaux sonores, etc.

I.3 Propagation d'un signal

La vitesse de propagation d'un signal dépend du milieu de propagation et de son état.

N.B : Si le milieu de propagation est homogène et isotrope, cette vitesse encore appelée célérité est constante dans toutes les directions.

Un milieu est dit isotrope s'il possède les mêmes propriétés dans toutes les directions.

Exemple : l'eau pure.

La célérité V d'un signal se calcule par la relation : $V = \frac{d}{t}$;

où d est la distance parcourue en mètres(m) ; t la durée mise par le signal pour parcourir cette distance en secondes(s) ; V en mètre par seconde($m.s^{-1}$).

II. Les ondes mécaniques progressives**II.1 Définition**

Une onde mécanique progressive est la propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière.

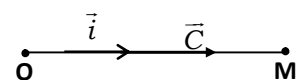
Exemple : la corde élastique déformée en un point est parcourue par une onde, en laissant tomber un caillou dans l'eau d'une rivière initialement au repos, l'on voit se propager des rides qui laissent l'eau en place après leur passage : c'est une onde progressive.

II.2 Equation de propagation d'une onde mécanique progressive

D'une manière générale, l'équation de propagation se déduit de celle de la source O .

Soit $y = a \cos \omega t$ l'équation du mouvement de la source O ;

Soit M un point du milieu de propagation tel que : $\overline{OM} = x$;



M reproduit le mouvement de la source O avec un retard $\theta = \frac{x}{C}$, avec θ en secondes(s), x en mètres(m), C : célérité de l'onde en $m.s^{-1}$. Ainsi $y_M = a \cos \omega(t - \theta) = a \cos(\omega t - \omega \theta)$.

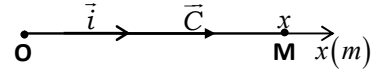
Soit T la période du mouvement, la pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{C}$;

Par définition, La distance parcourue par l'onde pendant un intervalle de temps égal à une période s'appelle : longueur d'onde et se note λ tel que $\lambda = C.T$ (en mètres) ;

Ainsi $y_M = a \cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$.

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$ avec $\vec{i}$ le vecteur unitaire sur la direction de propagation, on définit le vecteur d'onde $\vec{k}$ tel que :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{i} \Rightarrow y_M = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}).$$



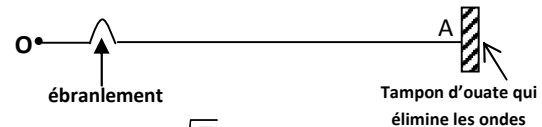
Remarque : L'équation de propagation d'un ébranlement présente une double périodicité :

- Une périodicité dans le temps et dont la période est T .
- Une périodicité dans l'espace et dont la période est λ .

II.3 Exemples de propagation

II.3.1 Propagation le long d'une corde (OA)

(OA) est la direction de propagation de l'onde. L'ébranlement est dit transversal car il est perpendiculaire à la direction de propagation.



Vitesse de propagation : on démontre que dans une corde, $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

C : Vitesse de propagation exprimée en mètre par seconde (m.s^{-1}) ;

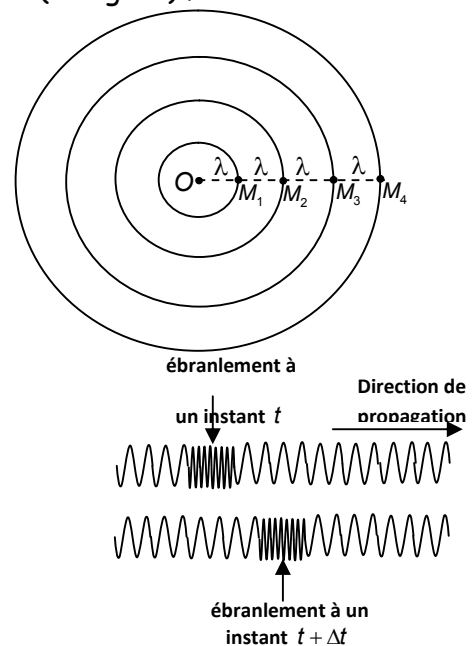
F : Tension de la corde exprimée en Newton (N) ;

μ : Masse de la corde par unité de longueur ou masse linéique (en kg.m^{-1}) ;

II.3.2 Propagation à la surface libre d'un liquide

Les ébranlements sont des rides circulaires concentriques dont les crêtes (sommets des rides) successives sont distantes de λ (longueur d'onde).

Sur la figure, $\lambda = OM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4$



II.3.3 Cas des ressorts et des tuyaux sonores

▪ Pour les ressorts :

L'ébranlement dans ce cas est une compression de plusieurs spires.

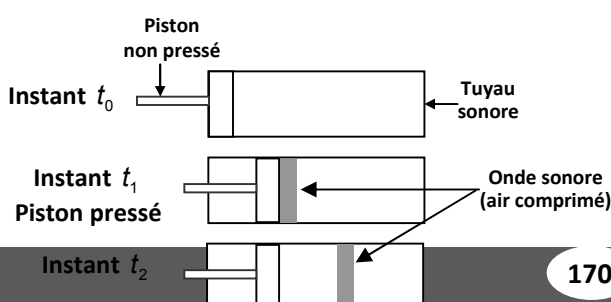
N.B : Les ébranlements (signaux) dans les ressorts sont parallèles à la direction de propagation : on dit que l'ébranlement est longitudinal.

▪ Pour les tuyaux sonores :

Les sons résultent de la mise en vibration d'une membrane. Chaque son a une fréquence.

La figure ci-dessous représente un tuyau sonore dans lequel se propage un son.

N.B : les instants t_0 , t_1 et t_2 sont tel que $t_0 < t_1 < t_2$

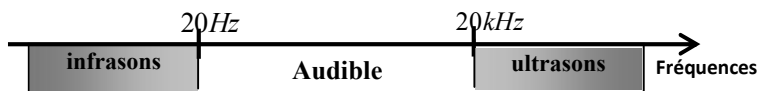


Bon à savoir :

Pour qu'un son soit perceptible par une oreille humaine, il faut que sa fréquence soit comprise entre 20Hz et 20000Hz : On dit alors que ce son est audible.

Les sons se propagent dans les solides, les liquides et les gaz.

La célérité du son est plus grande dans les solides que dans les liquides, plus grande dans les liquides que dans les gaz.



- Pour des gaz de même atomicité, pris à la même température, la célérité du son est inversement proportionnelle à la racine carrée de leur densité.

Ainsi, soient $C_1, C_2, \dots, C_n$ les célérités d'un son dans des milieux de densité $d_1, d_2, \dots, d_n$ respectivement, nous avons : $C_1\sqrt{d_1} = C_2\sqrt{d_2} = \dots = C_n\sqrt{d_n}$

- Dans un gaz donné, la célérité du son est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue. Ainsi soient $C_1, C_2, \dots, C_n$ les célérités d'un son dans un même milieu mais à des

températures $T_1, T_2, \dots, T_n$ respectivement, nous avons : $\frac{C_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{C_2}{\sqrt{T_2}} = \dots = \frac{C_n}{\sqrt{T_n}}$

III. Superposition d'ondes progressives de faible amplitude : interférences mécaniques

III.1 Définition

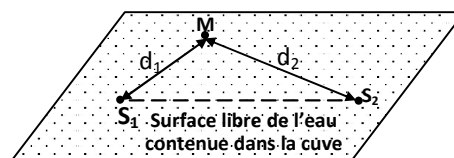
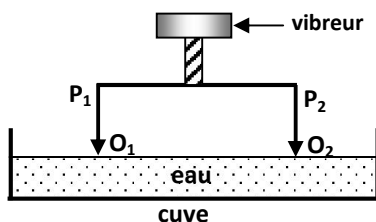
On appelle interférence mécanique, la superposition en un même point d'un milieu homogène de propagation, de deux vibrations(ondes) de même nature, de même direction, de même période, de faible amplitude, émises par deux sources synchrones et cohérentes. **N.B** : Deux sources sont dites cohérentes si la différence de phase entre les ondes qu'elles génèrent est constante.

III.2 Description et schématisation de l'expérience d'interférences mécaniques

Le dispositif généralement utilisé pour l'étude de ce phénomène est constitué :

- d'une cuve contenant un liquide (de l'eau) initialement au repos.
- D'une fourche (munie de deux pointes S_1 et S_2) actionnée par un vibreur qui effectue un mouvement périodique sinusoïdal.

Les pointes S_1 et S_2 sont alors des sources synchrones (ayant la même période), et cohérentes.

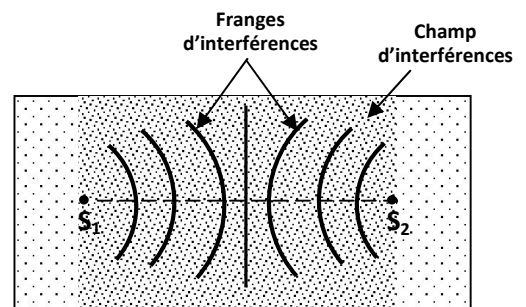


III.3 Observations, schématisation du champ d'interférences

Dès que le vibreur est mis en action, nous observons en éclairage normal au bout d'un certain temps la formation de rides fixes et de forme hyperbolique à la surface du liquide : ce sont des franges d'interférence. La région où apparaissent ces franges est appelée champ d'interférences.

Si nous éclairons la surface du liquide à l'aide d'un stroboscope, nous observons :

- des ondes circulaires entretenues partant des sources O_1 et O_2 et qui se superposent dans le milieu de propagation.
- certains points du champ d'interférences effectuent le même mouvement que les sources, pendant que d'autres restent immobiles.



Surface libre de l'eau contenue dans la cuve représentée en vue de dessus

Bon à savoir : ces franges d'interférences disparaissent si l'une des pointes bien que vibrant cesse de toucher le liquide.

III.4 Théorème de la superposition des ondes

Soient : C la célérité de l'onde à la surface de l'eau ;

M un point de la surface de l'eau tel que : $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$

Le théorème de la superposition des ondes stipule que :

Lorsque deux vibrations de faible amplitude, caractérisées par des élongations y_1 et y_2 se superposent en un point M du liquide, l'élongation de la vibration y résultante y en ce point est $y = y_1 + y_2$.

En supposant l'amortissement négligeable, le point M reproduit à l'instant t le mouvement qu'effectuait S_1 à l'instant $t - \frac{d_1}{C}$

$$\text{Ainsi } y_{M_1} = a \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{d_1}{C} \right) + \varphi_1 \right] \Rightarrow y_{M_1} = a \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \varphi_1 \right) ;$$

$$\text{De même, } y_{M_2} = a \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \varphi_2 \right) ;$$

D'après le théorème de la superposition : Si les deux sources sont en phase, c'est-à-dire $\varphi_1 - \varphi_2 = 0 + 2k\pi \text{ rad}$; alors $y_M = y_{M_1} + y_{M_2}$.

A l'aide de la construction de Fresnel, nous obtenons :

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right]$$

$$\text{N.B : si } \varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad y = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) \right]$$

$$\text{Posons } A = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \text{ et } \phi = -\frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) ; \text{ nous obtenons } y_M = A \cos \left(\frac{2\pi t}{T} + \phi \right)$$

avec $A = \text{cte}$ et $\phi = \phi(d_1, d_2)$.

Remarque : y_M est de la forme $y_M = f(x, t)$, équation caractéristique des ondes progressives.

▪ **Points vibrant à amplitude nulle :** $A = 0 \Rightarrow 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = 0$

$$\cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = 0 = \cos \left[(2K+1) \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = (2K+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = (2K+1) \frac{\lambda}{2}; \text{ avec } K \in \mathbb{Z}$$

Conclusion : Un point M vibre à amplitude nulle si et seulement si : $d_2 - d_1 = (2K+1) \frac{\lambda}{2}$

▪ **Points vibrant à amplitude maximale :** $A = \pm 2a \Rightarrow 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = \pm 2a$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = \cos K\pi \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = K\pi; \Rightarrow d_2 - d_1 = K\lambda ; K \in \mathbb{Z}$$

Conclusion : Un point M tel que $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$ vibre à amplitude maximale si et seulement si $d_2 - d_1 = K\lambda$, avec $K \in \mathbb{Z}$.

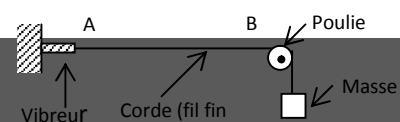
▪ **Points équiphasés (ayant des phases de mesures principales égales).**

On démontre que les points équiphasés vérifient : $d_1 + d_2 = 2k\lambda + \text{cte}$.

IV. Cas particulier : le phénomène d'ondes stationnaires

Le phénomène d'ondes stationnaires est un cas particulier de la superposition de deux ondes progressives de même période et de même amplitude se propageant en sens contraires.

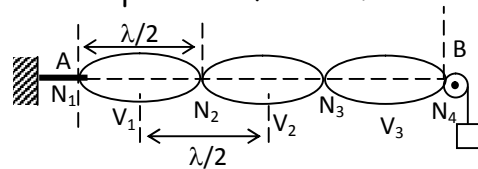
Une onde est dite stationnaire lorsque la phase initiale ne dépend pas de la célérité C de l'onde.



Le dispositif généralement utilisé pour l'étude des ondes stationnaires est la corde de Melde.

Une fois le phénomène d'interférence établi, la corde présente plusieurs fuseaux.

Cet aspect de fuseaux est dû à l'incapacité de l'œil à isoler l'aspect de la corde à un instant donné. La cause de cette incapacité est d'une part, la rapidité du mouvement, d'autre part la persistance des impressions rétiniennes.



L'interférence des ondes incidente et réfléchi en M se traduit par l'équation

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T}$, qui est de la forme $y_M = A(x) f(t)$, équation caractéristique des ondes stationnaires.

Points vibrant à amplitude nulle : Nœuds de vibration.

$$A(x) = 0 \Rightarrow 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = K\pi \quad (K \in \mathbb{Z}) ; \text{ Donc } x = k \frac{\lambda}{2}.$$

Points vibrant à amplitude maximale : ventres de vibration

$$A(x) = \pm 2a \Rightarrow 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 2a \Rightarrow \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2K + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2K + 1) \frac{\lambda}{4}.$$

Remarques

La distance séparant deux nœuds consécutifs ou deux ventres consécutifs vaut une demi-longueur d'onde. Donc : $N_K N_{K+1} = V_K V_{K+1} = \frac{\lambda}{2}$.

A la résonance, la longueur utile l de la corde à extrémités fixes est égale à un nombre entier de demi longueurs d'onde ; ainsi $l = n \frac{\lambda}{2}$.

Sachant que $\lambda = CT = \frac{C}{f}$ et que $C = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ Nous obtenons : $\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

Nous obtenons alors par substitution : $l = \frac{n}{2f} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ qui est la formule générale des cordes vibrantes à extrémités fixes.

Si l'extrémité de la corde est libre, alors la longueur utile de la corde est $l = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$.

Dans ce cas, l'extrémité libre est un ventre de vibration.

Quelques applications du phénomène d'ondes stationnaires sont :

- Les instruments de musique à corde tels que : les guitares, le violon, le mvet, etc.
- Les instruments de musique à vent tels que : la flûte, la trompette, l'orgue, l'harmonica, la clarinette, etc.
- Les instruments de musique à percussion, notamment les tambours, les tam-tam, les cymbales, les balafons, etc.

B- ENONCES DES EXERCICES

LES ONDES MECANQUES PROGRESSIVES

Exercice 8.1

Répondre par "Vrai" ou "Faux" puis justifier.

- 1) Un ébranlement ne peut se propager que dans le vide.
- 2) La vitesse de propagation d'un ébranlement dépend du milieu de propagation.
- 3) La longueur d'onde d'un ébranlement est la distance parcourue par le front d'onde pendant une période.
- 4) La longueur d'onde λ d'un ébranlement est mathématiquement la période spatiale de son mouvement.
- 5) Un ébranlement est dit transversal s'il est perpendiculaire à sa direction de propagation.

- 6) L'ébranlement qui se propage dans une corde fine, inextensible, horizontale et tendue est un ébranlement longitudinal.
- 7) Dans les ressorts et les tuyaux sonores, les ébranlements sont longitudinaux.
- 8) La célérité du son est plus élevée dans le vide que dans l'air.
- 9) Les infrasons et les ultrasons sont inaudibles à l'oreille humaine.
- 10) La célérité du son dans l'air est plus élevée à 10°C qu'à 20°C .
- 11) A la température ordinaire, la célérité du son est plus grande dans le dioxygène que dans le diazote. **On donne :** Masses molaires $\text{O} : 16\text{g/mol}$, $\text{N} : 14\text{g/mol}$.
- 12) Une oreille humaine normale perçoit tous les sons dont la fréquence est comprise entre 20Hz et 20 000Hz.

Exercice 8.2

- 1) Définir : a) signal, b) signal transversal, c) signal longitudinal
- 2) Citer quelques exemples de signaux.

Exercice 8.3

- 1) Définir : célérité d'un signal.
- 2) De quels facteurs dépend la célérité d'un signal ?

Exercice 8.4

- 1) Définir : a) onde mécanique ; b) longueur d'onde d'une onde progressive.
- 2) Quelle est la relation qui donne la longueur d'onde en fonction de la célérité C de l'onde ?

Exercice 8.5

Un signal émis en un point A met 10s pour arriver à un point B situé à 3430m de A.

- 1) Déterminer la célérité C de ce signal.
- 2) Sachant que le déplacement de matière engendré par ce signal est parallèle à AB, ce signal est-il longitudinal ou transversal ?

Exercice 8.6

Un vibreur de fréquence $f = 25\text{Hz}$ communique à l'extrémité OA d'une corde élastique OA de longueur $l = 1,2\text{m}$ un mouvement sinusoïdal transversal d'amplitude $a = 10\text{cm}$. Sachant que la célérité des ébranlements le long de la corde est $C = 10\text{m.s}^{-1}$,

- 1) Calculer la longueur d'onde des vibrations qui parcourent la corde.
- 2) Calculer la distance parcourue par l'onde au bout de $t = 0,1\text{s}$.
- 3) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t = 0,1\text{s}$, en considérant qu'à cet instant l'élongation du point O est maximale.

Exercice 8.7

Des vibrations de fréquence $f = 50\text{Hz}$ parcourent une corde élastique à la célérité constante $C = 10\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Calculer la longueur d'ondes de ces vibrations.
- 2) Deux points de la corde sont distants de $d = 40\text{cm}$. Comparer les mouvements de ces deux points.
- 3) Comparer les mouvements de deux points de la corde situés à $d' = 30\text{cm}$.

Exercice 8.8

L'extrémité A d'une longue corde élastique est animée d'un mouvement vibratoire dont l'élongation instantanée exprimée en mètres est : $x = 4.10^{-2} \sin 20\pi t$.

- 1) Déterminer l'amplitude, la période, la fréquence et la phase initiale du mouvement de A.
- 2) La célérité du mouvement vibratoire est $C = 2,5\text{m.s}^{-1}$.
 - 2.1) Déterminer la longueur d'onde du mouvement vibratoire.
 - 2.2) Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde situé à une distance $d = 62,5\text{cm}$ de A.

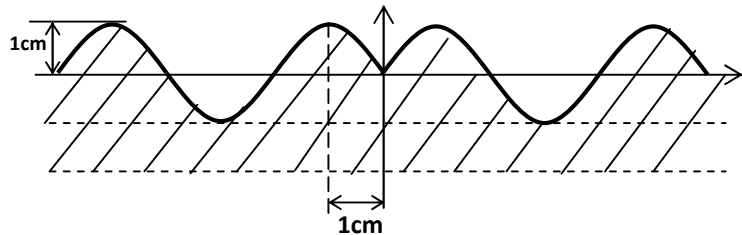
Exercice 8.9

Un vibreur relié à une corde vibre selon l'équation $u(t) = 2.10^{-2} \cos 200\pi t$. (unités SI). L'onde se propage sur la corde qui est supposée infinie.

- 1) Quelles sont l'amplitude et la fréquence de cette vibration ?
- 2) Quelle est l'équation du mouvement du point M situé à 55cm de O sachant que la célérité de l'onde vaut $C = 40\text{m.s}^{-1}$?
- 3) Caractériser par leurs abscisses x :
 - Les points qui vibrent en phase avec O ;
 - Les points qui vibrent en opposition de phase avec O .

Exercice 8.10

La figure ci-contre représente à l'instant t_1 la coupe de la surface libre de l'eau par un plan vertical passant par le point S où frappe la pointe d'un vibreur de fréquence $f = 50\text{Hz}$, à un instant t_1 .



- 1) Déterminer graphiquement la longueur d'onde λ et l'amplitude a .
- 2) En déduire la date t_1 .
- 3) Ecrire l'équation horaire du mouvement de S en considérant sa phase initiale nulle.
- 4) On considère un point M de la surface de l'eau, située à la distance $d = 17\text{cm}$ de la source S . Ecrire l'équation horaire du mouvement de M . comparer ce mouvement à celui de S .
- 5) On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope. La fréquence des éclairs est $f_e = 25\text{Hz}$. Quel est l'aspect de la surface de l'eau ?
- 6) On diminue très légèrement la fréquence des éclairs. Qu'observe t-on à la surface de l'eau ? Justifier votre réponse.

Exercice 8.11

La célérité du son dans l'air à la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$ vaut $C_0 = 331\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Calculer la célérité C'_0 du son dans le dihydrogène à cette température.
- 2) Calculer la célérité C_1 du son dans le dihydrogène à la température $T_1 = 25^\circ\text{C}$.
- 3) Calculer la célérité C'_1 du son dans le dioxygène à la température T_1 .
- 4) A quelle température la célérité du son dans l'air vaut $C_2 = 345\text{m.s}^{-1}$.

On donne : $O : 16\text{g/mol}$; $H : 1\text{g/mol}$.

Exercice 8.12

La célérité du son dans l'air à 0°C vaut $C_0 = 331\text{m.s}^{-1}$. **On donne :** $Cl : 35,5\text{g.mol}^{-1}$.

- 1) Calculer à 0°C puis à 25°C la célérité du son dans le chlore.
- 2) Calculer à 0°C puis à 25°C la célérité du son dans un mélange de gaz comprenant en volumes, $\frac{3}{4}$ de dihydrogène et $\frac{1}{4}$ de dioxygène.

Exercice 8.13

La pointe fine d'un vibreur animé d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $f = 50\text{Hz}$ et d'amplitude $a = 5\text{mm}$, frappe en un point S la surface libre d'une eau de très grandes dimensions. **On donne :** Célérité de l'onde $C = 5\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Etablir l'équation horaire du mouvement de S sachant qu'à $t = 0$, il passe par sa position d'équilibre en se déplaçant dans le sens positif ascendant.
- 2) En déduire l'équation horaire d'un point M situé à une distance $d = 8,5\text{cm}$ de S .
- 3) Comparer les mouvements de M et S .
- 4) Représenter la coupe de l'eau par un plan vertical passant par S à l'instant $t = 0,3\text{ s}$.

Exercice 8.14

Une onde progressive sinusoïdale transversale se propage à la surface d'un liquide le long d'un axe (O, x) .

La distance entre deux crêtes successives est $D = 4\text{mm}$. La différence de niveau entre une crête et un creux est $d = 2\text{mm}$.

- 1) Faire un schéma mettant en évidence d et D puis déterminer l'amplitude et la longueur d'onde de cette onde.
- 2) A la date $t = 0$, l'élongation transversale en O est maximale. L'onde se propage suivant le sens positif à la célérité $C = 0,4\text{m.s}^{-1}$. Etablir en fonction du temps t et de l'abscisse x de M l'expression de l'élongation transversale y_M d'un point M de (O, x) .
- 3) Entre les points O et A sur (O, x) , la distance est $OA = 23\text{cm}$. Déterminer le nombre de points du segment $[OA]$ qui vibrent en phase avec O .

Exercice 8.15

Un vibreur impose à une corde de 30cm de longueur une perturbation sinusoïdale de période $T = 0,01\text{s}$. la célérité V des ondes mécaniques le long de la corde est de 10m/s et l'amplitude maximale y_0 de la perturbation est de 1cm . On néglige dans tout l'exercice l'effet de la pesanteur.

- 1) Donner l'expression de l'élongation de l'extrémité S du vibreur en fonction du temps sachant qu'à l'instant initial $t = 0$ l'amplitude du vibreur est maximale.
- 2) Un point M situé à une distance $x = SM$ du vibreur est atteint par l'onde avec un retard θ .
 - 2.1) Exprimer θ en fonction de x et V .
 - 2.2) Etablir l'expression de l'élongation y_M du point M de la corde en fonction du temps t , de la période T , du retard θ et de l'élongation maximale y_0 .
 - 2.3) Utiliser alors le résultat de la question précédente pour éliminer θ de l'équation.
 - 2.4) Tracer l'allure de la corde aux instants $t_1 = 0,03\text{s}$ et $t_2 = 0,035\text{s}$.
 - 2.5) Sachant que $x = 15\text{cm}$, tracer l'évolution de l'élongation du point M au cours du temps. Comparer cette courbe à celle correspondant à l'extrémité du vibreur. Ce point M est-il en phase ou en opposition de phase avec l'extrémité du vibreur ? Ce résultat était-il prévisible ?

Exercice 8.16

Une source S est placée à l'orifice A d'un large tuyau cylindrique de longueur illimitée. On admettra que les vibrations sonores se propagent dans la direction de l'axe du tuyau en ondes planes et sans amortissement. On caractérise l'ébranlement par la variable ΔP qui exprime la différence entre la pression P qui existe entre un point du milieu lors du passage de l'onde et la pression P_0 en l'absence de vibrations.

Soit $\Delta P_S = \Delta P_0 \sin(\omega t + \varphi)$ l'expression des vibrations en S . Le tuyau est rempli d'air à 16°C (vitesse du son dans l'air à 16°C : 340m.s^{-1}). La fréquence du son émis est 170Hz .

- 1) Donner l'expression de l'ébranlement ΔP_M en un point M situé à une distance $d = 25\text{cm}$ de S . On choisira l'origine des temps telle qu'à l'instant $t = 0$, $\Delta P_S = \Delta P_0$.
- 2) Représenter sur un même graphe, les variations en fonction du temps de ΔP_S et ΔP_M . **N.B.** : On choisira l'échelle des temps de façon que le graphe donne au moins deux périodes complètes des deux courbes.

Exercice 8.17

A l'extrémité O d'une lame vibrante est fixée une corde élastique. L'autre extrémité de la corde est fixée à un obstacle fixe de manière à éviter toute réflexion d'ondes. La fréquence du vibreur est de 50Hz .

- 1) Ecrire l'équation $y(t)$ du mouvement de la source sachant qu'à l'instant initial, la lame passe par sa position d'équilibre en allant dans le sens positif ascendant et que O décrit un segment de 10mm de longueur.
- 2) Calculer la vitesse maximale du point O .

- 3) La célérité de l'onde est $0,2\text{m/s}$. définir et calculer la longueur d'onde le long de la corde.
- 4) Pourquoi la corde doit-elle être élastique ?
- 5) Représenter le mouvement d'un point C de la corde situé à 15cm du point O.
Comment appelle t-on cette courbe ?
- 6) Représenter l'aspect de la corde à la date $t = 0,07\text{s}$.

INTERFERENCES MECANIKES

Exercice 8.18

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier :

- 1) Le théorème de la superposition des ondes ne s'applique pas dans le cas des ondes se propageant dans une corde.
- 2) Deux ondes sont dites asynchrones si leurs mouvements ont des amplitudes différentes.
- 3) Une onde est dite stationnaire si elle résulte de la superposition de deux ondes progressives isosynchrones en opposition de phase.
- 4) Toute onde dite progressive a une équation de la forme $y_M = f(x, t)$.
- 5) La fréquence de l'onde qui parcourt une corde à la célérité $C = 10\text{cms}^{-1}$ est de 50Hz , si la longueur d'onde est $2 \cdot 10^{-3}\text{m}$.
- 6) L'équation caractéristique des ondes stationnaires est de la forme $y_M = A(x) \cdot f(t)$.

Exercice 8.19

- 1) quelles sont les conditions que doivent remplir deux sources pour pouvoir générer des interférences mécaniques ?
- 2) décrire l'aspect du champ d'interférence mécanique à la surface libre d'un liquide :
 - a) en éclairage normal ;
 - b) en éclairage stroboscopique.

Exercice 8.20

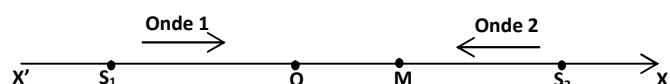
Deux pointes fixes produisent en deux points distincts S_1 et S_2 de la surface libre d'un liquide, des vibrations d'amplitudes égales à 2mm . Il en résulte la formation d'un système de franges d'interférences à la surface du liquide.

- 1) Quelles sont les conditions vérifiées par S_1 et S_2 au cours de cette expérience ?
- 2) La longueur d'onde des vibrations est de $2,4\text{cm}$ et leur célérité est $C = 1,2\text{m.s}^{-1}$.
 - 2.1) Calculer la période et la fréquence des sources S_1 et S_2 .
 - 2.2) Calculer l'amplitude de vibration du point M sachant que $MS_1 = 13\text{cm}$ et $MS_2 = 7\text{cm}$.
 - 2.3) Quelle est l'amplitude de vibration du point M' tel que $M'S_1 = 6,5\text{cm}$ et $M'S_2 = 13,7\text{cm}$?

Exercice 8.21

Deux sources vibratoires S_1 et S_2 distantes de d , vibrant en opposition de phase émettent chacune l'une vers l'autre une onde plane sinusoïdale (voir figure), de longueur d'onde λ , de période T . Soit O le milieu de S_1S_2 ; On considère un point M du segment S_1S_2 , d'abscisse $X = \overline{OM}$. Pour la source S_1 , on a : $U_{S_1} = A \cos \omega t$; pour la source S_2 , on a : $U_{S_2} = A \cos(\omega t + \pi)$.

- 1) Etablir les expressions U_1 et U_2 au point M , dues aux ondes émises par S_1 et S_2 en fonction du temps t , la distance d , la période T , λ et x .



- 2) En utilisant le principe de la superposition de petits mouvements, établir l'équation de l'onde résultante au point M . comment appelle t-on une telle onde ? Justifier votre réponse.
- 3) Donner l'expression générale de l'abscisse des points M compris entre S_1 et S_2 qui ont :
 - a) Une amplitude nulle ;
 - b) Une amplitude maximale.

Exercice 8.22

Un vibreur de fréquence 20Hz est solidaire d'une fourche portant 2 pointes qui frappent la surface de l'eau en 2 points S_1 et S_2 . Les vibrations sont sinusoïdales et transversales d'amplitude 4mm ; la distance S_1S_2 vaut $d = 5\text{cm}$. La célérité des ondes à la surface de l'eau vaut $0,36\text{m/s}$. soient M_1, M_2 et M_3 des points pris à la surface de l'eau ;

- 1) Déterminer l'état vibratoire de ces points : **On donne** : pour le point M_1 : $d_1 = 10\text{cm}$, $d_2 = 11,8\text{cm}$; pour le point M_2 : $d_1 = 14,7\text{cm}$, $d_2 = 16,5\text{cm}$; pour le point M_3 : $d_1 = 8,1\text{cm}$; $d_2 = 5,4\text{cm}$.
- 2) Deux des points précédents appartiennent à une même frange d'interférence d'amplitude maximale. Lesquels ?
- 3) Quelle est la position du point d'intersection M_4 de cette frange avec le segment $[S_1S_2]$?
- 4) Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et le nombre de celles d'amplitude nulle que l'on observe à la surface de l'eau.

Exercice 8.23

1) Une lame vibrante est observée en éclairage stroboscopique. La plus grande valeur de fréquence des éclairs pour laquelle la lame paraît unique et immobile dans une position quelconque est $N_e = 50\text{Hz}$.

1.1) Déterminer la fréquence N et la période T du mouvement de la lame.

1.2) Ecrire l'équation du mouvement, d'amplitude $a = 2\text{mm}$, d'un point O de l'extrémité de la lame sachant qu'à l'instant initial, O passe par l'origine en allant dans le sens des elongations négatives.

2) On fixe en O une corde horizontale passant sur la gorge d'une petite poulie et portant à son autre extrémité un solide S qui la tend. La lame, vibrant à la fréquence de 50Hz communique à la corde des vibrations transversales. La longueur de la partie vibrante de la corde vaut $OB = l = 80\text{cm}$.

2.1) Comment appelle t-on le phénomène observé ?

2.2) Calculer le nombre de fuseaux formés sachant que la célérité des ondes le long de la corde vaut $C = 20\text{m.s}^{-1}$.

Exercice 8.24

Deux lames vibrantes de fréquences $N = 50\text{Hz}$ sont munies de deux stylets S_1 et S_2 qui engendrent en deux points O_1 et O_2 de la surface de l'eau deux perturbations transversales sinusoïdales d'équation $y_{S_1} = a \cos 100\pi t$ et $y_{S_2} = a \cos(100\pi t + \pi)$; $a = 3 \cdot 10^{-3}\text{m}$; la distance séparant les points d'impact sur la surface de l'eau est $d = O_1O_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$.

Les perturbations se propagent à la vitesse $V = 0,25\text{m.s}^{-1}$ dans toutes les directions.

1) Etablir l'équation du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à la distance d_1 de S_1 et à la distance d_2 de S_2 .

2) Déterminer alors le nombre de points immobiles situés sur le segment $[O_1O_2]$

3) Déterminer l'état vibratoire d'un point M situé à la distance $d_1 = 10\text{mm}$ de S_1 et à la distance $d_2 = 7,5\text{mm}$ de S_2 mais en dehors du segment $[O_1O_2]$.

Exercice 8.25

L'extrémité A d'une corde élastique est reliée à un vibreur qui lui communique un mouvement vibratoire transversal sinusoïdal de fréquence N ; l'autre extrémité B est immobilisée et la corde est tendue de façon à ce que la célérité des ondes soit $C = 20\text{m.s}^{-1}$.

1) La fréquence du vibreur est $N = 50\text{Hz}$.

1.1) Calculer la longueur d'onde λ de l'onde qui parcourt la corde.

1.2) On observe que la corde vibre en présentant 5 fuseaux nets.

a) Comment appelle t-on ce phénomène ? b) Calculer la longueur l de la corde.

1.3) On observe cette corde en éclairage stroboscopique. Que voit-on si la fréquence des éclairs est 25Hz, 50Hz, puis 100Hz.

2) On fait maintenant décroître la fréquence du vibreur de 50Hz à 15Hz.

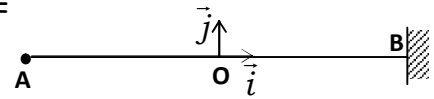
2.1) Etablir la relation existant entre la fréquence N et le nombre K de fuseaux.

2.2) Pour quelles valeurs de N observe-t-on un système stable de fuseaux ?

Exercice 8.26

Une corde AB a son extrémité B fixe et son extrémité A actionnée transversalement par un vibreur de fréquence $N = 100\text{Hz}$. La célérité des ondes

transversales dans la corde est $C = 25\text{m.s}^{-1}$.



1) L'onde progressive sinusoïdale se propage de A vers B . Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ où O est un point quelconque de la corde (voir figure), l'équation du mouvement de O est $y_0(t) = a \cos \omega t$, a étant l'amplitude supposée constante tout le long de la corde et ω la pulsation. Exprimer l'équation $y_M(t)$ du mouvement du point M d'abscisse x .

2) L'onde se réfléchit en B en subissant un déphasage φ .

2.1) Pour simplifier l'étude, on prendra maintenant l'origine du repère en B . exprimer $y_{B_i}(t)$ pour l'onde incidente et $y_{B_r}(t)$ pour l'onde réfléchie puis montrer que le déphasage entre y_{B_i} et y_{B_r} est $\varphi = \pi \text{ rad}$.

2.2) Pour un point M d'abscisse $x = \overline{BM}$, exprimer $y_{M_i}(t)$ et $y_{M_r}(t)$, puis l'élongation $y_M(t)$ résultant de la superposition des deux ondes à l'aide de la construction de Fresnel.

2.3) En déduire les positions des nœuds et des ventres de vibration.

Exercice 8.27

On place 2 haut-parleurs face à face. Ils émettent le même son et vibrent en phase. La fréquence du son émis est $f = 1600\text{Hz}$ et sa célérité dans l'air vaut $C = 336\text{m.s}^{-1}$.

Sachant que les centres S_1 et S_2 des deux haut-parleurs sont distants de $d = 120\text{cm}$,

1) Calculer la longueur d'onde du son émis ?

2) Un microphone M placé à 169cm de S_1 et 106cm de S_2 perçoit-il un son d'intensité maximale ou nulle ?

3) Placé au milieu O du segment $[S_1S_2]$, le microphone perçoit-il un son d'intensité maximale ou nulle ?

4) Combien de maxima perçoit-on en promenant M vers S_2 partant de O ?

Exercice 8.28

Deux lames vibrantes de fréquence $N = 50\text{Hz}$ munies de deux stylets S_1 et S_2 engendrent en deux points O_1 et O_2 de la surface de l'eau, deux perturbations transversales sinusoïdales

d'équations : $y_{0_1} = a \sin 100\pi t$ et $y_{0_2} = a \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$, avec $a = 3.10^{-3}\text{m}$. La distance

séparant les points d'impact sur la surface de l'eau est $d = 1,5.10^{-2}\text{m}$. Les perturbations se propagent à la célérité $C = 0,25\text{m.s}^{-1}$ dans toutes les directions.

1) Etablir l'équation du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, situé aux distances d_1 de S_1 et d_2 de S_2 .

2) Déterminer le nombre de points vibrant à amplitude maximale sur le segment $[O_1O_2]$.

3) Déterminer l'état vibratoire d'un point M situé en dehors du segment $[O_1O_2]$, à la distance $d_1 = 10\text{mm}$ de S_1 et à la distance $d_2 = 7,5\text{mm}$ de S_2 .

4) Sur un axe (Ox) parallèle à $[O_1O_2]$ et situé à la distance D de ce segment, on considère un point M' d'abscisse $\overline{OM'} = x$; O étant sur la médiatrice de $[O_1O_2]$.

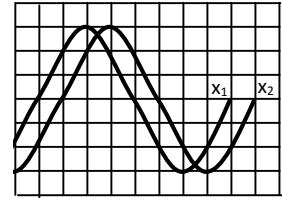
4.1) Etablir l'expression de $\Delta = d_2 - d_1$ (où $d_1 = O_1M'$ et $d_2 = O_2M'$) en fonction de x , D et d dans le cas où D est très grand devant d et x .

4.2) Exprimer la nouvelle distance d' qui sépare deux points d'amplitude maximale sur (Ox) en fonction de D , d et la longueur d'onde λ .

Exercice 8.29

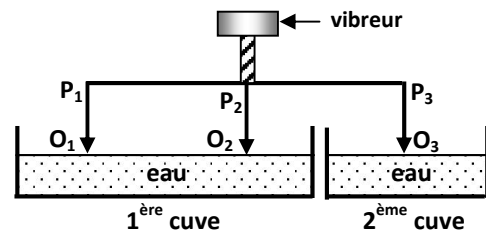
La figure ci-contre représente les variations de deux fonctions sinusoïdales x_1 et x_2 en fonction du temps t . le balayage horizontal est réglé à 2ms.cm^{-1} , la sensibilité verticale vaut 2mm pour 1cm . **NB** : Une division correspond à 1 cm sur la ligne.

- 1) Déterminer la période T , la fréquence f , la pulsation ω de x_1 .
- 2) Quelle est la valeur absolue du déphasage $\Delta\varphi$ entre x_1 et x_2 ?
- 3) Laquelle des deux fonctions est en retard par rapport à l'autre ?
- 4) L'origine des temps étant choisie à un instant où x_2 est maximale, déterminer les équations horaires $x_1 = f(t)$ et $x_2 = g(t)$
- 5) Déterminer l'équation horaire de la résultante x de x_1 et x_2 .



Exercice 8.30

Le schéma ci-contre représente un vibreur muni de trois pointes P_1, P_2, P_3 qui frappent les surfaces libres et horizontales des liquides (eaux) contenus dans deux cuves en trois points O_1, O_2 et O_3 . Le vibreur communique à chacune des pointes le même mouvement vibratoire d'amplitude $a = 10^{-3}\text{m}$.



- 1) Quel phénomène se produit dans la 1^{ère} cuve au bout d'un temps suffisamment long ? Comment se manifeste - t - il ?
- 2) La mesure le long d'un axe passant par O_3 de la distance séparant 6 crêtes consécutives dans la deuxième cuve donne $d = 0,02\text{m}$.

On donne : célérité des ondes à la surface de l'eau : $C = 0,40\text{m.s}^{-1}$.

- 2.1) Déterminer la longueur d'onde des ondes se propageant dans la 1^{ère} cuve.
- 2.2) Qu'observe-t-on dans la 2^{ème} cuve si nous l'éclairons à l'aide d'un stroboscope dont la lumière intermittente est produite par un disque portant 33 trous et effectuant 1800 tours par minute ?
- 2.3) Etablir l'équation horaire $y_1(t)$ de la pointe P_1 sachant qu'à $t = 0$, elle passe par le point O_1 considéré comme origine des elongations, en allant dans le sens négatif ascendant.
- 2.4) Etablir à l'aide de la construction de Fresnel, l'équation $y_M(t)$ du mouvement d'un point M de la 1^{ère} cuve, en fonction de la longueur d'onde λ , de l'amplitude a , de la pulsation ω et des distances d_1 et d_2 ; avec $d_1 = O_1M$ et $d_2 = O_2M$. **N.B** : Les 3 pointes vibrent en phase ;
- 2.5) Etablir la relation donnant la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$ en fonction de la longueur d'onde λ pour un point M de la première cuve situé dans le champ d'interférences, mais immobile.
- 2.6) On décompte sur le segment ouvert $]O_1O_2[$, huit points immobiles. Déterminer la distance D séparant les points O_1 et O_2 sachant qu'ils sont chacun à 1mm du point immobile le plus proche.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 8.1

- 1) **Faux**. Le vide n'est pas un milieu élastique.
- 2) **Vrai**.
- 3) **Vrai**.
- 4) **Vrai**.
- 5) **Vrai**.
- 6) **Faux**. C'est plutôt un ébranlement transversal.
- 7) **Vrai**.
- 8) **Faux**. Car le son ne se propage pas dans le vide.
- 9) **Vrai**.

- 10) **Vrai**. Sachant que : $\frac{C_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{C_2}{\sqrt{T_2}}$, si $t_1 < t_2$, alors $C_1 > C_2$.

11) **Faux.** Sachant que $C_1 \sqrt{d_1} = C_2 \sqrt{d_2}$, avec $d_1 = \frac{M_1}{29}$ et $d_2 = \frac{M_2}{29}$.

Pour l'oxygène, $d_1 = \frac{M_1}{29}$; pour l'azote $d_2 = \frac{M_2}{29}$. $M_1 > M_2 \Rightarrow d_1 > d_2 \Rightarrow C_1 < C_2$.

12) **Vrai.** Cette bande de fréquence constitue le domaine des sons audibles pour l'oreille humaine.

Exercice 8.2

Voir cours paragraphes I.1 et I.2.

Exercice 8.3 Voir cours paragraphe I.3

Exercice 8.4

1) Voir cours paragraphes II.1 et II.2.2.

2) **Relation donnant λ en fonction de C**

$\lambda = CT = \frac{C}{f}$. Avec T en secondes(s), f = fréquence en Hertz(Hz), λ en mètres(m).

Exercice 8.5

1) **célérité C du signal** : $C = \frac{AB}{t}$; **A.N** : $C = \frac{3430}{10}$; **C = 343m.s⁻¹**

2) ce signal est longitudinal car le déplacement de matière est parallèle à la direction de propagation AB du signal.

Exercice 8.6

1) Calculons la longueur d'onde des ondes parcourant la corde :

$\lambda = C.T = \frac{\lambda}{f}$; **A.N** : $\lambda = \frac{10}{2,5}$; $\lambda = 0,4m$.

2) **Distance parcourue par l'onde au bout de t = 0,1s.**

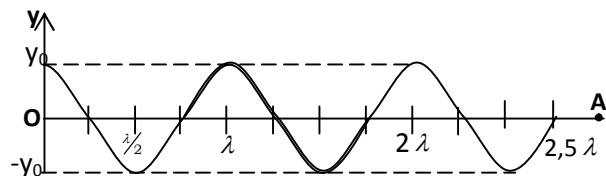
$d = Ct$ **A.N** : $d = 10 \times 0,1$; **d = 1m.**

3) **Représentons l'aspect de la corde à l'instant t = 0,1s;**

Evaluons le rapport entre la distance parcourue par l'onde et la longueur

d'onde : $\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{0,4} \Rightarrow d = 2,5\lambda$;

Le front d'onde se trouve à $2,5\lambda$ de O.



Exercice 8.7

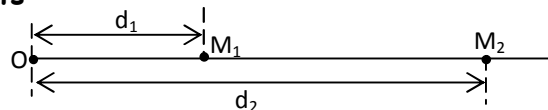
1) $\lambda = \frac{C}{f}$; **A.N** : $\lambda = \frac{10}{50}$; $\lambda = 0,2m$.

2) **Comparons les mouvements de ces deux points**

$d = M_1M_2 = d_2 - d_1$.

$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{0,4}{0,2} = 2 \Rightarrow d_2 - d_1 = 2\lambda$

$d_2 - d_1$ est de la forme $d_2 - d_1 = k\lambda$ avec $K \in \mathbb{Z}$; les deux points vibrent en phase.



3) $\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{d'}{\lambda} = \frac{0,3}{0,2} \Rightarrow d_2 - d_1 = 3\frac{\lambda}{2}$

$d_2 - d_1$ étant de la forme $d_2 - d_1 = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$, nous pouvons dire que les deux points vibrent en opposition de phase.

Exercice 8.8

1) Amplitude a , période T , fréquence f et phase initiale φ du mouvement de A.

$$a = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad \omega = 20\pi \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi}; \quad T = 0,1 \text{ s}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,1}; \quad f = 10 \text{ Hz}; \quad \varphi = 0.$$

2.1) Calculons la longueur d'onde λ du mouvement.

$$\lambda = CT; \quad \text{A.N: } \lambda = 2,5 \times 0,1; \quad \lambda = 0,25 \text{ m}.$$

2.2) Equation horaire du mouvement du point M

$$y_M = a \sin \left[\omega \left(t - \frac{d}{C} \right) \right] \Rightarrow y_M = a \sin \left(\omega t - \frac{\omega d}{C} \right);$$

$$\text{avec } a = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad \omega = 20\pi \text{ rad.s}^{-1}; \quad d = 0,625 \text{ m}; \quad C = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$y_M = 4 \cdot 10^{-2} \sin \left(20\pi t - \frac{20\pi \times 0,625}{2,5} \right) \Rightarrow y_M = 4 \cdot 10^{-2} \sin(20\pi t - \pi).$$

Exercice 8.9

$$1) a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad f = \frac{\omega}{2\pi}; \quad \text{A.N: } f = \frac{200\pi}{2\pi}; \quad f = 100 \text{ Hz}$$

$$2) y_M = a \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{C} \right); \quad y_M = 2 \cdot 10^{-2} \sin \left(200\pi t - \frac{200\pi \times 0,55}{40} \right)$$

$$y_M = 2 \cdot 10^{-2} \sin \left(200\pi t - \frac{11\pi}{4} \right) \Rightarrow y_M = 2 \cdot 10^{-2} \sin \left(200\pi t - \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$3) \text{ Points vibrant en phase avec O : } x = k\lambda = k \cdot \frac{C}{f}; \text{ donc } x = \frac{40}{100} k \Rightarrow x = \frac{2}{5} k. \text{ Avec } K \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Points vibrant en opposition de phase avec O : } x = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{C}{2f} \Rightarrow x = \frac{2}{5} (2k+1), \quad K \in \mathbb{N}^*.$$

Exercice 8.10

1) Graphiquement, la longueur d'onde λ est la distance séparant deux crêtes consécutives. Etant donné que λ correspond à 4 carreaux, $\lambda = 4 \text{ cm}$.

$$2) \text{ Dédution de } t_1: \quad \frac{d}{\lambda} = 1,5 \Rightarrow \frac{Ct_1}{CT} = 1,5 \Rightarrow t_1 = 1,5T = \frac{1,5}{f}; \quad \text{A.N: } t_1 = \frac{1,5}{50}; \quad t_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}.$$

3) Equation horaire du mouvement de S

$$y_s = a \cos \omega t; \text{ avec } a = 10^{-2} \text{ m}, \quad \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}; \text{ donc } y_s = 10^{-2} \cos 100\pi t.$$

4) Equation horaire du mouvement du point M

$$y_M = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{d}{C} \right) \right] \Rightarrow y_M = a \cos \left(\omega t - \frac{\omega d}{C} \right); \text{ or } \lambda = \frac{C}{f} \Rightarrow C = \lambda f.$$

$$\text{A.N: } y_M = 10^{-2} \cos \left(100\pi t - \frac{100\pi \times 0,17}{2} \right); = 10^{-2} \cos \left(100\pi t - \frac{17\pi}{2} \right); \quad y_M = 10^{-2} \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$

M et S vibrent en quadrature, avec S en avance sur M.

5) Aspect de la surface de l'eau

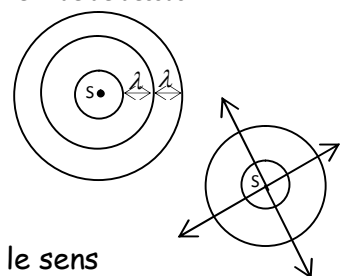
$$f_e = 25 \text{ Hz} \text{ et } f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow f_e = \frac{1}{2} f \Rightarrow T_e = 2T.$$

Puisque T_e et T vérifient $T_e = kT$ avec $k \in \mathbb{N}^*$, la surface de l'eau paraît immobile et présente des crêtes distantes de λ .

$$6) f_e \leq \frac{1}{2} f \Rightarrow T_e \geq 2T.$$

On observe à la surface de l'eau un déplacement des crêtes dans le sens réel du mouvement; les crêtes s'éloignent (au ralenti) du point S.

Crêtes immobiles
en vue de dessus



Eloignement au
ralenti des crêtes

Exercice 8.11**1) Célérité C'_0 du son dans le dihydrogène à la température T_0**

$$C_0\sqrt{d_0} = C'_0\sqrt{d'_1} \Rightarrow C'_0 = \frac{C_0\sqrt{d_0}}{\sqrt{d'_1}} ; \text{Or } d_0 = 1, d'_1 = \frac{2M_H}{29} = \frac{2 \times 1}{29} = 6,9 \cdot 10^{-2} ;$$

$$\text{A.N : } C'_0 = \frac{331 \times 1}{\sqrt{6,9 \times 10^{-2}}} ; \quad C'_0 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}.$$

2) Célérité C_1 du son dans le dihydrogène à la température T_1

$$\frac{C'_0}{\sqrt{T_0}} = \frac{C_1}{\sqrt{T_1}} \Rightarrow C_1 = \frac{C'_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{T_1} ; \text{ avec les températures } T_0 \text{ et } T_1' \text{ en degré kelvin ;}$$

$$\text{Bon à savoir : } T(^{\circ}\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273 ; \quad \text{A.N : } C_1 = \frac{1,26 \cdot 10^3}{\sqrt{273}} \sqrt{298} ; C_1 = 1,32 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$3) C_0\sqrt{d_0} = C'_1\sqrt{d'_1} \Rightarrow C'_1 = \frac{C_0\sqrt{d_0}}{\sqrt{d'_1}} \text{ avec } d_0 = 1 \text{ et } d'_1 = \frac{2M_0}{29} = 1,1$$

$$\text{A.N : } C'_1 = 331 \cdot \frac{1}{\sqrt{1,1}} ; \quad C'_1 = 315,1 \text{ m.s}^{-1}$$

4) Température à laquelle la célérité du son dans l'air vaut C_2

$$\frac{C_0}{\sqrt{T_0}} = \frac{C_2}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow \frac{C_0^2}{T_0} = \frac{C_2^2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{C_2^2}{C_0^2} \cdot T_0 ; \quad \text{A.N : } T_2 = \frac{345^2}{331^2} \times 273 ; T_2 = 296,6^{\circ}\text{K} = 23,6^{\circ}\text{C}.$$

Exercice 8.12**1) Célérité du son à 0°C puis à 25°C dans le dichlore.**Soit C_1 la célérité du son dans le dichlore à 0°C .

$$C_0\sqrt{d_0} = C_1\sqrt{d'_1} \Rightarrow C_1 = C_0 \frac{\sqrt{d_0}}{\sqrt{d'_1}} ; \text{ avec } d_0 = 1, d'_1 = \frac{2M_{Cl}}{29} = \frac{2 \times 35,5}{29} = 2,45.$$

$$\text{A.N : } C_1 = 331 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2,45}} ; \quad C_1 = 211,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Soit } C'_1 \text{ la célérité du son dans le dichlore à } 25^{\circ}\text{C}. \quad \frac{C_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{C'_1}{\sqrt{T'_1}} \Rightarrow C'_1 = C_1 \frac{\sqrt{T'_1}}{\sqrt{T_1}} ;$$

$$\text{A.N : } C'_1 = 211,5 \times \frac{\sqrt{273}}{\sqrt{298}} ; \quad C'_1 = 202,4 \text{ m.s}^{-1}$$

2) Célérité du son dans un mélange $\frac{3}{4}$ dihydrogène, $\frac{1}{4}$ dioxygène, à 0°C .

Le problème ici revient tout simplement à déterminer la densité d du mélange : $d = \frac{M}{29}$, avec M = masse molaire du mélange.

$$\text{Or } M = m_{H_2} + m_{O_2} = \frac{3}{4}M_{H_2} + \frac{1}{4}M_{O_2} = \frac{3}{4} \times 2M_H + \frac{1}{4} \times 2M_O = \frac{3}{2}M_H + \frac{1}{2}M_O$$

$$d = \frac{\frac{3}{2}M_H + \frac{1}{2}M_O}{29} \Rightarrow d = \frac{3M_H + M_O}{58} \quad \text{A.N : } d = \frac{3 \times 1 + 16}{58} ; \quad d = 0,33.$$

$$C_0\sqrt{d_0} = C\sqrt{d} \Rightarrow C = C_0 \frac{\sqrt{d_0}}{\sqrt{d}} ; \quad \text{A.N : } C = 331 \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{0,33}} ; \quad C = 189,5 \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\text{Célérité } C' \text{ dans le mélange à } 25^{\circ}\text{C : } \frac{C}{\sqrt{T}} = \frac{C'}{\sqrt{T'}} \Rightarrow C' = C \frac{\sqrt{T'}}{\sqrt{T}} ;$$

$$\text{A.N : } C' = 189,5 \times \frac{\sqrt{298}}{\sqrt{273}} ; \quad C' = 198 \text{ m.s}^{-1}.$$

Exercice 8.13**1) Equation horaire du mouvement de S.**

$$y_S = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 5\text{mm} = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}; \omega = 2\pi f = 100\pi \text{rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, y_S = a \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0; \text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad ou } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad};$$

$$\dot{y}_S(0) > 0 \Rightarrow -a\omega \sin \varphi > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0; \text{ donc } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

$$\text{Conclusion : } y_S = 5 \cdot 10^{-3} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}).$$

$$2) y_M = a \cos\left(\omega t - \frac{\omega d}{C} - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M = 5 \cdot 10^{-3} \cos\left(100\pi t - \frac{100\pi \times 8,5 \times 10^{-2}}{5} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_M = 5 \cdot 10^{-3} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{5})$$

$$3) \varphi_S - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} = -\frac{3\pi}{10} \Rightarrow \varphi_S < \varphi_M$$

Le point S est en retard de phase par rapport à M.

4) Coupe de la surface de l'eau à l'instant t = 0,3s

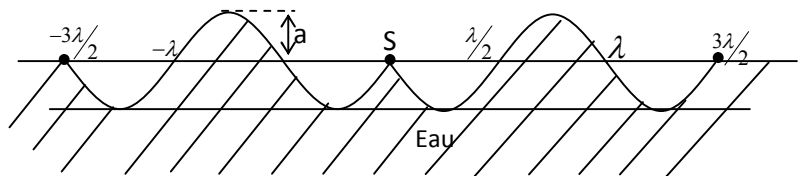
D'une manière générale, l'équation horaire d'un point M situé à la distance d de S est :

$$y_M = a \cos(100\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda} - \frac{\pi}{2}), \text{ avec } \lambda = C.T = \frac{C}{f} = \frac{5}{50} \Rightarrow \lambda = 0,1\text{m}$$

A l'instant t = 0,3s, le front d'onde se trouve à une distance d_m de la source, avec d_m = C.t = 5 × 0,3 = 0,15m donc d_m = 1,5λ.

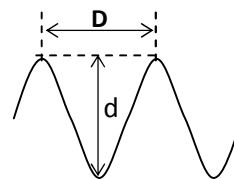
$$y_M(\frac{\lambda}{4}) = -a, \text{ avec } a = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}; y_M(\frac{\lambda}{2}) = 0, y_M(\frac{3\lambda}{4}) = -a, y_M(\lambda) = 0.$$

d	λ/4	λ/2	3λ/4	λ	5λ/4	3λ/2
y _M	-a	0	a	0	-a	0

**Exercice 8.14****1) Amplitude a et longueur d'onde λ**

$$d = 2a \Rightarrow a = \frac{d}{2}; \text{ A.N: } a = 1\text{mm} = 10^{-3}\text{m}$$

$$D = \lambda \Rightarrow \lambda = 4\text{mm} = 4 \cdot 10^{-3}\text{m}.$$

**2) Etablissons l'expression de l'élongation y_M de M**

Soit y₀ l'équation horaire du point O :

$$y_0 = a \cos(\omega t + \varphi), \text{ avec } a = 10^{-3}\text{m}, \omega = 2\pi f; \text{ or } \lambda = \frac{C}{f} \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda};$$

$$\text{Par conséquent : } \omega = 2\pi \frac{C}{\lambda}, \text{ A.N: } \omega = 2\pi \times \frac{0,4}{4 \cdot 10^{-3}}; \omega = 200\pi \text{rad.s}^{-1}$$

$$\text{donc } y_0 = 10^{-3} \cos(200\pi t + \varphi)$$

$$\text{à } t = 0, y_0 = a \cos \varphi = a \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow y_0 = 10^{-3} \cos(200\pi t)$$

$$y_M = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{C}\right)\right] = a \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{C}\right); \Rightarrow y_M = 10^{-3} \cos\left(200\pi t - \frac{200\pi x}{0,4}\right);$$

$$y_M = 10^{-3} \cos(100\pi t - 250\pi x).$$

3) Représentation de la coupe transversale du liquide à $t = 0$

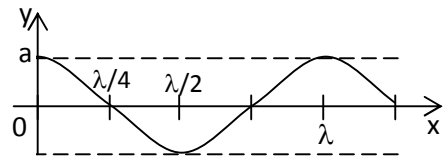
$$A \ t = 0, y_M = 10^{-3} \cos(-500\pi x) = 10^{-3} \cos(500\pi x).$$

D'après l'énoncé, l'onde se propage dans un seul sens, le sens positif de l'axe (OM)

$$y_M(x=0) = 10^{-3} \cos 0 = 10^{-3} \Rightarrow y_M(0) = a.$$

$$y_M\left(x = \frac{\lambda}{4}\right) = y_M(10^{-3}) = 10^{-3} \cos(500\pi \cdot 10^{-3}) = 10^{-3} \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y_M\left(x = \frac{\lambda}{4}\right) = 0 ; y_M\left(\frac{\lambda}{2}\right) = -a ; y_M(\lambda) = a ;$$

**4) Nombre N de points du segment [OA] qui vibrent en phase avec O**

un point M de [OA] vibre en phase avec O si son abscisse $x = k\lambda$, avec $k \in \mathbb{N}^*$.

$$M \in [OA] \Rightarrow x \leq OA \Rightarrow K\lambda \leq OA \Rightarrow K \leq \frac{OA}{\lambda}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : K \leq \frac{23 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} ; K \leq 57,5 ; \text{ Par conséquent, } N = 57 \text{ points.}$$

Exercice 8.15

$$1) y_s = a \sin(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 1\text{cm} = 10^{-2}\text{m} ; \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,01} = 200\pi \text{rad.s}^{-1}$$

$$\text{à } t = 0, y_s = a \sin \varphi = a \Rightarrow \sin \varphi = 1, \text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad} ; y_s = 10^{-2} \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2.1) \text{ Expression du retard } \theta : \text{ par définition, } \theta = \frac{x}{V}$$

$$2.2) \text{ Etablissons } y_M \text{ en fonction de } t, T, \theta \text{ et } y_0$$

$$y_s = y_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M = y_0 \sin\left[\omega(t - \theta) + \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow y_M = y_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi\theta}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2.3) \theta = \frac{x}{V} \Rightarrow y_M = y_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{VT} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2.4) \text{ Traçons l'allure de la courbe aux instants } t_1 = 0,03\text{s} \text{ et } t_2 = 0,035\text{s}.$$

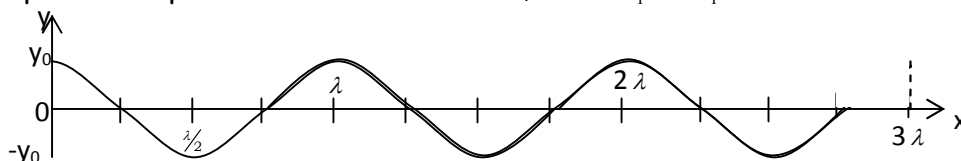
$$A \ t_1 = 0,03\text{s}, y_M = y_0 \sin\left(\frac{2\pi t_1}{T} - \frac{2\pi x}{VT} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{\text{A.N.}} : y_M = y_0 \sin\left(\frac{2\pi \times 0,03}{0,01} - \frac{2\pi x}{10 \times 0,01} + \frac{\pi}{2}\right) = y_0 \sin\left(6\pi - 20\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M = y_0 \sin(-20\pi x + \frac{\pi}{2}).$$

$$y_M(x=0) = y_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M(x=0) = y_0.$$

$$\Rightarrow y_M\left(x = \frac{\lambda}{2}\right) = y_M(0,05) = y_0 \sin\left(-\pi + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M\left(x = \frac{\lambda}{2}\right) = -y_0.$$

$$\text{Distance parcourue par l'onde à l'instant } t_1 = 0,03\text{s} : d_1 = Vt_1 = V \cdot 3T \Rightarrow d = 3\lambda$$

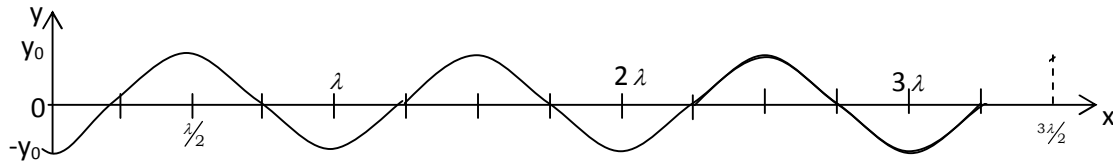


$$A \ t_2 = 0,035\text{s}, y_M = y_0 \sin\left(\frac{2\pi \times 0,035}{0,01} - \frac{2\pi x}{10 \times 0,01} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_M = y_0 \sin\left(7\pi - 20\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M = y_0 \sin(-20\pi x - \frac{\pi}{2})$$

$$y_M(x=0) = y_0 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M(0) = -y_0;$$

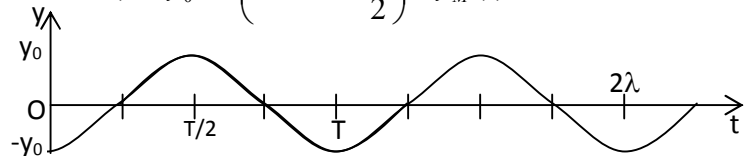
Distance parcourue par l'onde $d_2 = Vt_2 = V \times 3,5T = 3,5VT \Rightarrow d_2 = 3,5\lambda$.



2.5) Traçons l'évolution de y_M en fonction du temps.

$$y_M(x) = y_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{VT} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_M(x=15\text{cm}; t) = y_0 \sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = y_M(t);$$

$$y_M(0) = y_0 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -y_0$$



Sachant que l'équation horaire de l'extrémité du vibreur est :

$y_S = y_0 \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ et que $y_M = y(x=15\text{cm}) = y_0 \sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$, nous pouvons dire que les courbes de y_S et y_M sont symétriques par rapport à l'axe horizontal des temps t .

Le point M vibre en opposition de phase avec l'extrémité du vibreur, car $\varphi_S - \varphi_M = \pi \text{ rad}$.

Oui ce résultat était prévisible car $x = 15\text{cm} = 0,15\text{m} \Rightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{0,15}{0,01 \times 10} = 1,5 \Rightarrow x = \frac{3}{2}\lambda$.

x est de la forme $x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

Exercice 8.16

1) Expression de l'ébranlement ΔP_M en M

$$\Delta P_S = \Delta P_0 \sin(\omega t + \varphi); \text{ à } t = 0, \Delta P_S = \Delta P_0 \sin \varphi = \Delta P_0 \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

$$\omega = 2\pi f; \text{ A.N : } \omega = 2\pi \times 170; \omega = 340\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Delta P_S = \Delta P_0 \sin\left(340\pi t + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\text{Nous en déduisons : } \Delta P_M = \Delta P_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{d}{C}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = \Delta P_0 \sin\left(\omega t - \frac{\omega d}{C} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{A.N : } \Delta P_S = \Delta P_0 \sin\left(340\pi t - \frac{340\pi \times 0,25}{340} + \frac{\pi}{2}\right); \Delta P_S = \Delta P_0 \sin\left(340\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

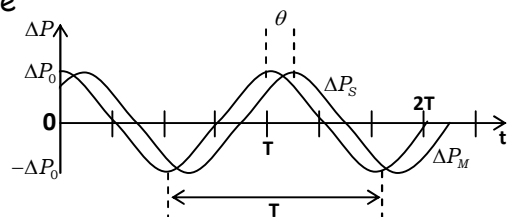
2) Représentons sur le même graphe, les variations de ΔP_S et ΔP_M

Nous nous servons du décalage horaire θ pour déduire la courbe de ΔP_M de celle de ΔP_S .

$$\Delta \varphi = \varphi_S - \varphi_M = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ rad};$$

$$\Rightarrow \Delta P_S \text{ est en avance de } \Delta \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad sur } \Delta P_M,$$

$$\Delta \varphi = \omega \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{\Delta \varphi}{\omega} \text{ Or } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \theta = \Delta \varphi \times \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \theta = \frac{1}{8}T.$$



Exercice 8.17

1) $y(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$, $a = 5\text{mm} = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}$

$$\text{à } t = 0 \quad y = a \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad ou } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\dot{y}(t) = -a\omega \sin(\omega t + \varphi); \quad \text{à } t = 0, \quad \dot{y} = -a\omega \sin \varphi > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0; \text{ donc } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Conclusion : $y(t) = 5.10^{-3} \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{2} \right);$

2) Calculons la vitesse maximale du point O

$$\dot{y} = -a\omega \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{y}_{\max} = a\omega. \quad \underline{\text{A.N.}}: \dot{y}_{\max} = 5.10^{-3} \times 100\pi \Rightarrow \dot{y}_{\max} = 1,57 \text{ m.s}^{-1}.$$

3) $\lambda = C.T = \frac{C}{f}; \quad \underline{\text{A.N.}}: \lambda = \frac{0,2}{50}; \quad \lambda = 4.10^{-3} \text{ m}.$

4) La corde doit être élastique pour reprendre chaque fois sa forme initiale après avoir subi une déformation et permettre ainsi la propagation de l'onde.

5) Cette courbe est une sinusoïde.

6) Aspect de la corde à la date $t = 0,07 \text{ s}$.

Distance parcourue par l'onde à $t = 0,07 \text{ s}$; $d = C.t$; or $\lambda = C.T$

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{t}{T} \Rightarrow d = \frac{t}{T} \lambda; \quad \underline{\text{A.N.}}: d = \frac{0,07 \lambda}{4 \times 10^{-3}}; \quad d = 17,5 \lambda$$

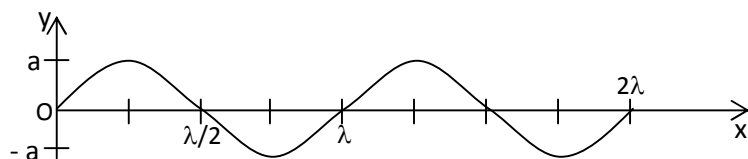
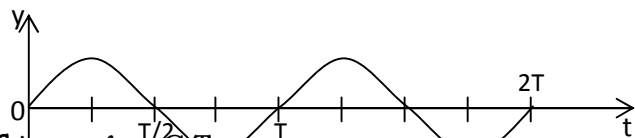
$$y_M(x) = a \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right); \quad \text{A } t = 0,07 \text{ s}, \quad y_M(x) = a \cos \left(100\pi \times 0,07 - \frac{2\pi x}{4.10^{-3}} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$y_M(x) = 5.10^{-3} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 500\pi x \right)$$

$$y_M(x=0) = 5.10^{-3} \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) = 0;$$

$$y_M \left(x = \frac{\lambda}{4} \right) = 5.10^{-3} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 500\pi \times 10^{-3} \right) \Rightarrow y_M \left(x = \frac{\lambda}{4} \right) = 5.10^{-3} \text{ m} = a$$

Cette courbe est une sinusoïde.



Exercice 8.18

1) **Faux.** L'expérience de la corde se sert du théorème de la superposition des ondes pour déterminer la résultante des ondes incidente et réfléchi.

2) **Faux.** Plutôt de périodes différentes.

3) **Vrai.**

4) **Vrai.**

5) **Vrai.** $\lambda = C.T = \frac{C}{f} \quad \underline{\text{A.N.}}: \lambda = \frac{10.10^{-2}}{50}; \quad \lambda = 2.10^{-3} \text{ m}; \quad 6) \text{ Vrai.}$

Exercice 8.19

1) Pour générer des interférences mécaniques, les deux sources doivent être synchrones et cohérentes.

2) Voir cours paragraphe III.3.

Exercice 8.20

1) Les sources S_1 et S_2 doivent effectuer des mouvements synchrones (de même période) et de faible amplitude.

2.1) Période T et fréquence f.

$$\lambda = C.T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{C}; \quad \underline{\text{A.N.}}: T = \frac{2,4.10^{-2}}{1,2}; \quad T = 2.10^{-2} \text{ s}$$

$$T = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T}; \quad \underline{\text{A.N.}}: f = \frac{1}{2.10^{-2}}; \quad f = 50 \text{ Hz}$$

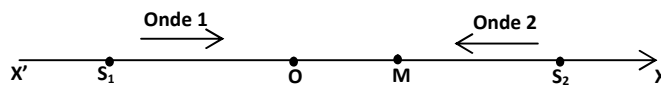
2.2) Amplitude de vibration du point M

$$d_1 = MS_1 = 13\text{cm}; d_2 = MS_2 = 7\text{cm}; \frac{d_1 - d_2}{\lambda} = \frac{13 - 7}{2,4} = 2,5 \Rightarrow d_1 - d_2 = 5 \frac{\lambda}{2}.$$

Puisque $d_1 - d_2 = (2K + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec $K = 2$, le point M vibre à amplitude nulle.

$$2.3) d'_1 = 6,5\text{cm}; d'_2 = 13,7\text{cm}; \frac{d'_2 - d'_1}{\lambda} = \frac{13,7 - 6,5}{1,2} = 6 \Rightarrow d'_2 - d'_1 = 6\lambda$$

Puisque $d'_1 - d'_2 = K\lambda$ avec $K = 6$, le point M' vibre à amplitude maximale.

Exercice 8.21**1) Expressions de U_1 et U_2 au point M**

$$U_1(M) = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{\left(\frac{d}{2} + x \right)}{C} \right) \right] \Rightarrow U_1(M) = a \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d + 2x) \right]$$

$$U_2(M) = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{\left(\frac{d}{2} - x \right)}{C} \right) \right] \Rightarrow U_2(M) = a \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d - 2x) + \pi \right]$$

2) Etablissons l'équation de l'onde résultante U_M au point M

$$U_M = U_1(M) + U_2(M) = a \cos \left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (d + 2x) \right] + a \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d - 2x) + \pi \right]$$

$$\Rightarrow U_M = a \left\{ \cos \left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (d + 2x) \right] + \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d - 2x) + \pi \right] \right\}$$

Nous allons déterminer U_M à l'aide d'une transformation trigonométrique :

$$\text{Rappel : } \cos P + \cos q = 2 \cos \left(\frac{P+q}{2} \right) \cos \left(\frac{P-q}{2} \right) \quad (1)$$

$$\sin P + \sin q = 2 \cos \left(\frac{P-q}{2} \right) \sin \left(\frac{P+q}{2} \right) \quad (2)$$

Appliquons (1) avec $P = \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (d + 2x)$ et $q = \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (d - 2x) + \pi$,

$$\text{nous obtenons : } U_M = 2a \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right)$$

L'équation obtenue est de la forme $U_M = f(x) g(t)$, avec $f(x) = 2a \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right)$

et $g(t) = \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}$; l'onde obtenue est une onde stationnaire.

3.a) Abscisses des points M compris entre S_1 et S_2 qui ont une amplitude nulle

L'abscisse du point M est : $A(x) = 2a \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$

$$A(x) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = (2K + 1)\frac{\pi}{2}, \text{ nous en déduisons :}$$

$$x = K \frac{\lambda}{2}, \text{ avec } \left|K \frac{\lambda}{2}\right| \leq \frac{d}{2} \Rightarrow |K| \leq \frac{d}{\lambda}.$$

3.b) Abscisse des points M de $[S_1S_2]$ vibrant à amplitude maximale

$$A(x) = \pm 2a \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = K\pi \Rightarrow x = (2K - 1)\frac{\lambda}{4}, \text{ avec}$$

$$\left|(2K - 1)\frac{\lambda}{4}\right| \leq \frac{d}{2} \Rightarrow |2K - 1| < \frac{2d}{\lambda}$$

Exercice 8.22

1) Etat vibratoire des points

$$M_1 : d_1 = 10\text{cm}, \quad d_2 = 11,8\text{cm}; \quad \lambda = \frac{C}{f}; \quad \underline{\text{A.N.}} : \lambda = \frac{0,36}{20}; \quad \lambda = 1,8 \cdot 10^{-2}\text{m} = 1,8\text{cm}.$$

$$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{11,8 - 10}{1,8} = 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = \lambda; \quad M_1 \text{ vibre à amplitude maximale};$$

car $d_2 - d_1 = k\lambda$, avec $k = 1$

$$M_2 : d_1 = 14,7\text{cm}; \quad d_2 = 16,5\text{cm}; \quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{16,5 - 14,7}{1,8} = 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = \lambda$$

M_2 vibre à amplitude maximale Car $d_2 - d_1 = K\lambda$ avec $K = 1$.

$$M_3 : d_1 = 8,1\text{cm}; \quad d_2 = 5,4\text{cm}; \quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{5,4 - 8,1}{1,8} = -\frac{3}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = -\frac{3}{2}\lambda$$

M_3 vibre à amplitude nulle car $d_2 - d_1 = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$, avec $K = -1$

2) M_1 et M_2 appartiennent à une même frange d'interférence car ils vérifient : $d_2 - d_1 = K\lambda$, avec $K = 1$.

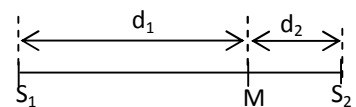
3) Position du point d'intersection M_4

$$d_2 - d_1 = K\lambda$$

Puisque M_4 appartient à $[S_1S_2]$, nous avons $K = 1$; donc $d_2 - d_1 = \lambda$ (1)

d'autre part : $S_1F_2 = S_1M_4 + M_4S_2 \Rightarrow d = d_1 + d_2$ (2)

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = d & (1) \\ -d_1 + d_2 = \lambda & (2) \end{cases} \quad (1) + (2) : 2d_2 = d + \lambda \Rightarrow d_2 = \frac{d + \lambda}{2}$$



$$\underline{\text{A.N.}} : d_2 = \frac{5 + 1,8}{2}; \quad d_2 = 3,4\text{cm}, \quad d_1 = d - d_2 = 5 - 3,4 = 1,6\text{cm}; \text{ donc } d_1 = 1,6\text{cm}.$$

4) Nombre de franges d'amplitude maximale

$$|d_2 - d_1| < S_1S_2 \Rightarrow |K\lambda| < d \Rightarrow |K| < \frac{d}{\lambda}; \quad \underline{\text{A.N.}} : |K| < \frac{5}{1,8} \Rightarrow |K| < 2,77. \text{ Les valeurs de } K \text{ sont : -}$$

2; -1; 0; 1; 2. Il existe 5 franges d'amplitude maximale sur $[S_1S_2]$

Nombre de franges d'amplitude nulle.

$$|2K + 1| \frac{\lambda}{2} \leq d \Rightarrow |2K + 1| \leq \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow -\frac{2d}{\lambda} \leq 2K + 1 \leq \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow \frac{-2d}{\lambda} - 1 \leq 2K \leq \frac{2d}{\lambda} - 1$$

Nous obtenons : $-3,275 \leq K \leq 2,275$ donc K a pour valeurs : -3, -2, -1, 0, 1, 2.

Nous avons 6 franges d'amplitude nulle.

Exercice 8.23**1.1) Fréquence N et période T du mouvement de la lame**

Nous savons que la lame paraît unique et immobile pour des fréquences vérifiant

$N_e = \frac{N}{K}$, avec $K \in \mathbb{N}^*$; la croissance de K entraîne la décroissance de N_e . La plus grande valeur de la fréquence des éclairs est celle correspondant à $K = 1$; donc $N_e = N = 50\text{Hz}$.

1.2) Equation du mouvement de l'extrémité O de la lame

$$y = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 2\text{mm} = 2 \times 10^{-3}\text{m}, \omega = 2\pi N = 100\pi \text{rad.s}^{-1}$$

$$\text{à } t = 0, y = a \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0; \varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad ou } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{rad}$$

$$\dot{y} = -a \sin(\omega t + \varphi); \text{ à } t = 0, \dot{y}_0 = -a \omega \sin \varphi < 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{rad.}$$

$$y = 2.10^{-3} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

2.1) Le phénomène observé s'appelle phénomène d'ondes stationnaires.

2.2) Calculons le nombre de fuseaux formés

$$l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{2l}{\lambda} \text{ or } \lambda = \frac{C}{f} \Rightarrow n = \frac{2lf}{C}; \text{ A.N : } n = \frac{2 \times 0,8 \times 50}{20}; n = 4 \text{ fuseaux.}$$

Exercice 8.24**1) Equation du mouvement d'un point M de la surface de l'eau**

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2} \text{ avec } y_{M_1} = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{d_1}{V} \right) \right]; y_{M_2} = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{d_2}{V} \right) + \pi \right]$$

$$\text{Mieux encore, } y_{M_1} = 3.10^{-3} \cos(100\pi t - 400\pi d_1); y_{M_2} = 3.10^{-3} \cos(100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)$$

$$\text{donc } y_M = 3.10^{-3} \cos(100\pi t - 400\pi d_1) + 3.10^{-3} \cos(100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)$$

$$\Rightarrow y_M = 3.10^{-3} [\cos(100\pi t - 400\pi d_1) + \cos(100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)]$$

$$\text{posons } P = 100\pi t - 400\pi d_1; q = 100\pi t - 400\pi d_2 + \pi;$$

$$\cos P + \cos q = 2 \cos \left(\frac{P+q}{2} \right) \cos \left(\frac{P-q}{2} \right)$$

$$y_M = 3.10^{-3} \cos \left[\frac{(100\pi t - 400\pi d_1) + (100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)}{2} \right] \cos \left[\frac{(100\pi t - 400\pi d_1) - (100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)}{2} \right]$$

$$\text{Enfin, } y_M = 3.10^{-3} \cos \left[200\pi(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] \cos \left[100\pi t - 200\pi(d_2 + d_1) + \frac{\pi}{2} \right]$$

2) Nombre N de points immobiles sur le segment O_1O_2

Les points immobiles du segment $[O_1O_2]$ sont ceux qui vibrent à amplitude nulle.

$$\text{Donc } d_2 - d_1 = (2K+1) \frac{\lambda}{2}; M \in [O_1O_2] \Rightarrow |d_2 - d_1| \leq O_1O_2 \Rightarrow \left| (2K+1) \frac{\lambda}{2} \right| < d$$

$$\text{Nous en déduisons : } |2K+1| < \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow -\frac{2d}{\lambda} < 2K+1 < \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow \frac{-2d}{\lambda} - 1 < 2K < \frac{2d}{\lambda} - 1$$

$$\Rightarrow -\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} < K < \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad \text{A.N : } -3,5 < K < 2,5; \quad K \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Conclusion : Il existe 6 points immobiles sur le segment $[O_1O_2]$

3) Etat vibratoire du point M

$$\text{Calculons l'ordre d'interférence : } P = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = (d_2 - d_1) \times \frac{N}{C}$$

A.N $P = (7,5 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3}) \times \frac{50}{0,25}$; $P = -\frac{1}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = -\frac{1}{2} \lambda$

Conclusion : $d_2 - d_1$ est de la forme $d_2 - d_1 = (2K + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec $K = -1$,

Le point M vibre donc à amplitude nulle; C'est un point immobile.

Exercice 8.25

1.1) Calculons la longueur d'onde λ

$\lambda = CT = \frac{C}{N}$; **A.N**: $\lambda = \frac{20}{50}$; $\lambda = 0,4 \text{ m}$

1.2) a) C'est le phénomène d'ondes stationnaires

b) Longueur l de la corde : $l = n \frac{\lambda}{2}$; **A.N**: $l = 5 \times \frac{0,4}{2}$; $l = 1 \text{ m}$.

1.3) Si $N_e = 25 \text{ Hz}$, $N_e = \frac{1}{2} N \Rightarrow T_e = 2T$; Nous observons une corde sinusoïdale immobile.

Si $N_e = 50 \text{ Hz}$, $N_e = N \Rightarrow T_e = T$; La corde est sinusoïdale et immobile.

Si $N_e = 100 \text{ Hz}$, $N_e = 2N \Rightarrow T_e = \frac{1}{2} T$; La corde présente deux immobilités apparentes.

2.1) Relation entre N et K

$l = k \frac{\lambda}{2}$ avec $\lambda = \frac{C}{N} \Rightarrow l = \frac{KC}{2N}$; **A.N**: $l = \frac{K \times 20}{2N} \Rightarrow N = 10K$.

2.2) Valeurs de N pour lesquelles on observe un nombre entier N de fuseaux stables

$15 \leq N \leq 50 \Rightarrow 15 \leq 10K \leq 50 \Rightarrow 1,5 \leq K \leq 5 \Rightarrow K \in \{2, 3, 4, 5\}$

Pour $K = 2$, $N = 20 \text{ Hz}$;

pour $K = 3$, $N = 30 \text{ Hz}$.

Pour $K = 4$, $N = 40 \text{ Hz}$;

Pour $K = 5$, $N = 50 \text{ Hz}$.

Exercice 8.26

1) Equation $y_M(t)$ du mouvement de M

$y_M(t) = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C} \right) \right] = a \cos \left(\omega t - \frac{\omega x}{C} \right)$ avec $\omega = 2\pi N = 200\pi \text{ rad.s}^{-1}$

Donc $y_M(t) = a \cos \left(200\pi t - \frac{200\pi x}{25} \right) \Rightarrow y_M(t) = a \cos(200\pi t - 8\pi x)$

2.1) Exprimons $y_{B_i}(t)$ et $y_{B_r}(t)$.

$y_{B_i}(t) = a \cos \omega t$; déduisons en $y_{B_r}(t)$.

Le point B étant immobile, le théorème de la superposition s'écrit en B :

$y_B = y_{B_i}(t) + y_{B_r}(t) = 0 \Rightarrow y_{B_r}(t) = -y_{B_i}(t) = -a \cos \omega t \Rightarrow y_{B_r}(t) = a \cos(\omega t + \pi)$

Donc : $y_{B_i}(t) = a \cos 200\pi t$; $y_{B_r}(t) = a \cos(200\pi t + \pi)$;

Il est évident que le déphasage $\varphi = \pi \text{ rad}$;

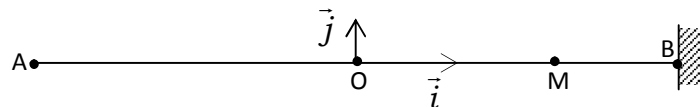
2.2) Exprimons $y_{M_i}(t)$ et $y_{M_r}(t)$

L'onde incidente passe par M avant d'arriver en B ; M a donc une avance $\theta = \frac{x}{c}$ sur B.

Par conséquent $y_{M_i}(t) = y_{B_i} \left(t + \frac{x}{c} \right) = a \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right] = a \cos \left(\omega t + \frac{\omega x}{c} \right)$

Nous obtenons alors : $y_{M_i}(t) = a \cos(200\pi t + 8\pi x)$;

L'onde réfléchie étant issue de B, le point M vibre avec un retard $\theta = \frac{x}{c}$ par rapport à B.



Ainsi $y_{Mr}(t) = y_{Br}\left(t - \frac{x}{c}\right) = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \pi\right]$;

Après calcul, nous obtenons : $y_{Mr}(t) = a \cos(200\pi t - 8\pi x + \pi)$;

Etablissons à l'aide de la construction de Fresnel, l'élongation résultante.

$y_M(t) = y_{Mi}(t) + y_{Mr}(t)$. Soient $\overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{OM_2}$ et $\overrightarrow{OM}$ les vecteurs de Fresnel correspondant à

y_{Mi} , y_{Mr} et y_M respectivement, $\overrightarrow{OM} \begin{cases} a \\ \omega = 200\pi \text{ rad.s}^{-1} \\ \phi \end{cases}$ $\overrightarrow{OM_1} \begin{cases} a \\ \omega = 200\pi \text{ rad.s}^{-1} \\ \phi_i = 8\pi x \end{cases}$

$\overrightarrow{OM_2} \begin{cases} a \\ \omega = 200\pi \text{ rad.s}^{-1} \\ \phi_r = -8\pi x + \pi \end{cases}$

$A = OM = 2OH$ avec $OH = M_1K$;

Or $\sin \phi_i = \frac{M_1K}{OM_1} \Rightarrow M_1K = OM_1 \sin \phi_i$; donc $OH = a \sin \phi_i$

Par conséquent : $A = 2a \sin \phi_i \Rightarrow A = 2a \sin 8\pi x$;

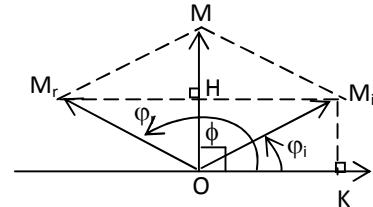
Par construction nous avons obtenu : $\phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Conclusion : $y_M(t) = 2a \sin 8\pi x \cos(200\pi t + \frac{\pi}{2})$

4) Positions des nœuds : $A = 0 \Rightarrow \sin 8\pi x = 0 \Rightarrow 8\pi x = K\pi \Rightarrow x = \frac{1}{8}K$; avec $K \in \mathbb{Z}$

Positions des ventres :

$A = \pm 2a \Rightarrow 2a \sin 8\pi x = \pm 2a \Rightarrow 8\pi x = (2K + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{16}(2k + 1)$; $K \in \mathbb{Z}$



Exercice 8.27

1) Calculons la longueur d'onde du son émis; $\lambda = CT = \frac{C}{f}$; **A.N :** $\lambda = \frac{336}{1600}$; $\lambda = 0,21 \text{ m}$

2) Posons $d_1 = 169 \text{ cm}$ et $d_2 = 106 \text{ cm}$.

$P = \frac{d_1 - d_2}{\lambda} = \frac{169 \cdot 10^{-2} - 106 \cdot 10^{-2}}{0,21} = 3 \Rightarrow d_1 - d_2 = 3\lambda$

$d_1 - d_2 = K\lambda$ avec $K = 3$; le microphone perçoit donc un son d'intensité maximale.

3) Si M est en O milieu de $[S_1S_2]$, $d_1 = d_2 = \frac{S_1S_2}{2}$; donc $\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 0$

Nous en déduisons $d_2 - d_1 = K\lambda$ avec $K = 0$; le microphone perçoit un son d'intensité maximale.

4) Nombre de maxima N rencontrés entre S_2 et O

Le nombre de maxima N rencontrés entre S_2 et O est la moitié du nombre N' de maxima existant entre S_1 et S_2 si on ne considère pas celui situé en O .

Puisque $d_2 - d_1 = K\lambda$, $|d_2 - d_1| \leq S_1S_2 \Leftrightarrow |K\lambda| \leq S_1S_2 \Rightarrow |K| \leq \frac{S_1S_2}{\lambda}$

A.N : $|K| \leq \frac{1,2}{0,21}$. Donc $|K| \leq 5,7$; Donc $K \in \{-5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$

$K = 0$ n'étant pas considéré, $N' = 10 \Rightarrow N = 5$; **Conclusion :** Il existe 5 maxima entre O et S_1 .

Exercice 8.28

1) Etablissons l'équation du mouvement de M

Nous devons d'abord exprimer les équations des deux ondes à l'aide de la même fonction trigonométrique. $y_{0_1} = a \sin 100\pi t$; $y_{0_2} = a \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha = \sin(\alpha + \pi); \text{ donc } y_{0_2} = a \sin(100\pi t + \pi)$$

En un point M situé à d_1 et d_2 de O_1 et O_2 respectivement,

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2} \text{ avec } y_{M_1} = a \sin \left[100\pi \left(t - \frac{d_1}{C} \right) \right] \text{ et } y_{M_2} = a \sin \left[100\pi \left(t - \frac{d_2}{V} \right) + \pi \right]$$

Après les calculs, nous obtenons

$$y_M = 3 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t - 400\pi d_1) + 3 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)$$

$$\text{Mieux encore } y_M = 3 \cdot 10^{-3} [\sin(100\pi t - 400\pi d_1) + \sin(100\pi t - 400\pi d_2 + \pi)];$$

$$\text{Posons: } P = 100\pi t - 400\pi d_1; \quad q = 100\pi t - 400\pi d_2 + \pi$$

$$\text{Nous savons que : } \sin P + \sin q = 2 \cos \left(\frac{P+q}{2} \right) \sin \left(\frac{P-q}{2} \right)$$

$$y_M = 3 \cdot 10^{-3} \cos \left[200\pi(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] \sin \left[100\pi t - 200\pi(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{2} \right]$$

2) Nombre N de points situés sur $[O_1O_2]$ et vibrant à amplitude maximale.

$$\text{Puisque } d_2 - d_1 = K\lambda; |d_2 - d_1| < d \Rightarrow |K\lambda| < d \Rightarrow |K| < \frac{dN}{C}; |K| < \frac{1,5 \cdot 10^{-2} \times 50}{0,25}$$

$$\text{donc } |K| < 3, \text{ nous en déduisons : } K \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

Conclusion : Il existe sur le segment $[O_1O_2]$, 5 points vibrant à amplitude maximale.

3) Etat vibratoire du point M

Calculons l'ordre d'interférence P du point M :

$$P = \frac{d_2 - d_1}{\lambda}; \quad \text{A.N: } P = -\frac{1}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = -\frac{1}{2}\lambda$$

Le point M vibre à amplitude nulle car $d_2 - d_1 = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$ avec $K = -1$.

4.1) Exprimons Δ en fonction de x, D et d.

$$d_2^2 = D^2 + \left(\frac{d}{2} + x \right)^2; \quad d_1^2 = D^2 + \left(\frac{d}{2} - x \right)^2$$

$$\Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = \left(\frac{d}{2} + x \right)^2 - \left(\frac{d}{2} - x \right)^2$$

$$\Rightarrow (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = \left[\frac{d}{2} + x - \frac{d}{2} + x \right] \left[\frac{d}{2} + x + \frac{d}{2} - x \right] \Rightarrow (d_2 - d_1) = \frac{2dx}{d_1 + d_2}$$

$$\text{Etant donné que } D \gg x \text{ et } D \gg d, \text{ nous avons } d_1 \approx d_2 \approx D. \text{ Donc } d_2 - d_1 = \Delta = \frac{2dx}{2D} \Rightarrow \Delta = \frac{dx}{D}.$$

4.2) Distance d' séparant deux points d'amplitude maximale.

Déterminons d'abord la position des points vibrant à amplitude maximale.

$$\Delta = d_2 - d_1 = K\lambda \Rightarrow \frac{dx}{D} = K\lambda \Rightarrow x_K = K \frac{\lambda D}{a}$$

La distance d' séparant deux points vibrant à amplitude maximale est :

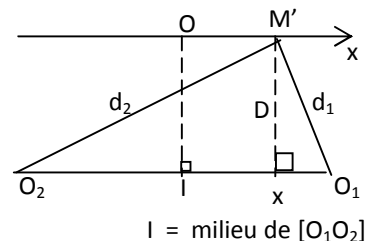
$$d' = x_{K+1} - x_K = (K+1) \frac{\lambda D}{a} - K \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow d' = \frac{\lambda D}{a};$$

Exercice 8.29

1) Période T, fréquence f et pulsation ω de x_1 .

T correspond à 8 divisions car une demi période correspond à 4 divisions

$$\text{Puisque } 1\text{cm} \rightarrow 2\text{ms} \quad T = 8 \times 2 = 16\text{ms}; \quad T = 16 \cdot 10^{-3}\text{s}$$



8cm $\rightarrow$ T ?Fréquence : $f = \frac{1}{T}$; **A.N** : $f = \frac{1}{16 \cdot 10^{-3}}$; $f = 62,5 \text{ Hz}$.Pulsation : $\omega = 2\pi f$; **A.N** : $\omega = 2\pi \times 62,5$; $\omega = 125\pi \text{ rad.s}^{-1}$ 2) $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ or Δt correspond à une division, donc $\Delta t = 2\text{ms} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$$\Delta\varphi = 125\pi \times 2 \cdot 10^{-3}; \Delta\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

3) La fonction x_2 est en retard par rapport à la fonction x_1 **4) Equations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$** $x_2 = a \cos(\omega t + \varphi)$; à $t=0$ $x_2 = a \cos \varphi = a \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$; $a = 3 \times 2 = 6\text{mm}$.Donc, $x_2 = 6 \cdot 10^{-3} \cos 125\pi t$. Nous en déduisons $x_1 = 6 \cdot 10^{-3} \cos\left(125\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ **5) Etablissons l'équation de la résultante x**

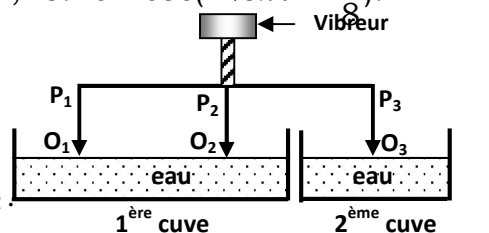
D'après le théorème de la superposition,

 $x = x_1 + x_2$ avec $x_1 = 6 \cdot 10^{-3} \cos(125\pi t + \frac{\pi}{4})$; $x_2 = 6 \cdot 10^{-3} \cos 125\pi t$ Soient $\overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{OM_2}$ et $\overrightarrow{OM}$ les vecteurs de Fresnel des fonctions x_1 , x_2 et x respectivement

$$\overrightarrow{OM_1} \begin{cases} a \\ \omega \\ \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM_2} \begin{cases} a \\ \omega \\ \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

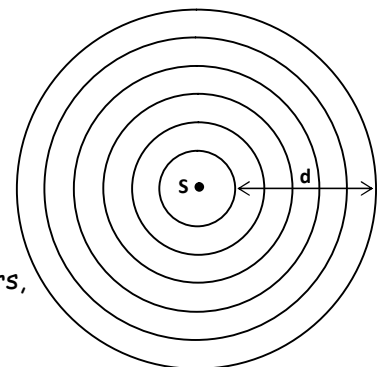
$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} a \\ \omega \\ \phi \end{cases}$$

Avec $a = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $\omega = 125\pi \text{ rad.s}^{-1}$.Par construction nous obtenons : $\phi = \frac{1}{2} \varphi_1 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$; $A = OM = 2OH$ avec $\cos \phi = \frac{OH}{OM_2} \Rightarrow OH = OM_2 \cos \phi = a \cos \phi$ Donc $A = 2a \cos \phi$; **A.N** : $A = 2 \times 6 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{8}$; $A = 12 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{8}$ Nous obtenons $x(t) = 12 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{8} \cos(125\pi t + \frac{\pi}{8}) = 1,16 \cdot 10^{-2} \cos(125\pi t + \frac{\pi}{8})$.**Exercice 8.30**1) Le phénomène qui se produit dans la 2^{ème} cuve est le phénomène d'interférence mécanique.Ce phénomène se manifeste par la formation des franges d'interférence qui sont des hyperboles de foyers O_1 et O_2 .**2.1) Longueur d'onde de la vibration dans la 1^{ère} cuve**

Les mouvements des trois pointes étant identiques, les ondes se propageant dans les deux cuves ont la même longueur d'onde.

Ainsi, $d = 5\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d}{5}$; **A.N** : $\lambda = \frac{0,02}{5}$; $\lambda = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.**2.2) Observations faites dans la 2^{ème} cuve à l'aide du stroboscope**Soient f la fréquence des ondes dans la 2^{ème} cuve et f_e la fréquence des éclairs,

$$\lambda = \frac{C}{f} \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda}; \text{ **A.N** : } f = \frac{0,4}{4 \cdot 10^{-3}}; f = 100 \text{ Hz}$$

 $f_e = P \cdot N$ avec $P = 33 \text{ trous}$; $N = 1800 \text{ tr.min}^{-1} = 30 \text{ tr.s}^{-1}$; **A.N** : $f_e = 33 \times 30$; $f_e = 990 \text{ Hz}$ 

$$\frac{f_e}{f} = \frac{990}{100} = 9,9 \Rightarrow f_e \approx 10f \text{ avec } f_e \leq 10f.$$

Conclusion : Nous observons à l'aide du stroboscope un mouvement ralenti des ondes (crêtes) dans le sens réel de leur déplacement.

2.3) Equation horaire $y_1(t)$ de P_1

$$y_1(t) = a \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } a = 10^{-3} \text{ m}, \omega = 2\pi f = 200\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t = 0, y_1(0) = 0 \Rightarrow a \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \text{ rad};$$

$$\dot{y}(t) = -a\omega \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{y}(0) = -a\omega \sin(0 + \varphi) < 0 \Rightarrow \sin \varphi > 0; \text{ Donc } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

$$\text{Conclusion : } y_1(t) = 10^{-3} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

2.4) Equation du point M

Etant donné que les 3 points vibrent en phase,

$$y_1(t) = y_2(t) = y_3(t) = a \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \text{ avec } a = 10^{-3} \text{ m}.$$

$$\text{Ainsi, } y_{M_1}(t) = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{d_1}{C}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = a \cos\left[\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y_{M_2}(t) = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{d_2}{C}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = a \cos\left[\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right]$$

En nous servant de la construction de Fresnel, nous obtenons :

$$y_M(t) = 2a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right] \cos\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{2}\right]$$

2.5) Positions des points immobiles

Les points immobiles sont ceux qui vibrent à amplitude nulle.

$$2a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right] = 0 \Rightarrow \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right] = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

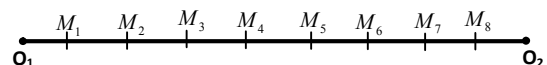
$$\text{Nous en déduisons : } d_1 - d_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \text{ avec } k \in \mathbb{Z}.$$

2.6) Détermination de la distance D

Sachant que $D = O_1M_1 + M_1M_8 + M_8O_2$ avec $O_1M_1 = M_8O_2 = 1\text{ mm}$ et $M_1M_8 = 7\lambda$.

Nous obtenons $D = 2O_1M_1 + 7\lambda$;

$$\text{A.N : } D = 2 \times 1.10^{-3} + 7 \times 4.10^{-3}; \quad D = 3.10^{-2} \text{ m}$$



Chapitre 9 : LA LUMIERE

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Aspect ondulatoire de la lumière

I.1 Généralités

La lumière, tout comme le son, se propage comme une onde. Elle obéit au phénomène de diffraction à la traversée d'un trou de petites dimensions.

La lumière est en général appelée « onde lumineuse » ou « radiation lumineuse ».

La diffraction est la modification du trajet d'une onde lumineuse lorsqu'elle passe par une petite ouverture ou autour d'un petit obstacle.

Bon à savoir : plus la dimension d'une ouverture ou d'un obstacle est petite, plus la tache de diffraction observée sur un écran placé à une distance fixe est étalée.

La nature ondulatoire de la lumière est encore mieux mise en évidence par l'expérience des interférences lumineuses.

Une lumière monochromatique est une lumière constituée d'une radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide λ correspondant à une seule couleur.

Une lumière monochromatique est une onde sinusoïdale à laquelle peut être associée une fréquence ν qui la caractérise.

Une lumière polychromatique est constituée de plusieurs lumières monochromatiques.

La fréquence d'une lumière monochromatique ne change pas quand elle passe d'un milieu transparent à un autre.

Un milieu est dit transparent lorsqu'il laisse passer la lumière.

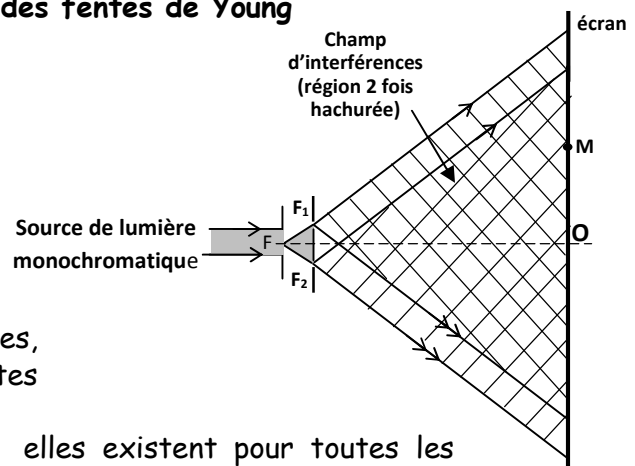
On appelle lumière blanche la lumière émise par le soleil ou par une lampe à incandescence ; elle est polychromatique. Sa décomposition par un prisme donne un spectre continu de radiations de couleurs correspondant aux sept couleurs de l'arc-en-ciel, dans l'ordre: rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo, violet.

I.2 Les interférences lumineuses, L'expérience des fentes de Young

I.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué :

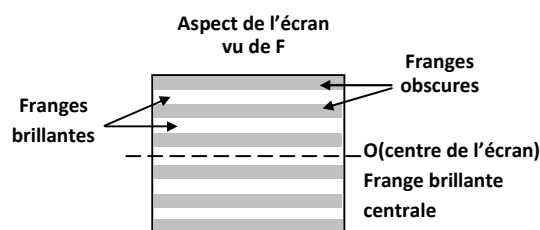
- D'une fente fine F qui est la fente source.
- Deux fentes fines secondaires F_1 et F_2 .
- un écran (E) parallèle au plan des fentes secondaires F_1 et F_2



I.2.2 Observations

Sur l'écran et dans le champ d'interférences, apparaissent des bandes sombres et brillantes alternées : Ce sont les franges d'interférences.

N.B : Ces franges sont dites délocalisées car elles existent pour toutes les positions de l'écran, pourvu que l'on reste dans le champ d'interférences.



I.2.3 différence de marche

Définition : on appelle différence de marche, la différence de longueur entre les deux trajets FF_1M et FF_2M empruntés par la lumière pour aller de la fente source F au point M de l'écran. Etablissons l'expression de la différence de marche.

Posons $F_1F_2 = a$; $OM = x$; $F_1M = d_1$ et $F_2M = d_2$;

Supposons : $d_1 \ll a$, $d_2 \ll a$ (voir figure ci-contre).

Les triangles F_1H_1M et F_2H_2M étant rectangles,

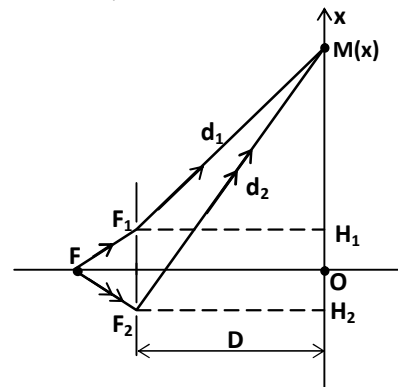
$$d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \text{ et } d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 ;$$

$$d_2^2 - d_1^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2}\right) \left(x + \frac{a}{2} + x - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2 + d_1} ; \text{ or } d_1 \ll a \text{ et } d_2 \ll a \Rightarrow d_2 \ll D \text{ et } d_1 \ll D.$$

$$\text{Par conséquent : } d_2 - d_1 = \frac{2ax}{D + D} \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{2ax}{2D} \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{ax}{D} ;$$

Conclusion : La différence de marche a pour expression : $\Delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$.



I.2.4 Interférences constructives :

Il y'a interférences constructives lorsque : $d_2 - d_1 = k\lambda \Leftrightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x = k \frac{\lambda D}{a}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Tout point M d'abscisse $x = k \frac{\lambda D}{a}$, avec $k \in \mathbb{Z}$ appartient à une frange brillante.

si $k = 0$, alors $x = 0$; le centre O de l'écran (d'abscisse $x = 0$) appartient à une frange brillante.

I.2.5 Interférences destructives :

$$d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{ax}{D} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a} ;$$

Tout point M d'abscisse $x = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a}$ appartient à une frange obscure.

I.2.6 Notion d'interfrange :

Définition : On appelle interfrange la distance qui sépare les milieux de 2 franges consécutives de même nature.

$$\text{Pour les franges brillantes, } i = x_{K+1} - x_K = (K + 1) \frac{\lambda D}{a} - K \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a} ;$$

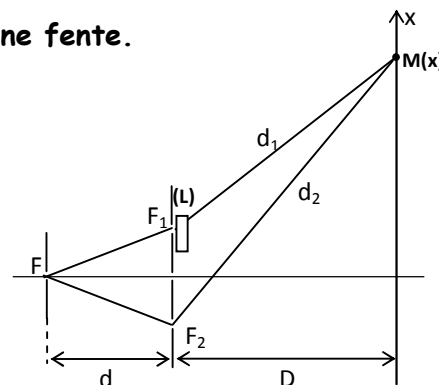
$$\text{Pour les franges obscures, } i = x_{K+1} - x_K = \left[2(k + 1) + 1\right] \frac{\lambda D}{2a} - (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a} ;$$



I.2.7 Interposition d'une lame à faces parallèles sur une fente.

Le dispositif initial étant celui des fentes de Young pour lequel les fentes secondaires (F_1 et F_2) sont distantes de a , la distante écran-fente (F_1 et F_2) étant D , le système est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ ,

On interpose sur le fuseau lumineux issu de F_1 une lame à faces parallèles de très petite épaisseur « e » et d'indice n .



Le fait d'interposer la lame à faces parallèles (L) sur le faisceau issu de F_1 , a pour conséquence de le ralentir

On démontre que le trajet F_1M croît (s'allonge) de $e(n-1)$.

Sa nouvelle valeur est alors $(F_1M)' = d_1' = d_1 + e(n-1)$

La différence de marche elle aussi devient Δ' tel que:

$$\Delta' = d_2 - d_1' = d_2 - d_1 - e(n-1). \quad (1) \quad \text{Or } d_2 - d_1 = \Delta = \frac{ax}{D} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } \Delta' = \Delta - e(n-1); \Leftrightarrow \Delta' = \frac{ax}{D} - e(n-1)$$

Position de la frange brillante centrale en cas d'interposition d'une lame à faces parallèles sur une fente

La frange brillante centrale correspond au point de l'écran où la différence de marche Δ' est nulle. $\Delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{D \cdot e(n-1)}{a}$;

$$\Delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{D \cdot e(n-1)}{a};$$

Comme application de ce principe, nous avons, la mesure des faibles épaisseurs en biologie, la mesure des indices de liquides, solides ou gaz transparents.

I.3 Interfrange et changement de milieu :

Soit $n_{2/1}$ l'indice d'un milieu (2) par rapport au milieu (1).

Si nous utilisons la même source lumineuse, sa fréquence reste inchangée et indépendante du milieu illuminé.

Par contre, la vitesse de propagation des ondes change lorsqu'on passe du milieu (1) au milieu (2).

Dans le milieu 1 : $\lambda_1 = V_1 T$; Dans le milieu 2 : $\lambda_2 = V_2 T$;

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{V_1}{V_2} = n_{2/1} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \cdot n_{2/1}. \text{ Sachant que } i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} \text{ et } i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a},$$

$$\text{nous en déduisons } i_1 = \lambda_2 \cdot n_{2/1} \cdot \frac{D}{a} = n_{2/1} \cdot \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow i_1 = n_{2/1} \cdot i_2.$$

Conclusion : Le changement de milieu induit un changement de l'interfrange.

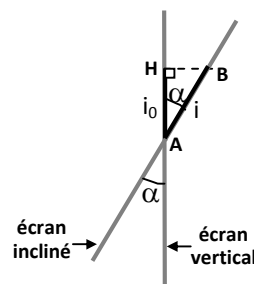
I.4 Interfrange et inclinaison d'écran.

Soit i_0 : l'interfrange pour la position verticale de l'écran,

i : l'interfrange pour la position inclinée ;

Nous avons $i = AB$ et $i_0 = AH$;

$$\cos \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{i_0}{i} \Rightarrow i = \frac{i_0}{\cos \alpha}.$$



Conclusion : Lorsqu'on incline l'écran d'un angle α , l'interfrange change et sa nouvelle valeur nous

est donnée par la relation $i = \frac{i_0}{\cos \alpha}$;

On assiste donc à un élargissement du système de franges car :

$$0 < \cos \alpha < 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} > 1 \Rightarrow i > i_0$$

Position de la frange centrale lorsque F n'est pas sur la médiatrice de (F_1F_2)

Posons Δ la différence de marche.

$$\Delta = (d_2' + d_2) - (d_1' + d_1) \Rightarrow \Delta = (d_2' - d_2) + (d_1 - d_1') \quad (1)$$

$$\text{Or, nous avons démontré que } d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}. \quad (2)$$

Soit y_0 la position de F sur l'axe (O', y)

$$d_1'^2 = FH^2 + HF_1^2 = D'^2 + \left(\frac{a}{2} - y_0\right)^2$$

$$d_2'^2 = FH^2 + HF_2^2 = D'^2 + \left(\frac{a}{2} + y_0\right)^2$$

$$d_2'^2 - d_1'^2 = \left(\frac{a}{2} + y_0\right)^2 - \left(\frac{a}{2} - y_0\right)^2$$

$$\Rightarrow (d_2' - d_1')(d_2' + d_1') = 2ay_0 \Rightarrow d_2' - d_1' = \frac{2ay_0}{d_2' + d_1'}$$

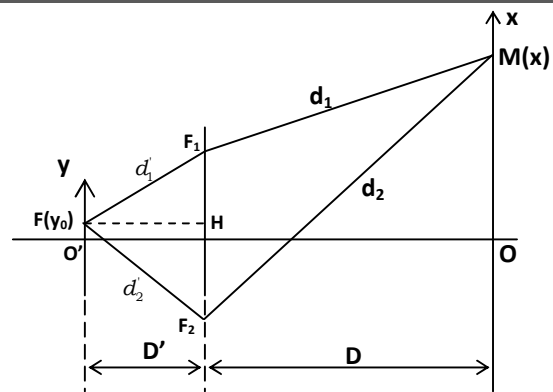
Supposons $y_0 \ll D'$, donc $d_1' \approx d_2' \approx D'$;

$$\text{Nous obtenons alors, } d_2' - d_1' = \frac{2ay_0}{2D'} \Rightarrow d_2' - d_1' = \frac{ay_0}{D'} \quad (3)$$

$$(3) \text{ et } (2) \text{ dans } (1) \text{ donnent } \Delta = \frac{ax}{D} + \frac{ay_0}{D'}$$

N.B : Sachant que la position de la frange centrale correspond à une différence de marche nulle, nous avons : $\Delta = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{D} + \frac{ay_0}{D'} = 0 \Rightarrow x = -y_0 \frac{D}{D'}$.

Conclusion : La translation de la fente F entraîne une translation du système de franges entier dans un sens opposé à celui de la translation de F.



I.5 Superposition de deux champs d'interférences issus de deux lumières

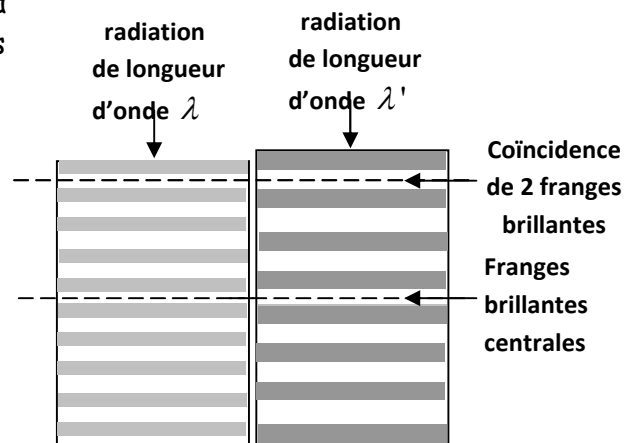
monochromatiques de fréquences voisines : phénomène de Battements ou de coïncidence.

Si nous faisons passer à travers la fente source F deux lumières monochromatiques de longueurs d'onde λ et λ' voisines, nous assistons à la superposition sur l'écran des deux champs d'interférences.

Le centre de l'écran est occupé par les franges brillantes (d'ordre $k = 0$) des deux systèmes de franges. Au-delà de cette frange brillante centrale, il apparaît aussi des coïncidences périodiques entre des franges brillantes issues des deux systèmes de franges.

Soit N le nombre d'interfranges séparant le centre de l'écran du centre de la frange où se produit la première coïncidence pour la radiation λ ; Le nombre d'interfranges pour la radiation λ' est N' tel que $Ni = N'i' \Leftrightarrow$

$$N \cdot \frac{\lambda D}{a} = N' \cdot \frac{\lambda' D}{a} \Rightarrow N\lambda = N'\lambda' ;$$



I.6 Expression de l'intensité lumineuse :

On démontre que l'intensité lumineuse en un point M de l'écran est proportionnelle au carré de l'amplitude a de la vibration en ce point.

$E = Ka^2$; où a est l'amplitude ; K la constante de propagation ;

$$\text{Exemple : } y = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cos \left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) \right] \Rightarrow E = K \left[2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \right]^2$$

Établissons cette relation :

Soient $y_1(t)$ et $y_2(t)$ tels que $y_1(t) = y_2(t) = a \cos \omega t$ les vibrations lumineuses issues des sources secondaires F_1 et F_2 ;

En un point M de l'écran où se superposent ces deux radiations lumineuses, nous aurons :

$$y_1(M) = a \cos \left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) ; y_2(M) = a \cos \left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)$$

Nous en déduisons à l'aide de la construction de Fresnel et du théorème de la superposition, la résultante de l'onde lumineuse en M qui a pour expression :

$$y(M) = y_1(M) + y_2(M) = 2a \cos \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right) \cos \left(\omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} \right) ;$$

qui est de la forme $y = A \cos(\omega t + \Phi)$, avec $A = 2a \cos \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right)$ et $\Phi = -\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}$.

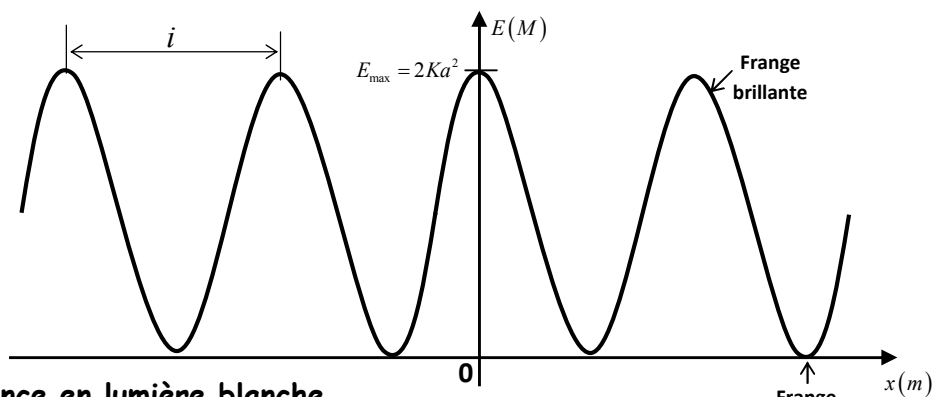
D'où l'expression de l'éclairement $E = KA^2 = K \left[2a \cos \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right) \right]^2$; E en candela (cd), a , x , D et λ en mètres (m), K la constante d'éclairement sans unité.

Sachant que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x)$, nous obtenons donc,

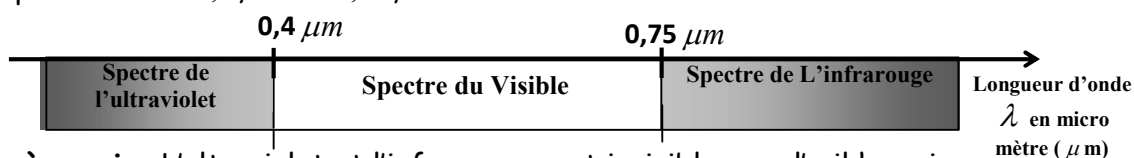
$$E = 2Ka^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right) \right] \Leftrightarrow E = Ka^2 \left[1 + \cos \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right) \right] ;$$

l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$, par conséquent $E = E_{\max} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi x}{i} \right) \right]$, avec $E_{\max} = Ka^2$.

Conclusion : l'éclairement (intensité lumineuse) est une fonction sinusoïdale (de période i) de la position x du point M sur l'écran, comme l'indique la figure ci-dessous.

**I.7 Interférence en lumière blanche**

La lumière blanche est composée de toutes les radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,75 \mu\text{m}$.



Bon à savoir : L'ultraviolet et l'infrarouge sont invisibles par l'œil humain.

Si nous réalisons une expérience d'interférence lumineuse avec la lumière blanche, nous obtenons sur l'écran :

- Une frange centrale brillante ;
- Au-delà de la frange centrale, Deux ou trois franges brillantes mais fortement irisées (ayant des contours flous) ;
- Au-delà de ces franges, une teinte grisâtre appelée blanc d'ordre supérieur.

II. Aspect ondulatoire de la lumière

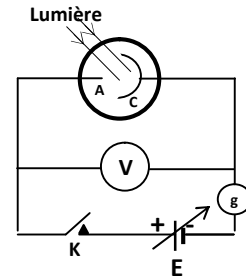
La nature corpusculaire de la lumière a été clairement mise en évidence par le phénomène d'effet photoélectrique découvert par le physicien **Hertz** en 1887.

II.1 Etude de l'effet photoélectrique

II.1.1 Définition : On appelle effet photoélectrique, l'extraction d'électrons d'un métal par un rayonnement électromagnétique approprié.

Le dispositif expérimental présente :

- Une cellule photo émissive qui est une ampoule de verre transparent dans lequel l'on a fait un vide poussé ;
- Un galvanomètre g très sensible qui permet de mesurer l'intensité du courant traversant le circuit ;
- Un générateur E à tension variable qui crée une tension $U = V_A - V_C$ entre l'anode A et la cathode C .
- L'interrupteur K .



II.1.2 Observations

1) L'émission photoélectrique est instantanée si la fréquence ν de la radiation incidente est supérieure à une valeur maximale ν_0 caractéristique du métal constituant la cathode.

N.B : ν_0 est appelée seuil photoélectrique.

2) Le galvanomètre décèle le passage d'un courant I si $(V_A - V_C)$ est positif.

3) I croît puis atteint une valeur limite I_s appelée Intensité de saturation.

4) Le courant photoélectrique s'annule pour une valeur négative $-U_0$ de $V_A - V_C$, avec $U_0 > 0$. le terme U_0 porte le nom de **potentiel d'arrêt**.

Remarque : L'intensité de saturation est une fonction croissante de la puissance rayonnante.

II.1.3 Interprétation : Hypothèse d'Einstein (1905)

La lumière transporte de l'énergie par paquets discrets (Photons). Le photon n'a pas de masse. C'est une particule relativiste portant une énergie E égale à 1 quantum d'énergie : avec $E = h\nu = \text{quantum}$; h : constante de Planck = $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

L'expulsion d'un électron résulte d'un choc élastique entre un photon et l'électron considéré.

II.2 Seuil photoélectrique ou Fréquence seuil ν_s

L'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence ν de la radiation éclairant le métal est supérieure à une fréquence seuil ν_s caractéristique du métal, c'est-à-dire si $\nu > \nu_s$;

$$E_s = h\nu_s \Rightarrow \nu_s = \frac{E_s}{h} ; \text{ De même, } E_s = h \frac{C}{\lambda_s} \Rightarrow \lambda_s = \frac{hC}{E_s} \Rightarrow \lambda_s = \frac{C}{\nu_s}$$

ν_s est la fréquence minimale au dessus de laquelle l'effet photoélectrique se produit. λ_s est la longueur d'onde maximale susceptible de provoquer l'effet photoélectrique.

Ainsi, une radiation produit l'effet photoélectrique si sa longueur d'onde λ vérifie la relation $\lambda < \lambda_s$.

II.3 Energie d'extraction.

L'énergie d'extraction d'un métal est l'énergie minimale à fournir pour extraire un électron de ce métal.

Soit E_0 l'énergie d'extraction, $E_0 = h\nu_0$ où ν_0 est la fréquence seuil de ce métal.

E_0 en joules (J), ν_0 en hertz (Hz); h = constance de Planck = $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

II.4 Energie cinétique maximale d'un électron extrait

Soient E_0 l'énergie d'extraction, $E_{C\max}$ l'énergie cinétique maximale communiquée à l'électron arraché, Le bilan énergétique ou la conservation de l'énergie s'écrit :

$$E_{\text{photon}} = E_0 + E_{C\max} \Leftrightarrow E_{C\max} = E_{\text{photon}} - E_0 = h(\nu - \nu_0) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = h\nu - h\nu_0$$

II.5 Puissance P d'une radiation transportant des photons efficaces :

Un photon est dit efficace si sa fréquence est supérieure à la fréquence seuil.

Soit N le nombre de photons incidents de fréquence ν , la puissance du rayonnement est : $P = Nh\nu$; P en watts (W); ν en Hertz, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.S

Soit n le nombre de photons efficaces par seconde, c'est-à-dire le nombre d'électrons extraits par seconde ; L'intensité de saturation vaut $I_s = n|e| \Rightarrow n = \frac{I_s}{|e|}$.

Le rendement quantique vaut $r_q = \frac{n}{N}$;

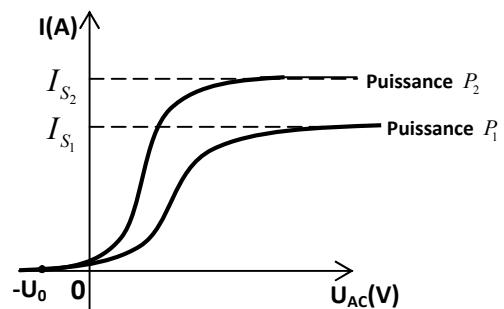
Par substitution, nous obtenons : $r_q = I_s \cdot \frac{h\nu}{|e| \cdot P} \Rightarrow P = I_s \cdot \frac{h\nu}{r_q \cdot |e|}$.

II.6 Caractéristique d'une cellule photoélectrique

C'est le graphe $I = f(U_{AC})$

Remarque : $P_2 > P_1 \Rightarrow I_{S_2} > I_{S_1}$

L'intensité de saturation est une fonction Croissante de la puissance rayonnante.

**II.7 Potentiel d'arrêt U_0**

C'est la tension U_0 à appliquer aux bornes de la cellule photoélectrique pour qu'aucun courant ne la traverse, tous les électrons extraits à la cathode ne parvenant pas en A.

Bon à savoir : A longueur d'onde constante, le potentiel d'arrêt est indépendant de la puissance reçue par la cathode.

Détermination du potentiel d'arrêt.

Considérons un électron émis à la cathode avec une vitesse V_m et qui arrive à l'anode avec une vitesse nulle.

Ecrivons le théorème de l'énergie cinétique entre C et A : $E_{C(A)} - E_{C(C)} = \vec{F} \cdot \vec{CA}$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = (-e) \cdot U_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = eU_0 \Rightarrow U_0 = \frac{mV_{\max}^2}{2e}$$

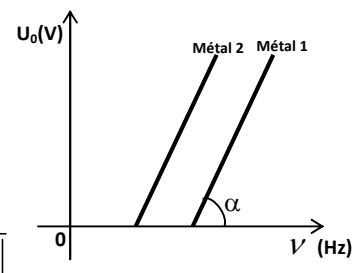
II.8 Courbes de Millikan $U_0 = f(\nu)$

Les courbes de Millikan sont les graphes $U_0 = f(\nu)$.

Nous savons que $h\nu = h\nu_0 + E_{C\max}$, avec $E_{C\max} = |e|U_0$

$$\text{Par conséquent } h\nu = h\nu_0 + |e| \cdot U_0 \Rightarrow |U_0| = \frac{h}{|e|}(\nu - \nu_0)$$

Les graphes sont des demi-droites affines de pente $p = \tan \alpha = \frac{h}{|e|}$



Remarque : L'effet photoélectrique (par ces courbes) met en évidence la discontinuité de la lumière.

II.9 Applications de l'effet photoélectrique.

- La photopile encore appelée "œil électrique" ; c'est un générateur qui transforme l'énergie lumineuse en énergie électrique ;
- les calculatrices solaires ;
- Les cameras de télévisions , les caméscopes ;
- Les portes à commandes et alarmes automatiques ;
- etc.

B- ENONCES DES EXERCICES**Exercice 9.1**

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier

- 1) L'expérience des fentes de Young est la seule expérience permettant de mettre en évidence le phénomène d'interférences lumineuses.
- 2) Dans une expérience d'interférences lumineuses avec les fentes de Young, les points de l'écran appartenant à une frange sombre sont ceux où ne parvient aucun rayon lumineux issu des deux fentes secondaires.
- 3) On appelle interfrange la distance qui sépare deux franges consécutives.
- 4) Le phénomène d'interférence lumineuse ne peut pas être réalisé avec la lumière blanche.
- 5) Une source lumineuse est dite monochromatique si sa fréquence est constante.
- 6) Dans l'expérience de l'effet photoélectrique, la fréquence seuil dépend du nombre de photons arrivant par seconde à la photocathode.
- 7) La fréquence seuil ne dépend pas du métal de la cathode, mais du métal de l'anode.
- 8) Dans l'expérience des fentes de Young, l'interfrange ne dépend pas de la fréquence de la lumière incidente.
- 9) Dans une cellule photoémissive, l'intensité de saturation dépend de la longueur d'onde de la radiation utilisée.
- 10) Dans l'expérience des fentes de Young, tout point où parvient la lumière issue d'au moins une des deux fentes secondaires appartient au champ d'interférences.

Exercice 9.2

- 1) Définir : a) Lumière blanche ; b) Lumière monochromatique ;
- 2) Toute lumière polychromatique est-elle une lumière blanche ?

Exercice 9.3

- 1) Que signifie le sigle LASER ?
- 2) Le Laser peut-il subir le phénomène de diffraction ? Pourquoi ?
- 3) Le Laser peut-il être décomposé par un prisme ? pourquoi ?

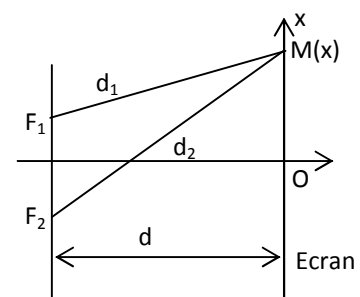
Exercice 9.4

- 1) Définir : a) différence de marche ; b) interfrange ;
- 2) L'interfrange dépend-elle :
a) du déphasage b) de la distance a entre les deux fentes secondaires ?
- 3) La position des franges dépend-elle de l'interfrange ?

Exercice 9.5

On réalise l'expérience des fentes de Young avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 620\text{nm}$.

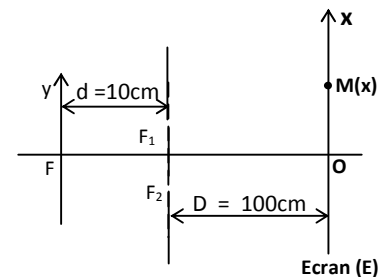
- 1) Déterminer la fréquence de cette radiation.
- 2) Dans quel domaine se trouve cette radiation ?
- 3) Les fentes F_1 et F_2 étant distantes de $a = 2\text{mm}$, l'écran situé à $d = 1\text{m}$ du plan contenant F_1 et F_2 ;



- 3.1) Etablir l'expression de la différence de marche en un point M de coordonnée x situé dans le champ d'interférence.
- 3.2) Etablir l'expression de l'interfrange i . Puis calculer i .
- 3.3) Etablir l'expression de l'ordre d'interférence P des points vibrant à amplitude maximale.
- 3.4) Déterminer la position x_2 d'un point M_2 milieu de la frange brillante d'ordre $p = 2$.
- 3.5) Calculer la distance séparant le point M_2 du centre de la frange brillante centrale.

Exercice 9.6

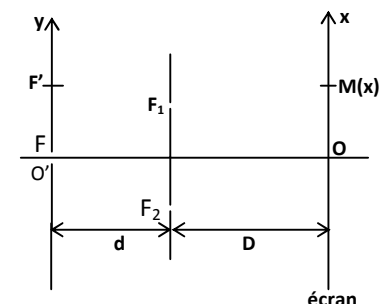
On réalise avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5\mu\text{m}$, une expérience des fentes de Young dans laquelle les fentes F_1 et F_2 sont distantes de $a = 0,5\text{mm}$. La distance entre l'écran et la plaque sur laquelle sont réalisées F_1 et F_2 est $D = 100\text{cm}$.



- 1) Quelle est la valeur de la différence de marche en O (centre de l'écran)?
- 2) Quelle est la nature de la frange contenant le point O?
- 3) En un autre point M quelconque de l'écran appartenant au champ d'interférence, la différence de marche est Δ .
- 3.1) Etablir l'expression de Δ en fonction a , x et D .
- 3.2) calculer la différence de marche au point M de coordonnées $x = 5\text{mm}$. Y a-t-il interférence constructive ou destructive en ce point?
- 3.3) Calculer l'abscisse du point où la différence de marche vaut $\Delta = 2,75 \cdot 10^{-6}\text{m}$. Y a-t-il interférence constructive ou destructive en ce point?

Exercice 9.7

Le dispositif ci-contre est utilisé pour produire un système de franges sur un écran E. On donne : $a = F_1F_2$.



- 1) Donner l'expression de la différence de marche Δ en un point $M(x)$ de l'écran en fonction de a , x et D .
- 2) On déplace la fente source F vers le haut, de manière à ce qu'elle occupe un point F' d'ordonnée y' suivant l'axe $(O'y)$.
- 2.1) En posant $d'_1 = F'F_1$ et $d'_2 = F'F_2$, puis en supposant $a \ll d$, Etablir l'expression de la différence $(d'_2 - d'_1)$, en fonction de a , y' et d .
- 2.2) En déduire l'expression en fonction de a , x , D , d et y' de la différence de marche Δ en $M(x)$.
- 2.3) Déterminer en fonction de a , D , d et y' la position x_0 du point de l'écran où la différence de marche est nulle.
- 2.4) En déduire la conséquence du déplacement de la fente source de F en F' sur le système initial de franges.
- 2.5) Qu'observe-t-on si nous déplaçons F plutôt de haut en bas?
- 3) On donne $a = 0,5\text{mm}$, $d = 10\text{cm}$, $D = 1\text{m}$, $y' = 0,3\text{mm}$, $\lambda = 0,625\mu\text{m}$.
- 3.1) Calculer la différence de marche Δ en un point d'ordonnée $x = 2\text{mm}$.
- 3.2) Y'a-t-il interférence constructive ou destructive en ce point?

Exercice 9.8

On utilise pour produire des franges d'interférences lumineuses, le dispositif des fentes de Young. La distance entre les fentes secondaires F_1 et F_2 vaut $a = 0,8\text{mm}$, la distance entre la plaque portant les fentes et l'écran vaut $D = 2\text{m}$. La lumière utilisée a une longueur d'onde $\lambda = 0,560\mu\text{m}$.

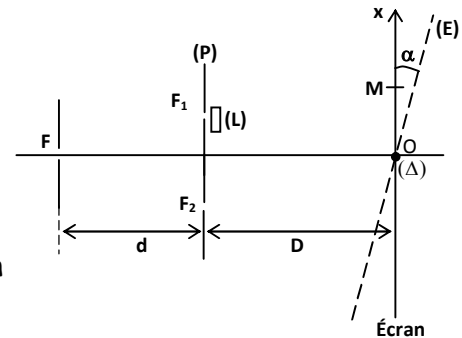
- 1) La lumière utilisée est-elle monochromatique? Pourquoi?
- 2) Qu'observe-t-on sur l'écran?

- 3) Calculer l'interfrange i du système de franges généré sur l'écran.
- 4) Calculer la distance d' séparant la frange centrale de la frange brillante d'ordre 5.
- 5) On utilise maintenant une source lumineuse émettant simultanément deux radiations de longueur d'onde $\lambda = 0,55\mu\text{m}$ et $\lambda' = 0,44\mu\text{m}$
- 5.1) Décrire l'aspect du champ d'interférences observé sur l'écran.
- 5.2) A quelle distance de la frange centrale se produit la 1^{ère} coïncidence entre les deux systèmes de franges?

Exercice 9.9

Deux fentes fines F_1 et F_2 réalisées dans une plaque opaque (P), sont séparées d'une distance $a = 1\text{mm}$. Elles sont éclairées par une fente fine F située dans le plan médiateur des fentes F_1 et F_2 . La fente F est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,6\mu\text{m}$.

- 1) Décrire l'aspect du phénomène qui se produit sur l'écran, puis représenter l'aspect de l'écran vu de F.
- 2) Définir l'interfrange i et donner son expression en fonction de λ , D et a.



- 3) Calculer i . **On donne** : $D = 2\text{m}$, $a = 0,9\text{mm}$.
- 4) On rote l'écran d'un angle $\alpha = 9^\circ$ autour d'un axe (Δ) passant par O.
- 4.1) Que se passe-t-il sur l'écran si le système reste éclairé par la même radiation ?
- 4.2) Calculer la valeur de la nouvelle interfrange i' du nouveau système de franges obtenu.
- 5) On met l'écran dans la position verticale initiale, puis on place devant la fente F_1 une lame à faces parallèles (L) d'épaisseur $e = 2\text{mm}$ et d'indice $n = 1,33$, parallèlement au plan de fentes.
- 5.1) Etablir l'expression de la nouvelle différence de marche Δ' entre les rayons lumineux passant par F_1 et F_2 , en fonction de a , x , D , e et n .
- 5.2) En déduire la position de la frange brillante centrale.
- 5.3) Déterminer la nature de la frange qui occupe le centre O de l'écran.
- 5.4) Décrire l'effet de la lame à faces parallèles sur le système de franges initial.

Exercice 9.10

1) Dans une expérience des fentes de Young, deux fentes fines et parallèles F_1 et F_2 , distantes de a sont éclairées par l'intermédiaire d'une fente lumineuse F parallèle aux précédentes et située à égale distance de chacune d'elles. On observe dans l'air des franges d'interférences sur un écran (P) parallèle au plan des deux fentes et situé à une distance d de ces fentes. Soit l la longueur de N interfranges consécutives (on prendra comme plan de figure un plan perpendiculaire au plan contenant F_1 et F_2).

- 1.1) Etablir la relation donnant λ en fonction de a , d , l et N . puis calculer λ .

On donne : $a = 2\text{mm}$, $l = 4\text{mm}$, $N = 12$ et $d = 1\text{m}$.

- 1.2) Quelle serait la nouvelle longueur l du même nombre N d'interfranges si tout le dispositif était plongé dans un milieu d'indice n_0 par rapport à l'air. **On donne** : $n_0 = 1,3$

1.3) Le système étant placé dans l'air, on recouvre la fente F_1 du côté de l'écran par une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice $n = 1,52$. Qu'observe-t-on sur l'écran ? Expliquer le phénomène puis calculer e si le déplacement de la frange centrale est $X = 4,40\text{cm}$.

1.4) On place sur F_2 une autre lame d'épaisseur e' et d'indice n' . Le système de franges obtenu est alors identique à celui réalisé avant la mise en place des deux lames. Déterminer en fonction de e , n et n' l'expression de e' . Calculer e' pour $n' = 1,40$.

2) Le dispositif étant celui de la question (1.1), la source émet deux radiations de longueurs d'onde $\lambda = 0,55\mu\text{m}$ et $\lambda' = 0,65\mu\text{m}$. On observe simultanément les 2 systèmes de franges. Déterminer la plus petite distance par rapport à la frange centrale où les milieux de deux franges brillantes correspondant aux deux radiations coïncident.

- 3) Qu'observe-t-on sur l'écran si la source émet une lumière blanche ?

Exercice 9.11

- 1) L'énergie d'extraction d'un électron du tungstène vaut 4,49eV. Quelle est la longueur d'onde maximale d'une lumière incidente pouvant produire l'effet photoélectrique ?
- 2) Peut-on observer l'effet photoélectrique en utilisant une lumière ultraviolette de longueur d'onde $\lambda = 250\text{nm}$.
- 3) En utilisant la conservation de l'énergie, calculer la vitesse avec laquelle l'électron est éjecté du métal, si on utilise une radiation de longueur d'onde $\lambda = 0,65\mu\text{m}$.

On donne : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$; $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$; Constante de plank $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$.

Exercice 9.12

La cathode d'une cellule photoélectrique est constituée par du césium dont le seuil photoélectrique est $\lambda_0 = 0,62\mu\text{m}$.

- 1) Définir seuil photoélectrique.
- 2) Calculer l'énergie d'extraction d'un électron du césium en Joules et en MeV.
- 3) La cathode est éclairée simultanément par deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,65\mu\text{m}$.
 - 3.1) Laquelle produira l'effet photoélectrique ?
 - 3.2) Calculer la vitesse maximale de sortie de l'électron de la cathode.
 - 3.3) Quelle est la vitesse d'arrivée sur l'anode d'un électron émis avec une vitesse $V_C = 5,1 \cdot 10^5\text{m.s}^{-1}$ pour une tension $U_{AC} = 40\text{V}$ entre l'anode et la cathode.
 - 3.4) Calculer le potentiel d'arrêt U_0 de cette cellule.
- 4) La cathode reçoit une puissance moyenne rayonnante $P = 1,8\text{mW}$. L'intensité du courant de saturation est $I_s = 1,5\mu\text{A}$. Quel est le rendement quantique r_q de la cellule ? **On donne :** $C = 3 \cdot 10^8\text{m.s}^{-1}$, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$; masse de l'électron $m_e = 9 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

Exercice 9.13

Une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-7}\text{m}$ éclaire la cathode de potassium d'une cellule photoélectrique. On établit une tension variable $U = V_A - V_C$ entre l'anode et la cathode. L'énergie minimale à fournir pour extraire un électron du potassium est $W_0 = 2,26\text{eV}$.

- 1) Quelle est la condition nécessaire pour l'extraction d'un électron de la cellule ?
A quel domaine du spectre électromagnétique appartient la radiation utilisée ?
Cette condition fait-elle intervenir la radiation lumineuse, sa puissance, sa fréquence ou la tension U ? Montrer que cette condition est réalisée dans l'exercice.
- 2) Calculer :
 - 2.1) L'énergie cinétique et la vitesse maximales de chaque électron à sa sortie du métal en supposant que l'électron émis n'est pas relativiste.
 - 2.2) La valeur de U_0 , potentiel d'arrêt de la cellule.
- 3) Montrer que $|U_0|$ est une fonction simple de la fréquence ν de la radiation et calculer la fréquence ν_0 pour laquelle U_0 est nulle. Quelle est la signification de cette fréquence ? **On donne :** masse de l'électron $m_e = 0,9 \cdot 10^{-30}\text{kg}$.

Exercice 9.14

Une cellule photoélectrique à cathode de césium est éclairée successivement par des faisceaux lumineux monochromatiques de même puissance P mais de fréquences ν différentes. On relève pour chacune des radiations la valeur absolue de la tension d'arrêt U_0 de la cellule. On obtient les résultats suivants :

$\lambda(10^{-6}\text{m})$	0,58	0,50	0,43	0,42	0,40	0,36
U_0 en V	0,20	0,56	0,93	1,00	1,18	1,50

- 1) Représenter graphiquement les variations de U_0 en fonction de $1/\lambda$.

N.B On prendra pour échelle : 5cm pour 10^6m^{-1} ; 10cm pour 1V.

- 2) Quelle relation théorique existe-t-il entre U_0 et λ ?
- 3) Dédurre des résultats expérimentaux la valeur de la constante de Planck h .
- 4) Quelle est en électron Volt, la valeur de l'énergie d'extraction d'un électron ?

Exercice 9.15

La cathode d'une cellule photoémissive au potassium reçoit un faisceau de lumière monochromatique ($\lambda = 0,44 \mu\text{m}$) de puissance $P = 10^{-6} \text{W}$ par cm^2 de section. La surface rectangulaire de la cathode (d'aire $0,6 \text{cm}^2$) est placée perpendiculairement aux rayons du faisceau.

- 1) Calculer l'énergie W de chaque photon du faisceau lumineux en Joules et en électron-volt.
- 2) Quel est le nombre N de photons reçus par la cathode par seconde ?
- 3) On relie cathode et anode de la cellule par un circuit électrique approprié pour obtenir un courant et mesurer son intensité.
- 3.1) Faire un schéma du circuit en indiquant le sens du courant photoélectrique.
- 3.2) Peut-on augmenter la valeur de l'intensité du courant en conservant le même rayonnement ?
- 3.3) Y a-t-il une limite à cette augmentation ?
- 4) La valeur maximale de l'intensité du courant obtenu est $I = 5 \cdot 10^{-10} \text{A}$. En déduire le rendement quantique η de la cellule. Quelle est la signification physique de ce résultat ?
- 5) Le seuil photoélectrique du potassium est $\lambda_0 = 0,54 \mu\text{m}$. Calculer l'énergie cinétique de ces électrons à leur sortie de la cathode en Joules, puis en électron-Volt.

On donne : $C = 3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$, Constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$; Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$;

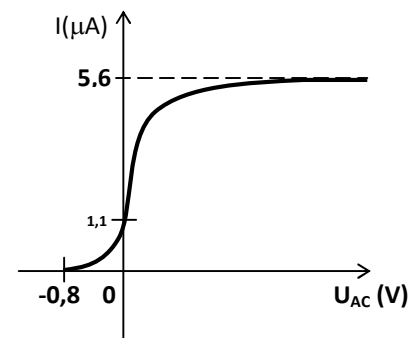
Exercice 9.16

Une cellule photoélectrique à vide est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0,466 \mu\text{m}$.

- 1) La caractéristique $I = f(U_{AC})$ de cette cellule est représentée sur la figure ci-contre.

C désignant la couche photoémissive et A l'électrode destinée à capter les électrons. **Donnée :** $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$.

Schématiser le montage qui, au cours d'une manipulation, permettrait de tracer cette courbe.



- 2) Calculer l'énergie W transportée par chaque photon incident.

- 3) A l'aide des données de la caractéristique, calculer :

- 3.1) L'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.

- 3.2) La puissance lumineuse reçue par la cathode. On admettra que 1000 photons frappant la cathode provoquent l'émission de 7 électrons atteignant l'anode.

- 4) Toujours éclairée de la même façon, la cellule est retirée du circuit déterminé à la question 1. On relie maintenant ses deux bornes par un fil de résistance négligeable.

Passe-t-il un courant dans ce fil ? Si oui, quel est son sens ? Quelle est son intensité ? Quel est le rôle de la cellule dans ce circuit ?

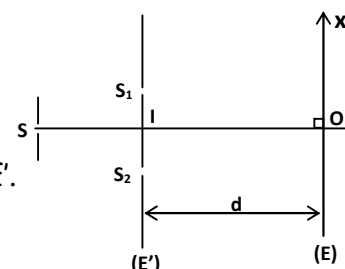
Exercice 9.17

Dans une expérience de Young (voir figure ci-contre),

S est une fente éclairée, équidistante de deux autres fentes très fines S_1 et S_2 parallèles à S , percées dans un écran E' situé à $l = 20 \text{cm}$ de S , avec $S_1 S_2 = a = 1 \text{mm}$.

Un écran E parallèle à E' est placé à la distance $IO = d = 2 \text{m}$ de E' .

La fente S est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ .



1) Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

Etablir l'expression de la différence de marche Δ des vibrations lumineuses qui interfèrent au point M de E et calculer sa valeur pour $OM = X = 10,5 \text{ mm}$.

2) Le point M est au milieu de la huitième frange brillante (la frange centrale est numérotée zéro). En déduire la valeur de la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.

3) La fente S restant parallèle aux fentes S_1 et S_2 , on la déplace d'une petite distance $SS' = y = 1,2 \text{ mm}$ perpendiculairement à l'axe IO et du côté de S_2 .

3.1) Qu'observe-t-on sur l'écran E pendant le mouvement de S ? Justifier.

3.2) Calculer le déplacement $OO' = x$ de la frange centrale.

4) La fente S demeurant en S' , montrer qu'on peut ramener la frange centrale en O, en plaçant devant l'une des fentes S_1 et S_2 (on précisera laquelle) parallèlement à E, une lame de verre L d'épaisseur e et d'indice de réfraction n.

Calculer e sachant que $n = 1,5$.

Exercice 9.18 Extrait Baccalauréat C 2003 Cameroun

Soient trois fentes fines parallèles F, F_1 et F_2 . Ces fentes coupent le plan de la figure en S, S_1 , S_2 et sont perpendiculaires à ce plan (figure 2). Une source monochromatique éclaire F. La lumière provenant de F est diffractée par F_1 et F_2 . Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés, on observe des franges brillantes et sombres sur un écran E parallèle à la plaque portant F_1 et F_2 .

1) Quelle est la direction de ces franges ? Pourquoi sont-elles délocalisées ?

2) La distance comprise entre la troisième frange brillante et la cinquième frange brillante situées de part et d'autre de la frange centrale est $d = 6,4 \text{ mm}$. Quelle est la longueur d'onde λ de la lumière émise par la source monochromatique ?

On donne : $S_1S_2 = a = 1,5 \text{ mm}$; $D = 2 \text{ m}$.

3) On place derrière la fente F_1 une lame de verre de très faible épaisseur $e = 4,8 \mu\text{m}$ et d'indice absolu $n = 1,5$.

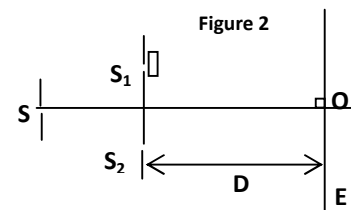
Dans quel sens et de combien se déplace la frange centrale ?

Quel est alors l'ordre de la frange qui a pris sa place en O ?

4) La fente est à présent éclairée par une lumière composée de deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 0,42 \mu\text{m}$, et $\lambda_2 = 0,60 \mu\text{m}$.

4.1) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

4.2) A quelle distance du point O observe-t-on sur l'écran la première coïncidence entre deux franges brillantes correspondant aux deux systèmes de franges ?



Exercice 9.19 Extrait Baccalauréat C 2004 Cameroun

On dispose d'une cellule photoélectrique dont la cathode est en césium de longueur d'onde seuil $\lambda_0 = 0,66 \mu\text{m}$.

1) Calculer l'énergie minimale W_0 qu'il faut fournir pour extraire un électron de ce métal.

2) On applique entre l'anode et la cathode une différence de potentiel $U_{AC} = 10 \text{ V}$ et on éclaire la cellule avec une radiation lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 0,40 \mu\text{m}$.

2.1) Calculer l'énergie W et la quantité de mouvement P d'un photon incident.

2.2) Calculer la vitesse maximale dans l'hypothèse non relativiste, d'un électron

a) qui sort de la cathode;

b) qui arrive sur l'anode.

3) La source lumineuse précédente est supposée ponctuelle et isotrope (c'est-à-dire qu'elle rayonne de manière uniforme dans toutes les directions de l'espace). La photocathode de surface $s = 4 \text{ cm}^2$ est située à une distance $R = 1 \text{ m}$ de la source. Le rendement quantique de la cellule est de 0,3% ; L'intensité du courant de saturation est de 0,02 mA lorsqu'on établit une tension suffisamment élevée pour atteindre la saturation.

3.1) Qu'appelle-t-on pour une cellule photoélectrique, courant de saturation ?

3.2) Calculer la puissance rayonnante totale P reçue par la photocathode.

3.3) En déduire la puissance rayonnante totale P_T émise par la source.

N.B : On rappelle que la surface d'une sphère de rayon R est $S=4\pi R^2$ et on donne :

Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg Constante de Planck : $h = 6,64 \cdot 10^{-34}$ J.s

Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C Vitesse de la lumière : $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹

Exercice 9.20

Deux fentes fines F_1 et F_2 réalisées dans une plaque opaque (P), sont séparées d'une distance $a = 1$ mm. Elles sont éclairées par une fente fine F située dans le médiateur des fentes F_1 et F_2 . La fente F est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ .

1) Décrire l'aspect du phénomène qui se produit sur l'écran, puis représenter l'aspect de l'écran vu de F .

On donne : $D = 2$ m, $a = 0,9$ mm.

2) Déterminer (en μm) la valeur de la longueur d'onde λ sachant que la frange brillante centrale et la frange brillante d'ordre 9 est 12 mm.

3) On rote l'écran d'un angle $\alpha = 9^\circ$ autour d'un axe (Δ) passant par O .

3.1) Que se passe-t-il sur l'écran si le système reste éclairé par la même radiation ?

3.2) Calculer la valeur de la nouvelle interfrange i' du nouveau système de franges obtenu.

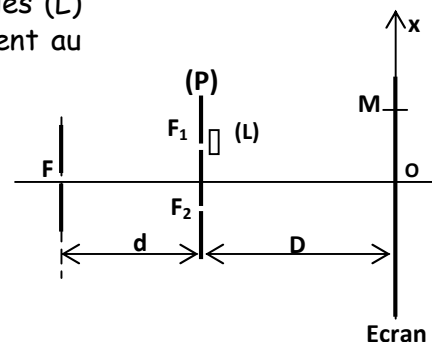
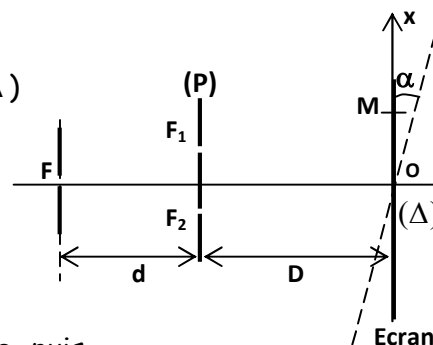
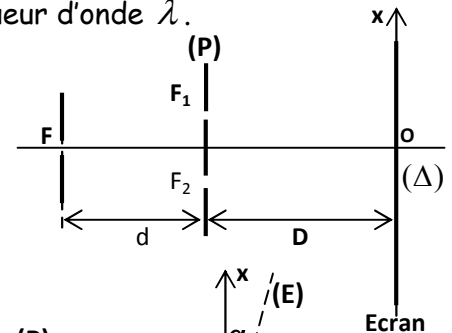
4) On remet l'écran dans la position verticale initiale, puis on place devant la fente F_1 une lame à faces parallèles (L) d'épaisseur $e = 2$ mm et d'indice $n = 1,33$, parallèlement au plan de fentes.

4.1) Etablir l'expression de la nouvelle différence de marche Δ' entre les rayons lumineux passant par F_1 et F_2 en fonction de a , x , D , e et n .

4.2) En déduire la position de la frange brillante centrale, puis l'effet de la lame à faces parallèles sur le système de franges initial.

4.3) Déterminer la nature de la frange qui occupe le centre O de l'écran.

4.4) De combien et dans quel sens doit-on déplacer la fente F pour que le centre O de l'écran soit occupé par la frange obscure d'ordre 4. **N.B :** On notera y_0 le déplacement de la fente F .



Exercice 9.21

La cathode d'une cellule photoélectrique est constituée par du césium dont le seuil photoélectrique est $\lambda_0 = 0,62 \mu\text{m}$.

1) Définir: seuil photoélectrique.

2) Calculer l'énergie d'extraction d'un électron du césium en Joules et en MeV.

3) La cathode est éclairée simultanément par deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0,45 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,65 \mu\text{m}$.

3.1) Laquelle produira l'effet photoélectrique ?

3.2) Calculer la vitesse maximale de sortie de l'électron de la cathode.

3.3) Calculer le potentiel d'arrêt U_0 de cette cellule.

4) La cathode reçoit une puissance moyenne rayonnante $P = 1,8 \text{ mW}$. L'intensité du courant de saturation est $I_s = 1,5 \mu\text{A}$. Quel est le rendement quantique r_q de la cellule ? On donne : $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.S}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

5) Cette cellule photoélectrique à cathode de césium est éclairée successivement par des faisceaux lumineux monochromatiques de même puissance P mais de fréquences ν différentes. On relève, pour chacune des radiations, la valeur absolue du potentiel d'arrêt U_0 de la cellule. On obtient les résultats suivants :

$\lambda (\mu\text{m})$	0,58	0,50	0,43	0,42	0,40	0,36
U_0 en Volt(V)	0,20	0,56	0,93	1,00	1,18	1,50

5. 1) Représenter graphiquement les variations du potentiel d'arrêt U_0 en fonction de $1/\lambda$. **N.B** : On prendra pour échelle : 5cm pour 10^{-6} m^{-1} ; 10cm pour 1V.

5.2) La relation théorique existant entre U_0 et λ étant $U_0 = \frac{hC}{|e|\lambda} - \frac{hC}{\lambda_0|e|}$

Déduire des résultats expérimentaux la valeur de la constante de Planck h .

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice 9.1

- 1) **Faux**. Il y en a bien d'autres. Les biprismes de Fresnel, les lentilles de Billet.
- 2) **Faux**. Les franges sombres sont des points où lumière + lumière donne obscurité.
- 3) **Faux**. Plutôt la distance séparant deux franges consécutives de même nature.
- 4) **Faux**. L'interférence lumineuse à lumière blanche existe.
- 5) **Vrai**.
- 6) **Faux**. Elle dépend de la fréquence de la lumière incidente.
- 7) **Faux**. La fréquence seuil dépend du métal de la cathode.
- 8) **Faux**. $i = \lambda \frac{D}{a} = \frac{C}{f} \times \frac{D}{a}$; i dépend bien de la fréquence f de la lumière incidente.
- 9) **Faux**. Elle dépend plutôt de la puissance lumineuse.
- 10) **Faux**. Un point appartenant au champ d'interférences si les faisceaux lumineux issus des deux fentes secondaires y parviennent.

Exercice 9.2

- 1) Voir cours paragraphe I.1
- 2) Non. Toute lumière polychromatique n'est pas forcément une lumière blanche ; par contre, toute lumière blanche est polychromatique.

Exercice 9.3

- 1) Le sigle LASER signifie Light Amplification by Stimulated emission of radiation.
- 2) Oui. Le laser peut subir le phénomène de diffraction car le laser est une radiation lumineuse monochromatique.
- 3) Non. Le laser ne peut être décomposé par un prisme car le laser n'est pas une lumière monochromatique.

Exercice 9.4

- 1) définitions Voir cours paragraphe I.2.3 et I.2.6.
- 2) L'interfrange dépend de la distance séparant F_1 et F_2 .
- 3) Oui. La position des franges dépend de l'interfrange.

Exercice 9.5

- 1) Fréquence de la radiation $\lambda = \frac{C}{f} \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda}$ **A.N** : $f = \frac{3 \cdot 10^8}{620 \cdot 10^{-9}}$; $f = 4,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

$$2) \lambda = 620 \text{ nm} = 620 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,62 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Etant donné que $0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,75 \mu\text{m}$, la radiation se trouve dans le domaine du visible.

3.1) Etablissons l'expression de la différence de marche en un point M.

Voir cours paragraphe I.2.3. La différence de marche est : $\Delta = \frac{ax}{d}$.

3.2) Etablissons l'expression de l'interfrange i

Position des franges brillantes : $d_2 - d_1 = K\lambda$ avec λ entier relatif.

$$d_2 - d_1 = K\lambda \Rightarrow \frac{ax}{d} = K\lambda \Rightarrow x_K = K \frac{\lambda d}{a}$$

L'interfrange i étant la distance séparant deux franges consécutives de même nature,

$$i = x_{K+1} - x_K = (K+1) \frac{\lambda d}{a} - K \frac{\lambda d}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda d}{a}. \text{ A.N : } i = \frac{620 \cdot 10^{-9} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}} ; i = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

3.3) Expression de l'ordre d'interférence P des points vibrant à amplitude maximale

$$P = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{K\lambda}{\lambda} \Rightarrow p = K, \text{ avec } K \in \mathbb{Z}$$

3.4) Position x_2 du point M_2

$P = 2 \Rightarrow K = 2$ car M_2 est le milieu d'une frange brillante.

$$x_K = K \frac{\lambda d}{2} \Rightarrow x_2 = 2 \frac{\lambda d}{a} = 2i, \text{ A.N : } x_2 = 6,2 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

$$3.5) d = 2i = 6,2 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

Exercice 9.6

1) Le point O étant équidistant de F_1 et F_2 , $d_2 = d_1 \Rightarrow d_2 - d_1 = 0$

la différence de marche en O est nulle.

$$2) P = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 0 \Rightarrow P = K = 0; \text{ La frange contenant le point O est une frange brillante.}$$

3.1) Nous pouvons procéder comme à l'exercice précédent : $\Delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

$$3.2) \text{ A.N : } \Delta = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3}}{1}; \quad \Delta = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}; \quad P = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}}; P = 5$$

L'ordre d'interférence P étant entier, le point M appartient à une frange brillante ; il y a donc interférence constructive en ce point.

$$3.3) \Delta = \frac{ax}{D} \Rightarrow x = \frac{\Delta \cdot D}{a}; \text{ A.N : } x = \frac{2,75 \cdot 10^{-6} \times 1}{0,5 \cdot 10^{-3}}; x = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$P = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2,75}{0,5 \cdot 10^{-6}}; \quad p = \frac{11}{2} = \frac{(2 \times 5 + 1)}{2}; \text{ Il y a interférence destructive en ce point.}$$

Exercice 9.7

$$1) \Delta = \frac{ax}{D}$$

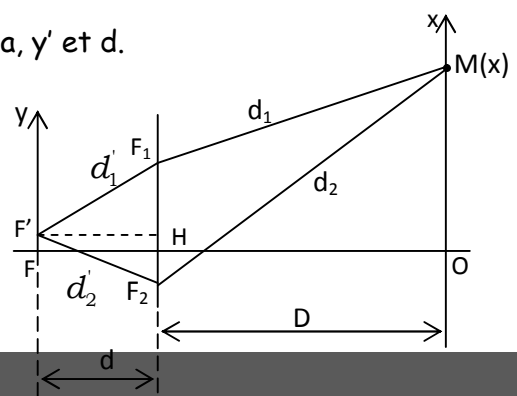
2) Etablissons l'expression de $\Delta' = d_2' - d_1'$ en fonction de a , y' et d .

Les triangles $(F'H F_1)$ et $(F'H F_2)$ étant rectangles en H,

$$F'F_1^2 = F'H^2 + HF_1^2 \text{ et } F'F_2^2 = F'H^2 + HF_2^2$$

$$\text{donc } d_1'^2 = d^2 + \left(\frac{a}{2} - y'\right)^2 \text{ et } d_2'^2 = d^2 + \left(\frac{a}{2} + y'\right)^2$$

$$d_2'^2 - d_1'^2 = \left(\frac{a}{2} + y'\right)^2 - \left(\frac{a}{2} - y'\right)^2$$



$$\Rightarrow (d'_2 - d'_1)(d'_2 + d'_1) = \left(\frac{a}{2} + y' - \frac{a}{2} + y'\right)\left(\frac{a}{2} + y' + \frac{a}{2} - y'\right)$$

$$\Rightarrow d'_2 - d'_1 = \frac{2ay'}{d'_1 + d'_2}$$

or $d \square a \Rightarrow d'_2 = d'_1 \square d$; donc $d'_2 - d'_1 = \frac{2ay'}{2d} \Rightarrow d'_2 - d'_1 = \frac{ay'}{d}$.

2.2) Déduisons-en Δ

$$\Delta = (d'_2 + d_2) - (d'_1 + d_1) = (d'_2 - d'_1) + (d_2 - d_1) = \frac{ay'}{d} + \frac{ax}{D} ; \text{ Nous obtenons } \Delta = a \left(\frac{y'}{d} + \frac{x}{D} \right)$$

2.3) Position x_0 du point de l'écran où $\Delta = 0$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a \left(\frac{y'}{d} + \frac{x_0}{D} \right) = 0 \Rightarrow \frac{y'}{d} + \frac{x_0}{D} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{D}{d} y'$$

2.4) Le déplacement de la fente source du point F au point F' a pour conséquence une translation du système de franges en sens inverse (de haut en bas) d'une distance $L = \frac{D}{d} y'$.

2.5) Si nous déplaçons F plutôt de haut en bas, le système de franges se déplace en sens inverse (de bas en haut).

3.1) Calculons Δ en $x = 2\text{mm}$.

$$\Delta = a \left(\frac{y'}{d} + \frac{x}{D} \right); \text{ A.N: } \Delta = 0,5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{0,3 \cdot 10^{-3}}{0,1} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1} \right); \Delta = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

3.2) Calculons d'abord l'ordre d'interférence P en ce point.

$$P = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{0,685 \cdot 10^{-6}}; P = 4. \text{ Puisque P est entier, il y a interférence constructive en ce point.}$$

Exercice 9.8

1) Oui la lumière utilisée est monochromatique car la longueur d'onde λ est constante.

2) On observe sur l'écran un système de franges constitué de bandes horizontales sombres et brillantes alternées.

3) Calculons l'interfrange i : nous avons $i = \frac{\lambda d}{a}$; A.N: $i = \frac{0,560 \cdot 10^{-6} \times 2}{0,8 \cdot 10^{-3}} ; i = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

4) Calculons la distance séparant la frange centrale de la frange brillante d'ordre 5.

$$\text{Sachant que } P = K = 5, x_k = K \frac{\lambda d}{a} = d' \Rightarrow d' = 5i; \text{ A.N: } d = 5 \times 1,4 \cdot 10^{-3}; d = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

5.1) Chaque lumière engendre son système de franges. On observe donc sur l'écran deux systèmes de franges. Il y a coïncidence sur la frange centrale où se superposent deux franges brillantes issues des deux rayonnements. Cependant, de part et d'autre de la frange centrale, nous observons un brouillage des franges avant de retrouver plus loin une coïncidence de deux franges brillantes des deux systèmes de franges.

5.2) Calculons l'interfrange pour chacune des radiations

$$\text{Pour } \lambda = 0,55 \mu\text{m}, i = \frac{\lambda D}{a}; \text{ A.N: } i = \frac{0,55 \cdot 10^{-6} \times 2}{0,8 \cdot 10^{-3}} ; i = 1,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Pour } \lambda' = 0,44 \mu\text{m}, i' = \frac{\lambda' D}{a} \quad \text{A.N: } i' = \frac{0,44 \cdot 10^{-6} \times 2}{0,8 \cdot 10^{-3}} ; i' = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Soit N le nombre d'interfranges séparant le centre de l'écran, du centre de la frange où se produit la première coïncidence, pour la radiation λ ; Le nombre d'interfranges pour la radiation λ' est $N' = N + 1$.

$$Ni = N'i' \Rightarrow Ni = (N+1)i' \Rightarrow N(i-i') = i' \Rightarrow N = \frac{i'}{i-i'} ; \text{A.N.} : N = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{1,375 \cdot 10^{-3} - 1,1 \cdot 10^{-3}} ; N = 4.$$

Il y a donc coïncidence à la distance $d = 4i = 4 \times 1,375 \cdot 10^{-3}$; **D = 5,5 · 10⁻³ m** ;

Exercice 9.9

1) Il se produit sur l'écran, le phénomène d'interférence lumineuse, qui engendre un système de franges constitué de franges brillantes et sombres alternées comme l'indique la figure ci-contre.

$$2) i = \frac{\lambda D}{a} ; 3) \text{A.N.} : i = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \times 2}{0,9 \cdot 10^{-3}} ; i = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

4.1) Lorsqu'on rote l'écran, on constate une variation de l'interfrange.

$$4.2) \cos \alpha = \frac{i}{i'} \Rightarrow i' = \frac{i}{\cos \alpha} ; \text{A.N.} : i' = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{\cos 9} ; i' = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

5.1) Expression de la nouvelle différence de marche Δ'

La lame à faces parallèles rallonge le trajet F_1M de $e(n-1)$.

La différence de marche diminue et devient : $\Delta' = \frac{ax}{D} - e(n-1)$.

5.2) Déduisons-en la position de la frange brillante centrale

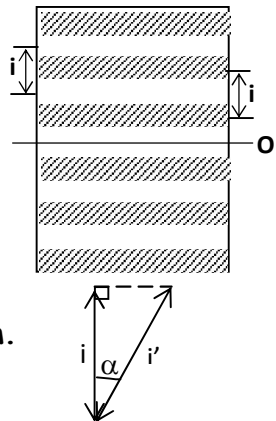
$$\Delta' = 0 \Rightarrow \frac{ax}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{eD(n-1)}{a} ; \text{A.N.} : x = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 2 \times (1,33-1)}{0,9 \cdot 10^{-3}} ; x = 1,47 \text{ cm}.$$

5.3) Nature de la frange qui occupe le centre O de l'écran

$$x = 0 \Rightarrow \Delta' = -e(n-1) \Rightarrow P = \frac{\Delta'}{\lambda} = -\frac{e(n-1)}{\lambda} ; \text{A.N.} : P = \frac{-2 \cdot 10^{-3}(1,33-1)}{0,6 \cdot 10^{-6}} ; P = -1100.$$

P étant entier, le centre O de l'écran est occupé par une frange brillante.

5.4) La lame à faces parallèles a pour effet de dévier le système de franges du côté de la fente F_1 devant laquelle est placée la lame.



Exercice 9.10

1.1) Relation donnant λ en fonction de a , d , l et N

$$l = Ni ; \text{or } i = \frac{\lambda d}{a} ; \text{donc } l = N \cdot \frac{\lambda d}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot l}{Nd}$$

$$\text{Calculons } \lambda : \text{Nous avons } \lambda = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 4 \cdot 10^{-3}}{12 \times 1} ; \lambda = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

1.2) Calculons la longueur l de N franges dans un milieu d'indice n_0

dans l'air, $\lambda = C.T$; dans le milieu d'indice n_0 , $\lambda' = V.T$

$$\text{donc } \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{CT}{VT} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{C}{V} \Rightarrow \lambda' = \frac{V}{C} \cdot \lambda ; \text{or } \frac{C}{V} = n_0 \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{n_0} \cdot \lambda$$

$$l' = Ni' \text{ avec } i' = \frac{\lambda' d}{a} = \frac{\lambda d}{an_0} \Rightarrow l' = \frac{N \lambda d}{an_0} ; \text{A.N.} : l' = \frac{12 \times 6,67 \cdot 10^{-7} \times 1}{2 \cdot 10^{-3} \times 1,3} ; l' = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

1.3) On observe une translation du système de franges du côté de F_2 .

la lame à faces parallèles diminue la différence de marche qui devient : $\Delta' = \frac{ax}{d} - e(n-1)$

La nouvelle position de la frange centrale vérifie : $\Delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{d} - e(n-1) = 0$

$$\text{Nous en déduisons } \Rightarrow e = \frac{ax}{d(n-1)} ; \text{A.N.} : e = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 4 \cdot 10^{-2}}{1(1,52-1)} ; e = 1,69 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

1.4) La deuxième lame vient annuler l'effet de la première lame.

$$\text{Ainsi, } e(n-1) = e'(n'-1) \Rightarrow e' = \frac{e(n-1)}{n'-1};$$

$$\text{A.N: } e' = \frac{1,69 \cdot 10^{-4}(1,52-1)}{1,4-1}; \quad e' = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

2) Distance l par rapport à la frange centrale où se produit la première coïncidence

$$i = \frac{\lambda d}{a}; \quad \text{A.N: } i = \frac{0,55 \cdot 10^{-6} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}}; \quad i = 2,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$i' = \frac{\lambda' d}{a}; \quad \text{A.N: } i' = \frac{0,65 \cdot 10^{-6} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}}; \quad i' = 3,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$l = ki = k'i' \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{i}{i'} \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{3,25 \cdot 10^{-4}}{2,75 \cdot 10^{-4}}; \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{13}{11} \Rightarrow k=13 \text{ et } k'=11$$

Nous pouvons alors calculer l ; $l = ki = k'i'$; **A.N:** $l = 13 \times 2,75 \cdot 10^{-4}$, $l = 3,575 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

3) En utilisant la lumière blanche (composée de toutes les radiations dont les longueurs sont comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,8 \mu\text{m}$), Nous observons sur l'écran un phénomène d'interférence caractérisé par une Frange centrale brillante et au delà de la frange centrale, 2 ou 3 franges brillantes fortement irisées (aux contours flous). Plus loin une teinte grisâtre appelée blanc d'ordre supérieur.

Exercice 9.11

$$1) W_0 = h \frac{C}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hC}{W_0}; \quad \text{A.N: } \lambda_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{4,49 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}; \quad \lambda_0 = 2,76 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

2) Oui, on peut observer l'effet photoélectrique car λ est inférieur à λ_0

3) Vitesse avec laquelle l'électron est éjecté du métal

$$E = W_0 + E_c \Rightarrow h \frac{C}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2}{m} \left[\frac{hC}{\lambda} - W_0 \right]}; \quad \text{A.N: } V = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{250 \cdot 10^{-9}} \right)};$$

$$V = 4,1 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 9.12

1) On appelle seuil photoélectrique la longueur d'onde maximale susceptible de provoquer l'effet photoélectrique.

2) Calculons l'énergie d'extraction W_0

$$W_0 = h \frac{C}{\lambda_0}; \quad \text{A.N: } W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,62 \cdot 10^{-6}}; \quad W_0 = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2 \cdot 10^6 \text{ MeV.}$$

3.1) Comparons λ_0 , λ_1 , et λ_2 ; nous obtenons $\lambda_1 < \lambda_0 < \lambda_2$.

La radiation qui produit l'effet photoélectrique est celle de longueur d'onde λ_1

3.2) Vitesse maximale de sortie de l'électron de la cathode

$$h \frac{C}{\lambda_1} = h \frac{C}{\lambda_0} + \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2hC}{m} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}$$

$$\text{A.N: } V_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{1}{0,45 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{0,62 \cdot 10^{-6}} \right)}; \quad V_{\max} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}.$$

3.3) Vitesse d'arrivée de l'électron sur l'anode

$$\text{Appliquons le théorème de l'énergie cinétique: } \frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = |e| U_{AC} \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2|e|U_{AC}}{m} + V_C^2};$$

$$\text{A.N: } V_A = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 40}{9 \cdot 10^{-31}} + (5,1 \cdot 10^5)^2}; \quad V_A = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}.$$

3.4) Calculons le potentiel d'arrêt U_0 de la cellule

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un électron émis avec la vitesse maximale et qui arrive sur la cathode avec une vitesse nulle :

$$0 - \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = -|e| U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{m V_{\max}^2}{2|e|} ; \text{A.N: } U_0 = \frac{9.10^{-31} \times (5.2.10^5)^2}{2 \times 1.6.10^{-19}} ; U_0 = 0.76V.$$

4) Calculons le rendement quantique r_q de la cellule

Soit I_s l'intensité de saturation $I_s = n|e| \Rightarrow n = \frac{I_s}{|e|}$;

Soit P la puissance du faisceau incident : $P = Nh \frac{C}{\lambda_1} \Rightarrow N = \frac{P \lambda_1}{hC} ; r_q = \frac{n}{N} \Rightarrow r_q = \frac{I_s \cdot hC}{P \cdot \lambda_1 |e|}$

A.N : $r_q = \frac{1.5.10^{-6} \times 6.62.10^{-34} \times 3.10^8}{1.8.10^{-3} \times 0.45.10^{-6} \times 1.6.10^{-19}} ; r_q = 2.3.10^{-3} = 0.23\%$

Exercice 9.13

1) Condition nécessaire à l'extraction d'un électron de la cellule : la longueur d'onde λ de la radiation utilisée doit vérifier $h \frac{C}{\lambda} > W_0$.

Cette radiation appartient au domaine de l'ultraviolet car $\lambda < 0.4 \mu m$;

cette condition fait intervenir la fréquence de la radiation .

Montrons que la condition est réalisée.

$W = \frac{hC}{\lambda} ; \text{A.N: } W = 6.62.10^{-34} \times \frac{3.10^8}{3.6.10^{-7}} ; W = 5.52.10^{-19}J.$

Sachant que $W_0 = 2.26eV = 2.26 \times 1.6.10^{-19} ; W_0 = 3.6.10^{-19}J.$

Nous constatons que $W > W_0$; la condition est donc vérifiée.

2.1) Energie cinétique et vitesse maximales de chaque électron à la sortie du métal

$W = W_0 + E_{c\max} \Rightarrow E_{c\max} = W - W_0$ **A.N:** $E_{c\max} = 5.52.10^{-19} - 3.6.10^{-19} ; E_{c\max} = 1.9.10^{-19}J.$

$E_{c\max} = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{c\max}}{m}} ; \text{A.N: } V_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times 1.9.10^{-19}}{0.9.10^{-30}}} ; V_{\max} = 6.5.10^5 m.s^{-1}$

2.2) Calculons le potentiel d'arrêt U_0

$-\frac{1}{2} m V_{\max}^2 = -|e| \cdot U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{m V_{\max}^2}{2|e|}$ **A.N:** $U_0 = \frac{0.9.10^{-30} \times (6.5.10^5)^2}{2 \times 1.6.10^{-19}} ; U_0 = 1.2V.$

2.3) Montrons que U_0 est une fonction simple de la fréquence ν de la radiation

$E_{c\max} = W - W_0 = |e| U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{W - W_0}{|e|}$ avec $W = h\nu$, donc $U_0 = \frac{1}{|e|} (h\nu - W_0)$

Conclusion : e , h et W_0 étant constants, $U_0 = f(\nu)$.

Fréquence ν_0 pour laquelle U_0 est nulle.

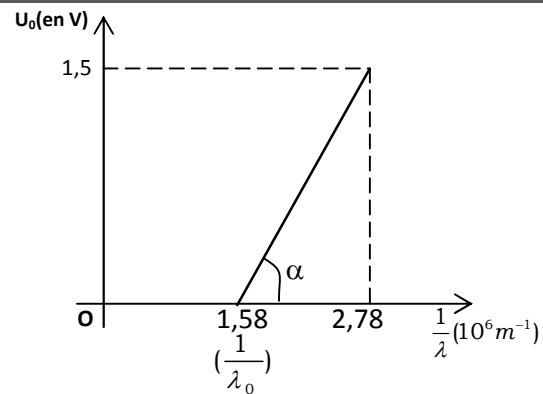
$U_0 = 0 \Rightarrow \frac{1}{|e|} (h\nu - W_0) = 0 \Rightarrow h\nu - h\nu_0 = 0 \Rightarrow \nu = \nu_0$

La tension d'arrêt U_0 est nulle pour une fréquence ν_0 égale à la fréquence seuil.

Avec cette fréquence, l'électron est juste extrait du métal avec une vitesse nulle.

Exercice 9.14**1) Représentation de $U_0 = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$**

$\lambda(10^{-6}\text{m})$	0,58	0,50	0,43	0,42	0,40	0,36
U_0 (en V)	0,20	0,56	0,93	1,00	1,18	1,50
$\frac{1}{\lambda}(10^6\text{m}^{-1})$	1,72	2	2,32	2,38	2,5	2,78



N.B : Nous avons juste représenté une allure de la courbe.

2) Relation théorique entre U_0 et λ

Soit W l'énergie d'un photon du faisceau lumineux, $W = h \frac{C}{\lambda}$;

Soit W_0 l'énergie d'extraction d'un électron de la cellule $W_0 = h \frac{C}{\lambda_0}$

Soit $E_{C_{\max}}$ l'énergie d'extraction de la cellule photoélectrique.

$$W = W_0 + E_{C_{\max}} \Rightarrow E_{C_{\max}} = W - W_0; E_{C_{\max}} = h \frac{C}{\lambda} - h \frac{C}{\lambda_0} \quad (1)$$

$$\text{Déterminons le potentiel d'arrêt ; } 0 - E_{C_{\max}} = -|e| U_0 \Rightarrow E_{C_{\max}} = |e| U_0 \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \text{ donnent : } |e| U_0 = h \frac{C}{\lambda} - h \frac{C}{\lambda_0} \Rightarrow U_0 = \frac{hC}{|e|} \left(\frac{1}{\lambda} \right) - \frac{hC}{\lambda_0 |e|}$$

Conclusion : La relation théorique entre U_0 et λ est : $U_0 = \frac{hC}{|e|} \left(\frac{1}{\lambda} \right) - \frac{hC}{\lambda_0 |e|}$

3) Dédisons des résultats expérimentaux la constante de Planck h

La relation entre U_0 et λ est de la forme $U_0 = a \left(\frac{1}{\lambda} \right) + b$; Avec $a = \frac{hC}{|e|}$ et $b = -\frac{hC}{\lambda_0 |e|}$

Le graphe étant une droite, a est la pente de cette droite ;

$$\text{ainsi } a = \tan \alpha \text{ avec } \tan \alpha = \frac{1,5 - 0}{2,78 \cdot 10^6 - 1,58 \cdot 10^6}; a = \tan \alpha = 1,25 \cdot 10^{-6}$$

$$a = \frac{hC}{|e|} \Rightarrow h = \frac{a|e|}{C}; \quad \text{A.N : } h = \frac{1,25 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8}; h = 6,66 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}^{-1}.$$

4) Valeur de l'énergie d'extraction d'un électron

$$W_0 = h \frac{C}{\lambda_0}; \text{ Or graphiquement, } \frac{1}{\lambda_0} = 1,58 \cdot 10^6 \Rightarrow \lambda_0 = 0,633 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{A.N : } W_0 = 6,66 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,633 \cdot 10^{-6}}; \quad W_0 = 3,16 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,97 \text{ eV}.$$

Exercice 9.15

$$1) W = h \frac{C}{\lambda}; \quad \text{A.N : } W = 6,63 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,44 \cdot 10^{-6}}; \quad W = 4,52 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,82 \text{ eV}.$$

2) Nombre N de photons reçus par la cathode

$$\text{Soit } P_r \text{ la puissance reçue par la cathode, } P_r = P \cdot S = N W \Rightarrow N = \frac{P S}{W}$$

$$\text{A.N : } N = \frac{10^{-6} \times 0,6}{4,52 \cdot 10^{-19}}; \quad N = 1,33 \cdot 10^{12} \text{ photons}.$$

3.1) Schéma du circuit

Le sens du courant photoélectrique I est opposé à celui des électrons extraits à la cathode et qui arrivent sur l'anode A avant de cheminer de A vers H.

3.2) Oui nous pouvons augmenter l'intensité du courant en conservant le même rayonnement mais en augmentant la puissance lumineuse du rayonnement.

3.3) Oui il y a une limite à cette augmentation : l'intensité de saturation.

4) rendement quantique η de la cellule

$$P = Nh\nu \Rightarrow N = \frac{P}{h\nu}; \text{ or } \nu = \frac{C}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{P\lambda}{hC} \quad (1); \quad I = n|e| \Rightarrow n = \frac{I}{|e|} \quad (2).$$

$$\eta = \frac{n}{N} \Rightarrow \eta = \frac{I hC}{P \cdot |e| \cdot \lambda} \quad \text{A.N: } \eta = \frac{5 \cdot 10^{-10} \times 6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,44 \cdot 10^{-6}};$$

$$\eta = 2,35 \cdot 10^{-3} = 0,235\% = \frac{235}{100000}$$

Signification physique du résultat : sur 1000 000 photons, seuls 235 photons sont efficaces ; c'est à dire que seuls 235 photons parviennent à arracher un électron de la cathode, sur 100 000 photons incidents

5) Calcul de l'énergie cinétique des électrons : $E_c = W - \frac{hC}{\lambda_0}$;

$$\text{A.N: } E_c = 4,52 \cdot 10^{-19} - 6,63 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,54 \cdot 10^{-6}}; E_c = 8,2 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,51 \text{ eV}.$$

Exercice 9.16**1) Schéma du montage****2) Calculons l'énergie de chaque photon**

$$W = h\frac{C}{\lambda}; \quad \text{A.N: } W = 6,63 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,466 \cdot 10^{-6}}; \quad W = 4,27 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

3.1) Energie cinétique maximale

$$E_{c\max} = |e|U_0; \text{ avec } U_0 = 0,8 \text{ V}; e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{A.N: } E_{c\max} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,8; \quad E_{c\max} = 1,28 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

3.2) Puissance lumineuse reçue par la cathode

puisque 1000 électrons qui frappent la cathode provoquent l'émission de 7 électrons, le

rendement quantique de la cellule photoélectrique vaut $\eta = \frac{7}{1000} = 7 \cdot 10^{-3}$

$$P = Nh\nu \quad (1) \quad \text{or } \eta = \frac{n}{N} \Rightarrow N = \frac{n}{\eta} \quad (2) \quad \text{et } I_s = n|e| \Rightarrow n = \frac{I_s}{|e|} \quad (3)$$

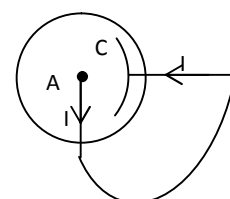
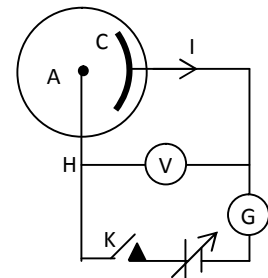
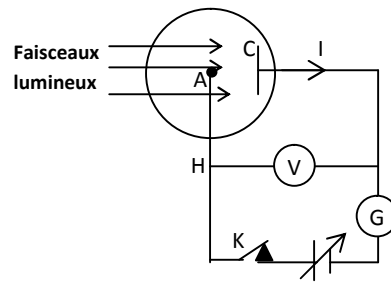
$$(2) \text{ et } (3) \text{ dans } (1) \text{ donne : } P = \frac{I_s \cdot h \cdot \nu}{\eta \cdot |e|} = \frac{I_s hC}{\eta \cdot |e| \lambda}; \text{ D'après le graphe, } I_s = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ A},$$

$$\text{A.N: } P = \frac{5,6 \cdot 10^{-6} \times 6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,466 \cdot 10^{-6}}; P = 2,13 \cdot 10^{-3} \text{ W}.$$

4) Oui, il passe un courant qui sort de la cellule par l'anode et y entre par la cathode car, les électrons extraits à la cathode rejoignent l'anode en passant par le fil.

L'intensité de ce courant $I = f(0)$; Sur le graphe, $I = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ A}$.

La cellule joue le rôle de générateur dans le circuit.



Exercice 9.17

$$1) \Delta = \frac{ax}{d}; \text{ A.N : } \Delta = \frac{10^{-3} \times 10,5 \cdot 10^{-3}}{2}; \Delta = 5,25 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

$$2) x = 8i \text{ avec } i = \frac{\lambda d}{a}; x = \frac{8\lambda d}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{8d}; \text{ A.N : } \lambda = \frac{10^{-3} \times 10,5 \cdot 10^{-3}}{8 \times 2}; \lambda = 0,656 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

3.1) Pendant le mouvement de S, on observe sur l'écran une translation de tout le système de franges dans un sens opposé à celui de S, c'est-à-dire du côté de S₁.

3.2) Déplacement X de la frange centrale

Comme établie précédemment, la différence de marche à la fin du mouvement de S est :

$$\Delta' = \frac{ax}{d} + \frac{ay}{l}; \Delta' = 0 \Rightarrow \frac{ax}{d} + \frac{ay}{l} = 0 \Rightarrow X = -\frac{dy}{l}; \text{ A.N : } X = -\frac{2 \times 1,2 \cdot 10^{-3}}{0,2}; X = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

4) Nous savons que si nous plaçons une lame à faces parallèles devant S₁, le système de franges se déplace du côté de S₂.

Etant donné que le déplacement de la fente S a translaté le système de franges du côté de S₁ (de bas en haut), nous devons placer notre lame à faces parallèles devant S₁ pour ramener la frange centrale en O. la lame à faces parallèles vient donc annuler l'effet du déplacement de la fente source S sur la différence de marche Δ . Nous obtenons alors :

$$\Delta'' = \Delta' - e(n-1) = \Delta \Rightarrow \frac{ax}{d} + \frac{ay}{l} - e(n-1) = \frac{ax}{d};$$

$$\text{Donc, } \frac{ay}{l} - e(n-1) = 0 \Rightarrow e = \frac{ay}{(n-1)l}; \text{ A.N : } e = \frac{10^{-3} \times 1,2 \cdot 10^{-3}}{(1,5-1) \times 0,2}; e = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

Exercice 9.18**1) Direction des franges**

Les franges d'interférences sont parallèles au plan contenant les franges F₁ et F₂.

Les franges sont dites délocalisées parce qu'elles sont présentes en tout point de l'écran appartenant au champ d'interférence.

2) Calculons la longueur d'onde λ

La 3^{ème} frange brillante et la 5^{ème} frange brillante situées de part et d'autre de la frange centrale sont distantes d'une longueur égale à 8 interfranges.

$$d = 8i \text{ avec } i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow d = \frac{8\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ad}{8D}; \text{ A.N : } \lambda = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \times 6,4 \cdot 10^{-2}}{8 \times 2}; \lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

3) Déplacement de la frange centrale

La différence de marche devient : $\delta' = \frac{ax}{D} - (n-1)e$. Pour la frange centrale, $\delta' = 0$

$$\Rightarrow \frac{ax}{D} - (n-1)e = 0 \Rightarrow x = \frac{(n-1)eD}{a}; \text{ A.N : } x = \frac{0,5 \times 4,8 \cdot 10^{-6} \times 2}{1,5 \cdot 10^{-3}}; x = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$\text{Ordre de la frange qui occupe le point O : } p = \frac{\delta'}{\lambda};$$

$$\text{Sachant que : } \delta' = \frac{ax}{D} - (n-1)e; \text{ si } x = 0, \delta' = -(n-1)e \Rightarrow p = \frac{\delta' - (n-1)e}{\lambda}$$

$$\text{A.N : } p = \frac{-(1,5-1) \times 4,8 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-7}}; p = -4.$$

4.1) Chaque lumière engendre son système de franges. On observe donc sur l'écran deux systèmes de franges. Il y a coïncidence sur la frange centrale où se superposent 2 franges brillantes issues des deux rayonnements. Cependant, de part et d'autre de la frange centrale, nous observons un brouillage des franges avant de retrouver plus loin en un point d'abscisse $\pm x_0$ une coïncidence de deux franges brillantes des deux systèmes de franges.

4.2) Détermination de la position x_0 de la première coïncidence.

$$x_0 = n_1 i_1 = n_2 i_2 \Rightarrow n_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = n_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,60}{0,42}; \text{ Donc, } \frac{n_1}{n_2} = \frac{10}{7}, \text{ si } n_1 = 10, \text{ alors } n_2 = 7;$$

$$\text{Ainsi, } x_0 = 10 i_1 = 10 \times \frac{\lambda_1 D}{a}, \text{ ou } x_0 = 7 i_2 = 7 \times \frac{\lambda_2 D}{a}; \quad \underline{\text{A.N.}} : x_0 = \frac{10 \times 0,42 \cdot 10^{-6} \times 2}{1,5 \cdot 10^{-3}}; \quad x_0 = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Exercice 9.19**1) Calculons l'énergie minimale W_0**

$$W_0 = h \frac{C}{\lambda_0}; \quad \underline{\text{A.N.}} : W_0 = 6,64 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,66 \cdot 10^{-6}}; \quad W_0 = 3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2.1) Calculons l'énergie W et la quantité de mouvement P d'un électron du métal

$$W = h \frac{C}{\lambda}; \quad \underline{\text{A.N.}} : W = 6,64 \cdot 10^{-34} \times \frac{3 \cdot 10^8}{0,4 \cdot 10^{-6}}; \quad W_0 = 4,98 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

$$P = \frac{W}{C}; \quad \underline{\text{A.N.}} : P = \frac{4,98 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8}; \quad P = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$2.2.a) W - W_0 = E_{C_{\max}} \Rightarrow W - W_0 = \frac{1}{2} m_e V_{\max}^2 \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2(W - W_0)}{m_e}}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : V_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times (4,98 - 3,02) \times 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}}; \quad V_{\max} = 6,56 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$2.2.b) \frac{1}{2} m_e V_A^2 - \frac{1}{2} m_e V_{\max}^2 = e U_{AC} \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2e U_{AC}}{m_e} + V_{\max}^2};$$

$$\underline{\text{A.N.}} : V_A = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10}{9,11 \cdot 10^{-31}} + (6,56 \cdot 10^5)^2}; \quad V_A = 1,98 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

3.1) Pour une cellule photoélectrique, l'intensité de saturation est la limite (la plus grande valeur) de l'intensité du courant photoélectrique si nous faisons croître infiniment la tension U_{AC} entre l'anode et la cathode.

3.2) Calculons la puissance rayonnante reçue par la photocathode.

Soient N et n respectivement les nombres de photons incidents et efficaces par seconde.

$$P = N h \frac{C}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{P \lambda}{h C}; \quad I_s = n e \Rightarrow n = \frac{I_s}{e}$$

$$\text{Soit } \eta \text{ le rendement quantique : } \eta = \frac{n}{N} = \frac{I_s h C}{P e \lambda} \Rightarrow P = \frac{h C I_s}{\eta e \lambda};$$

$$\underline{\text{A.N.}} : P = \frac{0,02 \cdot 10^{-3} \times 6,64 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,3 \cdot 10^{-2} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,4 \cdot 10^{-6}}; \quad P = 2,075 \cdot 10^{-2} \text{ W.}$$

3.3) Déduction de la puissance rayonnante totale P_T émise par la source

$$\frac{P_T}{P_s} = \frac{P}{s} \Rightarrow P_T = P \cdot \frac{s}{s}; \quad \text{Or } P = 4 \pi r^2 \Rightarrow P_T = P \cdot \frac{4 \pi R^2}{s}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : P_T = 2,075 \cdot 10^{-2} \times \frac{4 \times 3,14 \times 1^2}{4 \cdot 10^{-4}}; \quad P_T = 6,51 \cdot 10^2 \text{ W.}$$

Exercice 9.20

1) On observe à l'écran des bandes sombres (obscurées) et brillantes alternées : Ce sont des franges d'interférences.

2) détermination de la longueur d'onde

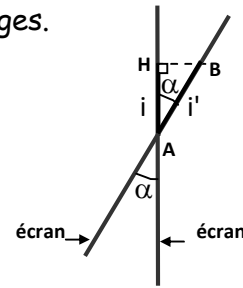
$$d = 9i = 9 \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a d}{9 D}; \quad \underline{\text{A.N.}} : \lambda = \frac{0,9 \cdot 10^{-3} \times 12 \cdot 10^{-3}}{9 \times 2}; \quad \lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,6 \mu\text{m}$$

3.1) On observe sur l'écran une modification de la largeur des franges.

3.2) Calcul de la nouvelle interfrange i'

$$\cos \alpha = \frac{i}{i'} \Rightarrow i' = \frac{i}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\lambda D}{a};$$

A.N : $i' = \frac{1}{\cos 9} \cdot \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{0,9 \cdot 10^{-3}}; \quad i' = 1,35 \cdot 10^{-3} m$



4.1) établissons l'expression de la nouvelle différence de marche

Voir cours paragraphe I.2.7 ; nous obtenons $\Delta' = \Delta - e(n-1); \Leftrightarrow \Delta' = \frac{ax}{D} - e(n-1)$

4.2) Position de la frange brillante centrale

$$\Delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax_0}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{D \cdot e(n-1)}{a};$$

L'interposition de la lame à faces parallèles a pour effet de translater le système de franges du côté de la fente F_1 devant laquelle est placée la lame.

4.3) nature de la frange qui occupe le centre O de l'écran

$$P = \frac{\Delta'}{\lambda} = -\frac{e(n-1)}{\lambda}; \quad \text{A.N : } p = -\frac{2 \cdot 10^{-3}(1,33-1)}{0,6 \cdot 10^{-6}}; \quad p = -1100;$$

Puisque $p \in \mathbb{Z}$, le centre de l'écran est occupé par une frange brillante

4.4) Distance et sens de déplacement de F

$$\Delta'' = \frac{ax}{D} - e(n-1) + \frac{ay_0}{D}; \quad \text{Si le centre de l'écran est occupé par la frange obscure d'ordre 4,}$$

$$\text{l'ordre d'interférence de cette frange est } p = \frac{\Delta''}{\lambda} = \frac{2k+1}{2} \text{ avec } k=3;$$

$$\text{Pour } x=0, \text{ nous avons } \frac{-e(n-1) + \frac{ay_0}{D}}{\lambda} = \frac{(2 \times 3) + 1}{2} \Rightarrow -e(n-1) + \frac{ay_0}{D} = \frac{7}{2} \lambda$$

$$\text{Nous en déduisons } y_0 = \frac{d}{a} \left[\frac{7}{2} \lambda + e(n-1) \right];$$

A.N : $y_0 = \frac{1}{0,9 \cdot 10^{-3}} \left[\frac{7}{2} \times 0,6 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-3}(1,33-1) \right]; \quad y_0 = 0,74 m$

Exercice 9.21

1) Définition :

Seuil photoélectrique : fréquence minimale au dessus de laquelle se produit l'effet photoélectrique pour un métal donné.

2) calcul de l'énergie d'extraction

$$E_0 = \frac{hC}{\lambda}; \quad \text{A.N : } E_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,62 \cdot 10^{-6}}; \quad E_0 = 3,2 \cdot 10^{-19} J$$

3.1) seule la radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,45 \mu m$ produira l'effet photoélectrique car $\lambda_1 < \lambda_0$.

3.2) vitesse maximale de sortie de l'électron

$$\text{Le bilan énergétique s'écrit } E = E_0 + E_{C_{\max}} \Leftrightarrow \frac{hC}{\lambda_1} = E_0 + \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \Leftrightarrow \frac{hC}{\lambda_1} = \frac{hC}{\lambda_0} + \frac{1}{2} m V_{\max}^2;$$

$$\Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2hC}{m} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}; \quad \text{A.N : } V_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{1}{0,45 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{0,62 \cdot 10^{-6}} \right)}; \quad V_{\max} = 5,2 \cdot 10^5 m.s^{-1}$$

3.3) Calcul du potentiel d'arrêt U_0

Ecrivons le théorème de l'énergie cinétique entre C et A :

$$E_{C(A)} - E_{C(C)} = \vec{F} \cdot \vec{CA} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = (-e) \cdot U_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{\max}^2 = e U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{m V_{\max}^2}{2e}$$

A.N : $U_0 = \frac{9.10^{-31} \times (5.2.10^5)^2}{2 \times 1.6.10^{-19}}; \quad U_0 = 0.76V.$

4) rendement quantique de la cellule

Soient N le nombre de photons incidents de fréquence ν , n le nombre de photons efficaces par seconde, c'est-à-dire le nombre d'électrons extraits par seconde ;

Le rendement quantique vaut $r_q = \frac{n}{N}$ (1)

Or la puissance du rayonnement est : $P = Nh\nu$ (2)

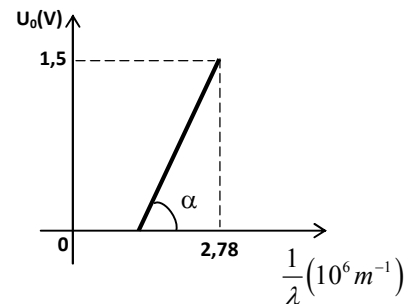
L'intensité de saturation $I_s = n|e| \Rightarrow n = \frac{I_s}{|e|}$ (3)

(2) et (3) dans (1) donne : $r_q = \frac{I_s h \nu}{|e| \cdot P}$;

A.N : $r_q = \frac{1.5.10^{-6} \times 6.62.10^{-34} \times 3.10^8}{1.8.10^{-3} \times 0.45.10^{-6} \times 1.6.10^{-19}}; \quad r_q = 2.3.10^{-3} = 0.23\%$

5.1) Représentation

$\lambda(\mu m)$	0,58	0,50	0,43	0,42	0,40	0,36
U_0 en Volt(V)	0,20	0,56	0,93	1,00	1,18	1,50
$\frac{1}{\lambda}(10^6 m^{-1})$	1,72	2	2,32	2,38	2,5	2,78

**5.2) Dédution de la valeur de la constante de Planck h**

$$U_0 = \frac{hC}{|e|} \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{hC}{|e|} \cdot \frac{1}{\lambda_0}; \quad U_0 \text{ est de la forme } U_0 = a \frac{1}{\lambda} + b; \text{ avec } a = \text{pente de la droite} = \frac{hC}{|e|};$$

Ainsi, $a = \tan \alpha = \frac{hC}{|e|} \Rightarrow h = \frac{a|e|}{C}$; avec $a = \tan \alpha = \frac{1.5 - 0.20}{2.78.10^6 - 1.72.10^6} = 1.22.10^{-6}$;

A.N : $h = \frac{1.22.10^{-6} \times 1.6.10^{-19}}{3.10^8}; \quad h = 6.51.10^{-34} J.s$

Chapitre 10 : LA RADIOACTIVITE

A- L'ESSENTIEL DU COURS

I. Généralités

I.1 Découverte de la radioactivité

La radioactivité fut découverte en 1896 par Henri Becquerel qui constata que des plaques photographiques bien protégées avaient été impressionnées par un composé de l'uranium.

I.2 Définitions

On appelle énergie nucléaire, toute énergie issue d'une réaction nucléaire.

On appelle **réaction nucléaire**, toute réaction faisant intervenir des noyaux d'atomes.

Il existe deux types de réactions nucléaires: Les réactions nucléaires spontanées et les réactions nucléaires provoquées.

Les réactions nucléaires spontanées sont celles qui se produisent naturellement, sans aucune influence extérieure. Les réactions nucléaires spontanées sont du domaine de la radioactivité.

La radioactivité est la décomposition (désintégration) spontanée de certains noyaux atomiques instables, suivie d'émissions de particules et d'un rayonnement γ .

I.3 Détection des émissions radioactives.

La détection des émissions radioactives se fait selon des principes utilisant les propriétés des rayonnements.

L'appareil le plus utilisé pour la détection est le compteur Geiger Muller dont le principe est basé sur les propriétés ionisantes des rayonnements.

On utilise aussi les compteurs à scintillation basés sur la propriété qu'ont les rayonnements d'exciter la fluorescence de certains éléments comme le sulfure de zinc.

I.4 Origine des rayonnements et mécanisme des transformations radioactives

La radioactivité est un phénomène qui concerne uniquement les noyaux : c'est un phénomène nucléaire.

Les noyaux des atomes des éléments radioactifs se désintègrent spontanément.

I.5 Composition des émissions radioactives et propriétés de la radioactivité

L'expérience montre que les émissions radioactives se composent de particules chargées électriquement (α , β^+ ou β^-) et d'un rayonnement γ électromagnétique.

Particules	Nature	Vitesses d'émission	Energie cinétique	Propriétés
α	Noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$	De l'ordre de 20000 km.s ⁻¹ non-relativiste.	De l'ordre de quelques MeV.	Particules légères, très ionisantes, peu pénétrantes, peuvent être arrêtées par une feuille de papier ou une feuille d'aluminium de 0,1 mm d'épaisseur.
β^-	Electrons ${}^0_{-1}\text{e}$ ou e^-	De l'ordre de 280000 km.s ⁻¹ $V \leq 0,9c$; $V > 0,14c$ particules relativistes.	De l'ordre du MeV	Particules légères, plus légères que les particules α , moins ionisantes mais plus pénétrantes. Elles peuvent traverser une plaque d'aluminium de 7 mm d'épaisseur.
β^+	Positons ou positrons ; antiparticules de l'électron : ${}^0_{+1}\text{e}$ ou e^+	Identiques à celle de β^-	Identiques à celle de β^-	Identiques à celles de β^-
γ	Rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'onde.			Très pénétrant, capable de traverser une plaque de plomb de 20 cm d'épaisseur. C'est la partie du rayonnement la plus dangereuse biologiquement

N.B : les particules β^+ et β^- sont généralement émises par des substances artificielles.

II. Radioactivité, désintégration radioactive

II.1 Définition : Désintégration Radioactive : On appelle désintégration radioactive, la transformation du noyau d'un élément radioactif en noyau d'atome différent avec émission de particules et d'un rayonnement électromagnétique.

Toute désintégration est une réaction nucléaire qui obéit aux lois de la conservation :

- Des charges électriques ;
- De l'énergie ;
- Du nombre de nucléons ;
- De la quantité de mouvement.

II.2 Equations nucléaires

Radioactivité α : ${}_Z^AX \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{Z-2}^{A-4}Y$ Exemple : ${}_{84}^{210}\text{X} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{82}^{206}\text{Y}$

Le noyau fils Y obtenu étant excité, il revient à l'état fondamental par émission d'un rayonnement γ selon l'équation :

$${}_{Z-2}^{A-4}Y^* \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + \gamma$$

Radioactivité β^- : ${}_Z^AX \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_{Z+1}^AY$ Exemple : ${}_{11}^{24}\text{Na} \rightarrow {}_{12}^{24}\text{Mg} + {}_{-1}^0\text{e}$

Cette radioactivité correspond à une avancée d'une case dans le tableau périodique.

Radioactivité β^+ : ${}_Z^AX \rightarrow {}_{+1}^0\text{e} + {}_{Z-1}^AY$ Exemple : ${}_{15}^{30}\text{Na} \rightarrow {}_{14}^{30}\text{S} + {}_{+1}^0\text{e}$

Cette radioactivité correspond à un recul d'une case dans le tableau périodique.

Comme dans le cas de la radioactivité α , les radioactivités β^+ et β^- peuvent s'accompagner d'un rayonnement γ dû au passage des rayons de l'état excité à l'état fondamental. L'énergie de masse perdue $E = (m_X - m_e - m_Y)C^2$ est transformée en énergie cinétique des particules e^+ et Y et en photons γ .

Origine nucléaire de e^+ et e^- : ${}_0^1n \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_1^1\text{p}$ ${}_1^1\text{p} \rightarrow {}_{+1}^0\text{e} + {}_0^1n$

II.3 Loi de la décroissance radioactive

Définition : l'activité d'une source radioactive est le nombre de désintégrations émises par la source par unité de temps. L'activité s'exprime en Becquerel (Bq).

D'autre part, l'activité $A(t)$ d'une source à un instant t quelconque est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs $N(t)$ contenus dans cette source à l'instant t .

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \text{ où } \lambda \text{ est la constante radioactive.}$$

D'une manière générale, on démontre que le nombre de noyaux présents à l'instant t (noyaux non désintégrés) évolue selon la relation $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

D'où la courbe de décroissance radioactive ci-contre.

N_0 = Nombre de noyaux initial (à $t = 0$)

N = Nombre de noyaux à l'instant t .

λ = Constante radioactive caractéristique du nucléide.

Démonstration

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \Leftrightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = \int -\lambda dt$$

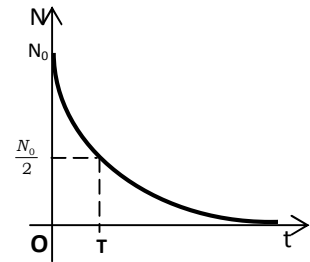
$$\log N = -\lambda t + k \text{ avec } k = cte \Rightarrow \exists N_0 \in \mathbb{R} \text{ tel que } \log N_0 = k ;$$

$$\text{Nous en déduisons : } N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Définition : On appelle **période radioactive** ou **demi-vie** d'un radionucléide la durée T nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon se désintègre.

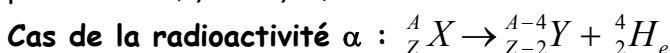
$$\text{On démontre que : } T = \frac{\ln 2}{\lambda} ; \text{ Avec } T \text{ en seconde(s), } \lambda \text{ en seconde}^{-1} (s^{-1}).$$

$$\text{Démonstration : } N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \ln(N_0 e^{-\lambda T}) = \ln\left(\frac{N_0}{2}\right) \Rightarrow -\lambda T = -\ln 2 \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$



II.4 Aspect énergétique de la radioactivité

D'une manière générale, les réactions nucléaires sont exothermiques car elles produisent de l'énergie. L'énergie libérée est transformée en énergie cinétique pour les noyaux fils et les particules α , β^- ou β^+ , mais aussi en émission de rayonnement γ .



Notons W l'énergie libérée par cette réaction nucléaire.

$$W = \Delta m \cdot c^2 \text{ avec } \Delta m = M_{He} + M_Y - M_X$$

W est transformée en énergie cinétique pour les particules ${}_2^4He$ et ${}_{Z-2}^{A-4}Y$.

Conservation de la quantité de mouvement

Puisque ${}_Z^AX$ est initialement isolé et au repos, la quantité de mouvement avant la réaction est : $\vec{P} = \vec{0}$.

$$\text{Après la réaction : } \vec{P}' = M_\alpha \vec{V}_\alpha + M_Y \vec{V}_Y$$

La conservation de la quantité de mouvement s'exprime :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \vec{0} = M_\alpha \vec{V}_\alpha + M_Y \vec{V}_Y \Rightarrow M_\alpha V_\alpha = M_Y V_Y \Rightarrow V_Y = \frac{M_\alpha}{M_Y} \cdot V_\alpha \quad (1)$$

$$\text{Or } W = \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2 + \frac{1}{2} M_Y V_Y^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ dans } (2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2 + \frac{1}{2} M_Y \left(\frac{M_\alpha}{M_Y} V_\alpha \right)^2$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_\alpha^2}{M_Y} \cdot V_\alpha^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2 \left[1 + \frac{M_\alpha}{M_Y} \right] \quad (3)$$

La radioactivité α concerne les noyaux lourds, donc : $\frac{M_\alpha}{M_Y} \ll 1$ (4)

(4) dans (3) $\Rightarrow W \approx \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2$.

Ce phénomène est semblable à la sortie de balle d'une arme à feu.

Si nous considérons le rayonnement émis au cours de cette réaction,

$W = E_{C\alpha} + E_{C_Y} + E_\gamma$; ici E_γ représente l'énergie du rayonnement γ émis.

Cas des radioactivités β^- et β^+



N.B : On appelle, ${}_0^0\bar{\nu}$: antineutrino ; ${}_0^0\nu$: neutrino.

L'énergie libérée au cours de cette réaction vaut : $W = C^2 [M_{\beta^-} + M_Y - M_X]$.

Si nous négligeons la masse de l'électron, $W = C^2 [M_Y - M_X]$. Cette énergie est transformée en énergie cinétique pour Y et l'électron ${}_{-1}^0e$ ou le positron ${}_{+1}^0e$; l'excédent en rayonnement (photons).

L'étude expérimentale a montré que W est supérieure à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie du photon. Le physicien PAULI a donc justifié cette différence en émettant l'hypothèse de l'existence d'une particule relativiste (de célérité C égale à celle de la lumière dans le vide) de masse et de charge nulles (neutrino ${}_0^0\nu$ pour β^+ et l'antineutrino ${}_0^0\bar{\nu}$ pour β^-) qui emporte l'excédent de l'énergie.

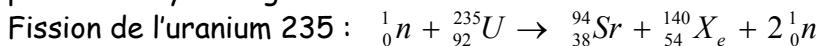
III. Transmutations : réactions nucléaires provoquées

N.B : ce paragraphe est traité pour élargir votre culture (en vue des concours d'entrée dans les grandes écoles) car ne faisant pas partie des notions à aborder dans la cadre du programme de physique des classes de Terminales C, D et E entrant en vigueur au Cameroun en septembre 2006.

Il existe deux types de transmutation : La fission et la fusion.

La fission

Sous l'impact d'un projectile (neutron de faible énergie cinétique) un noyau lourd se scinde en plusieurs noyaux légers.

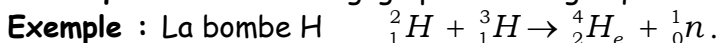


Remarque : La fission est énergétique et contrôlée. C'est une réaction en chaîne car elle produit davantage de neutrons. Elle libère une énorme quantité d'énergie en quelques microsecondes, ce qui produit une explosion brutale : c'est le principe de la bombe atomique ou bombe A.

La fusion

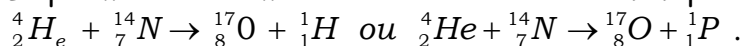
C'est une réaction au cours de laquelle deux noyaux fusionnent pour donner un noyau lourd. La fusion est thermonucléaire (c'est-à-dire catalysée par élévation de température) et son énergie non contrôlée.

Remarque : La fusion dégage plus d'énergie que la fission.



Quelques repères historiques

La première transmutation a été réalisée en 1919 par Rutherford.



N.B : On l'appelle aussi transmutation(α , P).

En 1934, Irène et Frédéric Curie synthétisent le premier noyau radioactif artificiel : Le phosphore ; réalisant ainsi la découverte de la radioactivité artificielle.



IV. Les familles radioactives

Une famille radioactive regroupe un ensemble de nucléides issus d'un même noyau père radioactif. Les principales familles radioactives sont :

La famille de l'uranium ; La famille du thorium ; La famille du Radon

V. Applications de la radioactivité

Les applications de la radioactivité sont:

- La datation au carbone 14 qui permet de connaître l'âge des fossiles animaux et végétaux ;
- Le traitement des cancers par radiothérapie, en utilisant des rayonnements ;
- Le marquage (ou traçage) radioactif qui consiste à remplacer un isotope stable par un isotope radioactif dont la trace peut être suivie. Ce procédé est utilisé en médecine (dans l'étude du fonctionnement de la thyroïde) et même en chimie (dans l'étude des mécanismes réactionnels).

VI. Risques liés aux radionucléides

Les risques liés aux radionucléides sont:

L'irradiation des tissus humains, qui peut entraîner: des lésions d'organes, des effets génétiques sur la descendance et même la mort.

N.B: Les effets des radionucléides sur les êtres humains sont cumulatifs.

VII. Techniques de protection contre les radionucléides

Les techniques de protection contre les radionucléides sont:

- L'utilisation des parois épaisses dans les centrales nucléaires pour isoler les substances radioactives ;
- L'utilisation des sabots et manteaux en plomb dans les laboratoires de physique nucléaire ;
- Le contrôle régulier du taux d'irradiation de l'organisme des travailleurs en contact permanent avec les substances radioactives afin que ce taux ne dépasse pas les limites permises.

VIII. Description de la technique de datation au carbone 14.

Tous les êtres vivants animaux et végétaux absorbent pendant leur vie du carbone 14(radioactif) et du carbone 12 qui sont des isotopes. Ces deux isotopes gardent des proportions constantes tant que vit l'individu. Après la mort, la quantité de carbone 14 diminue à cause de sa radioactivité. En déterminant les quantités de chacun des deux isotopes contenues dans un échantillon prélevé sur un vestige (organisme mort), il est possible de déterminer la durée qui s'est écoulée depuis la mort de l'être vivant d'où provient l'échantillon à l'aide de l'équation de décroissance radioactive. Ceci parce que la période radioactive du carbone 14 est connue.

B- ENONCES DES EXERCICES

Exercice 10.1

Répondre par « vrai » ou « faux » puis justifier.

- 1) La radioactivité est un phénomène nucléaire qui concerne l'atome entier.
- 2) Toute désintégration radioactive s'accompagne d'émission de particules et de rayonnement radioactif.
- 3) Dans toute radioactivité α , le noyau fils est excité et ne revient à l'état fondamental qu'en émettant un rayonnement γ .
- 4) La radioactivité β^- correspond à un recul d'une case dans le tableau de classification périodique.
- 5) Tous les éléments radioactifs α sont caractérisés par la même constante radioactive.
- 6) A ce jour, la fission et la fusion sont les 2 types de transmutation qui existent.
- 7) La fission radioactive est une réaction endothermique.

- 8) La fusion radioactive est plus exo énergétique que la fission radioactive.
- 9) la bombe H (à hydrogène) résulte simplement de la fusion de deux isotopes de l'hydrogène.
- 10) Le phosphore est historiquement le tout premier noyau radioactif artificiel synthétisé.
- 11) Une famille radioactive regroupe un ensemble de nucléides émettant des noyaux fils identiques.
- 12) La datation au carbone 14 est le procédé par lequel les physiciens ont pu établir que l'Afrique est scientifiquement le berceau de l'humanité.

Exercice 10.2

- 1) Définir : a) radioactivité ; b) désintégration radioactive ; c) activité d'une source radioactive ; d) période radioactive
- 2) Combien de types de radioactivité existe-t-il ? citer les et préciser les propriétés de chacune d'elles.

Exercice 10.3

- 1) Ecrire l'équation générale de chacun de ces types de radioactivités que vous connaissez.
- 2) Préciser la nature des particules émises lors de chacun de ces types de radioactivité.

Exercice 10.4

- 1) Citer quelques applications de la radioactivité.
- 2) Citer quelques risques liés à l'utilisation des radionucléides.
- 3) Citer quelques techniques de protection contre les radionucléides.

Exercice 10.5

Des archéologues ont découvert récemment au Tchad un fossile humain qu'ils ont baptisé « Toumaï » qui après analyse leur a permis de conclure que le berceau de l'humanité est l'Afrique et précisément le Tchad, car le fossile était le plus ancien (âgé) de tous les fossiles retrouvés jusqu'à nos jours.

- 1) Quel est le principe physique qui a permis de déterminer l'âge du Tourmaï ?
- 2) Décrire brièvement ce principe.
- 3) Pourquoi ce principe restera-t-il toujours fiable dans le temps ?

Exercice 10.6

- 1) quand dit-on qu'un élément est radioactif ?
- 2) Compléter l'équation suivante: ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow \dots X + {}_{82}^{206}\text{Pb}$.
- 3) De quel type de radioactivité s'agit-il ? Pourquoi ?

Exercice 10.7

L'équation de désintégration du phosphore est: ${}_{15}^{30}\text{P} \rightarrow {}_Z^A\text{S} + {}_1^0\text{e}$.

- 1) Déterminer les valeurs de A et Z en précisant à chaque fois les lois utilisées.
- 2) De quel type de radioactivité s'agit-il ?
- 3) Cette radioactivité correspond-elle à une avancée ou à un recul d'une case dans le tableau de classification périodique ? Pourquoi ?

Exercice 10.8

Le sodium ${}_{11}^{24}\text{Na}$ est radioactif β^- , de période $T = 15$ heures.

- 1) Ecrire l'équation bilan de sa réaction de désintégration radioactive.
- 2) Quel est le noyau formé sachant que les nombres de charge Z sont :
Pour le Néon : $Z = 10$; pour le Magnésium : $Z = 12$.
- 3) On dispose initialement (à $t = 0\text{s}$) de 4mg de sodium ${}_{11}^{24}\text{Na}$. Quelle masse de ce radioélément disparaît-elle par transformation radioactive dans la première journée.

Exercice 10.9

Le Césium $^{139}_{55}\text{Cs}$ est radioactif et émetteur β^- , sa transformation conduit à un isotope du baryum Ba . Sa période radioactive $T = 7,2\text{mn}$.

- 1) Définir isotope.
- 2) Ecrire l'équation bilan de la transformation radioactive.
- 3) Calculer la constante radioactive λ du césium 139.
- 4) Au bout de combien de temps une masse m de Césium 139 est-elle réduite au dixième de sa masse initiale ?

Exercice 10.10

Soit la réaction de fusion nucléaire : $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$.

- 1) Calculer en MeV l'énergie dégagée par cette réaction.
- 2) Quelle serait la puissance de la bombe à hydrogène, qui réalise la fusion du Deutérium ^2_1H et du Tritium ^3_1H pour former 1g de d'hélium en 1 seconde. **On donne :**

Masse molaire de l'hélium He : $4\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$. $M(^2_1\text{H}) = 2,0147u$; $M(^3_1\text{H}) = 3,0165u$;

$M(^4_2\text{He}) = 4,0026u$; $1u = 931,5\text{MeV}/c^2$. $m(^1_0\text{H}) = 1,0087u$; $N_A = 6.10^{23}\text{mol}^{-1}$.

Exercice 10.11

Le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ est radioactif α et de période $T = 138$ jours.

- 1) Ecrire l'équation de sa désintégration en précisant les règles utilisées. **On donne :** $^{82}_{34}\text{Pb}$; $^{83}_{35}\text{B}$; $^{84}_{36}\text{Po}$; $^{85}_{37}\text{At}$; $^{86}_{38}\text{Rn}$.

2) A la date $t = 0$, on dispose d'un échantillon pur de polonium 210 de masse $m_0 = 10\text{mg}$.

2.1) Déterminer le nombre N_0 d'atomes de Polonium présents dans cet échantillon.

2.2) Calculer son activité A_0 à l'instant initial ($t = 0$).

On donne : Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02.10^{23}\text{mol}^{-1}$.

- 3) Quelle masse m de Polonium subsiste-t-il dans l'échantillon à la date $t = 30$ jours ?

Exercice 10.12

En bombardant des noyaux d'Aluminium $^{27}_{13}\text{Al}$ par des noyaux lourds d'hélium ^4_2He , Frédéric et Irène Joliot ont obtenu des noyaux de phosphore P et une particule X .

- 1) Quel nom donne-t-on à ce type de transformation (réaction) ?
- 2) Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.
- 3) Quelle est la nature de la particule X ?
- 4) Cette réaction est-elle endothermique ou exothermique ? On calculera en MeV l'énergie libérée ou consommée lors de la formation d'un noyau.

On donne : $M(^4_2\text{He}) : 4,0015u$; $M(^{27}_{13}\text{Al}) : 26,9744u$; $M(^{30}_{15}\text{P}) : 29,9701u$;

$M(\text{X}) : 1,0085u$; $1u = 931,5\text{MeV}/c^2$.

- 5) Le phosphore obtenu est radioactif β^+ et se désintègre en donnant du Silicium et des particules β^+ ;

5.1) Ecrire l'équation de désintégration du noyau de phosphore.

5.2) Sachant que la période du phosphore est $T = 2,5\text{min}$, déterminer la masse initiale m_0 d'un échantillon de phosphore si après 5s, il ne reste plus que $N = 2.10^{21}$ noyaux de phosphore. **On donne :** Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23}\text{mol}^{-1}$; $M_P = 31\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Exercice 10.13

L'équation de désintégration du phosphore s'écrit : $^{30}_{15}\text{P} \rightarrow ^{30}_Z\text{S} + ^0_1\text{e}$

- 1) Déterminer la valeur de Z en précisant la loi utilisée.
- 2) De quel type de radioactivité s'agit-il ?

3) A l'aide d'un compteur de particules, on observe le nombre moyen de désintégrations par seconde ; ce nombre est proportionnel au nombre de noyaux $^{30}_{15}P$ non encore désintégrés.

3.1) Déterminer la constante radioactive du noyau de phosphore sachant que le compteur affiche au bout de 500s un nombre moyen de désintégrations par seconde dix fois moins grand qu'au début.

3.2) En déduire la période de désintégration T du phosphore.

Exercice 10.14

La fission nucléaire de l'uranium 235 a pour équation : $^{235}_{92}U + {}^1_0n \rightarrow {}^{139}_xXe + {}^{94}_{38}Sr + y {}^1_0n$

1) Déterminer x et y en précisant les règles utilisées.

2) Sachant que les masses atomiques des noyaux sont : Uranium : $M_U = 235,044u$; Xenon : $M_{Xe} = 138,918u$; Neutron : $M_N = 1,0087u$; Strontium : $M_{Sr} = 93,915u$; $1u = 931,5MeV = 1,66 \cdot 10^{-27}kg$; $U : 235g \cdot mol^{-1}$.

2.1) Calculer en MeV, l'énergie libérée par la fission d'un atome d'uranium.

2.2) Calculer en joules et MeV, l'énergie E libérée par la fission d'un gramme d'uranium?

2.3) Sous quelles formes peut-on trouver l'énergie libérée ?

2.4) Quel volume d'eau (en litre) à $\theta_0 = 20^\circ C$ peut-on porter à ébullition avec l'énergie E sachant que la masse volumique de l'eau vaut $\rho_e = 10^3 kg/m^3$; chaleur massique de l'eau $C_e = 4200J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

Exercice 10.15

1) Comparer la stabilité des noyaux suivants : $^{238}_{96}U$; $^{226}_{88}Ra$.

N.B : On calculera d'abord leurs énergies de cohésion par nucléon.

On donne : $M(^{238}_{96}U) = 238,0863u$; $M(^{226}_{88}Ra) = 225,9958u$. $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}kg = 931,5MeV \cdot C^{-2}$; constante de plank $h = 6,62 \cdot 10^{-34}J \cdot s^{-1}$; $C = 3 \cdot 10^8 m/s$; $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19}J$. Neutron : $M_n = 1,008665u$; proton = $M_p = 1,007276u$.

2) Le noyau d'uranium 238 effectue plusieurs désintégrations successives dont x de type α et y de type β^- pour se transformer en Radium $^{226}_{88}Ra$.

Le radium 226 lui même radioactif conduit après plusieurs désintégrations successives à un isotope stable $^{206}_{82}Pb$, après avoir subi x' désintégrations de type α et y' désintégrations β^- .

2.1) Déterminer x , y , x' et y' .

2.2) La première désintégration de l'uranium 238 est de type α et conduit à un noyau de Thorium $^{234}_{90}Th$.

2.2.1) En admettant que toute l'énergie E_i libérée au cours de cette réaction nucléaire est transmise à la particule α sous forme d'énergie cinétique, calculer la valeur V de sa vitesse d'émission en admettant que les particules α sont non relativistes.

2.2.2) La valeur de V trouvée justifie-t-elle l'utilisation des lois de la mécanique classique ?

2.2.3) La détermination expérimentale de la vitesse des particules α donne $V = 1,4 \cdot 10^7 m/s$.

En déduire la longueur d'onde λ du rayonnement gamma (γ) émis simultanément à la réaction nucléaire étudiée. On donne :

Thorium : $M(^{234}_{90}Th) = 234,0781u$; Hélium : $M(^4_2He) = 4,0026u$;

Exercice 10.16

On considère la réaction de désintégration radioactive suivante : $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^x_yRn + {}^4_2He + \Delta E$;

ΔE est l'énergie libérée par la désintégration d'un atome de radium.

1) Déterminer x et y .

2) Calculer ΔE en MeV. **On donne :** unité de masse atomique $u = 1,66 \cdot 10^{-27}kg$; Célérité de la lumière $C = 3 \cdot 10^8 m/s$; $M(Ra) = 226,9771u$; $M(Rn) = 222,9704u$; $M(He) = 4,0015u$; $1MeV = 1,6 \cdot 10^{-13}J$.

3) Un noyau d'hélium animé d'une vitesse $\vec{v}$ rencontre un autre noyau d'hélium au repos. En utilisant les lois de la mécanique classique, montrer qu'après le choc, supposé parfaitement élastique, les vitesses $\vec{v}'$ et $\vec{v}''$ des deux noyaux sont orthogonales.

Exercice 10.17

1) Qu'appelle t-on radioactivité naturelle d'un élément ?

2) Qu'appelle t-on désintégration radioactive ?

3) La désintégration radioactive du Polonium 210 s'écrit : ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_b^a\text{X} + {}_{82}^{206}\text{Pb}$

3.1) Déterminer a, b et X.

3.2) De quel type de radioactivité s'agit-il ?

3.3) Calculer en MeV et en joules l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de ${}_{84}^{210}\text{Po}$.

4) En supposant qu'il y n'a pas d'émission γ secondaire, calculer l'énergie cinétique et la vitesse de la particule X émise.

5) Calculer l'activité à la date $t = 0$, de 100g de ${}_{84}^{210}\text{Po}$ sachant que sa période $T = 138$ jours. **On donne :** $M_{\text{Po}} = 209,9360\text{u}$; $M_{\text{Pb}} = 205,9296\text{u}$; $M_{\text{X}} = 4,00150\text{u}$; $1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg} = 931,5\text{MeV}/c^2$; $C = 3 \cdot 10^8\text{m.s}^{-1}$; Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$. $P_O : 209\text{g.mol}^{-1}$.

Exercice 10.18

Un échantillon de radium ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ a pour masse $m = 4\text{g}$.

1) De combien d'atomes est-il constitué ? nombre d'Avogadro : $N_A = 6 \cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$

2) La demi-vie du radium est $T = 1680\text{ans}$. Combien restera t-il de noyaux non désintégrés au bout d'une période.

3) En un an, l'échantillon a produit une quantité de chaleur $Q = 2,05 \cdot 10^4\text{J}$. Evaluer la perte de masse correspondante. **On donne :** $C = 3 \cdot 10^8\text{m.s}^{-1}$

4) En se désintégrant, le radium émet des particules α qui sont des noyaux d'hélium ${}_2^4\text{He}$; Quels sont le nombre de charge et le nombre de masse du noyau restant après émission d'une particule α .

Exercice 10.19

Le polonium 210 est radioactif α .

A la date $t = 0$, on dispose d'un échantillon contenant N_0 noyaux radioactifs de ${}_{84}^{210}\text{Po}$. A une date t , on détermine le nombre de noyaux restants N . Les mesures donnent :

t (en jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,3
$-\ln \frac{N}{N_0}$							

1) Compléter le tableau ci-dessus.

2) Représenter graphiquement la fonction : $-\ln \left(\frac{N}{N_0} \right) = f(t)$.

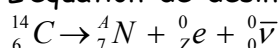
3) En déduire les valeurs de la constante radioactive λ et de la période T du polonium, en seconde et en jours heures minutes secondes.

4) Au bout de combien de temps la masse restante du polonium vaut le dixième de la masse initiale ? On donnera le résultat en (année jours heure minutes secondes).

On donne : $M_{\text{He}} = 4,0015\text{u}$. $M^{210}\text{Po} = 209,936\text{u}$; $1\text{u} = 931,5\text{MeV} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$.

Exercice 10.20

L'équation de désintégration du carbone 14 utilisée pour la datation au carbone 14 s'écrit :



- 1) Déterminer A et Z en précisant les règles utilisées, puis réécrire l'équation.
- 2) De quel type de radioactivité s'agit-il ?
- 3) La période de désintégration du carbone $^{14}_6\text{C}$ est $T = 5500$ ans.
 - 3.1) Calculer en secondes le temps au bout duquel une population initiale de N nucléides de carbone $^{14}_6\text{C}$ est réduite de moitié par désintégration.
 - 3.2) En déduire la constante radioactive λ du carbone 14.
 - 3.3) Un échantillon contenant comme seul nucléide radioactif du carbone $^{14}_6\text{C}$ a une activité qui correspond à seize électrons émis par seconde.
 - 3.3.1) Au bout de combien d'années cette activité sera t-elle réduite à quatre électrons émis par seconde ? **N.B** : On établira d'abord la relation entre les nombres d'atomes N_0 initial et N à l'instant t final.
 - 3.3.2) Exprimer en fonction de n et N_0 le nombre N d'atomes de $^{14}_6\text{C}$ restant dans l'échantillon au bout de n périodes ; N_0 étant le nombre initial de noyaux.
 - 3.3.3) Le nombre N d'atomes de carbone 14 dans l'échantillon pourra t-il s'annuler au bout d'un certain nombre de périodes ?
 - 3.3.4) La méthode de datation au carbone 14 est-elle fiable ? Pourquoi ?
- 4) Comment appelle-t-on la particule $^0_{-1}\text{e}$? Que valent : sa masse ? Sa charge ? Est-elle relativiste ? Qu'est-ce qui justifie son émission (son existence) ?

Exercice 10.21

On a découvert en effectuant des fouilles, une momie. Pour déterminer son âge, on utilise la méthode de datation dite au carbone 14. Cet isotope du carbone est constamment produit lors du bombardement de l'azote atmosphérique par de neutrons cosmiques. Le carbone 14 assimilé par les organismes vivants se trouve donc présent en très faible quantité dans ces organismes. L'expérience montre que les proportions des deux isotopes ^{14}C et ^{12}C sont les mêmes dans le dioxyde de carbone atmosphérique et dans tous les organismes actuellement vivants : 1 atome ^{14}C pour 10^6 atome ^{12}C . on fait donc l'hypothèse qu'il en a toujours été ainsi (tout au moins au cours des derniers millénaires).

Après la mort, la proportion de carbone 14 diminue car le carbone 14 est radioactif β^- , de période $T = 5570$ années.

- 1) Ecrire l'équation de la désintégration du carbone 14.
- 2) Dans un prélèvement de 1dg de matières organiques sur la momie, on constate qu'il y a 10% en masse de carbone. Cet échantillon présente une activité de 1180 désintégrations par seconde.
 - 2.1) Calculer la constante radioactive λ .
 - 2.2) Evaluer le nombre d'atomes de l'isotope ^{14}C lors de l'ensevelissement de la momie. **N.B** : La masse de carbone 14 est négligeable par rapport à la masse totale de carbone.
 - 2.3) Quelle est l'activité A_0 de cet échantillon au moment de la mort ?
 - 2.4) En déduire l'âge approximatif de la momie.

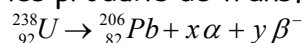
On donne : $C = 12\text{g.mol}^{-1}$; Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23}\text{mol}^{-1}$

2^{ème} ligne du tableau périodique : Li, Be, B, C, N, O, F, Ne

Exercice 10.22 Extrait Baccalauréat C 2002 Cameroun

L'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à un isotope stable de plomb

$^{206}_{82}\text{Pb}$ suite à une série de désintégrations successives de type α et β^- . La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de transformation. On assimile donc l'ensemble à une réaction unique :



- 1) Déterminer x et y en précisant les lois de conservation utilisées.

2) On veut dater un matériau contenant de l'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ et du plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$. On suppose qu'à la formation de ce minerai à la date $t = 0$, Celui-ci contient de l'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ et ne contient pas du plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$. Soit $Nu(0)$ le nombre de noyaux d'uranium 238 à $t = 0$ et $Nu(t)$ le nombre de ces noyaux restant à la date t ;

2.1) Exprimer $Nu(t)$ en fonction de $Nu(0)$, λ et t , où λ est la constante radioactive de l'uranium 238.

2.2) Définir la période T d'un élément radioactif et exprimer T en fonction de la constante radioactive λ

2.3) Exprimer le nombre de noyaux de plomb présents à la date t dans ce minerai en fonction de t , λ et $Nu(0)$; En déduire l'âge t du minerai en fonction de la période T de l'uranium 238 et du rapport $\frac{Nu(t)}{Nu(0)}$, On suppose que $t \ll T$.

2.4) A la date t , l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium 238 et 10mg de plomb 206. Calculer l'âge du minerai sachant que $T(^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9$ années; $M(\text{U}) = 238\text{g/mol}$; $M(\text{Pb}) = 206\text{g/mol}$; $\ln 2 = 0,693$.

Exercice 10.23 Extrait Baccalauréat C 2003 Cameroun

Le nucléide Vanadium $^{51}_{23}\text{V}$ est radioactif de type β^- et sa désintégration spontanée est accompagnée de l'émission d'un photon d'énergie 143MeV. Le noyau fils obtenu Cr est stable.

1) Ecrire l'équation de la réaction. Calculer la longueur d'onde du photon émis.

2) On étudie la désintégration d'un échantillon contenant des noyaux de Vanadium 52 ; soit N_0 le nombre de ces photons à l'instant $t = 0$ et N le nombre de noyaux à la date t .

2.1) Ecrire l'expression de N en fonction N_0 , de t et de la constante radioactive λ .

2.2) Définir la période radioactive T et établir la relation entre T et λ .

3) A l'aide d'un compteur, on détermine le nombre n de désintégrations ayant lieu pendant une durée constante $\tau = 5\text{s}$. Cette mesure est faite toutes les minutes. On obtient le tableau suivant:

$t(\text{s})$	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540
n	1586	1257	1075	873	741	584	471	428	355	296

3.1) On définit l'activité A par la relation $A = -\frac{dN}{dt}$. Montrer que $A = \lambda N$ et en déduire

l'expression $A = A_0 e^{-\lambda t}$, A_0 étant la valeur de A à la date $t = 0$.

3.2) Exprimer $\ln A$ en fonction de A_0 , T et t .

3.3) A l'aide des mesures précédentes, on peut obtenir à chaque minute l'activité A de l'échantillon. Calculer aux dates indiquées dans le tableau ci-dessus, l'activité A , puis $\ln A$ et construire la courbe $\ln A = f(t)$. En déduire les valeurs de λ , T et N_0 .

On donne : $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$; $C = 3 \cdot 10^8\text{m.s}^{-1}$.

Exercice 10.24 Extrait Baccalauréat C 2006

On désire mesurer le volume sanguin d'un individu à l'aide d'une substance radioactive. Pour cela, on injecte dans le sang de cet individu 10cm^3 d'une solution contenant initialement du sodium 24 à une concentration molaire de 10^{-3}mol.L^{-1} . Le sodium 24 utilisé est radioactif β^- et a été obtenu en bombardant le sodium 23 par des neutrons. Sa demi-vie est $T = 15\text{h}$.

1) Définir : substance radioactive ; demi-vie d'un élément radioactif.

2) Ecrire les équations de la réaction de formation et de la réaction de désintégration du sodium 24.

3) Soient n_0 le nombre de moles de sodium 24 à l'injection (instant $t = 0$) et $n(t)$ le nombre de moles de sodium restant à la date t .

3.1) Calculer le nombre de moles n_0 de sodium 24 introduit dans le sang à l'injection.

3.2) Calculer $n(t)$ en fonction de n_0 , T et t .

3.3) Calculer le nombre de moles de sodium 24 présent dans le sang au bout 5h.

3.4) Au bout de 5h, on prélève 10cm^3 de sang du même individu et on constate qu'il contient $1,57 \cdot 10^{-8}\text{mol}$ de sodium 24. En supposant que le sodium 24 après injection est uniformément repartit dans tout le volume sanguin, calculer le volume de ce sang.

C- SOLUTIONS DES EXERCICES

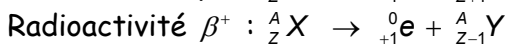
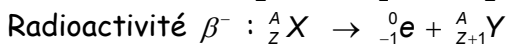
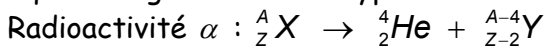
Exercice 10.1

- 1) **Faux.** La radioactivité ne concerne que le noyau.
 2) **Vrai.** 3) **Vrai ;** 4) **Faux.** La radioactivité β^- correspond plutôt à une avancée d'une case dans le tableau périodique. 5) **Faux.** 6) **Vrai.**
 7) **Faux.** La fission libère de l'énergie, elle est exothermique.
 8) **Vrai.** 9) **Vrai.** 10) **Vrai.** 11) **Faux.** La famille radioactive regroupe un ensemble de nucléides issus tous d'un même noyau père radioactif. 12) **Vrai.**

Exercice 10.2 Voir cours (paragraphe I et II.1)

Exercice 10.3

Equations générales des types de radioactivité



Exercice 10.4 Voir cours (paragraphe V, VI et VII)

Exercice 10.5

- 1) Le principe physique qui a permis de déterminer l'âge du Toumaï est le principe de la datation au carbone 14.
 2) Description du principe de datation au carbone 14 : Voir cours (paragraphe VIII)
 3) Ce principe restera toujours fiable parce que le nombre d'éléments radioactifs (noyaux de carbone 14) restant dans le fossile ne s'annulera jamais.

Exercice 10.6

- 1) Un élément est dit radioactif lorsqu'il peut se transformer spontanément en un autre élément avec émission d'un rayonnement électromagnétique γ .
 2) Complétons l'équation : ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_Z^AX + {}_{82}^{206}\text{Pb}$
 3) Il s'agit d'une radioactivité α car il ya production d'un noyau d'hélium ${}_2^4\text{He}$.

Exercice 10.7

1) Détermination de A et Z

Etant donné que l'équation est : ${}_{15}^{30}\text{P} \rightarrow {}_Z^AS + {}_{-1}^0e$,

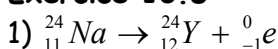
Conservation du nombre de masse : $30 = A + 0 \Rightarrow A = 30$;

Conservation du nombre de charge : $15 = Z + 1 \Rightarrow Z = 14$;

2) Il s'agit d'une radioactivité β^+

3) Cette radioactivité correspond à un recul d'une case dans le tableau de classification périodique.

Exercice 10.8



2) Le noyau formé c'est le Magnésium : ${}_{12}^{24}\text{Mg}$

3) $m = m_0 - m_0 e^{-\lambda t} = m_0(1 - e^{-\lambda t})$; or $\lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow m = m_0(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}})$;

A.N : $m = 4 \left(1 - e^{-\frac{24}{15} \ln 2} \right)$; **m = 2,68mg.**

Exercice 10.9

1) Définition : On appelle isotope, des nucléides ayant le même nombre de charge mais des nombres de masse différents.

2) ${}_{55}^{139}\text{Cs} \rightarrow {}_{56}^{139}\text{Ba} + {}_{-1}^0e$; 3) $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$; **A.N :** $\lambda = \frac{\ln 2}{7,2 \times 60}$; $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$.

4) $m = m_0 e^{-\lambda t} = \frac{1}{10} m_0 \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{10} \Rightarrow \ln e^{-\lambda t} = \ln\left(\frac{1}{10}\right) \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\lambda}$; **A.N :** $t = \frac{\ln 10}{1,6 \cdot 10^{-3}}$; **t = 1435s.**

Exercice 10.10**1) Energie dégagée par cette réaction**

$W = [M_{He} + M_n - M_1 - M_2] C^2$, où M_1 et M_2 représentent les masses atomiques de Deutérium ${}^2_1\text{H}$ et de tritium ${}^3_1\text{H}$ respectivement.

A.N : $W = (4,0026 + 1,0087 - 2,0147 - 3,0165) \times \frac{931,5}{C^2} \times C^2$; **W = 3,26Mev.**

2) Puissance P de la bombe à hydrogène

Soit Wd l'énergie dégagée par la bombe, $P = \frac{Wd}{t}$ (1)

La formation d'un atome d'hélium dégage une énergie W .

La formation d'un gramme (N atomes) dégage Wd ; Ainsi $Wd = N.W$.

Avec $N = \frac{m}{M} N_A$; donc $Wd = \frac{m}{M} N_A.W$ (2)

(2) dans (1) donne : $P = \frac{W.m.N_A}{t.M}$; **A.N :** $P = \frac{3,26 \times 1,6 \times 10^{-13} \times 1 \times 6 \times 10^{23}}{1 \times 4}$; **P = 7,8.10¹⁰W**

Exercice 10.11

1) ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_Z^AX + {}_2^4\text{He}$

Conservation du nombre de nucléons : $210 = A + 4 \Rightarrow A = 206$

Conservation du nombre de charges : $84 = Z + 2 \Rightarrow Z = 82$.

2.1) Calculons le nombre N_0 d'atomes de polonium

$N_0 = \frac{m_0}{M_{Po}} \cdot N_A$; **A.N :** $N_0 = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{210} \times 6,02 \cdot 10^{23}$; **$N_0 = 2,87 \cdot 10^{19}$ atomes**

2.2) Calculons l'activité A_0 à l'instant $t = 0$

Nous savons qu'à un instant t quelconque, l'activité $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$; avec $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Par conséquent $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$; donc $A(t) = \frac{N_0 \ln 2}{T} \cdot e^{-\lambda t}$.

A t = 0, $A(t) = \frac{N_0 \ln 2}{T} e^0 = A_0 \Rightarrow A_0 = \frac{N_0 \ln 2}{T}$ où $T = 138 \text{jours} = 138 \times 24 \times 3600 \text{s}$

A.N : $A_0 = \frac{2,87 \times 10^{19} \times \ln 2}{138 \times 24 \times 3600}$; **$A_0 = 1,67 \cdot 10^{12} \text{Bq}$.**

3) Masse m de polonium subsistant à la date $t = 30$ jours

Soit n le nombre de moles de l'échantillon à l'instant t :

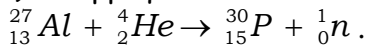
$$n = \frac{m}{M_{P_0}} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow m = \frac{N}{N_A} \times M_{P_0} \text{ avec } N = N_0 e^{-\lambda t} ; \text{ Donc, } m = \frac{N_0}{N_A} M_{P_0} e^{-\lambda t} = m_0 e^{\frac{-t \ln 2}{T}}$$

$$\underline{\text{A.N}} : m = 10 \times 10^{-6} \times e^{\frac{-30 \ln 2}{138}} ; m = 8,6 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

Exercice 10.12

1) Cette transformation est une fusion.

2) En appliquant la conservation du nombre de masse et du nombre de charge, nous obtenons :



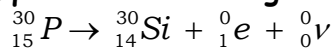
3) Nature de la particule X : C'est le neutron ${}_0^1n$.

4) calculons l'énergie libérée ou consommée par la réaction

$$Q = (m_p + m_n - m_{Al} - m_{He}) C^2$$

$$\underline{\text{AN}} : Q = (29,9701 + 1,0085 - 26,9744 - 4,0015) \times \frac{931,5 C^2}{C^2} ; Q = 2,51 \text{ MeV.}$$

L'énergie Q étant positive, la réaction est endothermique : elle consomme de l'énergie.

5.1) Equation de désintégration du noyau de phosphore**5.2) Masse initiale m_0 de l'échantillon de phosphore**

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m_0 = m e^{\lambda t} ; \text{ or } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow m_0 = m e^{\frac{t \ln 2}{T}} ; \quad (1)$$

$$\text{D'autre part, } N = \frac{m}{M_p} \cdot N_A \Rightarrow m = \frac{N \cdot M_p}{N_A} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) : m_0 = \frac{N \cdot M_p}{N_A} \cdot e^{\frac{t \ln 2}{T}} ; \text{ avec } T = 2,5 \text{ min} ; \text{ Donc } T = 150 \text{ s.}$$

$$\underline{\text{A.N}} : m_0 = \frac{2 \cdot 10^{21} \times 31}{6,02 \cdot 10^{23}} \times e^{\frac{5 \ln 2}{150}} ; \quad m_0 = 0,1 \text{ g.}$$

Exercice 10.13

1) La conservation du nombre de charge s'écrit : $15 = Z + 1 \Rightarrow Z = 14$.

2) Il s'agit d'une radioactivité de type β^+ .

3.1) Déterminons la constante radioactive du phosphore

$$\text{A } t = 0, \quad A_0 = \lambda n_0 ; \text{ A l'instant } t, A = \lambda n. \text{ Avec } n = n_0 e^{-\lambda t}.$$

$$\text{Nous en déduisons : } \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A}.$$

D'après l'énoncé, à l'instant $t = 500 \text{ s}$, le nombre de désintégrations par seconde est dix fois moins grand qu'au début ; donc $A_0 = 10 A$ et $\frac{A_0}{A} = 10$.

$$\text{Donc } \lambda = \frac{1}{t} \ln 10 ; \quad \underline{\text{A.N}} : \lambda = \frac{1}{500} \ln 10 ; \quad \lambda = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

3.2) Période de désintégration T

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} ; \quad \underline{\text{A.N}} : T = \frac{\ln 2}{4,6 \times 10^{-3}} ; \quad T = 1,5 \cdot 10^2 \text{ s}$$

Exercice 10.14

1) Déterminons x et y dans l'équation ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{139}_x\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + y {}^1_0\text{n}$

Conservation du nombre de masse : $235 + 1 = 139 + 94 + y \Rightarrow y = 3$;

Conservation du nombre de charge : $92 = x + 38 \Rightarrow x = 54$

L'équation devient ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{139}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + 3 {}^1_0\text{n}$;

2.1) Calculons l'énergie libérée par la fission d'un gramme d'uranium

$$E = \Delta m C^2 = (m_U + m_n - m_{Xe} - m_{Sr} - 3m_n)C^2 \Rightarrow E = (m_U - m_{Xe} - m_{Sr} - 2m_n)C^2 ;$$

A.N : $E = (235,044 - 138,918 - 93,915 - 2 \times 1,0087) \times 1,66 \times 10^{-27} \cdot (3 \times 10^8)^2$; **E = 2,89.10⁻¹¹J ;**

Puis, $E = \frac{2,89 \times 10^{-11}}{1,6 \times 10^{-13}} \text{ MeV} ; \quad \mathbf{E = 1,81.10^2 \text{ MeV.}}$

2.2) Calculons l'énergie libérée par 1 g d'uranium 235.

soit N le nombre d'atomes contenus dans 1g d'uranium.

$$E' = NE \quad \text{avec } N = \frac{m}{M} \cdot N_A \quad \text{donc } E' = \frac{m}{M} N_A E$$

A.N : $E' = \frac{1}{235} \times 6,02 \times 10^{23} \times 2,89 \times 10^{-11} ; \quad \mathbf{E' = 7,4.10^{10} \text{ J.}}$

2.3) L'énergie libérée se présente sous forme d'énergie cinétique et sous forme de rayonnement électromagnétique.

2.4) Volume d'eau à 20°C pouvant être portée à ébullition avec E'

$$E' m_e C_e (\theta - \theta_0) = \rho_e V_e (\theta - \theta_0) \Rightarrow V_e = \frac{E'}{\rho_e C_e (\theta - \theta_0)} ;$$

A.N : $V_e = \frac{7,4 \times 10^{10}}{10^3 \times 4200 \times (100 - 20)} ; \quad \mathbf{V_e = 2,2.10^2 \text{ m}^3 = 2,2 \cdot 10^5 \text{ L}}$

Exercice 10.15

1) Comparaison de la stabilité des noyaux ${}^{238}_{92}\text{U}$ et ${}^{226}_{88}\text{Ra}$;

Soit El_1 et El_2 les énergies de cohésion par nucléon de l'uranium et du radon respectivement ;

$$El_1 = \frac{\Delta m C^2}{A} = \frac{|M_U - ZM_P - (A-Z)M_n| C^2}{A} ;$$

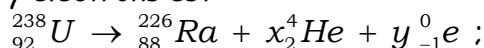
A.N : $El_1 = \frac{|238,0863 - 92 \times 1,007276 - (238 - 92) \times 1,008665| \times 931,5}{238} ; \quad \mathbf{El_1 = 7,2 \text{ MeV/nucléon.}}$

$$El_2 = \frac{\Delta m C^2}{A} = \frac{|M_{Ra} - ZM_P - (A-Z)M_n| C^2}{A} ; \quad \mathbf{A.N : El_2 = 7,58 \text{ MeV/nucléon.}}$$

El_2 étant supérieure à El_1 , nous pouvons conclure que le radon est plus stable que l'uranium.

2.1) Détermination de x , y , x' et y' .

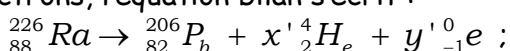
L'équation bilan de la formation de ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ qui correspond à la formation de x noyaux d'hélium et y électrons est :



Conservation du nombre de masse : $238 = 226 + 4x \Rightarrow x = 3$

Conservation du nombre de charge : $92 = 88 + 2x - y \Rightarrow y = 2$

Pour l'obtention du plomb ${}^{206}_{82}\text{Pb}$, qui s'accompagne de l'émission de x' particules α et y' électrons, l'équation bilan s'écrit :



Conservation du nombre de masse : $226 = 206 + 4x' \Rightarrow x' = 5$

Conservation du nombre de charge : $88 = 82 + 2x' - y' \Rightarrow y' = 4$

2.2.1) Calcul de la vitesse V.

$$E_l = \frac{1}{2} m_\alpha \cdot V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2E_l}{m_\alpha}} ;$$

Sachant que l'équation de la désintégration s'écrit : ${}_{96}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{94}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$;

Nous avons $E_l = |M_U - M_{Th} - M_{He}| C^2$

$$E_l = |238,0863 - 234,0781 - 4,0026| \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 ; E_l = 8,4 \cdot 10^{-13} \text{J}.$$

$$\text{Nous en déduisons : } V = \sqrt{\frac{2 \times 8,4 \times 10^{-13}}{4,0026 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}} ; V = 1,6 \cdot 10^7 \text{m.s}^{-1}$$

2.2.2) Calculons le rapport $\beta = \frac{V}{C}$; $\beta = \frac{1,6 \times 10^7}{3 \times 10^8} = 0,05$; $\beta = 0,05$.

Où la valeur de V trouvée justifie l'emploi de la mécanique classique car $\beta < 0,14$.

2.2.3) Détermination de λ

$$\frac{1}{2} m_\alpha V^2 - \frac{1}{2} m_\alpha (V')^2 = h \frac{C}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2hC}{m_\alpha (V^2 - V'^2)}$$

$$\text{A.N : } \lambda = \frac{2 \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4,0026 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times [(1,6 \cdot 10^7)^2 - (1,4 \cdot 10^7)^2]} ; \lambda = 9,96 \cdot 10^{-13} \text{m}$$

Exercice 10.16

1) Conservation du nombre de masse : $226 = x + 4 \Rightarrow x = 222$.

Conservation du nombre de charge : $88 = y + 2 \Rightarrow y = 86$.

L'équation devient : ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He} + \Delta E$

2) Calculons ΔE en MeV. $\Delta E = \Delta m \cdot C^2 = (M_{Ra} - M_{Rn} - M_{He}) \cdot C^2$

$$\text{A.N : } \Delta E = (225,9771 - 221,9704 - 4,0015) \times 1,66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 ;$$

$$\Delta E = 7,77 \cdot 10^{-13} \text{J} = 4,8 \text{MeV}.$$

3) Montrons qu'après le choc, les vitesses $\vec{V}'$ et $\vec{V}''$ des deux noyaux sont orthogonales. Soit m la masse d'un noyau d'hélium.

$$\text{Conservation de la quantité de mouvement : } m\vec{V} = m\vec{V}' + m\vec{V}'' \Rightarrow \vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}'' \quad (1)$$

$$\text{Conservation de l'énergie cinétique : } \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m (V')^2 + \frac{1}{2} m (V'')^2 \Rightarrow V^2 = V'^2 + V''^2 \quad (2)$$

Elevons l'équation (1) au carré : $V^2 = V'^2 + 2\vec{V}'\vec{V}'' + V''^2$

$$\text{D'après (2), } V^2 = V'^2 + V''^2 \Rightarrow V'^2 + V''^2 = V'^2 + 2\vec{V}'\vec{V}'' + V''^2 \Rightarrow 2\vec{V}'\vec{V}'' = 0 \Rightarrow \vec{V}'\vec{V}'' = 0$$

Le produit scalaire $\vec{V}' \cdot \vec{V}''$ étant nul et les deux vecteurs étant non nuls, nous pouvons conclure que les vecteurs $\vec{V}'$ et $\vec{V}''$ sont orthogonaux.

Exercice 10.17

1) On appelle radioactivité naturelle d'un élément, l'émission spontanée (non provoquée) par cet élément de rayonnements divers ou de particules résultant de réactions nucléaires.

2) On appelle désintégration, la transformation d'un noyau radioactif en un autre noyau après émission d'un rayonnement.

3.1) Déterminons a et b.

Conservation du nombre de masse : $210 = a + 206 \Rightarrow a = 4$.

Conservation du nombre de charges : $84 = b + 82 \Rightarrow b = 2$.

L'équation s'écrit alors : ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{82}^{206}\text{Pb}$

3.2) Il s'agit d'une radioactivité de type α .

3.3) Calcul de l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de ${}_{84}^{210}\text{Po}$.

$$\Delta E = (M_{\text{Po}} - M_{\text{He}} - M_{\text{Pb}})C^2 ; \text{A.N.} : \Delta E = (209,9360 - 4,00150 - 205,9296) \times 931,5;$$

$$\Delta E = 4,56 \text{ MeV} = 7,3 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$$

4) Calcul de l'énergie cinétique E_{cx} et la vitesse V_x de la particule X émise.

$$\text{Conservation de la quantité de mouvement : } \vec{0} = M_x \vec{V}_x + M_{\text{Pb}} \vec{V}_{\text{Pb}} \quad (1)$$

$$\text{Conservation de l'énergie cinétique : } W = \frac{1}{2} M_x V_x^2 + \frac{1}{2} M_{\text{Pb}} V_{\text{Pb}}^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ Donne } \vec{V}_{\text{Pb}} = -\frac{M_x}{M_{\text{Pb}}} \vec{V}_x \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) : W = E_{\text{cx}} \left(1 + \frac{M_x}{M_{\text{Pb}}}\right) \Rightarrow E_{\text{cx}} = \frac{W}{1 + \frac{M_x}{M_{\text{Pb}}}} \Rightarrow E_{\text{cx}} = \frac{W \cdot M_{\text{Pb}}}{M_x + M_{\text{Pb}}}$$

$$\text{A.N.} : E_{\text{cx}} = \frac{7,3 \cdot 10^{-13} \times 205,9296 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}{(4,00150 + 205,9296) \times 1,66 \cdot 10^{-27}} ; E_{\text{cx}} = 7,16 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$$

$$E_{\text{cx}} = \frac{1}{2} M_x V_x^2 \Rightarrow V_x = \sqrt{\frac{2E_{\text{cx}}}{M_x}} ; \text{A.N.} : V_x = \sqrt{\frac{2 \times 7,16 \cdot 10^{-13}}{4,00150 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}} ; V_x = 1,47 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}.$$

5) Activité A_0 à la date $t = 0$

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \text{ avec } N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ donc } A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} ;$$

$$\text{or } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow A(t) = \frac{N_0 \ln 2}{T} \cdot e^{-\frac{t \ln 2}{T}}$$

$$A \text{ à } t = 0, A(0) = A_0 = \frac{N_0 \ln 2}{T} \text{ avec } N_0 = \frac{m}{M} N_A ; \text{ donc } A_0 = \frac{m N_A \ln 2}{M \cdot T}$$

$$\text{A.N.} : A_0 = \frac{100 \times 6,02 \cdot 10^{23} \times 0,693}{209 \times 138 \times 24 \times 3600} ; A_0 = 1,67 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$$

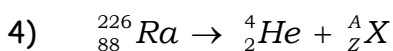
Exercice 10.18

$$1) N = \frac{m}{M} \times N_A \quad \text{A.N.} : N = \frac{4}{226} \times 6 \times 10^{23} ; N = 1,06 \cdot 10^{22} \text{ atomes.}$$

$$2) \text{ Au bout d'une période, il restera } N' = \frac{N}{2} \text{ noyaux ; } N' = 5,3 \cdot 10^{21} \text{ noyaux.}$$

3) Calculons la perte de masse Δm

$$Q = \Delta m C^2 \Rightarrow \Delta m = \frac{Q}{C^2} ; \text{A.N.} : \Delta m = \frac{2,05 \cdot 10^4}{(3 \cdot 10^8)^2} ; \Delta m = 2,3 \cdot 10^{-13} \text{ kg.}$$



Conservation du nombre de masse : $226 = 4 + A \Rightarrow A = 222$

Conservation du nombre de charge : $88 = 2 + Z \Rightarrow Z = 86.$

Exercice 10.19

1) Complétons le tableau

t (en jours)	0	40	80	120	160	200	240
N/N ₀	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,3
-ln(N/N ₀)	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,2

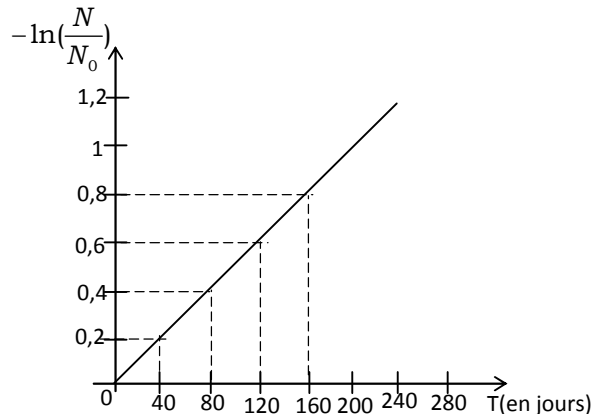
2) Représentons le graphe $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$

3) Dédution graphique de λ
établissons la relation théorique

entre $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$ et t ;

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \ln e^{-\lambda t}$$

Nous en déduisons : $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t$.



Il existe donc entre ces deux grandeurs, une relation de la forme $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = a.t$;

avec $a =$ pente du graphe $= \lambda$. Donc $\lambda = \frac{\Delta\left[-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\right]}{\Delta t} = \frac{1,2}{240 \times 86400}$; $\lambda = 5,79 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} ; \quad \text{A.N : } T = \frac{\ln 2}{5,79 \times 10^{-8}} ; T = 1,2 \cdot 10^7 \text{ s} = 138 \text{ jours } 15 \text{ h } 6 \text{ min } 23 \text{ s}$$

4) Temps au bout duquel la masse du polonium vaut le dixième de sa masse initiale.

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = \frac{1}{10} m_0 \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{10} \Rightarrow -\lambda t = -\ln 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\lambda}$$

$$\text{A.N : } t = \frac{\ln 10}{5,79 \cdot 10^{-8}} ; t = 3,98 \cdot 10^7 \text{ s} = 1 \text{ an } 95 \text{ jours } 6 \text{ h } 45 \text{ min } 09 \text{ s}.$$

N.B : Comment convertir en année jours minutes secondes.

$$t = 3,98 \times 10^7 \text{ s} = \frac{3,98 \times 10^7}{86400} \text{ jours} = 460,281 \text{ Jours}; \text{ donc } t = 460 \text{ jours} + 0,288 \text{ jours. Or } 0,28 \text{ jour} \times 24 = 6,75 \text{ h} = 6 \text{ h} + 0,75 \text{ h} = 6 \text{ h} + 0,75 \times 60 \text{ min} = 6 \text{ h } 45 \text{ min}.$$

Exercice 10.20

1) Conservation du nombre de masse : $14 = A + 0 \Rightarrow A = 14$

Conservation du nombre de charge : $6 = 7 + Z \Rightarrow Z = -1$

L'équation devient : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1}\text{e} + {}^0_0\bar{\nu}$

2) Il s'agit d'une radioactivité β^- car il y a émission d'un électron ${}^0_{-1}\text{e}$.

3.1) Le temps au bout duquel la population initiale diminue de moitié est la période du nucléide
 $T = 5500 \text{ ans} = 5500 \times 365 \text{ jours} = 5500 \times 365 \times 86400$, $T = 1,73 \cdot 10^{11} \text{ s}$.

$$3.2) \lambda = \frac{\ln 2}{T} ; \quad \text{A.N : } \lambda = \frac{0,693}{1,73 \times 10^{11}} ; \lambda = 4 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

3.3.1) Nous savons que l'activité d'un échantillon radioactif est le nombre de désintégrations par seconde de l'échantillon

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \text{ avec } N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A(t) = \lambda n(t).$$

L'activité d'un échantillon est donc proportionnelle au nombre d'atomes présents.

A $t = 0$, $A_0 = \lambda N_0$, avec $A_0 = 16$ désintégrations par seconde ;

A t_1 , $A_1 = \lambda N_1$, avec $A_1 = 4$ désintégrations par seconde ;

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{\lambda N_0}{\lambda N_1} \Rightarrow \frac{N_0}{N_1} = \frac{16}{4} \Rightarrow N_1 = \frac{1}{4} N_0, \text{ donc } N_1 = \frac{1}{2^2} N_0.$$

Nous savons qu'après chaque période, le nombre d'atomes initial diminue de moitié. Donc

$N_1 = \frac{N_0}{2^2}$ au bout de 2 périodes ; l'activité vaut donc 4 désintégrations par seconde. Au bout de $t_1 = 2T$; donc $t_1 = 11000$ ans.

3.3.2) Au bout de n périodes, nous aurons $N = \frac{N_0}{2^n}$ atomes.

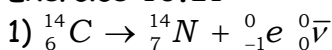
3.3.3) $N = 0 \Rightarrow \frac{N_0}{2^n} = 0 \Rightarrow N_0 = 0$; impossible car $N_0 \neq 0$. Le nombre d'atomes de carbone 14 ne pourra pas s'annuler dans l'échantillon.

3.3.4) Oui la méthode de datation au carbone 14 est fiable car illimitée dans le temps ; l'échantillon reste éternellement radioactif et permettra toujours de savoir le temps qui s'est écoulé depuis le début de son activité par simple mesurage de son activité.

4) ${}^0_0\bar{\nu}$ s'appelle antineutrino. Sa masse et sa charge sont nulles.

Oui elle est relativiste car elle se déplace à la célérité C de la lumière. Le célèbre physicien Pauli émit en 1931 l'hypothèse de son existence pour justifier la différence entre l'énergie libérée par la réaction nucléaire et la somme des énergies cinétiques des particules émises et du rayonnement γ .

Exercice 10.21



2.2) Calcul de la constante radioactive λ

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}; \text{ A.N: } \lambda = \frac{0,693}{5570 \times 365 \times 86400} ; \lambda = 3,94 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

2.2) Calculons le nombre d'atomes de carbone 14 lors de l'ensevelissement

$$N_0 = \frac{1}{10^6} N'_0 \quad (1) \text{ où } N'_0 \text{ est le nombre d'atomes de carbone 12.}$$

$$\text{Or } N'_0 = \frac{m}{M} N_A; \text{ avec } m = \frac{10}{100} m_p \text{ où } m_p \text{ est la masse de prélèvement ;}$$

$$m_p = 1\text{dg} = 0,1\text{g} \text{ donc } N'_0 = \frac{10m_p}{100M} \cdot N_A \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1): N_0 = \frac{1}{10^6} \times \frac{10m_p}{100M} \cdot N_A \Rightarrow N = \frac{1}{10^7} \times \frac{m_p}{M} \times N_A ;$$

$$\text{A.N: } N_0 = \frac{1}{10^7} \times \frac{0,1}{12} \times 6,02 \cdot 10^{23} ; N_0 = 5,02 \cdot 10^{14} \text{ atomes.}$$

2.3) Activité A_0 de l'échantillon au moment de la mort

$$A_0 = \lambda N_0 ; \text{ A.N: } A_0 = 3,94 \times 10^{-12} \times 5,02 \times 10^{14}, A_0 = 1,98 \cdot 10^3 \text{ Bq.}$$

2.4) Age approximatif de la momie

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A} ;$$

$$\underline{\text{A.N}} : t = \frac{1}{3,94 \times 10^{-12}} \times \ln\left(\frac{1,98 \times 10^3}{1180}\right) ; t = 1,31 \cdot 10^{11} \text{ s} = 4165 \text{ ans } 215 \text{ jours } 21 \text{ h.}$$

Exercice 10.22

$$\text{1) Détermination de } x \text{ et } y : {}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + x {}_2^4\text{He} + y {}_{-1}^0\text{e}$$

$$\text{Conservation du nombre de charge : } 92 = 82 + 2x - y ; \quad (1)$$

$$\text{Conservation du nombre de masse : } 238 = 206 + 4x ; \quad (2)$$

La relation (2) nous donne : $x = 6$; en substituant dans (1), nous obtenons : $y = 6$;

2.1) Expression de $Nu(t)$ en fonction de λ , $Nu(0)$ et t

Selon la loi de décroissance radioactive, $Nu(t) = Nu(0)e^{-\lambda t}$;

2.2) Définition et expression de la période radioactive

On appelle période radioactive ou demi-vie d'un radioélément, la durée T nécessaire pour que la moitié des éléments initialement présents dans un échantillon de cet élément se désintègre.

$$\text{Nous savons que : } Nu(t) = Nu(0)e^{-\lambda t} ; \text{ à } t = T, Nu(T) = \frac{Nu(0)}{2}$$

$$\Rightarrow Nu(0)e^{-\lambda T} = \frac{Nu(0)}{2} \Rightarrow e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ln e^{-\lambda T} = \ln \frac{1}{2} \Rightarrow -\lambda T = -\ln 2 \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

2.3) Expression du nombre de noyaux de plomb présents à l'instant t en fonction de t , λ et $Nu(0)$

Soit $Npb(t)$ le nombre de noyaux de plomb, la désintégration d'un noyau d'uranium produit un noyau de plomb ; ainsi, $Npb(t) = Nu(0) - Nu(t) = Nu(0) - Nu(0)e^{-\lambda t} \Rightarrow Npb(t) = Nu(0)(1 - e^{-\lambda t})$;

Expression de l'âge du minerai :

$$Nu(t) = Nu(0)e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln Nu(t) = \ln [Nu(0)e^{-\lambda t}] \Rightarrow \ln Nu(t) = \ln Nu(0) - \lambda t ;$$

$$\Rightarrow \lambda t = \ln \frac{Nu(0)}{Nu(t)} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{Nu(0)}{Nu(t)} ; \text{ Or } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow t = \frac{T}{\ln 2} \cdot \frac{Nu(0)}{Nu(t)} . \quad (1)$$

2.4) Calcul de l'âge t du minerai

$$\text{Nous savons que } Nu(0) = Nu(t) + Npb(t) \Rightarrow \frac{Nu(0)}{Nu(t)} = \frac{Nu(t) + Npb(t)}{Nu(t)} \Rightarrow \frac{Nu(0)}{Nu(t)} = 1 + \frac{Npb(t)}{Nu(t)} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \text{ donne : } t = \frac{T}{\ln 2} \cdot \left(1 + \frac{Npb(t)}{Nu(t)}\right) ; \text{ avec } \frac{Npb(t)}{Nu(t)} = \frac{mpb(t)}{Mpb(t)} = \frac{0,01}{206}, \quad Nu(t) = \frac{mu(t)}{Mu(t)} = \frac{1}{238} ;$$

$$\underline{\text{A.N}} : t = \frac{4,5 \cdot 10^9}{0,693} \ln \left(1 + \frac{\frac{0,01}{206}}{\frac{1}{238}}\right) ; t = 7,5 \cdot 10^7 \text{ ans}$$

Exercice 10.23

$$\text{1) Equation de la réaction : } {}_{23}^{51}\text{V} \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_{24}^{51}\text{Cr}$$

$$\text{Longueur d'onde du photon : } \Delta E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} ; \quad \underline{\text{A.N}} : \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{143 \times 1,6 \cdot 10^{-13}} ; \lambda = 8,7 \cdot 10^{-15} \text{ m.}$$

2.1) Expression de N en fonction de N_0 , λ et t : $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

2.2) La période T d'un radioélément est le temps nécessaire pour qu'un échantillon contenant N_0 noyaux de ce radioélément n'en contienne plus que $\frac{N_0}{2}$;

A la date $t = T$, $N = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda T \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$

3.1) Montrons que $A = \lambda N$ et déduisons-en l'expression de A

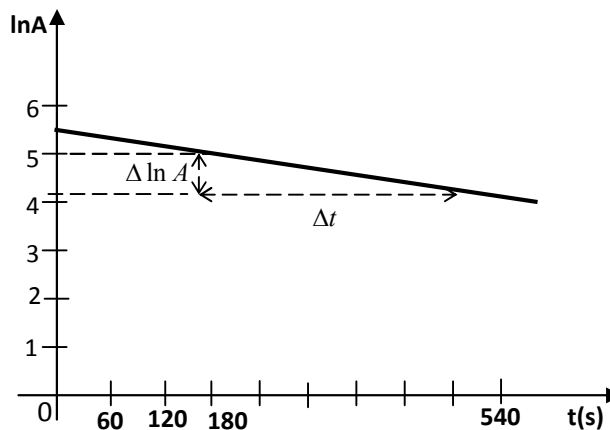
$A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_0 e^{-\lambda t}) \Rightarrow A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$; Posons $A_0 = \lambda N_0$, Nous obtenons : $A = A_0 e^{-\lambda t}$

3.2) Expression de $\ln A$: $\ln A = \ln(A_0 e^{-\lambda t}) = \ln A_0 - \lambda t \Rightarrow \ln A = \ln A_0 - \frac{\ln 2}{T} t$

3.3) Tableau

t(s)	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540
N	1586	1257	1075	873	741	584	471	428	355	296
A(Bq)	317,2	251,4	251	174,6	148,2	116,8	94,2	85,6	71	59,2
lnA	5,76	5,53	5,37	5,16	5,00	4,76	4,55	4,45	4,26	4,08

Graphe : $\ln A = f(t)$



Détermination des grandeurs λ , T et A

$\ln A = \ln A_0 - \frac{\ln 2}{T} t = \ln A_0 - \lambda t$;

Donc $(-\lambda)$ est la pente du graphe ;

$-\lambda = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = \frac{5,00 - 4,26}{240 - 480} = -3,1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \lambda = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Calcul de la période T : $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{3,1 \cdot 10^{-3}}$; $T = 224 \text{ s}$.

Calcul de N_0 : $A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$; A.N : $N_0 = \frac{317,12}{3 \cdot 10^{-3}}$; $N_0 = 1,057 \cdot 10^5$ noyaux

Exercice 10.24

1) Définitions

Substance radioactive : c'est une substance qui peut se désintégrer spontanément en émettant des particules et un rayonnement γ .

Demi-vie d'un élément radioactif : c'est le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon se désintègre.

2) Equations de la réaction de formation et de désintégration du sodium 24

Formation : ${}_{11}^{23}\text{Na} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{11}^{24}\text{Na}$; **désintégration** : ${}_{11}^{24}\text{Na} \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_{12}^{24}\text{Mg}$

3.1) Calcul du nombre de moles n_0 de sodium n_0 introduit dans le sang

$$n_0 = C_0 V_0; \text{ A.N : } n_0 = 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-3}; \quad n_0 = 10^{-5} \text{ mol}$$

3.2) Exprimons $n(t)$ en fonction de n_0 , T et t

$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{T} \ln 2}$$

3.3) Nombre de moles n de sodium 24 présent dans le sang au bout de 5h

$$n = n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{T} \ln 2}; \text{ A.N : } n = 10^{-5} e^{-\frac{5}{15} \ln 2}; \quad n = 7,9 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$$

3.3) Calcul du volume de sang

La concentration en sodium 24 du sang au bout de 5h peut se calculer de deux façons :

$$C = \frac{n}{V} \text{ ou } C = \frac{n'}{V'} \text{ avec } V' = 10 \text{ cm}^3, \quad n' = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$C = \frac{n}{V} = \frac{n'}{V'} \Rightarrow V = \frac{V'}{n'} n; \text{ A.N : } V = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1,57 \cdot 10^{-8}} \times 7,9 \cdot 10^{-6}; \quad V = 5,06 \text{ L}$$

SUJET N° 1 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2009 CAMEROUN

Exercice n°1 : Mouvement dans les champs de force et leurs Applications**A- Mouvement dans le champ de pesanteur**

Un solide homogène de masse $m = 100\text{g}$ est abandonné sans vitesse initiale au sommet d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. (Voir figure 1).

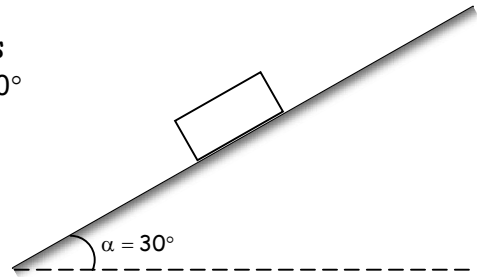
A la fin de la descente, son énergie cinétique E_c vaut $12,8\text{J}$. Les frottements sur le plan sont équivalents à une force unique de module égal au dixième du poids du solide. On prendra $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.

A-1- Exprimer puis calculer le module a_G du vecteur accélération du centre d'inertie G du solide.

A-2- Ecrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie. On prendra pour origine des dates la date de départ et pour origine des espaces le point de départ.

A-3- Calculer la durée du mouvement

A-4- Calculer la distance d parcourue.

**B- Etude d'un spectrographe de masse**

Un spectrographe de masse est un appareil permettant de séparer les isotopes d'un élément chimique. Sa partie principale est une chambre de déviation dans laquelle règne un champ magnétique entrant (voir fig.2).

B-1- rappeler la définition du terme « isotopes ».

B-2- Des ions de même charge $q = -e$ chacun, sont introduits dans la chambre en O , avec une même vitesse $\vec{V}_0$ normale au vecteur champ magnétique.

négligeant l'effet du poids, montrer que chaque ion a dans la chambre un mouvement circulaire uniforme.

B-3- les ions introduits dans le spectrographe sont un mélange d'isotopes $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ et $^{37}_{17}\text{Cl}^-$ du chlore. Le deuxième est plus lourd que le premier. Exprimer le rayon R_1 de la trajectoire de l'ion $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ en fonction de m_1 , q , et v_0 où m_1 est la masse de l'ion puis calculer sa valeur.

Prendre : $V_0 = 1,47 \times 10^5\text{ m.s}^{-1}$; $B = 0,1\text{T}$. $m_1 = 5,8137 \times 10^{-26}\text{ kg}$

B-4-a)- Exprimer les distances OP_1 et OP_2 en fonction respectivement de R_1 et R_2 de leurs trajectoires. déduire la distance d séparant les points d'impact P_1 et P_2 en fonction des rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires.

b)- Calculer la masse atomique A du deuxième ion sachant q

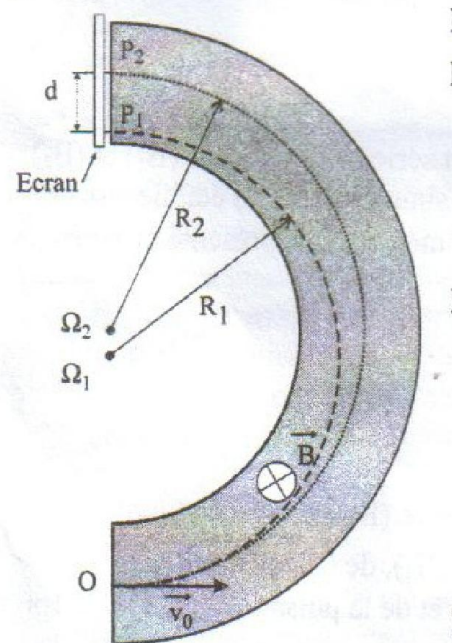


Figure 2

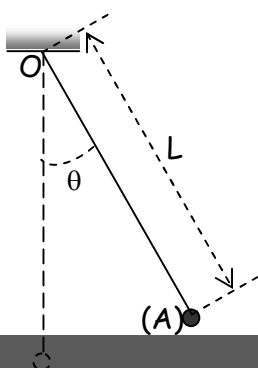
Exercice n°2 : Systèmes oscillants**A- Oscillateur mécanique**

Figure 3

On prendra $g = 10\text{ m.s}^{-2}$. La résistance de l'air est négligée.

Une bille ponctuelle (A) de masse m est attachée à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable, de longueur L et dont l'autre extrémité est fixée en un point O .

Le schéma ci-contre présente l'oscillateur :

On écarte le pendule d'un angle θ_m à partir de sa position d'équilibre stable puis on le lâche sans vitesse initiale. Un mouvement pendulaire prend alors naissance. La position du pendule à un instant t quelconque est donné par l'angle θ que fait le fil avec la verticale.

A-1- Soit $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire de la bille. Donner à un instant quelconque du mouvement, en fonction de θ , θ_m et $\dot{\theta}$ l'expression de :

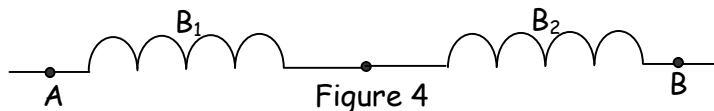
- L'énergie cinétique E_c de la bille ;
- L'énergie potentielle E_p du système {pendule-Terre}. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur sera pris à l'horizontale passant par la position la plus basse de la bille ;
- L'énergie mécanique E_m du système {pendule-Terre}.

A-2- En admettant que le système {pendule-Terre} est conservatif, établir, pour des oscillations de faibles amplitudes, l'équation différentielle du mouvement pris par le pendule. On prendra : $1 - \cos \theta = \frac{1}{2} \theta^2$ (θ en radians).

A-3- En mesurant le durée de 10 oscillations, on trouve 20s. Calculer la longueur L du pendule.

B- Circuit RL série en régime forcé

Entre les bornes A et B d'une portion de circuit électrique, on place en série deux bobines (B_1) et (B_2) d'inductances respectives L_1 et L_2 et de résistances r_1 et r_2 . la tension sinusoïdale $u(t)$ établie aux bornes de l'ensemble a pour valeur efficace U et pour pulsation ω . Le montage est présenté ci-après.



La tension efficace aux bornes de (B_1) est notée U_1 et celle aux bornes de (B_2) est notée U_2 .

B- 1- Donner les expressions des impédances Z_1 , Z_2 et Z respectives de (B_1), de (B_2) et de la portion de circuit AB en fonction des caractéristiques des bobines et de la pulsation ω .

B-2- A quelle condition peut-on écrire que $Z = Z_1 + Z_2$?

B-3- Cette condition étant remplie, calculer alors L_1 pour $L_2 = 0,12\text{H}$; $r_1 = 30\ \Omega$ et $r_2 = 60\ \Omega$.

Exercice n° 3 : Phénomènes ondulatoire et corpusculaire.

A-Phénomène ondulatoire

Un dispositif des fentes d'Young en interférences lumineuses possède les caractéristiques suivantes :

$a = F_1F_2 = 0,5\text{mm}$ où F_1 et F_2 sont les sources secondaires.

$D = 1\text{ m}$ = distance séparant l'écran d'observation et le plan des sources F_1 et F_2 .

La source-mère F envoie vers l'écran contenant F_1 et F_2 un faisceau lumineux divergent de longueur d'onde $\lambda = 0,67\ \mu\text{m}$.

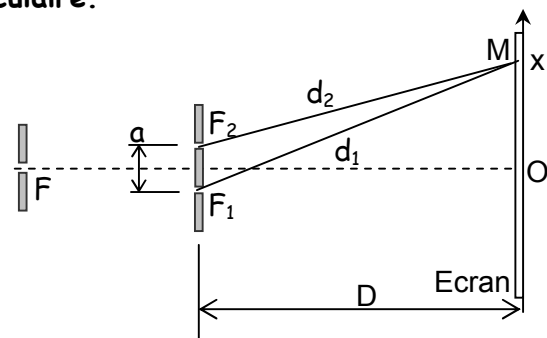


Figure 5

A-1- Qu'observe-t-on sur l'écran ?

A-2-Devant la fente F_2 , on place une lame à faces parallèles d'indice $n = 1,33$ et d'épaisseur $e = 6\ \mu\text{m}$. On rappelle lorsqu'un rayon lumineux traverse une lame d'indice n et d'épaisseur e tout se passe comme si le trajet de la lumière s'allonge d'une longueur $\varepsilon = e(n - 1)$.

A-2-1- Dans quel sens se déplace le système de franges ?

A-2-2- Calculer la nouvelle abscisse de la frange centrale.

B-Phénomènes corpusculaires

Le carbone 14, isotope du carbone 12 est un émetteur β^- .

B-1- Ecrire l'équation de la réaction.

Extrait du tableau périodique : ${}^{11}_5\text{B}$; ${}^{12}_6\text{C}$; ${}^{14}_7\text{Na}$; ${}^{16}_8\text{O}$; ${}^{19}_9\text{F}$

B-2- Citer les lois utilisées.

B-3- Vous voulez déterminer l'âge de la maison de votre arrière grand père. A l'aide d'un appareil approprié vous mesurez l'activité A du carbone 14 contenu dans le bois de la charpente. Une revue scientifique vous produit la valeur A_0 de l'activité de ce bois au moment de la construction de la maison. En calculant le rapport $\frac{A}{A_0}$, vous trouvez 0,98. La demi-vie du carbone 14 vaut 5570 ans. Déterminer l'âge de la maison en question.

Exercice n°4 : Expérience

Une bobine plate circulaire comptant 10 spires de rayon $R = 2,2$ cm chacune, est placée tel que son plan est confondu avec le méridien magnétique du lieu. En son centre O , se trouve une petite aiguille aimantée pouvant tourner dans un plan horizontal autour d'axe vertical. Les figures 6a et 6b traduisent la situation.

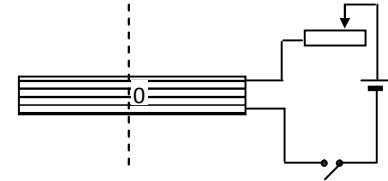


Figure 6a : vue de dessus Bobine

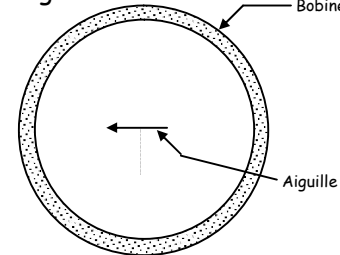


Figure 6b : vue de face de la bobine

4-1- Le circuit est ouvert. Quelle position prend l'aiguille ?

4-2- Le circuit est ensuite fermé et l'aiguille aimantée s'immobilise dans une position qui fait un angle α avec la précédente.

4-2- Pourquoi l'aiguille dévie-t-elle ?

4-2-2- Si on inverse les borne du générateur alimentant ce circuit, que se passe-t-il ?

4-3- A l'aide du rhéostat, on fait varier l'intensité I du courant dans le circuit et on note les valeurs correspondantes de l'angle α . Le tableau ci-dessous est alors obtenu :

I (A)	0	1	2	3	4	5	6
α (degré)	0	85,6	88	88,6	89	89,2	89,3
$\tan(\alpha)$	0	13	28,6	40,9	57,3	71,6	81,8

4-3-1- Tracer la courbe $\tan(\alpha) = f(I)$

Echelle : abscisse : 2 cm pour 1A ; ordonnée : 1 cm pour 5.

4-3-2- Soit B_0 , l'intensité du champ créé au centre O de la bobine et B_H la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Donner l'expression de $\tan(\alpha)$ en fonction de B_0 et B_H .

4-3-3- Calculer alors la valeur expérimentale de B_H .

On rappelle que le champ magnétique créé au centre d'une bobine plate parcourue par un courant d'intensité I et comportant N spires circulaires de

rayon R a pour valeur : $B_0 = 2 \pi \times 10^{-7} \frac{NI}{R}$

CORRIGE SUJET N°1 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2009 CAMEROUN

Exercice 1Repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$:

Système : solide

Forces appliquées $\vec{P}, \vec{f}, \vec{R}_n$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\vec{a}_G$$

Par projection suivant $O, \vec{i}$ on a :

$$P \sin \alpha - f + 0 = m a_G \Rightarrow a_G = g \left(\sin \alpha - \frac{1}{10} \right); \quad a_G = 4 \text{ ms}^{-2}$$

A-2) Equation horaire du mouvement du centre d'inertie

$$a_G = \text{cte}$$

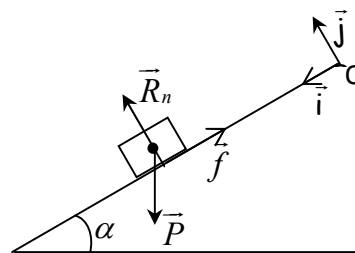
$$V = a_G t + v_i \text{ avec } v_i = 0$$

$$X = \frac{1}{2} a_G t^2 + x_i \text{ avec } x_i = 0$$

$$\text{On a donc } x = \frac{1}{2} a_G t^2 = 2t^2$$

A-3) Durée du mouvementA la fin du mouvement du solide l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

$$\text{Or } V = \frac{dx}{dt} = a t = 4t. \text{ ainsi } E_c = 8 m t^2; \text{ Soit } t = \sqrt{\frac{E_c}{8m}} = 4$$

La durée du mouvement est $\Delta t = 4s$ **A-4) Distance parcourue**L'équation horaire du mouvement est $x = 2t^2$. Au terme du mouvement $d = 2(\Delta t)^2 = 32m$ **B) Etude d'un spectrographe de masse**

B-1) Les isotopes sont des atomes d'un même élément ayant le même nombre de protons mais des nombres de neutrons différents.

B-2) mouvement circulaire uniforme

Comme force appliquée, on a $\vec{f} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$

$$\text{Or } \vec{f} = m\vec{a} \text{ soit } \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$$

 $\vec{a} \perp \vec{v}_0$ permet d'admettre que $\vec{a}_t = \vec{0}$.Mouvement uniforme donc $\vec{a} = \vec{a}_n$ avec $a_n = \frac{ev_0 B}{m} = \text{cte}$. Le mouvement est donc circulaire uniforme**B-3) Expression et valeur de R_1**

$$a_n = \frac{v_0^2}{R_1} = \frac{eV_0 B}{eB}; \text{ soit } R_1 = \frac{m_1 V_0}{eB}; \quad \text{AN : } R_1 = 53,41 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

B-4) a) Expression des distances OP_1 et OP_2

$$OP_1 = 2R_1; \quad OP_2 = 2R_2; \quad d = OP_2 - OP_1 = 2(R_2 - R_1)$$

b) masse atomique A de l'ion

$$d = 2(R_2 - R_1) = \frac{2V_0}{eB} (m_2 - m_1)$$

$$\text{Or } \frac{m_2}{m_1} = \frac{A}{35} \Rightarrow m_2 = \frac{Am_1}{35}; \text{ soit } \frac{A}{35} - 1 = \frac{deB}{2V_0 m_1} \Rightarrow A = 35 \left(\frac{deB}{2V_0 m_1} + 1 \right); \quad A = 37$$

Exercice 2**A. Oscillateur mécanique**

A-1) Expression de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} mL^2 \dot{\theta}^2$

Expression de l'énergie potentielle : $E_p = mgL (1 - \cos \theta)$

Expression de l'énergie mécanique : $E_m = mgL(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} mL^2 \dot{\theta}^2$

A-2) équation différentielle du mouvement :

Le système étant conservatif $\frac{dE_m}{dt} = 0$

On a $E_m = mgL (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} mL^2 \dot{\theta}^2$

pour θ petit, $E_m = \frac{1}{2} mgL \theta^2 + \frac{1}{2} mL^2 \dot{\theta}^2$; soit $\frac{dE_m}{dt} = mgL \theta \dot{\theta} + mL^2 \ddot{\theta} \dot{\theta} = 0$

$\Rightarrow mL^2 \dot{\theta} \left(\frac{g}{L} \theta + \ddot{\theta} \right) = 0$.

L'équation différentielle du mouvement est donc $\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$

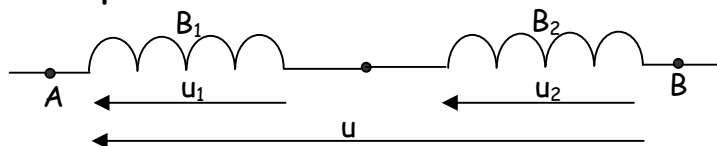
A-3) Longueur L du pendule

La période du mouvement oscillatoire est $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ soit $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

Or la durée de 10 oscillations est $\Delta t = 10T$; On a donc $L = \frac{g(\Delta t)^2}{400\pi^2} = 1\text{m}$

B) Circuit RL série en régime forcé

B-1) Expression des impédances :



$$Z_1 = \sqrt{r_1^2 + (L_1 \omega)^2} ; \quad Z_2 = \sqrt{r_2^2 + (L_2 \omega)^2} ; \quad Z = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (L_1 + L_2)^2 \omega^2}$$

B-2) $u = u_1 + u_2$ avec $u_1 = r_1 I + L_1 \frac{di}{dt}$; le vecteur de Fresnel associé est $\vec{OA}$,

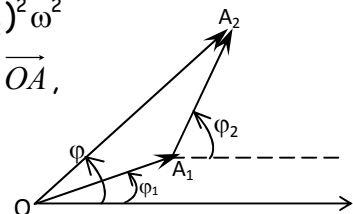
caractérisé par (U_{1m}, φ_1) ; de même u_2 est associé à $\vec{OA}_2$ (U_{2m}, φ_2)

et u est associé à $\vec{OA}$ (U_m, φ) tel que $u = u_1 + u_2$. soit $\vec{OA} = \vec{OA}_1 + \vec{OA}_2$

Etant donné que $U_1 = Z_1 I$; $U_2 = Z_2 I$; $U = ZI$

$Z = Z_1 + Z_2$ lorsque les vecteurs $\vec{OA}_1$ et $\vec{OA}_2$ ont même direction et sens c'est-à-dire

$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$. Soit $\tan \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{r_1} = \frac{L_2 \omega}{r_2}$; ainsi $\frac{L_1}{r_1} = \frac{L_2}{r_2}$



B-3) Calcul de L_1 : $L_1 = \frac{r_1 L_2}{r_2} = 6.10^{-2} H$

Exercice 3**A) Phénomène ondulatoire**

A-1) On observe sur l'écran des bandes étroites alternativement brillantes et obscures parallèles aux fentes.

A-2-1) Sens de déplacement du système de franges

Le système de franges se déplace du côté où l'on a placé la lame.

A-2-2) Nouvelle abscisse de la frange centrale :

La frange centrale est caractérisée par une différence de marche nulle.

Avant l'introduction de la lame $\delta = FF_1O - FF_2O = 0$

Après introduction de la lame, la frange centrale est en O' tel que

$$\delta' = FF_1O' - FF_2O' = d_1 - (d_2 + \varepsilon) = (d_1 - d_2) - \varepsilon = \frac{ax}{D} - e(n-1)$$

Comme la différence de marche $\delta' = 0$ on $x = \frac{eD(n-1)}{a}$; $x = 3,96 \cdot 10^{-3} m$

B) Phénomènes corpusculaires

B-1) L'équation de la réaction est ${}^{14}_6C \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^{14}_7N$

B-2) Lois utilisées

Conservation du nombre de charges, Conservation du nombre de masse

B-3) Age de la maison

$$\text{On a : } A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{A}{A_0} = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{A}{A_0} ; \underline{A.N} : t = 162,3 \text{ ans}$$

Exercice 4 :

4-1) Position aiguille (en circuit ouvert)

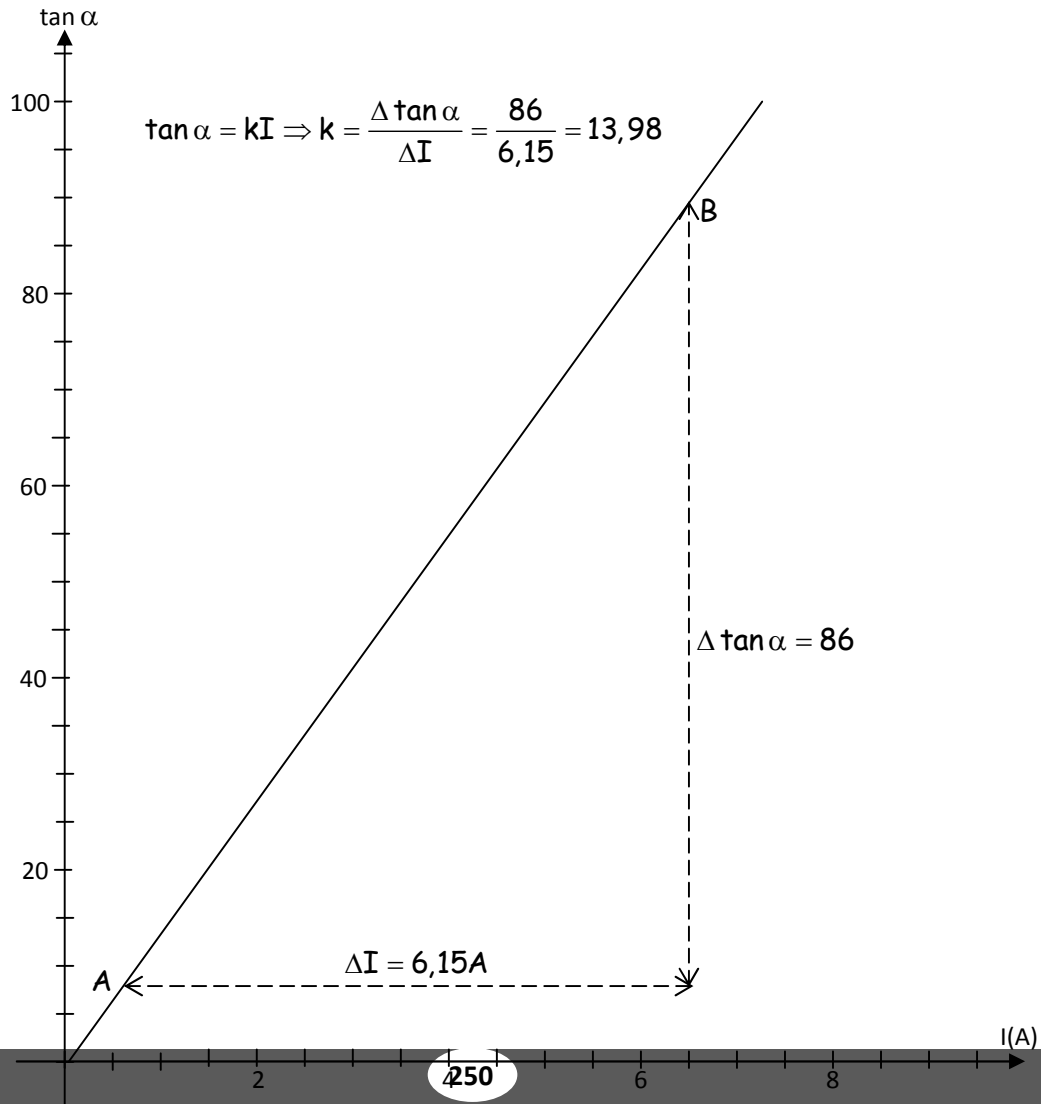
L'aiguille prend la direction du champ magnétique terrestre.

4-2) Déviation de l'aiguille :

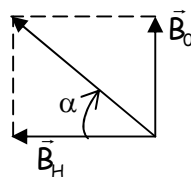
4-2-1) Lorsque la bobine est parcourue par un courant I , elle crée un champ magnétique $\vec{B}_0$ qui se superpose au champ magnétique terrestre $\vec{B}_H$

4-2-2) l'aiguille dévie en sens inverse.

4-3-1) Tracé de la courbe



4-3-2) Expression de $\tan(\alpha)$: $\tan \alpha = \frac{B_o}{B_H}$



4-3-3) Valeur expérimental de B_H :

La courbe tracée est une droite dont l'équation est de la forme $\tan(\alpha) = aI$ où a est la pente

Comme $\tan(\alpha) = \frac{B_o}{B_H}$; On a $\frac{B_o}{B_H} = aI$ soit $B_H = \frac{B_o}{aI} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} N}{aR}$

Détermination de la pente a

$$a = \frac{\Delta \tan(\alpha)}{\Delta I} = \frac{\tan_B(\alpha) - \tan_A(\alpha)}{I_B - I_A} = \frac{91 - 5}{6,5 - 0,05} = 13,98$$

$$\text{Ainsi } B_H = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \times 10}{13,98 \times 2,2 \cdot 10^{-2}} ; B_H = 2 \cdot 10^{-5} T.$$

SUJET N°2 : BACCALAUREAT D SESSION 2009 CAMEROUN

Exercice 1 : Champs, forces de champs et lois de Newton sur mouvement**Partie 1 : Champ électrique, forces électriques**

On place au point O d'une droite $x'x$, une charge électrique ponctuelle de valeur $Q_0 = +100 \times 10^{-9} \text{ C}$. soit M, un point de l'espace autour de O.

- 1) Représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}_0(M)$ créé en M par la charge Q_0 , puis donner son expression.
- 2) Calculer l'intensité de la force électrique que subirait une charge électrique $q = +20 \times 10^{-9} \text{ C}$ placée en M tel que $d(O, M) = 20 \text{ cm}$.
- 3) La charge étant toujours en O, on place en un point B de la droite $x'x$ tel que $d(O, B) = 10 \text{ cm}$, une charge $Q_B = +100 \times 10^{-9} \text{ C}$.
- 3.1) Représenter puis exprimer le vecteur champ électrique résultant créé par deux charges Q_0 et Q_B en un point A de la perpendiculaire à $x'x$ qui passe par le milieu du segment $[O, B]$.
- 3.2) Calculer la valeur de ce champ lorsque A est à 10 cm du pied de la perpendiculaire à $x'x$. On donne : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$. Où $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ est la permittivité du vide. On

considèrera toutes les charges comme étant situées dans le vide.

Partie 2 : Application des lois de Newton à l'étude du mouvement d'un mobile

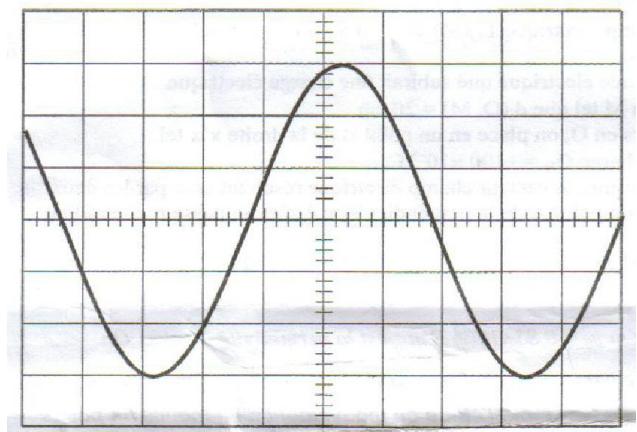
On pose un solide (S) de masse 420 g, sur piste rectiligne. La piste étant horizontale, le solide (S) reste immobile, son centre d'inertie étant en un point O d'une droite $x'x$. On lui applique, à une date considérée comme origine des dates, pendant une durée $\Delta t = 10 \text{ s}$, une force horizontale, constante et de valeur 0,21 N.

On admet que le contact piste - solide (S) se fait sans frottements.

- 1) Faire à l'aide d'un schéma, l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide (S).
- 2) Déterminer la nature du mouvement du centre d'inertie du solide (S) pendant les dix secondes au cours desquelles le solide est soumis à la force $\vec{F}$. On calculera son accélération et on écrira son équation horaire.
- 3) A la fin des dix secondes, l'action de la force $\vec{F}$ cesse. Le centre d'inertie du solide (S) a alors une vitesse de valeur $V = 5 \text{ m.s}^{-1}$. Quelle est la nature de son mouvement ultérieur. Justifier la réponse.
- 4) Au bout de la piste, le solide (S) heurte une butée solidaire à la piste et repart en sens inverse, son centre d'inertie ayant une vitesse de valeur $V' = 5 \text{ m.s}^{-1}$.
- 4.1. Pourquoi peut-on dire que pendant le choc, la butée a exercé une force sur le solide (S).
- 4.2. Quels sont la direction et le sens de la force que la butée exerce pendant le choc sur le solide (S) ? Justifier la réponse.

Exercice 2 : Système oscillant

1) Pour analyser le mouvement d'un oscillateur mécanique, on le munit d'un capteur qui transforme l'élongation de l'oscillateur en une tension alternative d'amplitude proportionnelle à cette élongation et dont la fréquence est la même que celle de l'oscillateur. Cette tension est injectée sur l'une des voies d'un oscilloscope dont les réglages sont les suivants : Gain vertical : 1V/division ; vitesse de balayage : 2ms/division. On a obtenu l'oscillogramme ci-dessous.



Déterminer la fréquence de l'oscillateur et la valeur maximale de la tension fournie par le capteur à l'oscilloscope.

2) On se propose d'étudier un pendule simple par la méthode énergétique. On suspend le pendule à un point fixe et on attend que l'équilibre soit établi. On écarte alors le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle θ_m et on l'abandonne à lui-même à la date $t = 0$. On prend pour niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur, le niveau où se situe le centre d'inertie du pendule à la position d'équilibre stable. On note θ , l'angle que fait le pendule avec la verticale à une date t quelconque et $\dot{\theta}$ sa vitesse angulaire à cette date.

2.1) Décrire à l'aide d'un schéma un pendule simple.

2.2) Exprimer l'énergie mécanique E du système pendule - Terre à une date t quelconque en fonction θ , l la longueur du pendule, m sa masse, g l'intensité de la pesanteur et $\dot{\theta}$.

2.3) En exprimant la conservation de l'énergie mécanique du système pendule-terre dans

l'hypothèse où le pendule n'est pas amorti $\left(\frac{dE}{dt} = 0\right)$, écrire l'équation différentielle de son

mouvement. A quelle condition le pendule simple est-il un oscillateur harmonique ?

2.4) Cette condition étant remplie, proposer une équation horaire du mouvement du pendule simple.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

Cet exercice comporte deux parties indépendantes.

Partie A : Radioactivité

On utilise en médecine des isotopes radioactifs d'éléments chimiques présents dans l'organisme comme traceurs. Les plus utilisés sont : L'iode 131, le carbone 11, l'azote 13, l'oxygène 15. Ils sont choisis parce que leur activité décroît rapidement.

1. Par quels nombres caractérise-t-on le noyau d'un atome ?

2) L'oxygène 15 et l'oxygène 16 sont deux isotopes. Qu'est-ce qui différencie les isotopes d'un même élément chimique ?

3) L'oxygène 15 est radioactif β^+ . Écrire l'équation de la désintégration correspondante.

Extrait de la classification périodique :

${}_6\text{C}$	${}_7\text{N}$	${}_8\text{O}$	${}_9\text{F}$	${}_{10}\text{Ne}$	${}_{11}\text{Na}$
----------------	----------------	----------------	----------------	--------------------	--------------------

4) Expliquer brièvement le principe du traçage radioactif.

5) Donner la définition de l'activité d'un échantillon de substance radioactive.

6) Un échantillon de substance radioactive de période radioactive T_a , à la date t , une activité A_t , quelle sera son activité à la date $t + 2T_a$? On donnera le résultat en fonction de A_t .

Partie B : Interférences lumineuses

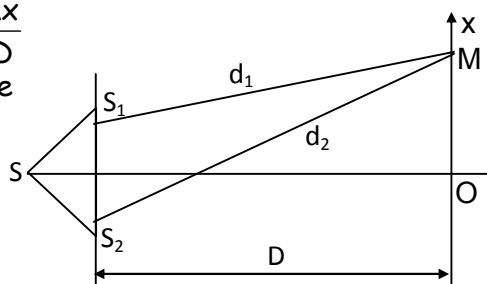
Le système utilisé est constitué de deux fentes fines S_1 et S_2 distantes de $a = 0,10 \text{ mm}$ éclairées par une même source lumineuse S , monochromatique. La lumière utilisée est de longueur d'onde $\lambda = 0,567 \mu\text{m}$. Les deux fentes diffractent la lumière reçue en direction d'un écran parallèle au plan des fentes et situé à une distance $D = 1,0 \text{ m}$. On note d_1 et d_2 les distances que doivent parcourir des rayons lumineux issus respectivement des fentes S_1 et S_2 pour atteindre un même point $M(x)$ de l'écran.

On rappelle que la différence de marche $\delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

1. Que veut dire "les deux fentes diffractent la lumière reçue" ? On expliquera le phénomène à l'aide d'un schéma.

2. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

3. Qu'appelle-t-on interférence ? Calculer sa valeur.



Exercice 4. Exploitation des résultats d'une expérience

Un solide (S) de masse $m = 150 \text{ g}$ est lancé à partir d'un point O sur une piste rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale avec une vitesse initiale de valeur V_0 inconnue. Un dispositif permet de mesurer à des dates données, la vitesse du solide. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau ci-dessous :

$t (10^{-3} \text{ s})$	80	160	245	315	408	481	574	642	722	802
$v (\text{ m/s})$	1,18	1,48	1,75	1,91	2,22	2,47	2,71	2,91	3,09	3,39

On prendra l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

1. Construire le graphe de $v = f(t)$ avec les échelles suivantes :

20 mm pour $100 \times 10^{-3} \text{ s}$ et 20 mm pour $0,5 \text{ m.s}^{-1}$.

2) Déterminer à l'aide du graphe l'accélération du solide (S) ainsi que sa vitesse initiale. En déduire que la somme des forces qui s'opposent au mouvement du solide n'est pas nulle.

2) Etablir, par application du théorème du centre d'inertie au solide (S) et en prenant pour somme des forces qui s'opposent au mouvement une force $\vec{F}$ constante, parallèle à la ligne de plus grande pente de la piste et de sens contraire au mouvement, l'expression de l'intensité de la force $\vec{F}$

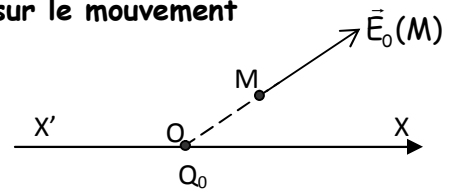
3) Calculer la valeur expérimentale de l'intensité de la force $\vec{F}$.

CORRIGE SUJET N°2 : BACCALAUREAT D SESSION 2009 CAMEROUN

Exercice 1 : Champs, forces de champs et lois de newton sur le mouvement**Partie 1 :**

1) Représentation de $\vec{E}_0(M)$

Expression de $\vec{E}_0(M)$: $\vec{E}_0(M) = \frac{kQ_0}{OM^2} \vec{u}_{OM}$ avec $\vec{u}_{OM} = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|}$



2) Soit F_M l'intensité de cette force

$$F_M = |q| E_0(M) \Rightarrow F_M = k \frac{|qQ_0|}{OM^2} ; \text{ AN } F_M = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

3.1) Représentation et expression du vecteur champ résultat $\vec{E}_A$ en A

$$\text{Expression } \vec{E}_A = \vec{E}_{O/A} + \vec{E}_{B/A} = \frac{kQ_0}{OA^2} \vec{u}_{OA} + \frac{kQ_0}{AB^2} \vec{u}_{BA}$$

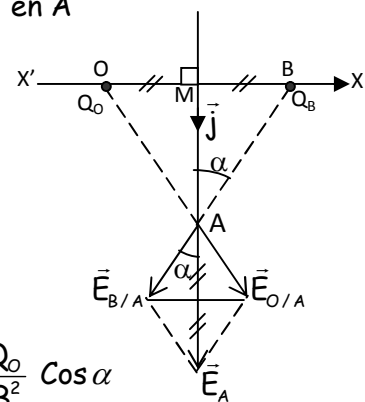
Comme $Q_O = Q_B$ et $OA = BA$ on a $\vec{E}_A = \frac{kQ_0}{OA^2} (\vec{u}_{OA} + \vec{u}_{BA})$

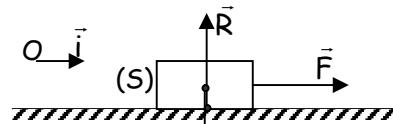
3.2) Valeur de E_A

$$\frac{E_A}{2} = E_{O/A} \cos \alpha \Rightarrow E_A = 2E_{O/A} \cos \alpha = 2k \frac{Q_0}{OA^2} \cos \alpha \quad (Q_0 > 0)$$

$$\text{Or } OA^2 = OH^2 + HA^2 = \frac{OB^2}{4} + OB^2 = \frac{5}{4} OB^2 ; \text{ d'où } E_A = \frac{8}{5} \frac{kQ_0}{OB^2} \cos \alpha$$

Avec $\alpha = 25,56^\circ$ AN : $E_A = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V.m}^{-1}$



Partie 2 :**1) Inventaire des forces s'exerçant sur (S)****2) Nature du mouvement**

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'application du TCI sur (S) donne

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m \vec{a}_G \quad \vec{a}_G = \frac{\vec{F}}{m} = \text{constante}$$

D'où un mouvement rectiligne uniformément varié (et en particulier accéléré dès lors que $\vec{a}_G$ est du sens du mouvement). Valeur de a_G : $a_G = \frac{F}{m} = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$

Equation horaire du mouvement

cette équation est de la forme générale : $X = \frac{1}{2} a_{Gx} t^2 + v_{0x} t + x_0$

Avec les conditions initiales et le repère d'espace $(O, \vec{i})$ choisi $a_{Gx} = a_G$, $v_{0x} = 0$, $x_0 = 0$

$$\text{D'où } x = \frac{1}{2} a_G t^2 = 0,25 t^2$$

3) nature du mouvement ultérieur

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$; D'où un mouvement rectiligne uniforme par application de la 1^{ère} loi de Newton ou principe d'inertie

4.1) Le vecteur vitesse du centre d'inertie du solide étant modifié existe une force supplémentaire appliquée à (S) par la butée.

4.2) Soit $\vec{F}'$ cette force

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \text{ soit } \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}' = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad \vec{F}' = m \frac{(\vec{V}' - \vec{V})}{\Delta t} = -2m \frac{\vec{V}}{\Delta t}$$

$\vec{F}'$ a donc la même direction que $\vec{V}$ mais les deux vecteurs sont de sens contraires.

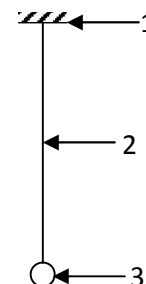
Exercice :2 Systèmes oscillants**1) Détermination de f et U_m**

$$T \text{ s'étend sur } \left(6 + \frac{1}{5}\right) \text{ div d'où } T = \left(6 + \frac{1}{5}\right) \times 2.10^{-3} = 12,410^{-3} \text{ s ; } f = \frac{1}{T} = 80,6 \text{ Hz}$$

$$U_m \leftrightarrow 3 \text{ div d'où } U_m = 3 \text{ V}$$

2.1) Description du pendule simple

1. Support ; point de suspension
2. fil inextensible de masse négligeable
3. Objet dense de petites dimensions par rapport à la longueur du fil

**2.2) Expression de l'énergie mécanique**

$$E = E_c + E_p ; \quad E_c = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 ; \quad E_p = E_{p_p} = m g z$$

$$\text{Or } z = l(1 - \cos \theta) \text{ d'où } E_p = m g l (1 - \cos \theta)$$

2.3) Equation différentielle du mouvement

$$\frac{dE}{dt} = m l (\dot{\theta} + g \sin \theta)$$

Comme E se conserve on a $\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow l \ddot{\theta} + g \sin \theta$ car $\dot{\theta} \neq 0$

Nous obtenons donc $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$

le pendule simple est un oscillateur harmonique si l'équation différentielle est linéaire ; pour cela il faut que $\sin \theta \approx \theta$ (rad) soit pour des angles faibles.

2.4 Equation horaire

Pour des oscillations de faible amplitude l'équation différentielle devient $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$

et admet une solution de la forme $\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \phi)$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} ; \quad \theta(0) = \theta_m \cos \phi = \theta_m \Rightarrow \phi = 0 \text{ rad} ; \text{ D'où } \theta = \theta_m \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t\right)$$

Exercice 3: Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

Patrie A : Radioactivité

1) Le noyau d'un atome se caractérise par son nombre de charge Z et son nombre de nucléons A .

2) Les isotopes d'un même élément chimique diffèrent par leur nombre de masse

3) Equation de désintégration : ${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^0_1\text{e} + {}^{15}_7\text{N}$

4) Principe de traçage radioactif

On remplace dans un échantillon un isotope stable d'un élément par un isotope radioactif. Cet isotope radioactif émet au cours d'un cheminement un rayonnement dont un dispositif approprié permet de suivre la trace.

5) L'activité d'un échantillon de substance radioactive est le nombre moyen de désintégrations par unité de temps

6) Activité de l'échantillon à la date $t + 2T$: $A(t + 2T) = \frac{A_t}{2^2} = \frac{A_t}{4}$

Patrie B : interférences lumineuses

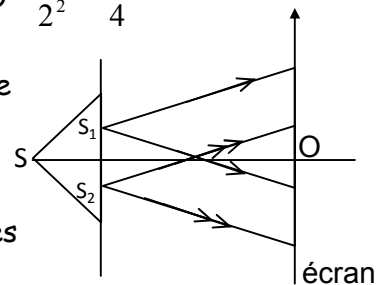
1) les deux fentes diffractent la lumière « reçue » veut dire qu'elles se comportent comme des sources secondaires, le faisceau qu'elles émettent étant divergent.

2) Ce qu'on observe sur l'écran.

Sur l'écran, on observe des bandes alternativement brillantes et sombres parallèles aux fentes

3) L'interfrange est la distance qui sépare sur l'écran les milieux de deux franges consécutives

de même nature. $i = \frac{\lambda D}{a} = 5,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}$



Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

1) graphe $V = f(t)$ voir ci-dessous

2) Vitesse initiale et accélération du solide

On lit sur le graphe : $V_0 =$ ordonnée à l'origine $= 1 \text{ m.s}^{-1}$; $a =$ pente $p = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 3 \text{ m.s}^{-2}$

On remarque que $a < a_{th} = g \sin \alpha \Rightarrow$ Il existe des forces de frottement

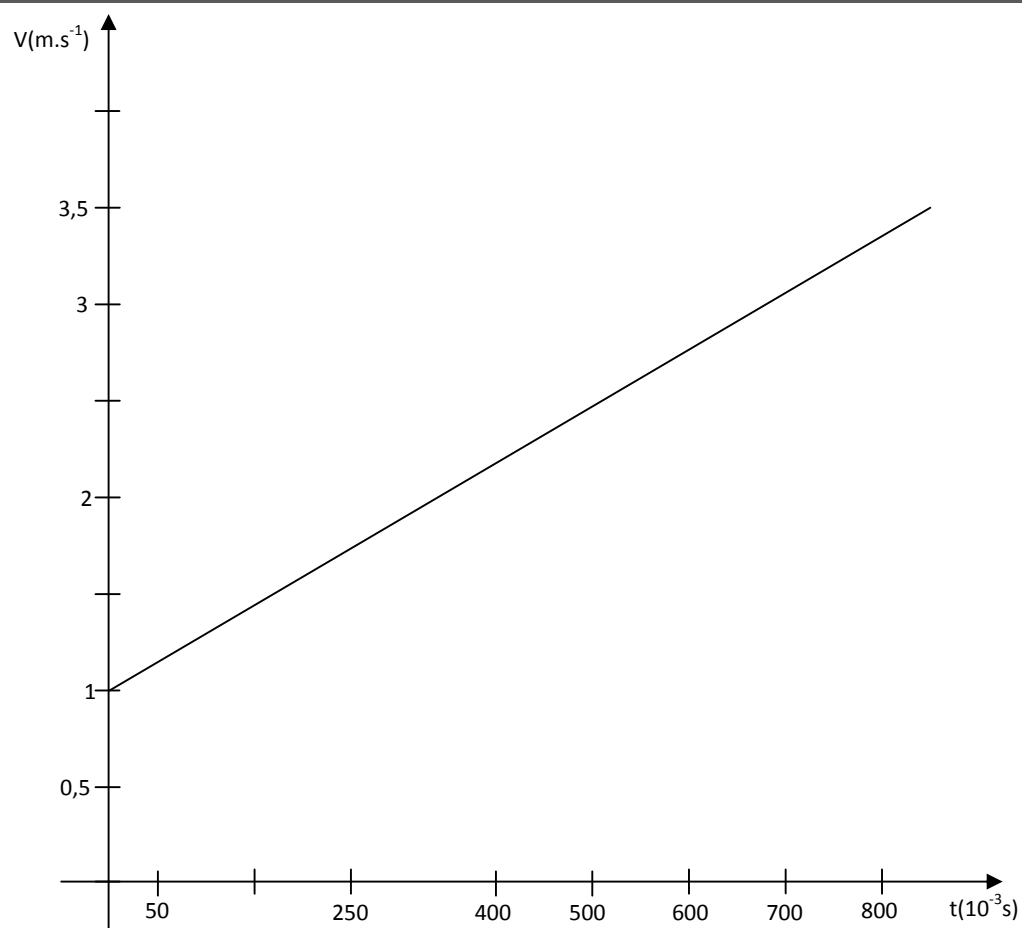
3) Expression de l'intensité de $\vec{F}$

On applique à (S), dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} = m\vec{a}_G$.

Projetons cette relation sur un axe $x'x$ parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné, orienté dans le sens du mouvement : $mg \sin \alpha - F = ma_G \Rightarrow F = m(g \sin \alpha - a_G)$

4) Valeur expérimentale de F

$F = 0,5(10 \sin 30 - 3)$; $F = 0,30 \text{ N}$



SUJET N°3 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2010 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications

L'exercice comporte deux parties indépendantes

Partie A : Démarrage d'une voiture sur une route rectiligne horizontale

On suspend au plafond d'une automobile, un pendule constitué d'un fil inextensible de masse négligeable auquel est fixée une bille de masse $m = 100\text{g}$ dont on néglige les dimensions.

L'automobile démarre (en marche en avant) sur une portion de route rectiligne et horizontale avec une accélération $a = 2\text{m.s}^{-2}$ et le pendule s'incline vers l'arrière d'un angle α .

On prendra $g = 9,81\text{m.s}^{-2}$.

1. Dans un premier temps on étudie le mouvement du pendule.

1.1. Énoncer le principe d'inertie pour un point matériel

1.2. Un repère lié à la voiture est-il galiléen? Justifier la réponse

1.3. On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un arbre au bord de la route.

Déterminer l'angle d'inclinaison α du pendule et en déduire la tension T du fil.

2. La masse totale de l'automobile (pendule et conducteur compris) est $M = 800\text{kg}$. On admet que l'action du moteur est équivalente à une force $\vec{F}$ parallèle à la route, de même sens que le déplacement et dont l'intensité vaut 1800N .

2.1. Montrer qu'il existe des forces qui s'opposent au mouvement de la voiture.

2.2. En supposant que ces forces équivalent à une force unique $\vec{f}$ parallèle à la route, de sens contraire au mouvement, déterminer son intensité.

Partie B : Action des champs électriques et magnétiques sur des ions

Des ions ${}^6_3\text{Li}^+$ sortant d'une chambre d'ionisation à travers une petite ouverture O_1 ménagée au milieu de la plaque P_1 avec une vitesse nulle par rapport au référentiel de laboratoire supposé galiléen, pénètrent dans une enceinte où ils sont accélérés par une tension $U = 1200\text{V}$. Les ions sortent de cette enceinte par une orifice O_2 ménagée au milieu de la plaque P_2 et pénètrent avec une vitesse $\vec{v}$, dans une cavité hémicylindrique (partie grisée sur la figure 1 du document à remettre avec la copie). Il règne dans cette cavité un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à la vitesse et d'intensité $B = 0,12\text{T}$ qui dévie les ions vers une plaque photographique EF disposée dans le même plan que la plaque P_2 . On néglige l'action de la pesanteur sur les ions.

1. indiquer sur la figure 1 du document à remettre avec la copie:

- La direction et le sens du champ électrique entre les plaques P_1 et P_2
- Le sens du champ magnétique dans la cavité hémicylindrique

2. Établir l'expression de la valeur de la vitesse $\vec{v}$ d'un ion à l'entrée de la cavité hémicylindrique, en fonction de e , m et U ; où m est la masse de l'ion et e la charge élémentaire.

3. Montrer que le mouvement d'un ion dans la cavité est circulaire et uniforme.

4. Exprimer le diamètre D du cercle support de la trajectoire d'un ion en fonction de m , e , B et U , puis calculer sa valeur numérique.

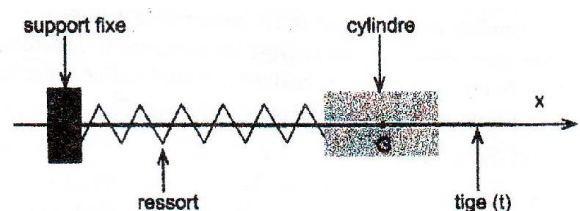
On donne : Masse de l'ion ${}^6_3\text{Li}^+$: $m = 1,0 \times 10^{-26}\text{kg}$. Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$

Exercice 2 : Systèmes Oscillants

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Oscillateur mécanique

Un cylindre homogène en acier est fixé par l'une de ses bases à un ressort à spires non jointives et à réponse linéaire de raideur $k = 20\text{N.m}^{-1}$, enfilé sur une tige métallique lisse lubrifiée par un fluide visqueux. L'autre extrémité du ressort et de la tige, sont fixées à un support vertical fixe.



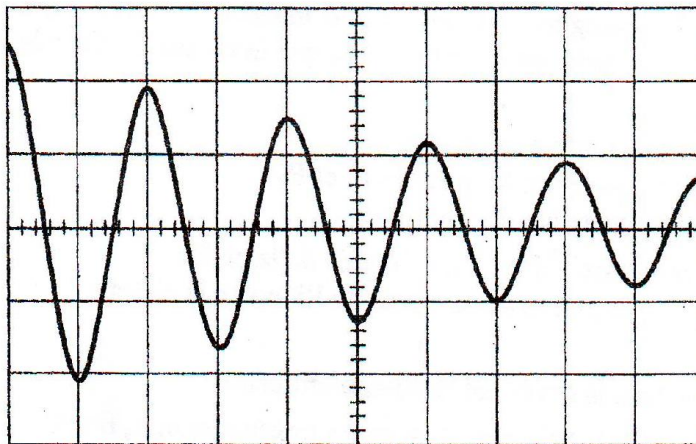
Le mouvement du cylindre le long de la tige métallique s'effectue avec frottement visqueux dont la somme des actions est représentée par une force unique $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, où $\vec{v}$ est la vitesse instantanée du centre d'inertie du cylindre. On écarte le cylindre de sa position d'équilibre en déplaçant son centre d'inertie G d'une distance $x_0 = +5\text{cm}$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale à une date prise comme origine des dates.

1. En appliquant les lois du mouvement de Newton, écrire l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du cylindre.
 2. Le cylindre effectue des oscillations pseudopériodiques de pseudo-période $T = 0,5\text{s}$ dont l'amplitude diminue progressivement à cause des pertes d'énergie dues aux frottements.
 - 2.1. En admettant que la pseudo-période a même expression que la période propre du même oscillateur non amorti, calculer la masse du cylindre.
 - 2.2. Calculer, à la date $t = 0$, la valeur E_0 de l'énergie mécanique de l'oscillateur. On ne tiendra pas compte de la pesanteur.
- On prendra $\pi^2 = 10$

Partie B : Oscillateur électrique

Le graphe ci-dessous est un enregistrement de l'évolution au cours du temps de la tension aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 22,5\mu\text{F}$ préalablement chargé sous une tension U . Il a été obtenu à l'écran d'un oscilloscope à mémoire auquel on a connecté à la date $t = 0$ un circuit électrique comprenant, montés en série, le condensateur précédent et une bobine d'inductance $L = 0,12\text{H}$. Les réglages de l'oscilloscope sont :

Partie B : Oscillateur électrique/ 4 points



Vitesse de balayage : 5ms/div ; Sensibilité verticale : 5V/div .

1. Faire le schéma du circuit et indiquer les branchements nécessaires à l'oscilloscope pour obtenir l'enregistrement ci-dessus.
 2. Montrer à l'aide de l'enregistrement que la résistance de la bobine n'est pas négligeable
 3. Déterminer à l'aide de l'enregistrement la pseudo-période T des oscillations et la comparer à la période propre T_0 des oscillations du même circuit LC si la résistance de la bobine était négligeable.
 4. Calculer les énergies électriques E_0 et E_1 emmagasinées par le condensateur respectivement aux instants $t = 0$ et $t = T$
- En déduire la valeur ΔE perdue par l'oscillateur à la date $t = T$? justifier la réponse

Exercice 3 : Phénomènes vibratoires et corpusculaires**Les parties A et B sont indépendantes****Partie A : Contrôle d'un échantillon de phosphore 32/ 2 points**

Le phosphore 32 est radioactif β^- et sa demi-vie est $T = 14,3$ jours. Il est disponible dans le commerce comme source radioactive pour des expériences de laboratoire sur la radioactivité. Il est vendu en doses dans des petits containers sur lesquels est porté entre autres, la date de conditionnement et l'activité au moment du conditionnement de l'échantillon.

1. Définir les termes demi-vie et activité de l'échantillon parlant d'un élément radioactif. (0,25pt + 0,25 pt)

2. Ecrire l'équation de désintégration du phosphore 32.

3. Sur le container qu'a acheté un laboratoire, sont marqués:

Date de conditionnement : 25 janvier 2007; Activité : $1,06 \times 10^{16}$ Bq.

3.1. Donner une estimation du nombre de noyaux de phosphore 32 présents dans l'échantillon à la date du conditionnement.

3.2. Le laborantin mesure l'activité de l'échantillon qu'il a acheté. Il, obtient $A' = 4,67 \times 10^9$ Bq. Combien de temps s'est-il écoulé entre la date du conditionnement de l'échantillon et la date à laquelle le laborantin a fait la mesure?

Extrait de la classification périodique : $_{13}\text{Al}$ $_{14}\text{Si}$ $_{15}\text{P}$ $_{16}\text{S}$ $_{17}\text{Cl}$. On prendra $\ln 2 = 0,693$

Partie B : Propagation d'ondes dans une cuve à ondes

La pointe S liée à un vibreur de fréquence $f = 20$ Hz effleure la surface de l'eau contenue dans une cuve à ondes. On néglige la réflexion des ondes sur les bords de la cuve.

1. On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope dont la fréquence f_e des éclairs est de 20Hz. Décrire l'aspect de la surface libre de l'eau de la cuve.

2. On augmente légèrement la fréquence du stroboscope. Qu'observe-t-on à la surface libre de l'eau de la cuve?

3. La célérité des ondes mécaniques qui se propagent à la surface libre de l'eau de la cuve est $v = 64$ cm/s.

3.1. Déterminer la longueur d'onde

3.2. Comparer le mouvement de la source S à celui du point M situé à une distance $d = 20,8$ cm.

Exercice 4 : Vérification de la 2^{ème} loi de Newton

Le graphe de la figure 2 du document à remettre avec la copie à l'échelle $1/10^9$, les positions successives occupées à intervalles de temps successifs et égaux $\tau = 1$ heure, par le centre d'inertie G d'un satellite de masse $m = 2000$ kg, tournant autour de la terre dans le plan équatorial et dans le même sens que celle-ci. Le référentiel d'étude est le référentiel géocentrique supposé galiléen d'origine O(0,0). La terre est considérée comme une sphère homogène de rayon $R = 6400$ km et de masse $M = 6 \times 10^{24}$ kg. La position occupée par le centre d'inertie G du satellite à l'instant t_i est notée G_i . On admet que le satellite n'est soumis qu'à la seule action du champ de gravitation de la Terre.

On donne la constante de gravitation universelle $\varepsilon = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m².kg⁻².

1. En se servant du graphe,

1.1. Déterminer la valeur du rayon r de l'orbite du satellite dans le référentiel géocentrique et en déduire son altitude h par rapport à la surface de la Terre.

1.2. Déterminer la période T du satellite.

2. On considère une position G_i quelconque occupée par le centre d'inertie du satellite. En considérant le satellite comme un point matériel, déterminer les caractéristiques de la force que la Terre exerce sur le satellite et la représenter sur la figure 2 du document à remettre avec la copie. On prendra pour échelle : 1cm pour 200N.

3. Construire en un autre point G_k de votre choix le vecteur $\vec{A}_k = \vec{G}_k G_{k+2} + \vec{G}_k G_{k-2}$ et déterminer graphiquement sa norme.

4. On détermine l'accélération en une position G_k occupée par le centre d'inertie du satellite par la relation vectorielle : $\vec{a}_k = \frac{\vec{A}_k}{4\tau^2}$. Déterminer les caractéristiques de l'accélération en ce point et la représenter sur le graphe. Echelle : 1 cm pour $0,1 \text{ m.s}^{-2}$.
5. Enoncer la 2^{ème} loi de Newton (le théorème du centre d'inertie) et montrer qu'elle est applicable au mouvement du satellite dans le repère choisi pour construire le graphe de la figure 2 du document à remettre avec la copie.

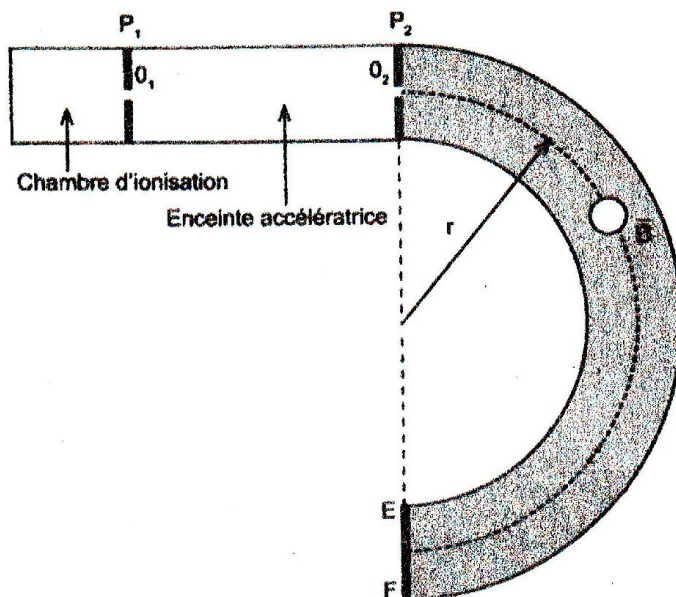


Figure 1 : Schéma descriptif du dispositif expérimental (Exercice 1 – Partie B)

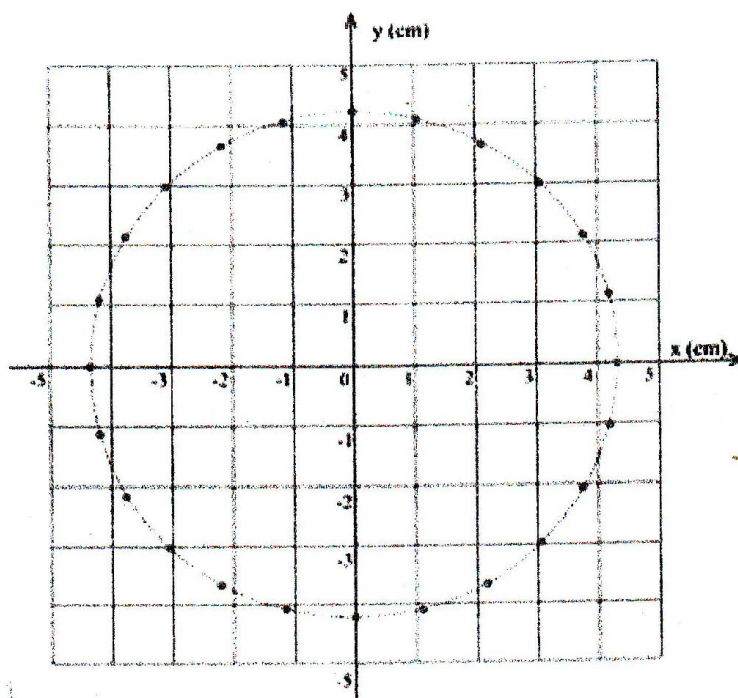


Figure 2 : Positions occupées par le centre d'inertie G d'un satellite dans le référentiel géocentrique à l'échelle $1/10^9$ (Exercice 4).

CORRIGE SUJET N°3 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2010 CAMEROUN**Exercice 1 : Mouvement dans les champs des forces et leurs applications****Partie A : Démarrage d'une voiture sur une route rectiligne horizontale.****1.1. Enoncé du principe d'Inertie**

Lorsque la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un point matériel est nulle, il est :

- au repos, s'il est initialement au repos ;
- animé d'un mouvement rectiligne uniforme s'il est initialement en mouvement.

1.2 Non, le repère lié à la voiture n'est pas galiléen car il est animé d'un mouvement accéléré par rapport à un repère supposé galiléen lié à la terre.

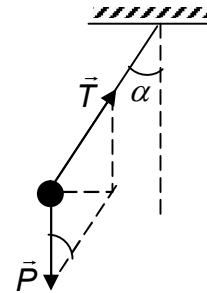
1.3. Angle d'inclinaison du pendule et tension du fil

Forces appliquées à la bille : $\vec{P}$ et $\vec{T}$

Dans le repère lié à l'arbre, on a $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

$$\tan \alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} \text{ ou encore } \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{a}{g} \right)$$

Calcul de la tension T : $T = \frac{mg}{\cos \alpha}$ AN : T = 1,0N

**2.1. Montrons qu'il existe des forces qui s'opposent au mouvement de la voiture**

En appliquant le TCI à la voiture, on a en l'absence des forces de frottement

$$a_{th} = \frac{F}{M} = 2,25 m.s^{-2} > a. \text{ Donc il existe des forces de frottement.}$$

2.2- Intensité de la force $\vec{F}$

En appliquant le TCI : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} + \vec{f} = M\vec{a}$

Par projection suivant la direction et le sens du mouvement, on a : $F - f = ma$

$$\Rightarrow f = F - ma \quad \text{AN : } f = 200N$$

PARTIE B : Action des champs électrique et magnétique sur les ions**1- Indication : direction et sens de $\vec{E}$ voir figure 1**

- sens de $\vec{B}$ voir figure 1

2- Expression de V

En appliquant le TEC à un ion entre O_1 et O_2

$$E_{C_2} - E_{C_1} = W(\vec{F}_e), \text{ on obtient ; } V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

3- Montrons que le mouvement d'un ion dans la cavité est circulaire uniforme.

L'application du T.C.I à un ion conduit à $q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\text{Dans la base de Frenet : } \vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 & (1) \\ a_n = \frac{qvB}{m} & (2) \end{cases} \quad \text{car } \vec{B} \perp \vec{v}$$

(1) $\Rightarrow V = \text{cte}$: mouvement uniforme

(2) $\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$: mouvement circulaire

4) Expression du diamètre D de la trajectoire

$$(2) \Rightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m} \text{ avec } q = e ; \text{ D'où } D = 2R = \frac{2m}{eB} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{8mU}{eB^2}}$$

$$\underline{\text{AN}} : D = 0,20\text{m}$$

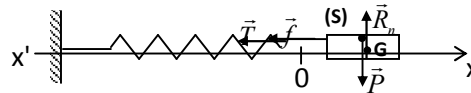
Exercice 2 : SYSTEMES OSCILLANTS**PARTIE A : Oscillateur mécanique****1) Equation différentielle du mouvement du Centre d'inertie**

Référentiel terrestre

Système ; cylindre

Forces appliquées : $\vec{P}$, $\vec{T}$, $\vec{F}$, $\vec{R}_n$

$$\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{T} + \vec{F} = m\vec{a}_G$$



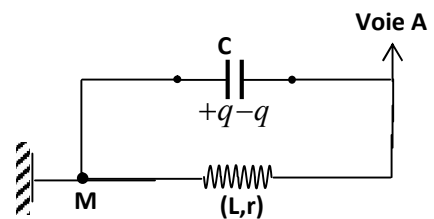
Par projection sur $x'x$: $T_x + f_x = m a_{Gx} \Rightarrow -kx - \alpha \dot{x} = m \ddot{x}$ D'où $\ddot{x} + \frac{\alpha}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

2.1. Masse du cylindre

$$T = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \text{ soit } m = \frac{KT_0^2}{4\pi^2} ; \underline{\text{A.N}} : m = 0,125\text{kg} = 125\text{g}.$$

2.2- Energie mécanique E_0 de l'oscillateur à la date $t = 0$

$$E_0 = E_{C_0} + E_{P_0} \text{ car } E_{C_0} = 0 \quad E_0 = \frac{1}{2} kx_0^2 \quad \underline{\text{AN}} : E_0 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

PARTIE B: Oscillateur Electrique**1. Schéma du circuit et branchement à l'oscilloscope****2- Montrons que la résistance n'est pas négligeable**

La diminution de l'amplitude des oscillations montre l'existence d'une résistance qui dissipe l'énergie de l'oscillateur.

Détermination de T et comparaison de T à T_0 Sur le graphique T s'étale sur 2 divisions soit $T = 2 \times 5 = 10\text{ms}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \quad \underline{\text{AN}} : T_0 = 10,3\text{ms}$$

T est sensiblement égale à T_0 .**4- Energies électriques E_0 et E_1 emmagasinées par le condensateur.**

$$* \quad E_0 = \frac{1}{2} CU^2 ; \underline{\text{AN}} : U = 2,5 \times 5 = 12,5 \text{ V}; \quad E_0 = 1,76 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$* \quad E_1 = \frac{1}{2} CU_1^2 ; \quad 9 < U_1 < 10 ; \quad 0,91 \cdot 10^{-3} < E_1 \text{ (J)} < 1,12 \cdot 10^{-3}$$

Valeur de ΔE : $\Delta E = E_1 - E_0$

$$-8,5 \cdot 10^{-4} < \Delta E < -6,4 \cdot 10^{-4} \quad (1)$$

$$6,4 \cdot 10^{-4} < |\Delta E| < 8,5 \cdot 10^{-4} \quad (2)$$

Intensité du courant dans le circuit à $t = T$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \dot{u} ; \text{ A la date } t = T, \dot{u} \text{ (pente de } u(t) \text{ à cette date) est nulle. D'où } i = 0$$

Exercice 3 : PHENOMENES VIBRATOIRES ET CORPUSCULAIRES**PARTIE A : Contrôle d'un échantillon de phosphore 32****1- Définition des termes**

Demi-vie : durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon radioactif soit désintégrée

Activité : nombre moyen de désintégrations par unité de temps

2. Equation de désintégration du phosphore 32 : ${}^{32}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + {}^0_{-1}\text{eP}$ **3.1. Nombre N de noyaux de phosphore présents dans l'échantillon**

$$A = \lambda N = \frac{N \ln 2}{T} \text{ soit } N = \frac{AT}{\ln 2}; \quad \underline{\text{AN}} : N = 1,89 \cdot 10^{22} \text{ noyaux}$$

$$3.2. \text{ Temps } t' \text{ écoulé : } A' = Ae^{-\lambda t} = Ae^{-\frac{\ln 2}{T} t'}. \text{ D'où } t' = \frac{T}{\ln 2} \times \ln \frac{A}{A'} \quad \underline{\text{AN}} : t' = 302 \text{ jours}$$

PARTIE B : Propagation d'ondes dans une cuve à ondes**1. Aspect de la surface libre de l'eau.**

On observe à la surface libre de l'eau des rides circulaires concentriques immobiles

2. Aspect de la surface libre de l'eau lorsqu'on augmente légèrement f

On observe à la surface libre de l'eau des rides circulaires concentriques se déplaçant lentement en sens inverse du sens réel, c'est-à-dire vers la source.

$$3.1 \text{ Longueur d'onde : } \lambda = \frac{V}{f} \quad \underline{\text{A.N}} : \lambda = 3,2 \text{ cm}$$

3.2 Comparaison du mouvement de S à celui de M

$$\frac{d}{\lambda} = 6,5 = \frac{13}{2} \text{ soit } d = \frac{13}{2} \lambda \Rightarrow d = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \text{ avec } k = 6$$

Donc M et S vibrent en opposition de phase.

Exercice 4 : VERIFICATION DE LA 2^{ème} LOI DE NEWTON**1.1 Valeur du rayon r de l'orbite du satellite et de l'altitude h.**

- rayon de l'orbite : $r = 4,3 \cdot 10^9 \text{ cm} = 4,3 \cdot 10^7 \text{ m}$
- altitude h : $h = r - R \quad \underline{\text{AN}} : h = 36\,600 \text{ km}$

1-2. Période T du satellite $T = 24 \tau \quad \underline{\text{AN}} : T = 24 \text{ heures}$ **2. Caractéristiques de la force exercée par la terre sur le satellite**

Direction : droite (G,O) ; Sens : de G vers O

$$\text{Intensité : } F_{T/S} = \frac{\varepsilon m M_T}{r^2} \quad \underline{\text{AN}} : F_{T/S} = 433 \text{ N}$$

représentation de $\vec{F}_{T/S}$: voir figure 2

3. Construction du vecteur $\vec{A}_K$ et détermination de sa norme

- Vecteur $\vec{A}_K$: voir figure 2
- norme : $1,15 \text{ cm}$ sur la figure 2 ; Soit $1,15 \cdot 10^9 \text{ cm} = 1,15 \cdot 10^7 \text{ m}$

4. Caractéristiques de l'accélération $\vec{a}_k$ et représentation sur le graphe

- point d'application G_K
- direction : droite ($G_K O$)
- sens : de G_K vers O
- norme : $a_k = \frac{A_K}{4\tau^2} \quad \underline{\text{A.N}} : a_k = \frac{1,15 \cdot 10^7}{4 \times 3600^2} \quad a_k = 0,22 \text{ m/s}^2$
- représentation de $\vec{a}_K$: voir figure 2

5. Enoncé de la 2^{ème} loi de NEWTON

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie G. Montrons qu'elle s'applique au mouvement du satellite.

Elle s'appliquerait au satellite si $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}_k$.

Or le point d'application, la direction et le sens de $\vec{F}_{T/S}$ et $\vec{a}_k$ sont les mêmes.

En plus $F_{T/S} = 433\text{N}$ et $ma_k = 2000 \times 0,22 = 440\text{N}$

$$F_{T/S} \approx ma_k$$

Aux erreurs de mesures près $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}_k$

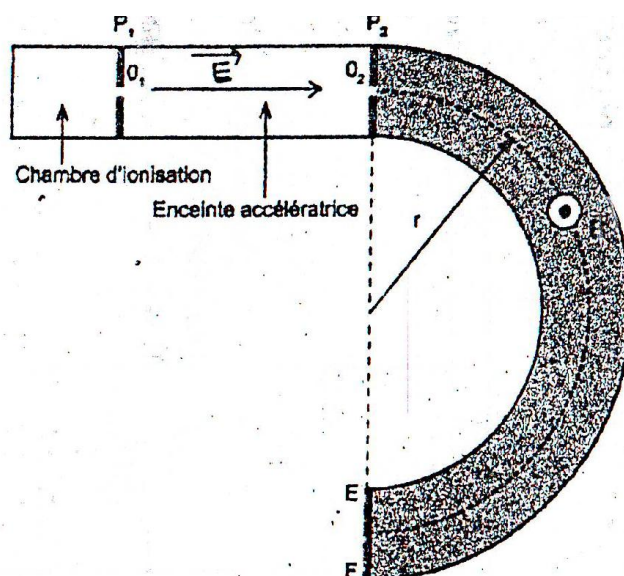


Figure 1 : Schéma descriptif du dispositif expérimental (Exercice 1 – Partie B)

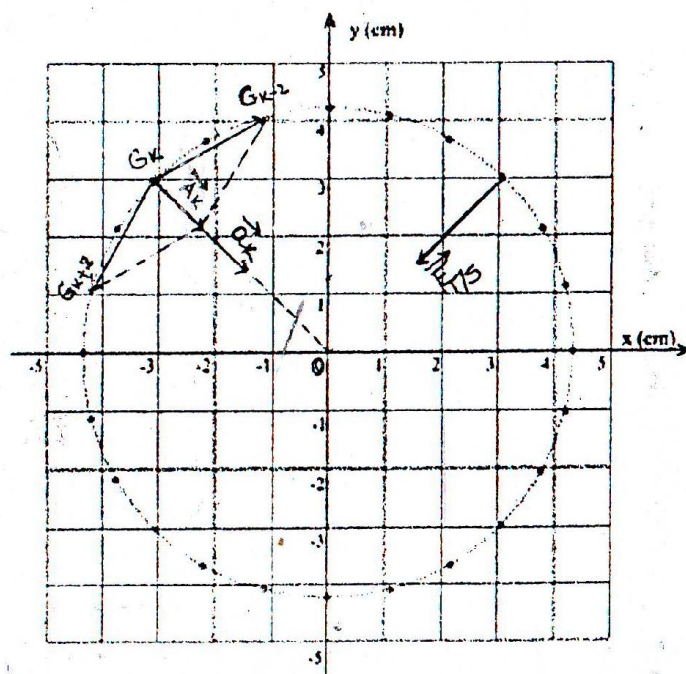


Figure 2 : Positions occupées par le centre d'inertie G d'un satellite dans le référentiel géocentrique à l'échelle $1/10^9$ (Exercice 4).

SUJET N°4 : BACCALAUREAT D SESSION 2010 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications**Partie A : Champ électrique, champ de gravitation /4points.**

On place au point O d'un plan horizontal, une particule (T) de masse $m_0 = 200 \mu\text{g}$ et portant un charge $q_0 = + 200 \times 10^{-9} \text{ C}$.

1. On explore l'espace autour de cette charge à l'aide d'un dispositif sensible au champ électrique pour marquer les courbes (C_i) le long desquelles la valeur du champ électrique créé par la charge q_0 est la même.

1.1. Faire un schéma sur lequel on représentera : la particule (T), quelques lignes de champ ainsi que quelques unes des courbes (C_i).

1.2. En un point M du plan horizontal précédent, tel que la distance $d(O,M) = r$, on place une petite particule (P) de masse $m = 10 \mu\text{g}$ portant une charge $q = -10 \times 10^{-9} \text{ C}$. Donnez l'expression de la force électrique $\vec{F}_e$ que subit la particule en M puis calculer sa valeur.

2. On explore maintenant l'espace autour de la particule (T) à l'aide d'un dispositif sensible au champ de gravitation pour marquer les courbes (C_j) le long desquelles la valeur du champ de gravitation dû à (T) a la même valeur.

2.1 Faire un schéma sur lequel on représentera: la particule (T), quelque lignes de champ ainsi que quelques unes des courbes (C_j).

2.2 Donner l'expression de la force de gravitation $\vec{F}_g$ que subit la particule (P) au point M de la question (1.2.) puis calculer sa valeur. 1pt

3. Calculer le rapport de la valeur de la force électrique à celle de la force de gravitation que subit la particule (P) en M. Quelle réflexion vous inspire ce résultat ?

On donne : Constante de gravitation universelle $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{Kg}^{-2}$

Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}$, ce qui donne : $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$ $r = 5\text{cm}$

Partie B. Champ magnétique /3 points

1. Dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (zones grisées sur les figures), on fait passer dans les tiges conductrices (1), (2) et (3), un courant de même intensité dans le sens et la direction indiqués par la figure 1 ci-dessous.

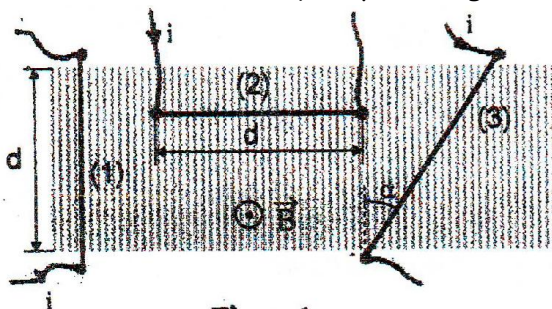


Figure 1

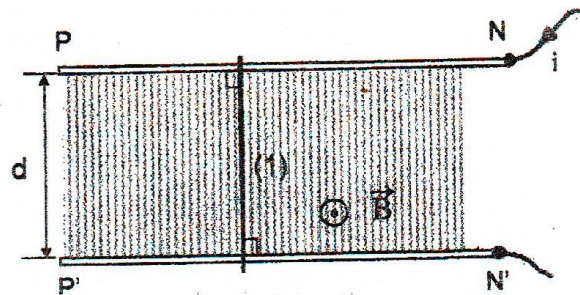


Figure 2

Faire pour chacune des tiges, un schéma sur lequel on reprendra le sens de $\vec{B}$ et celui du courant dans la tige, puis la force magnétique qu'elle subit. Quelle est, parmi ces forces, celle dont l'intensité est la plus grande

2. On retire les tiges (2) et (3). On installe pour permettre la circulation du courant deux rails parallèles PN et P'N' de telle sorte que le plan qu'ils définissent soit horizontal. (Voir figure 2). La tige (1) étant au repos, on fait passer un courant d'intensité $I = 1,2 \text{ A}$ dans la tige.

2.1 En appliquant les lois de Newton sur le mouvement à la tige (1), calculer l'accélération du mouvement de son centre d'inertie. On prendra $d = 10\text{cm}$, $B = 0,4\text{T}$ et la masse de la tige (1)

$m = 18\text{g}$. On négligera le phénomène d'induction et on admettra que la tige glisse sans frottement sur les rails en restant parallèle à elle-même.

2.2 Déterminer la vitesse qu'acquiert le centre d'inertie de la tige (1) au bout de $0,6\text{s}$.

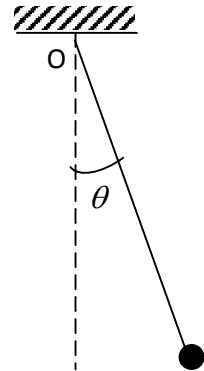
Exercice 2 : Systèmes oscillants /4points

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. Pour déterminer la fréquence de vibration d'une lame vibrante, on utilise un stroboscope électronique dont la fréquence des éclairs varie de 20 à 1000Hz. On excite la lame et on l'éclaire à l'aide du stroboscope, en augmentant progressivement la fréquence des éclairs. On a obtenu des immobilités apparentes à une seule lame en position basse, pour les fréquences suivantes 20 ; 40 ; 55 ; 110 ; 220 ; 440 Hz. Si on continue à augmenter la fréquence, on obtient une immobilité apparente à deux lames, l'une en position basse, l'autre en position haute, pour 880Hz.

Interpréter ces résultats et déterminer la fréquence de vibration de la lame.

2. A une tige rigide de masse négligeable, on fixe en B tel que $d(O, B) = l$, une masse m , qu'on considère comme ponctuelle. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre la tige est verticale, B étant sous O. On écarte le pendule ainsi constitué de sa position d'équilibre en le faisant tourner par rapport à un axe horizontal (A) passant par O d'un angle θ_0 (voir schéma) et on l'abandonne à lui-même. On néglige tous les frottements.



2.1. En appliquant au pendule les lois de Newton sur le mouvement, établir l'équation différentielle qui régit son mouvement ultérieur

2.2. A quelle condition sur la valeur de θ_0 peut-on considérer que le mouvement ultérieur du pendule est sinusoïdal ?

2.3. Cette condition étant remplie, on prend pour origine des dates la date où le pendule est abandonné à lui-même. Ecrire l'équation horaire du mouvement de ce pendule. On donne : $l = 90\text{cm}$, $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$; $\theta_0 = 0,05\text{rad}$.

Exercice 3 : Phénomènes ondulatoires et corpusculaires**Partie A. Ondes à la surface libre de l'eau**

1. On fixe une pointe à la lame d'un vibreur de fréquence 40 Hz et on effleure la surface de l'eau peu profonde d'une cuve à ondes avec la pointe. Une onde transversale de même fréquence que le vibreur naît à la surface libre de l'eau de la cuve.

Que veut dire onde transversale ?

L'onde se propage à la surface de l'eau avec une célérité $v = 0,28\text{m.s}^{-1}$. Après avoir défini l'expression « longueur d'onde », calculer la valeur de celle de l'onde qui se propage à la surface de l'eau de la cuve.

2. On fixe maintenant sur la lame du vibreur, une fourche à deux pointes identiques. On fait effleurer la surface de l'eau de la cuve par les deux pointes et on actionne le vibreur. On admet que les deux pointes sont des sources cohérentes

2.1. Que veut dire sources cohérentes ?

2.2. On éclaire le fond transparent de la cuve à ondes à l'aide d'une lanterne suffisamment puissante pour permettre de voir l'ombre de la surface sur le plafond blanc de la pièce. Décrire l'éclairement du plafond entre les ombres des deux pointes. On fera un croquis de l'aspect de l'ombre de la surface entre les deux pointes

Partie B. Effet photoélectrique

1. Définir : effet photoélectrique

2. une cellule photoélectrique a une cathode recouverte de potassium dont la fréquence seuil est $\nu_0 = 5,6 \times 10^{14}$ Hz. On l'éclaire avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,440 \mu\text{m}$.

Qu'appelle-t-on fréquence seuil, s'agissant de l'effet photoélectrique ? 0,5pt

Exprimer puis calculer la valeur de l'énergie cinétique maximale avec laquelle les électrons sont expulsés de la cathode 1pt

On donne : Constante de Planck : $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$;

Célérité de la lumière dans vide : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Exercice 4 : Propagation d'ondes à la surface libre de l'eau d'une cuve

On se propose de déterminer si la célérité des ondes se propageant à la surface libre de l'eau dépend ou non de la fréquence de celles-ci.

Pour cela on dispose d'une cuve à onde, d'un excitateur dont on peut régler la fréquence, d'un appareil photographique. On verse de l'eau dans la cuve jusqu'à une hauteur d'environ 2cm. On fixe l'appareil photographique sur un pied et on règle la vitesse d'obturation à une valeur adéquate. On règle la fréquence de la source à une valeur N puis on prend une photo. Pour $N=21,5\text{Hz}$, on a obtenu la photo 1 de l'annexe à remettre avec la copie

1. Comment procède-t-on pour mesurer sur la photo, les longueurs d'ondes 0,5pt
2. recopier et compléter le tableau ci-dessous.

$N(\text{Hz})$	21,5	28,0	30,5	40,2	60,1
λ (cm)	1,2	0,94	0,90	0,70	0,51
$V(\text{cm.s}^{-1})$					

1. Tracer sur l'annexe à remettre avec la copie, la courbe des variations de la célérité en fonction de la fréquence avec les échelles suivantes N : 2cm pour 10Hz ; v : 2cm pour 5 cm.s^{-1}
2. Conclure

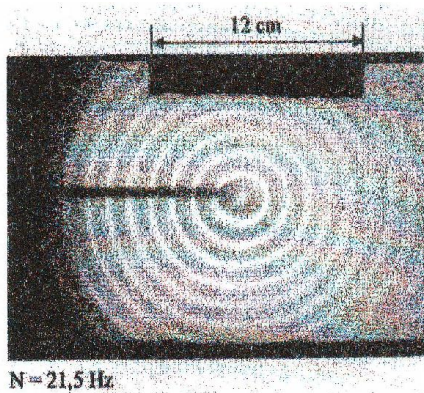
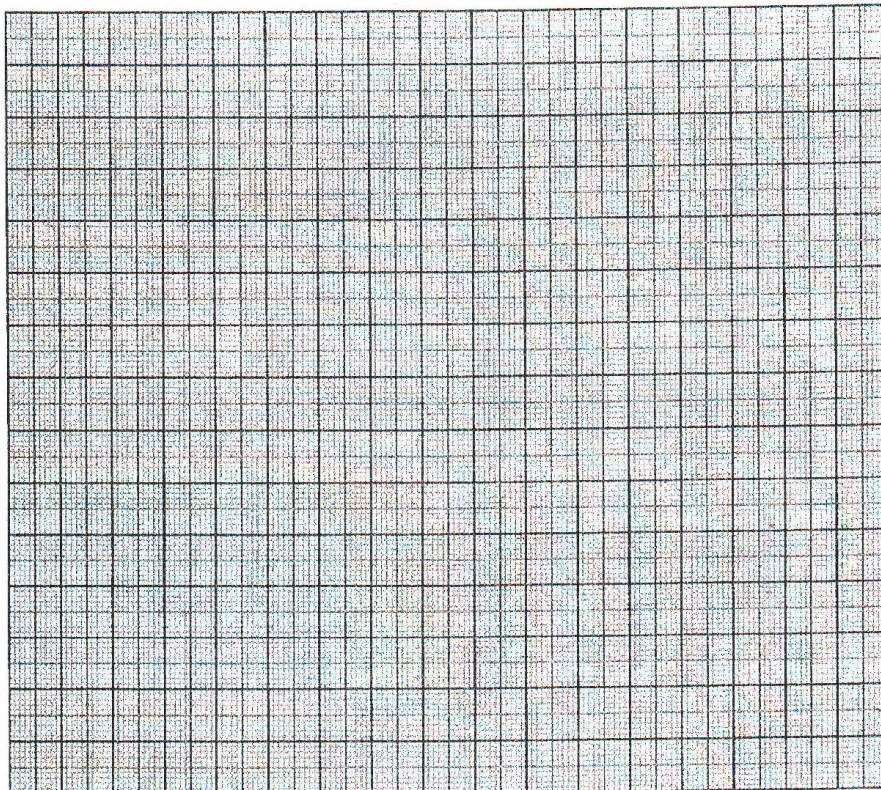


Photo de la surface de l'eau de la cuve pour $N = 21,5 \text{ Hz}$



Variations de la célérité v des ondes en fonction de la fréquence N .

CORRIGE SUJET N°4 : BACCALAUREAT D SESSION 2010 CAMEROUN

Exercice 1 : CHAMPS ET FORCES

PARTIE A : champ électrique, champ de gravitation

1.1. Schéma

1.2 Expression de la force Electrique

$$\vec{F}_e = \frac{kq_0q}{OM^2} \vec{u} = \frac{kq_0q}{r^2} \vec{u}$$

$\vec{u}$ est un vecteur unitaire lié au vecteur $\overrightarrow{OM}$ et de même sens que lui

Valeur de $\vec{F}_e$: $F_e = F_e = \frac{kq_0q}{OM^2} = \frac{kq_0q}{r^2}$ AN : $F_e = 7,2 \times 10^{-3} \text{ N}$

2.1 Schéma

2.2 Expression de $\vec{F}_g$

$$\vec{F}_g = \frac{Gm_0m}{OM^2} \vec{u} = -\frac{Gm_0m}{r^2} \vec{u}$$

$\vec{u}$ est un vecteur unitaire lié au vecteur $\overrightarrow{OM}$ et de même sens que lui

Valeur de $\vec{F}_g$: $F_g = \frac{Gm_0m}{r^2}$; AN : $F_g = 5,3 \times 10^{-23} \text{ N}$

Calcul du rapport : $\frac{F_e}{F_g} = 1,36 \times 10^{20}$

Réflexion : La force de gravitation est négligeable devant la force électrique

Partie B : CHAMP MAGNETIQUE

1- Schémas

Force dont l'intensité est la plus grande

En (1), $F = IdB$

En (2), $F = IdB$

En (3), $F = \frac{IdB}{\cos \alpha}$

$0 < \cos \alpha < 1$. Donc la force en (3) a la plus grande intensité.

2.1- Valeur de la l'accélération du centre d'inertie

TCI : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. Or $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma$

$IdB = ma \Rightarrow a = \frac{IdB}{m}$; AN : $a = 2,7 \text{ m.s}^{-2}$

2.2- La vitesse acquise

$V = at$; AN : $V = 1,6 \text{ m/s}$

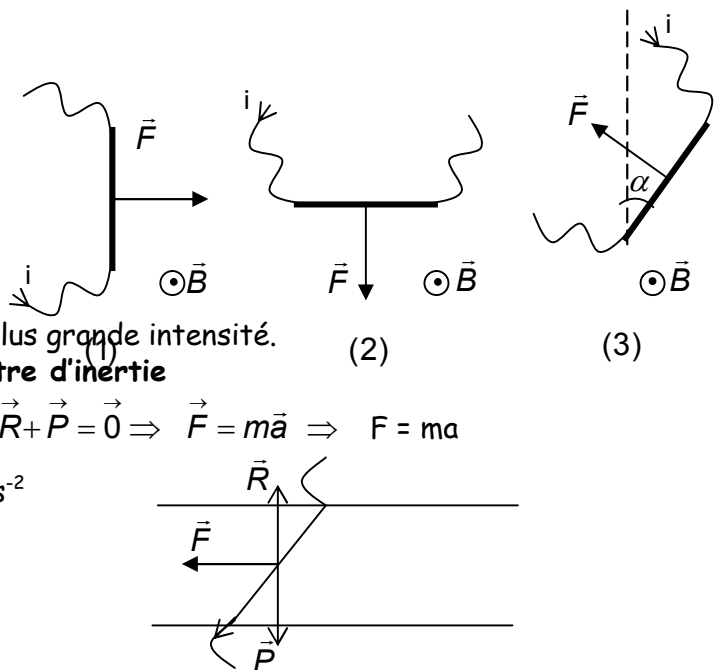
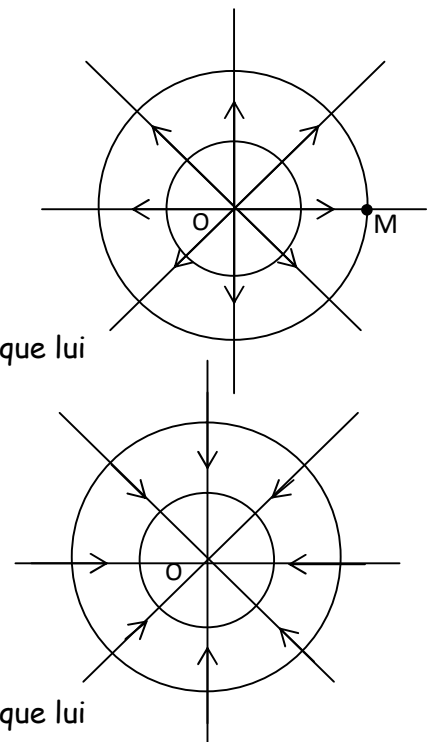
Exercice 2: SYSTEMES OSCILLANTS

1- Interprétation

Entre deux éclairs consécutifs, la lame effectue un nombre entier de vibrations :

$T_e = KT \Leftrightarrow F_e = \frac{f}{K}$. On observe donc apparemment une lame immobile pour les fréquences 20 ;

40 ; 55 ; 110 ; 220 ; 440 Hz



Si on continue à augmenter la fréquence des éclairs et que la lame effectue une demi vibration entre deux éclairs consécutifs : $T_e = \frac{T}{2} \Rightarrow f_e = 2f$

On observe apparemment deux lames immobiles. Pour $f_e = 800\text{Hz}$

Fréquences de vibration de la lame

C'est la plus grande fréquence des éclairs pour laquelle on observe une lame immobile. Soit : $f = 440\text{ Hz}$

Et on vérifie que pour $f_e = 2f = 880\text{ Hz}$, on observe deux lames immobiles

2.1. Equation différentielle du mouvement

$$\text{RFD : } \sum M(\vec{F}_{\text{ext}}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow -mgl \sin \theta = ml^2 \ddot{\theta}$$

$$\text{Soit } \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

2^{de} méthode. Le solide en rotation étant supposé ponctuel, son déplacement se réduit à une translation circulaire. On peut donc appliquer le TCI

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} -mg \cos \theta + T = m a_n \\ -mg \sin \theta + 0 = m a_t \end{cases}$$

$$\Rightarrow -mg \sin \theta = m \frac{dv}{dt} = ml \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

2.2 Condition sur la valeur de θ_0

θ_0 doit être très petit (ou $\theta_0 < 10^\circ$)

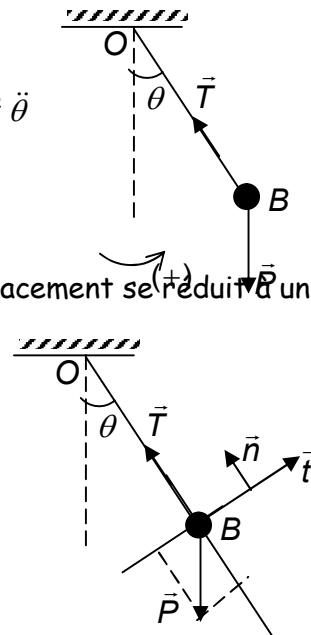
2.3. Equation horaire

Elle est de la forme $\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

à $t=0$, $\theta = \theta_0 \Leftrightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} = 3,3 \text{ radps}$$

$$\text{soit } \theta = 5 \times 10^{-2} \cos 3,3t$$



Exercice 3 : PHENOMENES ONDULATOIRES ET CORPUSCULAIRES

PARTIE A

1.1 Onde transversale : onde qui se propage perpendiculairement à la direction du signal

1.2 Longueur d'onde : distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle de son mouvement

Valeur de la longueur d'onde : $\lambda = \frac{V}{F}$; AN : $\gamma = 7 \times 10^{-3} \text{m} = 7 \text{mm}$

2.2. Description

L'éclairement au plafond présente les franges d'interférence ayant la forme d'arcs d'hyperboles alternativement sombres et claires. La frange centrale étant rectiligne.

PARTIE B

1. Effet photoélectrique : Extraction d'électrons d'un métal par une lumière de longueur d'onde convenable.

2.1. Fréquence seuil : La plus petite fréquence de la radiation lumineuse pouvant extraire un électron du métal.

2.2. Energie cinétique maximale

D'après le principe de conservation des énergies, $E = E_0 + E_{c_{\max}}$

$$\Rightarrow E_{c_{\max}} = \frac{hC}{\lambda} - h\nu_0 ; \text{AN} : E_{c_{\max}} = 8,04 \times 10^{-20} \text{ J}$$

EXERCICE 4 : Propagation de ondes

1. Procédé

Mesurer sur le prolongement d'un rayon la distance d qui sépare N rides circulaires

consécutives ; $d = (N-1)\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d}{N-1}$

2. Tableau : On a $V = \lambda N$

N(Hz)	21,5	28,0	30,5	40,2	60,1
λ (cm)	1,2	0,94	0,9	0,7	0,51
V (cm/s)	25,8	26,32	27,45	28,14	30,65

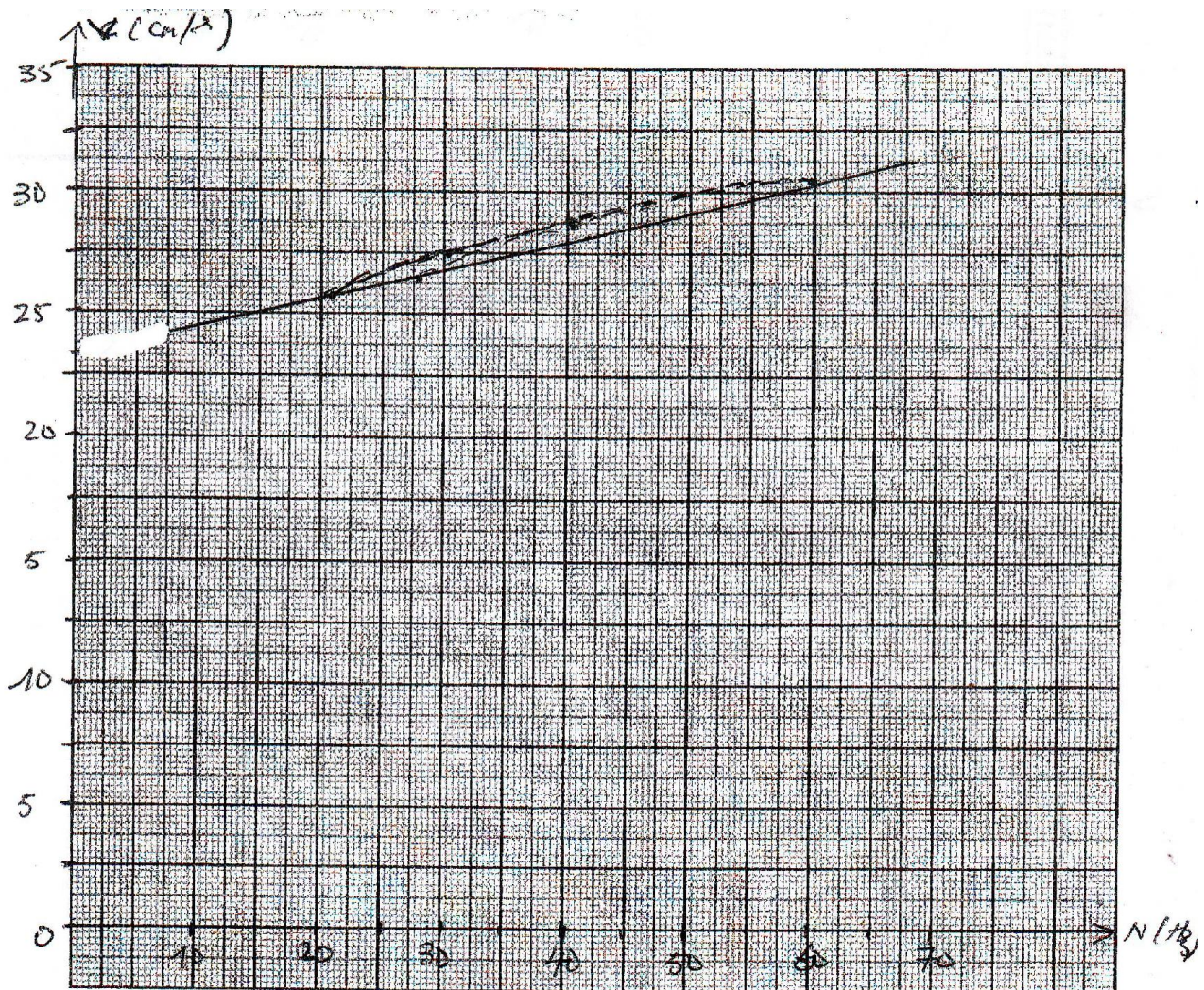
3- Courbe de V en fonction de N

Deux solutions sont possibles

Première solution : Le candidat qui trace point par point obtient une courbe (en pointillés)

Seconde solution : Le candidat qui linéarise obtient une droite ou un segment de droite.

4- Conclusion : La célérité dépend de la fréquence des vibrations



Variations de la célérité v des ondes en fonction de la fréquence N .

SUJET N°5 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2011 CAMEROUN

Exercice 1: Mouvement dans les champs de forces et leurs applications /6 Points**Partie 1 : Satellite artificiel de la terre / 3,5points**

Dans un repère géocentrique, un satellite artificiel qu'on assimilera à un point matériel de masse m , décrit à vitesse constante autour de la terre, une trajectoire circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec celui de la Terre. On supposera que cette dernière est sphérique et homogène et on notera R_T son rayon. On négligera les frottements.

1.1. Définir un repère géocentrique.

1.2. Soit P la position du satellite sur sa trajectoire à un instant t quelconque.

Représenter sur ce schéma, le vecteur champ gravitationnel terrestre $\vec{G}$ au point P , puis établir l'expression de son intensité G en fonction de G_0 , R_T et r ; (G_0 étant la valeur de G à la surface de la terre).

1.3. En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite en fonction de G_0 , R_T et r ;

1.4. Définir la période de révolution T du satellite, puis calculer sa valeur numérique pour $r = 6650\text{km}$. On donne: $R_T = 6380\text{km}$; $G_0 = 9,8\text{ms}^{-2}$

Partie 2 : Spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme/2,5points

Les côtés horizontaux et verticaux d'une spire rectangulaire ACDE ont respectivement pour longueurs $a = 10\text{cm}$ et $b = 20\text{cm}$. La spire est suspendue à un point O par l'intermédiaire d'un fil de torsion de constante de torsion C et placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal d'intensité $B = 0,07\text{ T}$. Le vecteur champ $\vec{B}$ est parallèle aux côtés horizontaux de la spire lorsqu'elle n'est parcourue par aucun courant. Lorsqu'on fait passer un courant d'intensité $I = 1,5\text{A}$ dans la spire, cette dernière effectue une rotation d'angle $\alpha = 20^\circ$, autour de l'axe vertical (Δ) passant par le fil de suspension (figure 1).

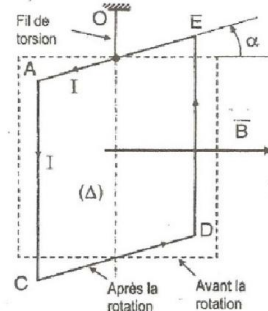
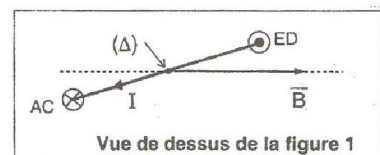


Figure 1

2.1. Reproduire la vue de dessus de la figure 1 et y représenter les forces électromagnétiques $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ qui s'exercent respectivement sur les côtés verticaux AC et la spire après la rotation. Calculer leur intensité commune

2.2. Donner les deux couples de forces qui s'exercent sur la spire après la rotation.

2.3. Calculer la valeur de la constante C du fil de torsion.



Vue de dessus de la figure 1

ED de
F.

Exercice 2 : Les systèmes oscillants/ 6 Points**Partie 1 : Oscillateur mécanique/3points**

Une tige homogène AB de longueur $L = 1,2\text{m}$ et de masse $m = 400\text{g}$, est mobile sans frottements autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité A et perpendiculaire au plan de la figure. On écarte la tige d'un angle θ_m de sa position d'équilibre, et on l'abandonne sans vitesse initiale. La position de la tige est repérée par l'angle θ qu'elle fait avec la verticale passant par A (figure 2). On néglige l'action de l'air.

1.1. Le moment d'inertie de la tige par rapport à son axe de rotation est $J_A = \frac{mL^2}{3}$.

1.1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton à la tige, établir l'équation différentielle de son mouvement.

1.1.2. Montrer que les oscillations de faibles amplitudes de ce pendule sont sinusoïdales, puis calculer la valeur numérique de leur période propre T_0 .

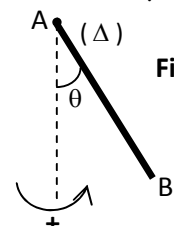


Figure 2

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

1.2. On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = 0,14 \text{ rad}$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

1.2.1. Calculer l'énergie mécanique initiale E_m du système {Pendule + Terre}. On prendra le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur sur le plan horizontal passant par le centre d'inertie de la tige à la position d'équilibre.

On rappelle que pour θ faible, on a $\cos \theta = 1 - \theta^2/2$ avec θ en radians.

1.2.2. $E_c(\theta)$, $E_p(\theta)$ et $E_m(\theta)$ désignent respectivement les énergies cinétique et potentielle de pesanteur et mécanique du système {Pendule + Terre}, à une date où la position du pendule est définie par θ . Représenter sur un même graphique l'allure des courbes $E_c(\theta)$, $E_p(\theta)$ et $E_m(\theta)$, pour $0 < \theta < 1,14 \text{ rad}$.

Partie 2 : Oscillateur électrique/ 3 points

Une portion de circuit PQ alimentée par un générateur basses fréquences (GBF), comporte un conducteur ohmique de résistance R , monté en série avec un condensateur de capacité C et un ampèremètre de résistance négligeable (figure 3).

Un oscilloscope bicourbe visualise les tensions u_{PM} (sur la voie Y_1) et u_{QM} (sur la voie Y_2).

L'aspect de l'écran est donné ci-dessous (figure 4)

2.1. Déterminer la fréquence f des deux tensions visualisées.

2.2. L'ampèremètre indique une intensité efficace $I = 200 \text{ mA}$.

En déduire les valeurs de R et de C

2.3. Mesurer sur l'oscillogramme l'écart temporel Δt entre $u_{PM}(t)$ et $u_{QM}(t)$, puis en déduire le déphasage $\Delta \varphi$ entre les deux tensions.

2.4. On admet que $u_{PM}(t) = 6 \cos(100 \pi t)$. Ecrire l'expression de $u_{PM}(t)$.

2.5. En prenant $u_{PM}(t) = 9 \cos(100 \pi t + \pi/2)$, déterminer par la construction de Fresnel l'expression de $u_{PQ}(t)$.

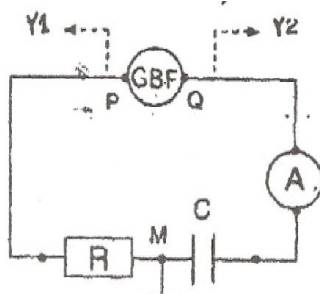


Figure 3

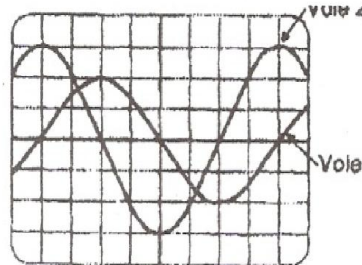


Figure 4

Réglage de l'oscilloscope

- sensibilité verticale sur les deux voies : 1 div. $\leftrightarrow$ 3 V
- Balayage : 1 div. $\leftrightarrow$ 2,5 ms

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaire et ondulatoire

Partie 1 : Interférences lumineuses

On réalise une expérience d'interférences lumineuses à l'aide d'un dispositif de fentes d'Young.

La distance séparant les fentes secondaires F_1 et F_2 est $a = 3,2 \text{ mm}$. La fente primaire F est éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ . Le plan vertical contenant les fentes secondaires est à une distance $D = 4 \text{ m}$ de l'écran d'observation E .

1.1. Définir l'interfrange puis donner son expression en fonction de a , D et λ .

1.2. La distance entre les milieux de la frange sombre d'ordre $k = +1,5$ et la frange brillante d'ordre $k = -3$ est $L = 3,6 \text{ mm}$.

En déduire la longueur d'onde λ de la radiation éclairante.

1.3. La fente F est à présent éclairée par deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 6,4 \times 10^{-7} \text{ m}$ et $\lambda_2 = 5,6 \times 10^{-7} \text{ m}$.

Déterminer à quelle distance d (non nulle) de la frange centrale se produit sur l'écran la première coïncidence des franges brillantes.

Partie 2 : Radioactivité

2.1. Citer deux applications de la radioactivité

2.2. Le carbone 14 ($^{14}_6\text{C}$) est radioactif β^- .

Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de carbone 14 en supposant que le noyau fils n'est pas obtenu dans un état excité. On donne $^{14}_7\text{N}$; $^{14}_8\text{O}$.

2.3. La mesure de l'activité du carbone 14 dans un échantillon de masse m de fragments d'os prélevés dans un site préhistorique a donné $A_2 = 6,1 \times 10^{-2} \text{ Bq}$. Un échantillon de fragments d'os actuel de même masse donne une activité $A_1 = 48,9 \text{ Bq}$.

En admettant que l'activité du carbone 14 dans un organisme vivant n'a pas varié au cours des derniers millénaires. L'activité du carbone 14 de l'échantillon de fragments d'os actuel correspond à celle qu'on aurait mesuré dans un échantillon de même masse de fragments d'os du site préhistorique, à la date $t = 0$.

Calculer l'âge (en années) de l'échantillon d'os recueilli dans ce site préhistorique.

Demi-vie (ou période) du carbone 14 : $T = 5730 \text{ ans}$.

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

On étudie dans un repère terrestre $(O; \vec{i}, \vec{j})$ le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur. Le projectile, assimilé à un point matériel, est lancé à l'instant $t = 0$ à partir d'un point A ($x_A = 0$; y_A) de l'axe Oy, avec une vitesse initiale $\vec{v}_A$ contenue dans le plan (xOy) et faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige l'action de l'air.

Un dispositif approprié permet de relever à des dates données, les valeurs de l'abscisse x , de l'ordonnée y et de la composante v_y du vecteur vitesse instantanée du projectile. Les représentations graphiques des fonctions $x = f(t)$, $y = g(t)$ et $v_y = h(t)$ obtenues à partir de ces valeurs sont données ci-dessous (figure 5).

4.1. En appliquant la deuxième loi de Newton au projectile, déterminer, en fonction du temps, les expressions littérales des composantes v_x et v_y du vecteur vitesse instantanée du projectile, puis en déduire les équations horaires $x = f(t)$ et $y = g(t)$.

4.2. Déterminer à partir des graphes et en expliquant les démarches ;

4.2.1. Les valeurs numériques de : α , v_0 , y_0 et l'accélération g de la pesanteur.

4.2.2. La flèche H et la portée X du tir.

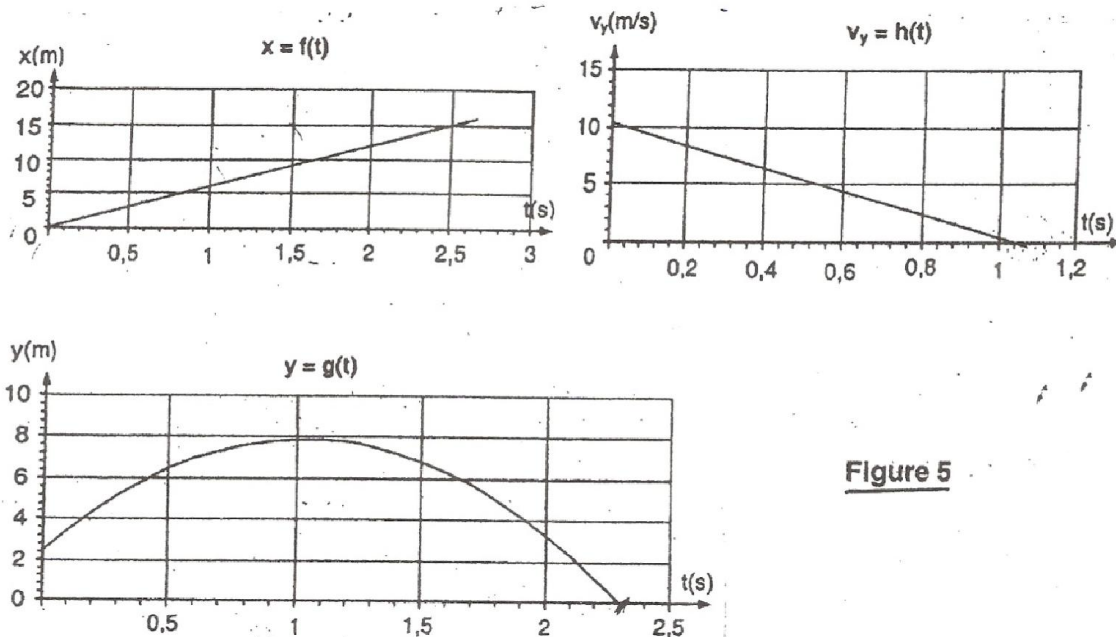
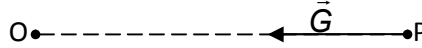


Figure 5

CORRIGE SUJET N°5 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2011 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de force et leurs applications.**Partie 1 : Satellite artificiel de la terre**

1.1) Repère géocentrique : Repère d'espace dont l'origine est le centre de la terre.

1.2. Représentation de $\vec{G}$ - Expression de G La force de gravitation subie par ce satellite a pour intensité : $F = mG$

$$\text{Avec } F = \frac{\epsilon M m}{r^2} ; \text{ Or } G = \frac{\epsilon M}{r^2} . \text{ Au sol, } G_0 = \frac{\epsilon M}{R_T^2} \Rightarrow \frac{G}{G_0} = \frac{\frac{\epsilon M}{r^2}}{\frac{\epsilon M}{R_T^2}} \Rightarrow G = G_0 \cdot \frac{R_T^2}{r^2}$$

1.3) Expression de V Le référentiel géocentrique étant galiléen, on a : $\vec{F} = m\vec{a}_G$.

$$\vec{F} = m\vec{a}_G = m\vec{G} \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{G}$$

Puisque $\vec{a}_G = \vec{G}$ et le mouvement circulaire uniforme, nous avons : $G = a_n$ avec

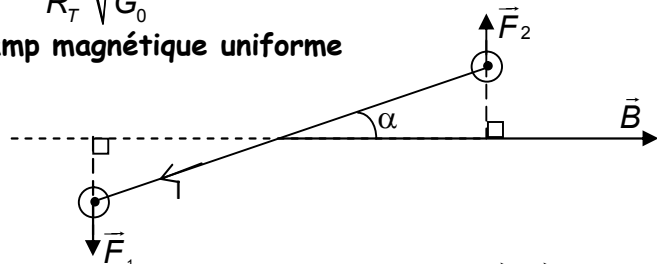
$$a_n = \frac{V^2}{r} \text{ et } G = G_0 \frac{R_T^2}{r^2} \Rightarrow V = R_T \sqrt{\frac{G_0}{r}} .$$

1.4) Période de révolution du satellite

Temps mis par le satellite pour accomplir un tour de sa trajectoire autour de la terre

- Calcul de T

$$\text{On a : } V = R_T \sqrt{\frac{G_0}{r}} \text{ avec } V = r\omega = \frac{2\pi r}{T} ; \text{ d'où } T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{r^3}{G_0}} ; \text{ A.N : } T = 5,39.10^3 \text{ s}$$

Partie 2 : spire rectangulaire dans un champ magnétique uniforme**2.1) Représentation des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.**- Calcul de F La force de la pince qui s'exerce sur chaque côté vertical a pour expression $F = I\vec{b} \wedge \vec{B}$

$$I\vec{b} \perp \vec{B} \Rightarrow F = IbB ; \text{ A.N : } F = 2,1.10^{-2} \text{ N}$$

2.2) Les couples de forces

- Le couple de forces électromagnétiques ;

- Le couple de torsion du fil de suspension .

2.3) Calcul de la constante de torsion C

$$\text{A l'équilibre on a : } \Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0 \Leftrightarrow F \cos \alpha - C\alpha = 0 \Rightarrow C = \frac{F \cos \alpha}{\alpha} .$$

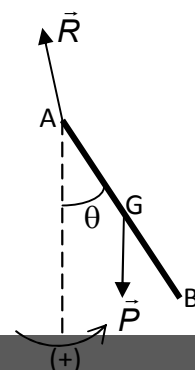
$$\text{A.N : } C = 5,66.10^{-3} \text{ N.m.rad}^{-1}$$

Exercice 2 : Les systèmes oscillants**Partie 1 : Oscillateur mécanique****1.1.1) Equation différentielle du mouvement de la tige**

Le référentiel terrestre étant galiléen, nous pouvons écrire :

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}_{\text{ext}}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Leftrightarrow -mg \frac{L}{2} \sin \theta + 0 = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}$$

$$\text{Ce qui nous conduit à l'équation différentielle } \ddot{\theta} + \frac{3g}{2L} \sin \theta = 0 .$$



1.1.2) Oscillations de faible amplitude

$\sin \theta \approx \theta (\text{rad}) \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$; Equation différentielle caractéristique d'un mouvement sinusoïdal

-Calcul de la période propre T_0

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} ; \text{ A.N. : } T_0 = 1,79\text{s.}$$

$$1.2) \theta_m = 0,14\text{rad.}$$

1.2.1. Calcul de E_{m_0}

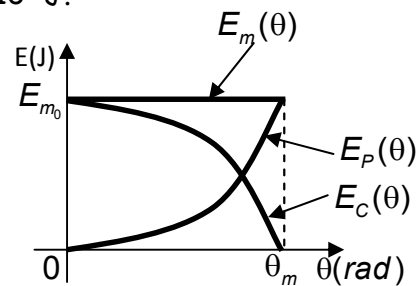
$$E_{m_0} = E_{P_0} \Rightarrow E_{m_0} = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta_m) ; \text{ Or } \theta_m \text{ étant petit, nous avons}$$

$$\cos \theta_m \approx 1 - \theta_m^2 \Rightarrow E_{m_0} = \frac{1}{4} mgL \theta_m^2 ; \text{ A.N. : } E_{m_0} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{J.}$$

1.2.2. Représentation de $E_P(\theta)$, $E_C(\theta)$ et $E_m(\theta)$

$$E_P = \frac{1}{4} mgL \theta^2 ;$$

$$E_C = E_m - \frac{1}{4} mgL \theta^2$$



Partie 2 : Oscillateur électrique

2.1. La fréquence f

$$f = \frac{1}{T} \text{ avec } T = N \times S_H$$

N : nombre de divisions correspondant à une période ; S_H : sensibilité horizontale

$$f = \frac{1}{N \cdot S_H} ; \text{ avec } N = 8 \text{ div, } S_H = 2,5\text{ms/div} ; \text{ A.N. : } f = 50\text{Hz}$$

2.2. Valeurs de R et C

Voie 1 : détermination de R

$$U_1 = RI \Rightarrow R = \frac{U_1}{I} . \text{ Avec } U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} \text{ et } U_{1m} = N_1 S_V$$

N_1 : nombre de divisions correspondant à U_{1m} ; S_V = Sensibilité verticale.

$$R = \frac{N_1 \times S_V}{I \sqrt{2}} . \text{ A.N. : } R = 21,2 \Omega .$$

Voie 2: Détermination de C

$$U_2 = \frac{1}{C\omega} I \Rightarrow C = \frac{I}{\omega U_2} \text{ avec } U_2 = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} \text{ et } U_{2m} = N_2 \times S_V .$$

U_2 : nombre de divisions correspondant à U_{2m} ; S_V : sensibilité verticale

$$C = \frac{I \sqrt{2}}{2\pi f N \times S_V} ; \text{ A.N. : } C = 10^{-4} \text{F}$$

$$2.3. \text{ Mesure de } \Delta t : \Delta t = N \times S_H ; \text{ A.N. : } \Delta t = 5\text{ms}$$

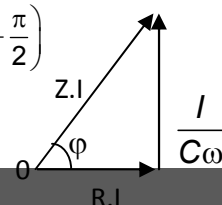
$$- \text{ Calcul de } \Delta \varphi : \Delta \varphi = \omega \Delta t ; \text{ A.N. : } \Delta \varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad.}$$

2.4. Expression de $u_{QM}(t)$

$$u_{PM} \text{ est en avance sur } u_{QM} \text{ de } \Delta \varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad. On a donc } u_{QM}(t) = 9 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

2.5. Expression de u_{PQ}

$$u_{PQ} = u_{PM} + u_{MQ} \Rightarrow u_{PQ} = u_{PM} - u_{QM} ;$$



$$u_{PQ} = 6 \cos(100\pi t) + 9 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{PQ}(t) = A \cos(\omega t + \varphi) ; \text{ avec } A = \sqrt{6^2 + 9^2} = 10,8V, \tan \varphi = \frac{9}{6} = 1,5 \Rightarrow \varphi = 0,98rad$$

$$u_{PQ}(t) = 10,8 \cos(100\pi t + 0,98)$$

Exercice 3: Phénomènes corpusculaire et ondulatoire.

Partie 1 : Interférences lumineuses.

1.1. Interfrange i : distance séparant les milieux de deux franges consécutives de même nature.

-Expression de l'interfrange : $i = \frac{\lambda D}{a}$

1.2. La longueur d'onde λ

Soit $x_s(k_s)$ et $x_b(k_b)$ les abscisses des milieux respectivement de la frange sombre et de la frange brillante.

$$L = |x_s(k_s) - x_b(k_b)| \text{ avec } x_s(k_s) = k_s \cdot \frac{\lambda D}{a} \text{ et } x_b(k_b) = k_b \cdot \frac{\lambda D}{a}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\lambda D}{a} |k_s - k_b| \Rightarrow \lambda = \frac{L \cdot a}{D |k_s - k_b|} \quad \underline{\text{AN}} : \lambda = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{m}$$

1.3. Calcul de d

Soit $x_1 = k_1 \cdot \frac{\lambda_1 D}{a}$ et $x_2 = k_2 \cdot \frac{\lambda_2 D}{a}$ avec $x_1 = x_2 = d$. On a $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow k_1 = 7$ et $k_2 = 8$.

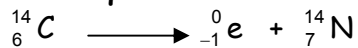
$$d = \frac{k_1 \lambda_1 D}{a}; \quad \underline{\text{A.N}} : d = 5,610^{-3} \text{m}$$

Partie 2: Radioactivité

2.1. Les applications de la radioactivité

- Datation au carbone 14 ; - Radiothérapie ; - Imagerie médicale ; - Gammagraphie
- Marquage isotopique ; - etc

2.2. Equation de désintégration



2.3. Calculons l'âge Δt de l'échantillon

Soit t la date de mesure de A_2 .

$$\Delta t = t - t_0 = t \quad \text{car } t_0 = 0$$

$$A_2 = A_1 A_2 e^{-\lambda t} \Rightarrow A_2 = A_1 e^{-\frac{t \ln 2}{T}} \Rightarrow t = \frac{-\ln(A_1/A_2)}{\ln 2} \times T ; \underline{\text{AN}} : t = 55276 \text{ans}$$

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

4.1. Expressions de V_x , V_y , $x(t)$ et $y(t)$

Dans le référentiel terrestre que nous admettons galiléen, on peut écrire :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \text{ avec } \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \text{ et } \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = V_0 t \cos \alpha \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha + y_0 \end{cases}$$

4.2.1. Valeurs numériques de α , V_0 , Y_0 et g

- Détermination de y_0 ,

Y_0 est l'ordonnée à l'origine de la courbe $y = g(t)$ on lit $y_0 = 2,4\text{m}$

-Détermination de g

$g = -k$ avec k qui est la pente de la courbe $V_y = h(t)$

$$k = \frac{\Delta V_y}{\Delta t} \Rightarrow k = -10\text{m.s}^{-2} ; g = 10\text{m.s}^{-2}$$

V_0 est déterminée à partir de ses composantes V_{0x} et V_{0y}

V_{0y} est l'ordonnée à l'origine de la courbe

$V_y = h(t)$; on lit $V_{0y} = 10,4\text{m.s}^{-1}$

V_{0x} est la pente de la courbe $x = f(t)$

$$V_{0x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow V_{0x} = 6\text{m.s}^{-1}$$

$$V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} ; \text{A.N : } V_0 = 12,10 \text{ m.s}^{-1}$$

-Détermination de α

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{V_{0y}}{V_0} ; \text{A.N : } \sin \alpha = 0,86 ; \text{d'où } \alpha = 60^\circ$$

4.2.2. La flèche H

Soit le point B (x_B , y_B) situé à l'altitude maximale atteinte par le projectile sur la courbe $y = f(t)$. On lit $y_B = 7,9\text{m}$. $H = Y_B - Y_A$; A.N : $H = 5,5\text{m}$

- La portée X

Sur le graphe $y = g(t)$ on lit $t = 2,1\text{s}$. t est la date de passage du projectile sur le plan de lancement.

Sur le graphe $x = f(t)$ on lit $X = 13\text{m}$ qui correspond au temps t .

SUJET N°6 : BACCALAUREAT D SESSION 2011 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de force et leurs applications.**Exercice I : Mouvements dans les champs et leurs applications / 7 points**

Les questions 1/ et 2/ sont indépendantes

1- Etude du champ électrique créé par des charges ponctuelles

Deux charges électrostatiques ponctuelles q_1 et q_2 sont placées respectivement aux points A et B, distants de 10cm. On donne $q_1 = +10^{-8} \text{ C}$; $q_2 = -10^{-8} \text{ C}$; $K = 9 \times 10^9 \text{ uSI}$.

1.1. Représenter sur un schéma la force électrique $\vec{F}$ à laquelle est soumise la charge q_2 , puis calculer son intensité.

1.2. Quel est l'ensemble des positions qu'occuperait q_2 dans le plan de la même intensité que celle calculée ci-dessus ?

1.3. Soit M, un point de la médiatrice du segment [AB], tel que l'angle $(\overline{AB}; \overline{AM}) = \theta = 60^\circ$ (voir figure 1)

1.3.1. Représenter les champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ respectivement créés en M par q_1 et q_2 puis construire leur somme $\vec{E}$.

1.3.2. Sachant que $E_1 = E_2 = 9 \times 10^3 \text{ N.C}^{-1}$, calculer la norme de $\vec{E}$.

2- Shoot au basket-ball

Lors d'un shoot au basket-ball, le centre d'inertie G du ballon part d'un point O à la date $t = 0$, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, située dans le plan vertical contenant O et le centre P de l'anneau du panier. Le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ est incliné d'un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontale. On considère que le joueur a marqué le panier si le centre d'inertie G du ballon passe par P. On étudie le mouvement de G dans un repère terrestre $(O; \vec{i}, \vec{j})$ dont l'origine O coïncide avec la position de G au départ. On négligera l'action de l'air. On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

2.1. En appliquant au ballon le théorème du centre d'inertie, montrer que l'accélération de son centre d'inertie G est égale à l'accélération de la pesanteur.

2.2. Etablir dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les équations paramétriques du mouvement de G.

2.3. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de G.

2.4. Vérifier que si $v_0 = 7,35 \text{ m.s}^{-1}$, le joueur marquera le panier.

On donne les coordonnées de P : $x_P = 4 \text{ m}$; $y_P = 1 \text{ m}$.

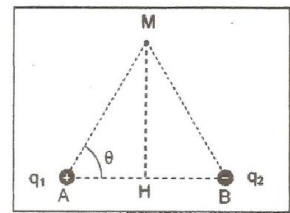


Figure 1

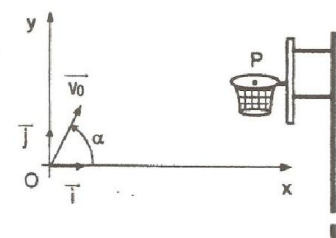


Figure 2

Exercice II : Les systèmes oscillants

Les questions 1/ et 2/ sont indépendantes

1- Mesure de la fréquence d'une lame vibrante

On se propose de mesurer la fréquence f d'une lame vibrante, en utilisant un procédé stroboscopique. Dans l'obscurité, on éclaire la lame à l'aide d'un stroboscope dont on fait croître progressivement la fréquence f_e des éclairs, à partir de sa plus petite valeur 20Hz. La lame paraît immobile (hors de sa position d'équilibre) pour certaines valeurs de f_e , dont la plus grande est 100Hz.

1.1. Donner une interprétation physique de l'immobilité apparente de la lame.

1.2. Ecrire la relation entre f_e et f , puis calculer la valeur numérique de f .

1.3 Donner deux autres valeurs de f_e pour lesquelles la lame paraissait immobile.

2- Etude d'un pendule simple

Un pendule simple est constitué par un fil inextensible de masse négligeable et de longueur $l = 0,9 \text{ m}$ auquel est suspendue une masse ponctuelle. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O. Le pendule est écarté de sa position d'équilibre stable d'un angle θ_m puis abandonné sans vitesse. On néglige les frottements.

- 2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule pour θ_m quelconque compris entre 0 et 90° .
- 2.2. Dans le cas des oscillations de faible amplitude.
- 2.2.1. Donner une expression de la période propre T_0 du pendule, puis calculer sa valeur numérique en prenant $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$;
- 2.2.2. L'équation horaire du mouvement du pendule est de la forme $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$. On choisit pour instant initial, l'instant où il passe pour la première fois par sa position d'équilibre, en allant dans le sens des élongations négatives. Déterminer la phase φ du mouvement à l'origine des dates.

Exercice III : Phénomènes vibratoire et corpusculaire

Les questions 1/ et 2/ sont indépendantes

1- Propagation d'une vibration le long d'une corde élastique

Une corde élastique est reliée par son extrémité O à la lame d'un vibreur. La corde passe par la gorge d'une poulie et est tendue par une masse m suspendue à son autre extrémité (voir figure 3). Lorsque le vibreur est mis en marche, une onde transversale de fréquence $f = 100 \text{ Hz}$, se propage le long de la corde, avec une célérité $v = 20 \text{ m.s}^{-1}$. (on néglige l'amortissement de l'onde et la réflexion en A).

- 1.1. Quand dit-on qu'une onde est transversale ?
- 1.2. Calculer la longueur d'onde λ de cette onde.
- 1.3. Soit M un point de la corde, situé à $x = 30 \text{ cm}$ de O :
- 1.3.1. Comparer les mouvements vibratoires des points O et M.
- 1.3.2. La figure 4 sur l'annexe à remettre avec la copie représente le

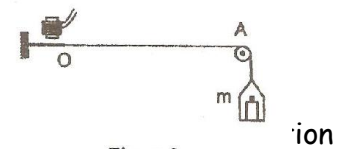


Figure 3

2- Radioactivité

« Lorsqu'un compteur Geiger-Muller est placé à côté d'une roche, on entend un crépitement dû à la radioactivité ».

- 2.1. Qu'est ce que la radioactivité ?
- 2.2. Le césium 137 est radioactif β^- .
- 2.2.1. Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de césium 137.

Extrait du tableau périodique :

Symbole des éléments	I	Xe	Cs	Ba	La
Numéros atomiques Z	53	54	55	56	57

- 2.2.2 La demi-vie du césium 137 est de 30 ans. Quelle est en années, la durée nécessaire pour que les 90% des noyaux de césium contenus dans un échantillon se désintègrent ?

Exercice IV : Expériences de physique (4 points)

On dispose d'un pendule simple de longueur l ajustable. On se propose d'étudier expérimentalement l'isochronisme des petites oscillations de ce pendule, puis les variations de sa période propre T_0 en fonction de sa longueur l .

1. Citer en dehors du pendule simple, trois autres éléments ou instruments faisant partie du matériel nécessaire à la réalisation des deux expériences.
2. Isochronisme des petites oscillations.

On donne à l la valeur $l_0 = 1,00 \text{ m}$, puis on donne à l'amplitude θ_m des oscillations, des valeurs comprises entre 0° et 16° en mesurant à chaque fois la période propre T des oscillations.

- 2.1. Pour une valeur de θ_m , on obtient la période T correspondante en mesurant la durée Δt de 10 oscillations puis en divisant Δt par 10. Expliquer pourquoi ce procédé permet de réduire l'erreur sur la mesure de T .
- 2.2. Le tableau de mesure est le suivant :

$\theta_m(^{\circ})$	2	4	6	8	10	12	14	16
T (s)	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,01	2,01

2.2.1 En utilisant la relation $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, calculer la valeur numérique de la période propre des petites oscillations de ce pendule. On prendra $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

2.2.2. Quelle conclusion relative à la période des oscillations peut-on tirer des valeurs de T obtenues ci-dessus,

3. Variations de la période propre T_0 des petites oscillations en fonction de la longueur l du pendule.

3.1. Décrire en quelques mots le mode opératoire.

3.1. Les mesures réalisées permettent d'obtenir les points expérimentaux placés sur la figure 5 de l'annexe à remettre avec la copie.

Echelle : 1cm pour 0,1m ; 1cm pour 0,5s².

3.2.1. Tracer la courbe $T_0^2 = f(l)$. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

3.2.2. En déduire une valeur expérimentale de l'intensité g de l'accélération de la pesanteur.

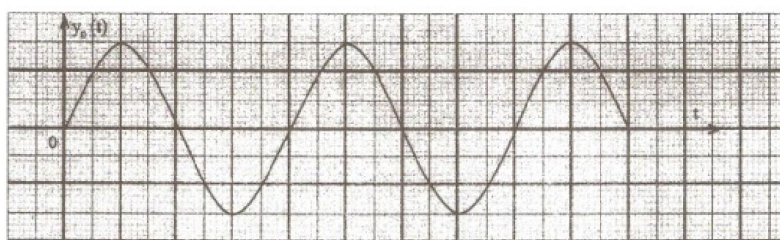


Figure 4

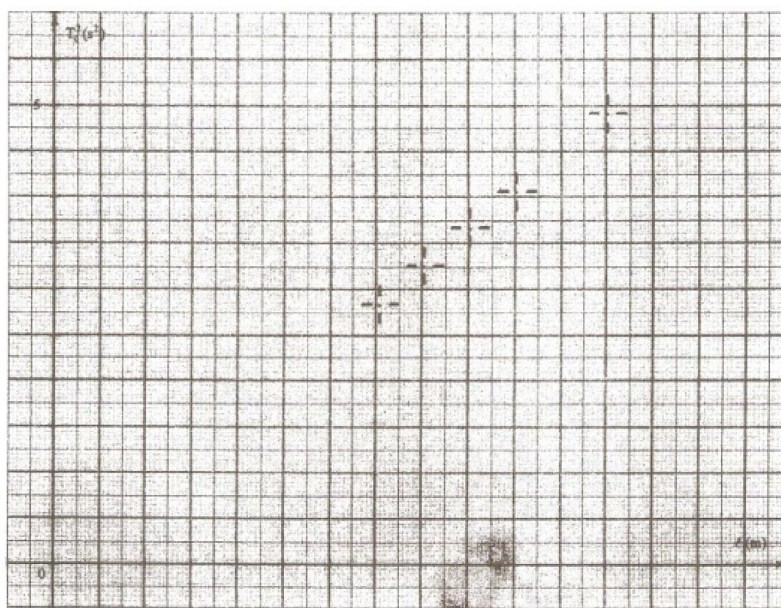


Figure 5

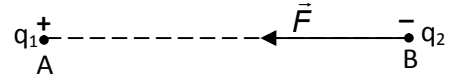
CORRIGE SUJET N°6 : BACCALAUREAT D SESSION 2011 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de force et leurs applications.**Exercice 1 :**

Mouvements dans les champs et leurs applications.

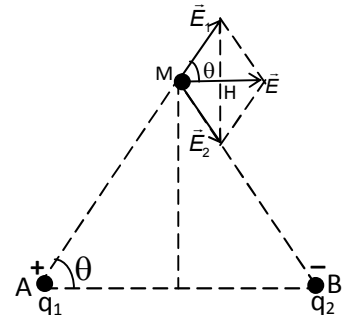
1. Etude du champ électrique créé par des charges ponctuelles.**1.1. Représentation de la force électrique $\vec{F}$**

Intensité de $\vec{F}$: $F = \frac{K|q_1||q_2|}{AB^2}$; A.N : $F = 9.10^{-5} \text{N}$

**1.2. Ensemble de positions : Cercle de centre A et de rayon $R = AB = 10 \text{cm}$** **1.3.1. Représentation des champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ créés respectivement en M par q_1 et q_2 , puis****Construction de leur somme $\vec{E}$** **1.3.2. Calcul de la norme de $\vec{E}$**

Dans le triangle (MCH), $\cos \theta = \frac{MH}{MC}$

$MH = \frac{E}{2}$ et $MC = E_1$ d'où $E = 2E_1 \cos \theta$; A.N : $E = 9.10^3 \text{N.C}^{-1}$

**2. Shoot au basket-ball****2.1. Appliquons au ballon le théorème du centre d'inertie.**

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

2.2. Equations paramétriques du mouvement de G :

Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, nous avons $O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$;

$$\vec{V}_0 \begin{vmatrix} V_0 \cos \alpha \\ V_0 \sin \alpha \end{vmatrix} \quad \vec{g} \begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} V_0 \cos \alpha \\ -gt + V_0 \sin \alpha \end{vmatrix} \quad \vec{OG} \begin{vmatrix} x = V_0 t \cos \alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \sin \alpha \end{vmatrix}$$

2.3. Equation cartésienne de la trajectoire

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 + V_0 \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \cdot \sin \alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{g \cdot x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan \alpha$$

2.4. Vérification : pour que le joueur marque le panier, si $V_0 = 7,35 \text{ m.s}^{-1}$ alors $y_p = 1 \text{m}$ calcul de y_p pour $\alpha = 60^\circ$, $x_p = 4 \text{m}$

$$y_p = -\frac{20}{V_0^2} \cdot x_p^2 + x_p \sqrt{3} ; \quad \text{A.N} : y_p = 1 \text{m}.$$

Donc, le joueur marquera le panier.

Exercice II : Les systèmes oscillants**1.1) Interprétation physique de l'immobilité apparente de la lame :**

Entre deux éclairs consécutifs, la lame effectue un nombre entier d'oscillations.

1.2. Relation entre f_e et f , calcul de f :

$T_e = k.T$; avec $k \in \mathbb{N}^*$ ou $f_e = \frac{f}{k}$. Pour $k = 1$, f_e est maximale. $f_e = f = 100 \text{Hz}$

1.3. Deux valeurs de f_e pour l'immobilité de la lame :

$k = 2$; $f_e = \frac{f}{2} = 50 \text{Hz}$; $k = 3$; $f_e = \frac{f}{3} = 33,33 \text{Hz}$

2.1. Equation différentielle du mouvement pour $\theta \leq \theta_m \leq 90^\circ$

Théorème du centre d'inertie en rotation

$$\Sigma M_\Delta (\vec{F}_{\text{ext}}) = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow M_\Delta (\vec{P}) = J_\Delta \ddot{\theta} \Leftrightarrow -P l \sin \theta = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -mgl \sin \theta = ml^2 \ddot{\theta} \Rightarrow -g \sin \theta = l \ddot{\theta}$$

Ce qui nous conduit à l'équation différentielle : $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$;

2.2. Oscillation de faible amplitude**2.2.1. Expression de la période propre T_0 du pendule :**

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} ; \text{ A.N : } T_0 = 1,92\text{s.}$$

2.2.2. Détermination de la phase φ :

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A \ t = 0, \theta(0) = \theta_m \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0$$

$$\dot{\theta}(0) = -\omega \theta_m \sin \varphi < 0$$

$$\cos \varphi = 0 \text{ et } \sin \varphi > 0 ; \text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Exercice III : Phénomènes vibratoire et corpusculaire

1.1) Définition d'une onde transversale : onde dont le signal est perpendiculaire à la direction de propagation.

1.2) Calcul de la longueur d'onde : $\lambda = \frac{v}{f}$; A.N : $\lambda = 0,5\text{m}$

1.3.1) Comparaison des mouvements vibratoires aux points O et M.

$$\text{Ordre de propagation } k = \frac{OM}{\lambda} = \frac{3}{2} ; OM = \frac{3}{2} \lambda$$

O et M sont en opposition de phase.

1.3.2) Représentation des variations de l'élongation du point M :

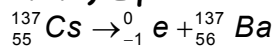
Voir fin de l'exercice.

2) Radioactivité

2.1) Définition de la radioactivité :

Transformation spontanée d'un noyau avec émission des rayonnements.

2.2.1) Equation de la désintégration du noyau de Césium:



2.2.2. Calcul de la durée pour la désintégration des 90% des noyaux

$$\text{Après une durée } t, N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = 10^{-1} N_0 \Rightarrow e^{-\lambda t} = 0,1 \Rightarrow t = \frac{T \ln 10}{\ln 2} ; \text{ A.N : } t = 99,66\text{ans.}$$

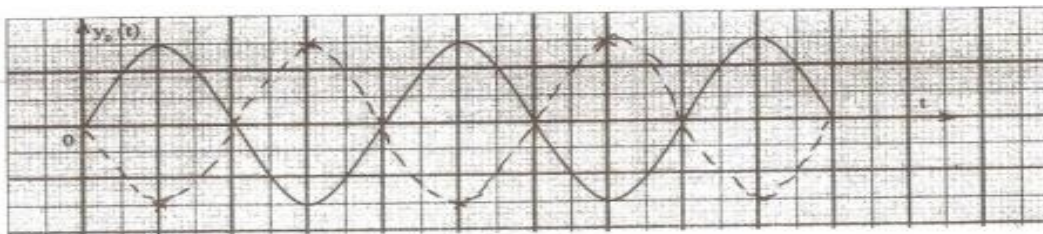


Figure 4

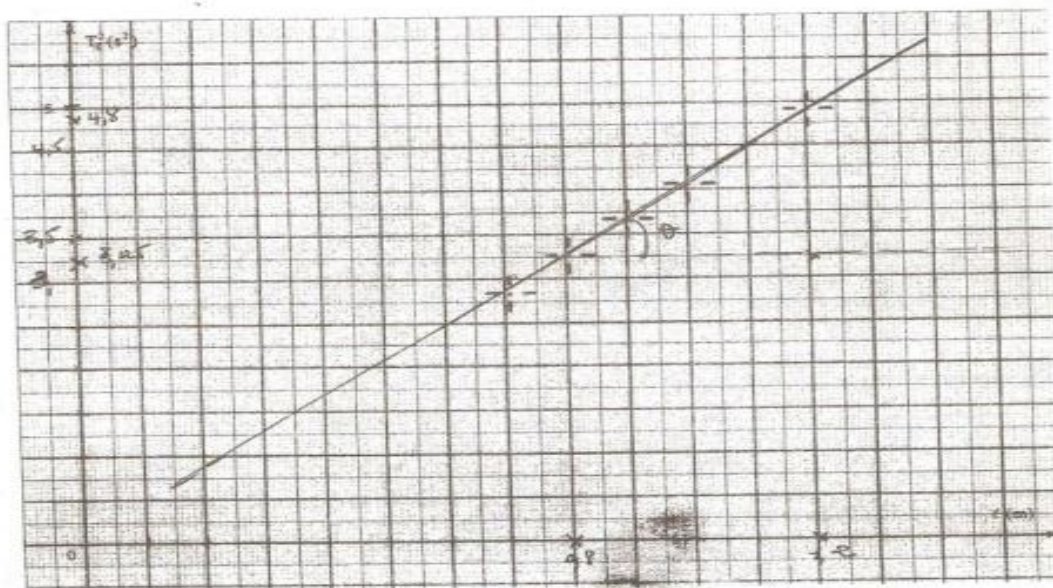


Figure 5

Exercice IV : Expérience de physique**1) Trois autres instruments :**

- Chronomètre ; - Règle graduée ;
- Rapporteur ; - Potence.

2.1) Explication de la réduction de l'erreur sur la mesure :

Le procédé permet de réduire l'erreur sur la période propre T_0 car il minimise les erreurs de mesure sur les dates de déclenchement et d'arrêt du chronomètre, le mouvement étant trop rapide.

2.2.1) Calcul de la période propre T_0

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} ; \text{ A.N : } T_0 = 2,01\text{s}$$

2.2.2) Conclusion relative à la période des oscillations :

Pour les valeurs du tableau 2.2, la période ne dépend pas de l'amplitude des oscillations du pendule.

3.1) Description du mode opératoire :

Pour plusieurs valeurs de la longueur l du pendule, on mesure la durée d'au moins 10 oscillations pour en déduire la valeur de la période propre.

3.2.1) Tracé de la courbe de $T_0^2 = f(l)$

Conclusion : T_0^2 est proportionnel à la longueur l du pendule.

3.2.2. Valeur expérimentale de g

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} ; T_0^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}$$

$T_0^2 = f(l)$ est une droite linéaire de pente $a = \tan \theta = \frac{4\pi^2 l}{g}$. A.N : $g = 9,86 \text{ m.s}^{-2}$.

SUJET N°7 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2012 CAMEROUN

NB : Chaque exercice de cette épreuve comporte deux parties indépendantes que l'on traitera dans l'ordre voulu.

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces et leurs applications

A-Mouvements dans le champ de pesanteur

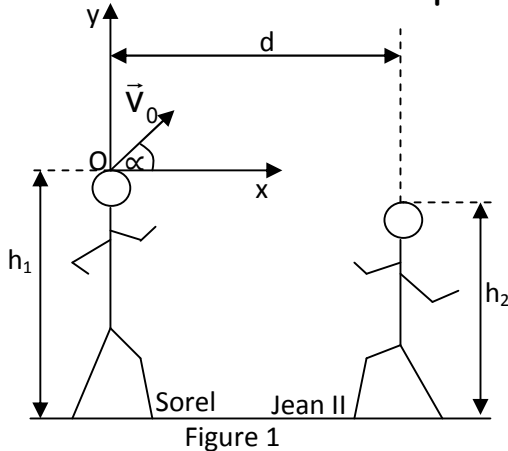


Figure 1

Prendre $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ et négliger la résistance de l'air.

Deux joueurs de football Sorel et Jean II, de tailles respectives $h_1 = 1,80 \text{ m}$ et $h_2 = 1,60 \text{ m}$, s'entraînent au jeu de tête avec un ballon que l'on supposera ponctuel.

Après un coup de tête, le ballon part de Sorel vers Jean II avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale.

On prendra $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$

La figure 1 ci-contre présente la situation.

A-1) En prenant pour origine des espaces, le sommet de la tête de Sorel et pour instant initial l'instant de départ du ballon, établir l'équation cartésienne de la trajectoire du centre d'inertie G du ballon.

A-2) L'équation de la trajectoire de G peut se mettre sous forme $10y + x^2 - 10x = 0$. À quelle distance d de Sorel, doit se placer Jean II pour que le ballon retombe exactement sur sa tête ?

B) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Une particule de masse $m = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge $q = + 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ entre avec une vitesse $\vec{v}$ de valeur $v = 1,5 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ dans une région de largeur $\ell = 18 \text{ cm}$ où règne un

champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité $B = 3 \times 10^{-3} \text{ T}$ orthogonal à la vitesse de la particule.

B-1) En négligeant son poids, déterminer la nature du mouvement de la particule dans la zone où règne le champ magnétique.

B-2) Etablir l'expression du rayon de courbure R de sa trajectoire, puis calculer sa valeur.

B-3) Calculer la valeur de l'angle de déviation α de la trajectoire de la particule sous l'influence du champ magnétique.

Exercice 2 : Systèmes oscillants

A : Oscillateur mécanique

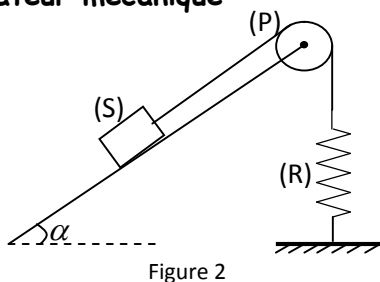


Figure 2

Dans la gorge d'une poulie (P) de rayon $r = 10 \text{ cm}$ et dont on veut déterminer le moment d'inertie J_A , on fait passer une ficelle inextensible de masse négligeable. A l'une des extrémités de cette ficelle, on accroche un solide (S) de masse $m = 100 \text{ g}$ et reposant sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$ sur l'horizontale.

L'autre extrémité de la ficelle est reliée à un

ressort (R) de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ et de masse négligeable. On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La deuxième extrémité du ressort est fixée au sol. Les frottements sur le plan incliné et sur l'axe de la poulie seront négligés. On admettra que la ficelle ne glisse pas dans la gorge de la poulie et que le centre d'inertie G de (S) se déplace sur la ligne de plus grande pente du plan. Le schéma de la machine est donné en figure 2 ci-dessus.

A-1 a) Ecrire une relation entre m , g , α et l'allongement x_0 du ressort lorsque le système est en équilibre.

b) Calculer la valeur numérique de x_0 .

A-2- On provoque un déplacement supplémentaire $a = 2\text{cm}$ de (S) vers le bas de la pente puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Il prend alors un mouvement d'équation horaire :

$$x(t) = 2\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}}\cdot t\right) \text{ où } x \text{ est l'écart du centre d'inertie de (S) à la position d'équilibre à un}$$

instant t quelconque (x en cm).

A-2-1- Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations du solide (S) en fonction de m, r, k et J_{Δ} .

A-2-2- Exprimer le moment d'inertie J_{Δ} en fonction de la période propre T_0 .

En mesurant la durée de 10 oscillations, on trouve 20 secondes. Calculer numériquement J_{Δ} .

Prendre $\pi^2 = 10$.

A-2-3 Donner l'équation horaire du mouvement de rotation de la poulie.

B : Oscillateur électrique

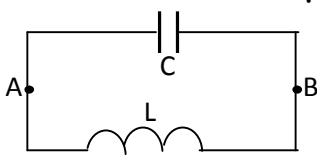


Figure 3

Un circuit LC est constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable branchée aux bornes d'un condensateur de capacité C et de charge initiale q_0 . Le schéma du circuit est donné en figure 3 ci-contre.

B-1- Donner l'expression de la tension u_{AB} aux bornes de chacun des deux dipôles.

B-2- En déduire l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur.

NB : On rappelle que l'intensité du courant est la dérivée première de la charge par rapport au temps.

B-3) Pour $L = 2,29 \times 10^{-4}\text{H}$, calculer la capacité C du condensateur qu'il faut pour que la charge q oscille avec une fréquence $f = 105\text{MHz}$. On rappelle que $1\text{MHz} = 10^6\text{Hz}$.

Exercice 3 : Phénomènes corpusculaires et ondulatoires

A : Phénomènes ondulatoires

L'extrémité O d'une ficelle de longueur convenable est attachée à un vibreur de période $T = 10^{-2}\text{s}$. Les amortissements et la réflexion des ondes sont négligeables. La longueur d'onde λ de l'onde vaut 5cm.

A-1) Calculer la célérité v de la propagation de l'onde

A-2) On éclaire la ficelle à l'aide d'un stroboscope fréquence f_e réglable.

a) Déterminer la plus grande fréquence f_0 pour laquelle on voit une ficelle immobile.

b) La fréquence des éclairs du stroboscope prend la valeur $f_1 = 99\text{Hz}$. Qu'observe-t-on ?

A-3- L'équation horaire d'un point M de la ficelle situé à 30cm de la source O est

$x(t) = 5\cos(200\pi t)$ en mm. En déduire l'équation horaire de la source O.

B : Effet photoélectrique

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à l'aide d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ convenable. La variation de l'intensité I du courant photoélectrique en fonction de la tension entre l'anode et la cathode est consignée dans le tableau ci-dessous :

U(V)	-0,8	-0,4	0	0,22	0,6	1,1	2	3	4	5
I(μA)	0	1	1,65	2	3	4	5	5,2	5,3	5,3

B-1- Tracer sur la figure 1 de l'annexe à remettre avec la copie, la courbe $I = f(U)$

Echelle : Abscisse : 2cm pour 1 V ; Ordonnée : 2cm pour 1 μA .

B-2) a)-Définir et déterminer le potentiel d'arrêt U_0 .

- b) Donner la valeur de l'intensité I_s du courant de saturation.
 c) Calculer la vitesse maximale des électrons à la sortie de la cathode.

On donne : charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; Masse de l'électron : $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Exercice 4 : Exploitation des résultats d'une expérience

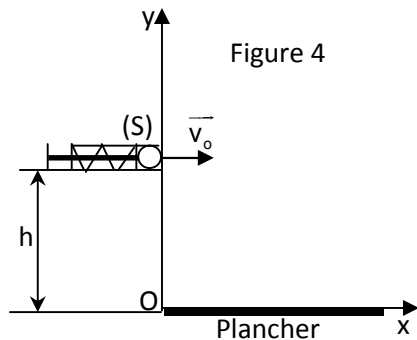


Figure 4

Une catapulte est constituée d'un piston enfilé dans un ressort de compression. L'ensemble peut coulisser à l'intérieur d'un tube cylindrique. Ce dispositif permet de lancer à partir d'une hauteur h , une bille (S) qu'on supposera ponctuelle, avec une même vitesse $\vec{v}_0$ horizontale et de module constant $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$. Pour chaque valeur de h , on mesure l'abscisse x_m du point d'impact de la bille sur un plancher horizontal (voir la figure 4 ci-contre).

On a obtenu le tableau de mesure suivant :

$h(\text{cm})$	20	40	60	80	100	120	140
$x_m(\text{m})$	1,00	1,43	1,73	2,00	2,26	2,43	2,60
$x_m^2(\text{m}^2)$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,1	5,9	6,8

4-1) Tracer sur la figure 2 de l'annexe à remettre avec la copie, la courbe $x_m^2 = f(h)$.

Echelle : Abscisse : $1\text{cm} \leftrightarrow 10\text{cm}$; ordonnée : $1\text{cm} \leftrightarrow 1\text{m}^2$

Quelle est la forme de la courbe obtenue ?

4-2- a) Etablir, lorsque la bille est lancée à partir d'une hauteur quelconque h , l'équation cartésienne de sa trajectoire, dans le repère indiqué sur le schéma.

On prendra pour instant initial, la date de départ de la bille. On négligera la résistance de l'air.

4-2. b) En déduire la relation suivante : $x_m^2 = \frac{2v_0^2}{g} h$

4-3) A partir de la courbe ci-dessous, déterminer une valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur g à l'endroit où s'effectue la manipulation.

CORRIGE SUJET N°7 : BACCALAUREAT C&E SESSION 2012 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvement dans les champs de forces et leurs applications

A) Mouvement dans le champ de pesanteur

A.1) Equation cartésienne de la trajectoire

- Système : ballon supposé ponctuel de masse m .
- Référentiel : Référentiel terrestre
- Forces extérieures : Poids $\vec{P}$ du ballon.
- 2^{ème} loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Dans le repère (O, x, y)

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{ox} = v_0 \cos \alpha \\ v_{oy} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_0 \cos \alpha \Rightarrow x = (v_0 \cos \alpha) t \quad (1)$$

$$a_y = -g \Rightarrow v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha) t \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \Rightarrow y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

A₂) Distance d

Equation de la trajectoire : $10y + x^2 - 10x = 0$

Lorsque $x = d$, $y = -(h_1 - h_2) = -0,2\text{m}$

$$10y + x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow 10(-0,2) + d^2 - 10d = 0 \Leftrightarrow d^2 - 10d - 2 = 0 \quad (4)$$

d est solution de l'équation (4). On trouve $d \approx 10,2\text{m}$.

B) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

B₁) Nature du mouvement

Système : particule de masse m et de charge q.

Forces extérieures : $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

2^{ème} loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}_m = m\vec{a}$

Dans la base de Frenet $(\vec{t}, \vec{n})$ nous avons : $\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 & (1) \\ a_n = \frac{F_m}{m} = \frac{|q|vB}{m} & (2) \text{ car } \vec{v} \perp \vec{B} \end{cases}$

(1) $\Rightarrow v = \text{cte}$: Le mouvement est uniforme.

(2) $\Rightarrow a = a_n$: Le mouvement est circulaire.

Conclusion : Mouvement circulaire uniforme.

B₂) Expression du rayon (R)

$$a = a_n = \frac{|q|vB}{m} \quad \left. \begin{array}{l} \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v^2}{R} = a_n = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$$

• Valeur de R

$$m = 6,64 \cdot 10^{-27} ; q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad B = 3 \cdot 10^{-3} \text{ T} ; v = 1,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \times 1,5 \cdot 10^5}{3,2 \times 10^{-19} \times 3 \cdot 10^{-3}} = 1,0375 \text{ m} \quad R \approx 1 \text{ m}$$

$$B_3) \sin \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{\ell |q| B}{mv}$$

$$\alpha \text{ petit} \Rightarrow \alpha = \frac{\ell |q| B}{mv} \quad (\alpha \text{ en rad}) \quad \underline{\text{AN}} : \alpha = \frac{0,18 \times 3,2 \cdot 10^{-19} \times 3 \cdot 10^{-3}}{(6,64 \cdot 10^{-27} \times 1,5 \cdot 10^5)}$$

$$\alpha = 0,17 \text{ rad ou } \alpha = 9,99^\circ \approx 10^\circ$$

Exercice 2 : Systèmes oscillants

A) Oscillateur mécanique

A₁) Relation entre m, g, α , k et x_0 à l'équilibre

Système (S, poulie, ressort)

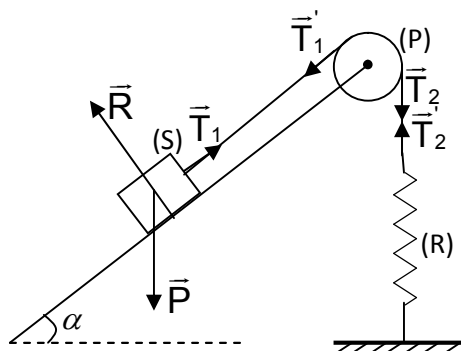
A l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 = \vec{0} \quad (1)$$

$$T_1 r - T_2 r = 0 \quad (2)$$

$$(2) \text{ et } (3) \Rightarrow T_1 = T_1' = T_2 = T_2' = T$$

$$T = T_2' \quad (3)$$



$$(1) \Leftrightarrow mg \sin \alpha - T = 0 \Leftrightarrow mg \sin \alpha - Kx_0 = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{mg \sin \alpha}{K} \quad \underline{\text{AN}} : x_0 = 0,05\text{m} = 5\text{cm}$$

A₂)A₂₁) Expression de la période T₀

$$x = 2 \cos \left[\left(\sqrt{\frac{k}{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}} \right) t \right]; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}{K}}$$

A₂₂) Expression de J_Δ en fonction de T₀

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}{K}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{K} \left(m + \frac{J_{\Delta}}{r^2} \right) \Rightarrow J_{\Delta} = r^2 \left(\frac{T_0^2 \cdot K}{4\pi^2} - m \right) = \frac{T_0^2 \cdot k \cdot r^2}{4\pi^2} - mr^2$$

Valeur numérique de J_Δ

$$T_0 = \frac{20}{10} = 2\text{s} \quad T_0 = 2\text{s} \quad J_{\Delta} = 0,1^2 \left(\frac{2^2 \times 10}{4 \times 10} - 0,1 \right) \quad J_{\Delta} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

A₂₃) Equation horaire du mouvement de la poulie

$$x = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{r} \cos \omega_0 t$$

$$\underline{\text{AN}} : \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \pi \text{ rad/s} \Rightarrow x = \frac{2}{0,1} \cos \pi t \Rightarrow x = 20 \cos \pi t \text{ avec } \begin{cases} x(\text{m}) \\ t(\text{s}) \end{cases}$$

B) Oscillateur électriqueB₁) Expression de u_{AB}.

$$\text{Aux bornes du condensateur } u_{AB} = \frac{q}{C}$$

$$\text{Aux bornes de la bobine } u_{AB} = -L \frac{di}{dt}$$

$$B_2) u_{AB_{\text{cond}}} = u_{AB_{\text{Bobine}}} \Leftrightarrow + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \quad (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \Rightarrow + \frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

B₃) Capacité C

$$\text{On pose } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow 4\pi^2 f^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 \cdot L} \quad \underline{\text{AN}} : C = 10^{-14} \text{ F}$$

Exercice 3**A) Phénomène ondulatoire**

$$A_1) \text{ Célérité } v \quad \lambda = vT. \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \quad \underline{\text{AN}} : v = 5\text{m/s}$$

$$A_2) \text{ a) fréquence } f_0 \quad f_0 = f = \frac{1}{T} \quad \underline{\text{AN}} : f_0 = \frac{1}{10^{-2}} = 100\text{Hz.}$$

$$\text{b) } f_1 = 99\text{Hz} \quad f_1 \neq f \text{ avec } f_1 < f \Rightarrow T_e > T.$$

On observe un mouvement ralenti dans le sens réel.

A₃) Equation de la source O

Calculons $\frac{x_M - x_0}{\lambda} = \frac{30 - 0}{5} = 6$.

$$x_M - x_0 = 6\lambda = k\lambda \text{ (avec } k = 6\text{)}$$

Les points M et O vibrent en phase ; d'où $x_0(t) = 5\cos 200\pi t$.

NB : Commentaire:

L'onde passe par O avant d'attendre M.

D'où $x_0(t) = 5\cos 200\pi t$ avec $\theta = \frac{x}{v} \Rightarrow x_0 = 5\cos\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) = 5\cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$$x_0 = 5\cos\left(200\pi t + \frac{2 \times 30\pi}{5}\right) = 5\cos(200\pi t + 12\pi) \Rightarrow x_0 = 5\cos(200\pi t).$$

B) Effet photoélectrique

B₁) Courbe : $I = f(U)$ voir papier millimétré ci-dessous.

B₂) a) Potentiel d'arrêt : valeur absolue de la tension entre l'anode et la cathode qui annule le courant photoélectrique. $U_0 = 0,8V$.

b) Valeur de I_s

A partir de la courbe $I_s = 5,3\mu A$.

B₃) Vitesse maximale des électrons

$$\left. \begin{array}{l} E_{c_{\max}} = eU_0 \\ E_{c_{\max}} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_0 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}. \quad \underline{A.N}: v_{\max} = 5,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Exercice 4

4.1) Courbe $x_m^2 = f(h)$ voir papier millimétré ci-dessous :

- Forme de la courbe : la courbe est une droite affine

4.2) Equation de la trajectoire

- Système : Bille de masse un

- Forces extérieures : Poids $\vec{P}$

- 2^{ème} loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Dans le repère (O, x, y)

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \quad A \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = h \end{cases}$$

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_0 \Rightarrow x = v_0 t \quad (1)$$

$$a_y = -g \Rightarrow v_y = -gt \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + h \quad (2)$$

$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \quad (3)$$

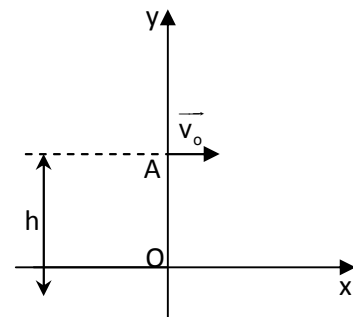
$$(3) \quad \text{Dans } (2) \Rightarrow y = \frac{-g}{2v_0^2}x^2 + h$$

4.2) Relation en x_m et h.

Lorsque la bille touche le plancher, $x = x_m$ et $y = 0$

$$y = 0 \Leftrightarrow \frac{-gx_m^2}{2v_0^2} + h = 0 \Leftrightarrow x_m^2 = \frac{2v_0^2}{g} \cdot h$$

4.3) Valeur expérimentale de l'accélération g



La courbe $x_m^2 = f(h)$ est une droite d'équation : $x_m^2 = a \cdot h$ (1)

a = pente ou coefficient directeur. Rappelons la relation $x_m^2 = \frac{2v_0^2}{g} \cdot h$ (2)

$$(1) \text{ et } (2) \Rightarrow a = \frac{2v_0^2}{g} \text{ d'où } g = \frac{2v_0^2}{a}$$

Calcul de a : $a = \frac{\Delta x_m^2}{\Delta h} = \frac{4 - 1}{0,8 - 0,2} = 5$. Valeur de g : $g = \frac{2 \times 5^2}{5} = 10 \text{ m/s}^2$

AN : On peut accepter $g = (10 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$

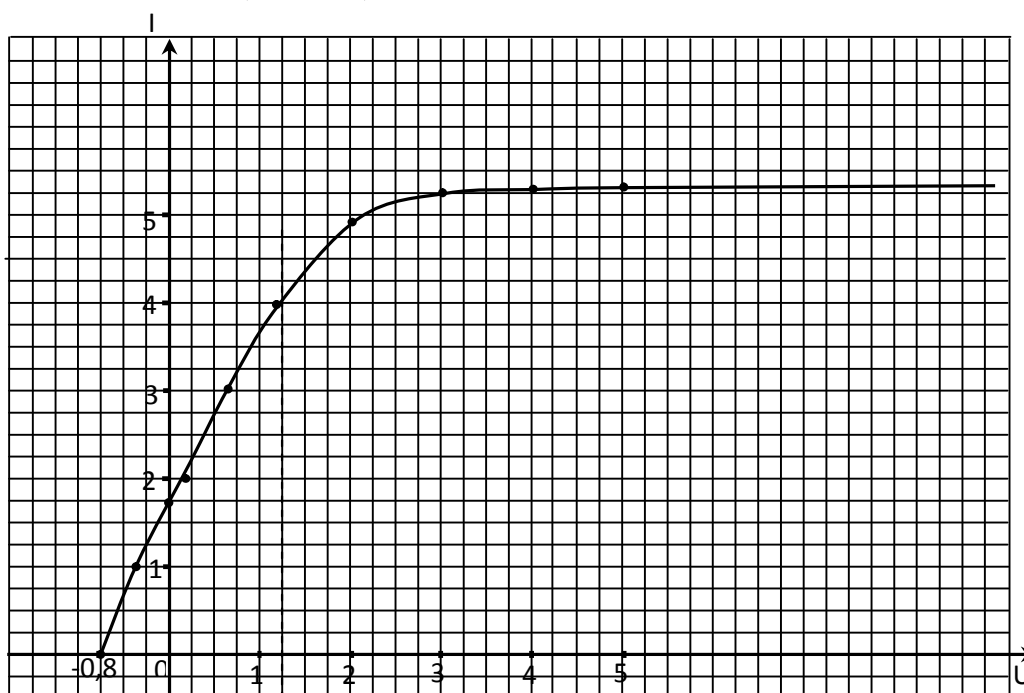


Figure 1 : Courbe de $I = f(U)$. Exercice 3

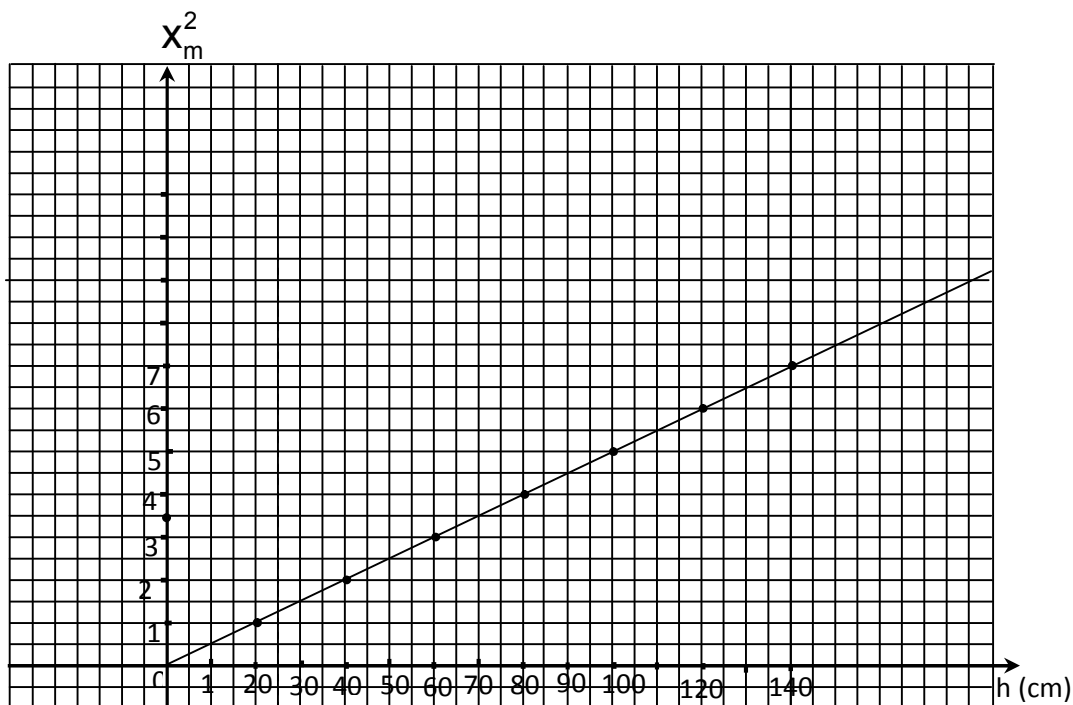


Figure 2 : Courbe de $x_m^2 = f(h)$. Exercice 4

SUJET N°8 : BACCALAUREAT D SESSION 2012 CAMEROUN

Exercice 1 : Mouvements dans les champs et leurs applications

Les questions 1/ et 2/ sont indépendantes.

1) Tige parcourue par un courant dans un champ magnétique

Une tige de cuivre (t) de longueur L, est mobile autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité supérieure O. L'autre extrémité A de la tige plonge légèrement dans une cuve à mercure. L'ensemble baigne dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan de la figure et de sens sortant (voir figure 1 de l'annexe à remettre avec la copie). On fait passer dans la tige un courant continu d'intensité I. Celle-ci s'écarte de la verticale d'un angle $\alpha = 7^\circ$.

- 1.1) Quel nom donne-t-on à la force qui a provoqué le déplacement de la tige (t) ? Calculer l'intensité de cette force
- 1.2) Représenter sur la figure 1, les forces qui s'appliquent sur la tige (t), ainsi que le sens du courant qui la traverse
- 1.3) Ecrire la condition d'équilibre de la tige, puis déduire la masse m de celle-ci. On donne :
 $L = 85\text{cm}$; $B = 0,02\text{T}$; $I = 2,2\text{ A}$; $g = 10\text{N.kg}^{-1}$.

2) Champ de gravitation de la Terre

On considère que la terre présente une répartition de masse à symétrie sphérique.

2.1) Faire un schéma où on représentera la terre et le vecteur champ de gravitation $\vec{G}$ qu'elle crée en un point M de son voisinage situé à une distance r de son centre O.

2.2) Montrer que l'intensité G de $\vec{G}$ en fonction de sa valeur G_0 au niveau du sol a pour expression : $G = G_0 \frac{R_T^2}{r^2}$ où R_T est le rayon de la terre.

2.3) Dans un repère géocentrique, un satellite de la terre décrit à vitesse constante une orbite circulaire de rayon r.

- a) Qu'est ce qu'un repère géocentrique ?
- b) En appliquant au satellite la deuxième loi de Newton sur le mouvement, établir l'expression de sa vitesse v, en fonction de G_0 , r, et R_T .
- c) En déduire l'expression de la période de révolution T du satellite, puis calculer sa valeur numérique. On donne : $G_0 = 9,81\text{ m.s}^{-2}$; $R_T = 6400\text{km}$; $r = 7 \times 10^3\text{ km}$.

Exercice 2 : Les systèmes oscillants

L'enregistrement des variations de l'élongation θ en fonction du temps d'un pendule simple, est représenté sur la figure 2 de l'annexe à remettre avec la copie. Echelle : 1 div. $\leftrightarrow 0,5\text{s}$ sur l'axe des temps. La masse du pendule est $m = 100\text{g}$ et sa longueur ℓ .

- 1) Cet oscillateur est-il harmonique ? Justifier la réponse.
- 2) Déterminer à l'aide du graphique (figure 2 de l'annexe) la période propre T_0 du pendule, puis calculer sa longueur ℓ . On prendra $g = 9,81\text{ m.s}^{-2}$.
- 3) Déterminer l'équation horaire $\theta(t)$ du mouvement du pendule.
- 4) Calculer la valeur numérique de la vitesse angulaire maximale $\dot{\theta}_{\text{max}}$ du pendule.
- 5) Calculer l'énergie potentielle maximale E_{Pmax} du pendule, puis en déduire son énergie mécanique. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle lorsque le pendule est à la verticale. On fera l'approximation $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

Exercice 3 : Phénomènes vibratoire et corpusculaire

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Interférences à la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes

Les deux points d'une fourche fixée à l'extrémité d'une lame vibrante, frappent simultanément en O_1 et O_2 la surface de l'eau contenue dans une cuve à ondes.

La lame vibre à la fréquence $f = 50\text{Hz}$.

- 1.1) Quelles conditions doivent remplir deux sources vibratoires S_1 et S_2 , pour qu'on observe le phénomène d'interférences dans le milieu de propagation ?
 O_1 et O_2 remplissent-elles ces conditions ?
- 1.2) La célérité des ondes dans l'eau ci-dessus est $c = 30\text{cm.s}^{-1}$. Calculer la longueur d'onde λ .
- 1.3) Donner l'état vibratoire des points suivants du champ d'interférences :
 $M \begin{cases} d_1 = 15\text{cm} \\ d_2 = 3\text{cm} \end{cases} \quad N \begin{cases} d_1 = 8,4\text{cm} \\ d_2 = 27\text{cm} \end{cases} \quad P \begin{cases} d_1 = 16,5\text{cm} \\ d_2 = 15\text{cm} \end{cases}$

2) Radioactivité

Le fluor 18 est émetteur β^-

- 2.1) Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de fluor 18.
On donne les symboles des éléments et leurs numéros atomiques :
Oxygène (O ; 8) ; Fluor (F ; 9) ; Néon (Ne ; 10) ; Sodium (Na ; 11)
- 2.2) Un échantillon de fluor 18 contient initialement $N_0 = 9,5 \times 10^{10}$ noyaux radioactifs.
Combien de noyaux radioactifs reste-t-il dans l'échantillon après 1h 5min ?
- 2.3) Quelle est à cette date, l'activité de l'échantillon ?
On donne la demi-vie du fluor 18 : $T = 109,4\text{s}$.

Exercice 4 : Expérience de physique

On se propose d'étudier l'influence de la tension U_{AC} entre l'anode A et la cathode C d'une cellule photoélectrique, sur l'intensité du courant photoélectrique qu'elle produit. Pour réaliser l'expérience, on dispose : D'une cellule photoélectrique, d'un générateur de tension réglable, d'un voltmètre, d'un milliampèremètre, d'un interrupteur K, des fils de connexion et d'une source de lumière monochromatique S, de fréquence $\nu = 7 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

- 1) Compléter sur la figure 3 de l'annexe à remettre avec la copie, le schéma du montage.
 - 2) Pour une puissance P de la source lumineuse S, on a obtenu la courbe de la figure 4 de l'annexe à remettre avec la copie.
 - 2.1) Lire sur ce graphe, les valeurs du potentiel d'arrêt et de l'intensité du courant de saturation de la cellule.
 - 2.2) Donner une interprétation électronique de chacun des domaines suivants de la caractéristique : Domaine (1) : $U_{AC} \leq -1\text{V}$; Domaine (2) : $U_{AC} \geq 4\text{V}$
 - 2.3) Quelle est l'intensité du courant au point B de la courbe ? Quelle explication peut-on en donner ?
 - 2.4) Calculer en électronvolts (eV), l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.
 - 2.5) Calculer (en eV), le travail d'extraction W_0 d'un électron de la cathode.
- Données : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ (h : constante de Planck)

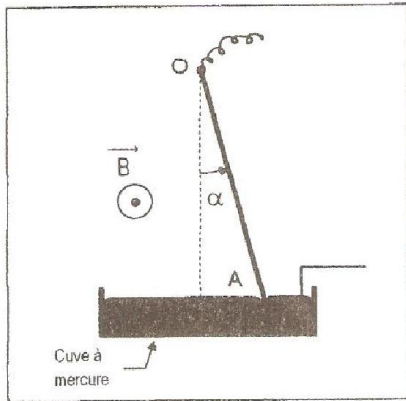


Figure 1

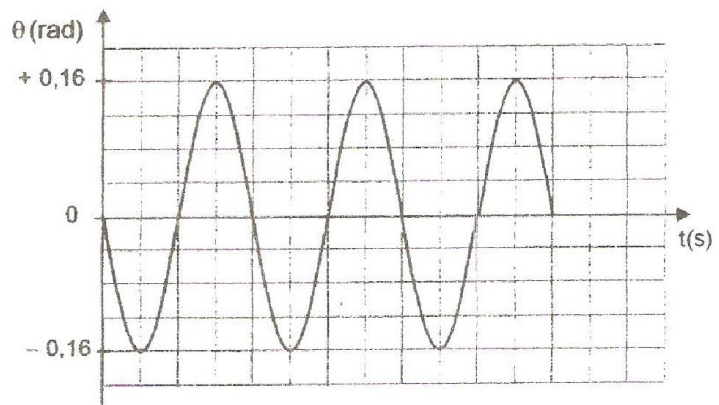


Figure 2

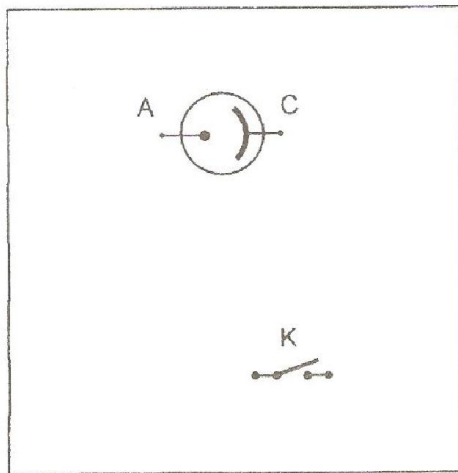


Figure 3

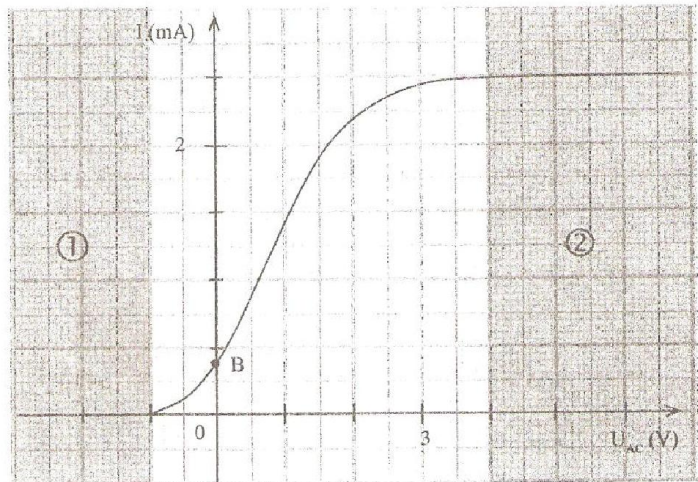


Figure 4

CORRIGE SUJET N°8 : BACCALAUREAT D SESSION 2012 CAMEROUN

Exercice 1

1.1) La force qui provoque le déplacement de la tige (t) est la force de Laplace. Intensité de

la force de Laplace : $F = ILB$ avec $(\vec{IL}, \vec{B}) = 90^\circ$

AN : $F = 2,2 \times 0,85 \times 0,02 \times 1$; $F = 3,74 \times 10^{-2} \text{ N}$

1.2) Représentons les forces qui s'appliquent sur (t) et le sens de I.

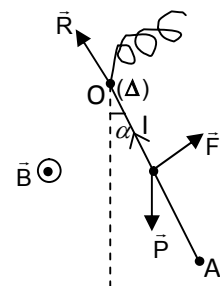
2.3. Condition d'équilibre de la tige (t) puis déduction de la masse m

$$\sum M_A(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0 \Leftrightarrow M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{R}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -P d + F \cdot OG = 0$$

$$\Leftrightarrow -mg OG \sin \alpha + F \cdot OG = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{F}{g \sin \alpha}; \quad \text{AN: } m = \frac{3,74 \times 10^{-2}}{10 \times \sin 7}; \quad m = 0,07 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

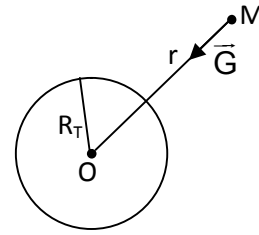


2.1) Schéma

$$2.2. \text{ Montrons que } G = G_0 \frac{R_T^2}{r^2}$$

$$\vec{G} = -\epsilon \frac{M_T}{r^2} \vec{\mu}_{OM} \Rightarrow G = \epsilon \frac{M_T}{r^2} \quad (1) \quad \text{et} \quad G_0 = \epsilon \frac{M_T}{R_T^2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{G}{G_0} = \frac{R_T^2}{r^2} \Rightarrow G = G_0 \frac{R_T^2}{r^2}$$



2.3. a) Un repère géocentrique est un repère dont l'origine est le centre de la terre et dont les axes sont étoiles lointaines de l'espace. C'est le repère dans lequel s'étudie le mouvement des objets autour de la terre.

b) Soit m la masse du satellite

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{G} = m\vec{a} \Rightarrow mG = ma$$

$$\Rightarrow mG = m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow mG_0 \frac{R_T^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = R_T \sqrt{\frac{G_0}{r}}$$

c) Expression de la période T

$$2\pi r = VT \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{R_T \sqrt{\frac{G_0}{r}}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{r^3}{G_0}}$$

$$\text{AN: } T = \frac{2 \times 3,14}{6400 \times 10^3} \sqrt{\frac{(7 \times 10^6)^3}{9,81}} \quad T = 5802,19 \text{ s}$$

Exercice 2

1) Oui cet oscillateur est harmonique car d'après la courbe l'élongation θ est une fonction sinusoïdale du temps.

2) Déterminons T_0

T_0 équivaut à 4 divisions

0,55 équivaut à 1diV.

On en déduit $T_0 = 4 \times 0,5$; $T_0 = 2 \text{ s}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_0^2}{4\pi^2} = \frac{\ell}{g} \Rightarrow \ell = \frac{g T_0^2}{4\pi^2} \quad \text{AN: } \ell = \frac{10 \times 2^2}{4 \times 3,14^2}; \quad \ell = 1 \text{ m.}$$

3) Equation horaire $\theta(t)$

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{Avec } \theta_m = +0,16 \text{ rad} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2}, \quad \omega_0 = 2 \text{ rad.s}^{-1}$$

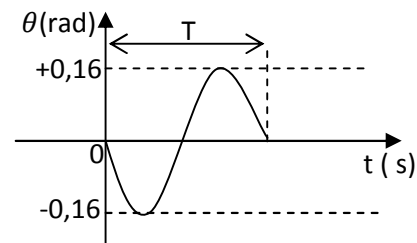
$$\theta(0) = 0 \Leftrightarrow \theta_m \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}(t) = -\omega_0 \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi); \quad \text{à } t = 0 \quad \dot{\theta}(0) < 0 \Leftrightarrow -\omega_0 \theta_m \sin \varphi < 0$$

$$\Rightarrow \sin \varphi > 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{Conclusion: } \theta(t) = 0,16 \cos\left(2t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (\text{rad})$$

On pouvait travailler avec sinus et l'équation obtenue serait $x = 0,16 \sin 2t$



4) Valeur de $\dot{\theta}_{\max}$

$$\dot{\theta}_{\max} = \omega_0 \theta_m; \quad \underline{AN}: \dot{\theta}_{\max} = 2 \times 0,16; \quad \dot{\theta}_{\max} = 0,32 \text{ rad.s}^{-1}$$

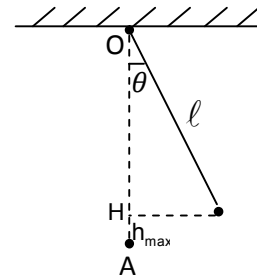
5) Calcul de l'énergie potentielle maximale

$$E_{P_{\max}} = mg h_{\max} = mg (OA - OH) = mg. (\ell - \ell \cos \theta_{\max})$$

$$\Rightarrow E_{P_{\max}} = mg \ell (1 - \cos \theta_{\max}), \quad \text{or } \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta_{\max}^2}{2}$$

$$\Rightarrow E_{P_{\max}} = mg \ell \left[1 - \left(1 - \frac{\theta_{\max}^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{P_{\max}} = mg \ell \left(1 - 1 + \frac{\theta_{\max}^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow E_{P_{\max}} = \frac{1}{2} mg \ell \theta_{\max}^2 \quad \underline{AN}: E_{P_{\max}} = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 10 \times 1 \times 0,16^2; \quad E_{P_{\max}} = 1,28 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$



Exercice 3

1.1) Les sources S_1 et S_2 doivent être synchrones et cohérentes pour qu'on observe le phénomène d'interférences dans le milieu de propagation.

Oui O_1 et O_2 remplissent les conditions.

1.2) Calcul de la longueur d'onde λ

$$\lambda = CT = \frac{c}{f}; \quad \underline{AN}: \lambda = \frac{30 \times 10^{-2}}{50}; \quad \lambda = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

1.3) Etat vibratoire des points suivants :

$$M \begin{cases} d_2 = 15 \text{ cm} \\ d_2 = 3 \text{ cm} \end{cases} \quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{(15 - 3) \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = 15 \Rightarrow d_2 - d_1 = k \lambda \quad \text{avec } k = 15$$

Conclusion : M vibre à amplitude maximale

$$N \begin{cases} d_1 = 8,4 \text{ cm} \\ d_2 = 27 \text{ cm} \end{cases} \quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{(27 - 8,4) \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = 31 \Leftrightarrow d_2 - d_1 = k \lambda \quad \text{avec } k = 31$$

Conclusion : N vibre à amplitude maximale

$$P \begin{cases} d_1 = 16,5 \text{ cm} \\ d_2 = 15 \text{ cm} \end{cases} \quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{(15 - 16,5)}{6 \times 10^{-3}} = \frac{5}{2} \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec } k = 2$$

Conclusion : P vibre à amplitude nulle.

2) Radioactivité.



2.2) Nombre de noyaux de fluor restant dans l'échantillon après 1 h 05 min

$$t = 1 \text{ h } 5 \text{ min} = 3600 \text{ s} + (5 \times 60) \text{ s} = 3900 \text{ s}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{avec } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow N = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T}}$$

$$\underline{AN}: N = 9,5 \times 10^{10} e^{-\frac{3900 \times \ln 2}{109,4}}; \quad N = 1,76 \text{ noyaux} \approx 2 \text{ noyaux}$$

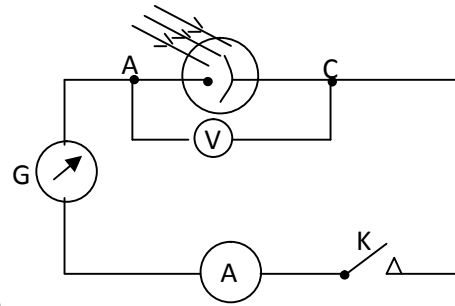
2.3) Activité de l'échantillon à cette date :

$$A(t) = \lambda N(t) \quad \text{avec } \lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow A(t) = \frac{\ln 2}{T} N(t)$$

$$\underline{AN}: A(t) = \frac{\ln 2}{109,4} \times 1,76; \quad A(t) = 1,11 \times 10^{-2} \text{ Bq.}$$

Exercice 4 : Expérience de physique

1) Complétons la figure 3



2)

2.1) Potentiel d'arrêt : U_0 1V.Intensité du courant de saturation : $I_s = 2,5\text{mA}$.2.2) Pour $U_{AC} \leq -1\text{V}$, aucun courant ne passe dans le circuit : Aucun électron n'atteint l'anode.Pour $U_{AC} \geq 4\text{V}$ tous les électrons extraits atteignent l'anode.2.3) Intensité au point B de la courbe : $I = 0,4\text{mA}$.**Explication** : les électrons sont extraits avec une énergie cinétique suffisante pour atteindre l'anode mais sans être accéléré.

2.4) Calcul de l'énergie cinétique maximale

$$\text{Théorème de l'énergie cinétique : } 0 - E_{c_{\max}} = -eU_0 \Rightarrow E_{c_{\max}} = eU_0$$

$$\text{AN : } E_{c_{\max}} = 1,6 \times 10^{-19} \times 1 = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$$

2.5) Calculons le travail d'extraction W_0 .

$$E - W_0 = E_{c_{\max}} \Rightarrow W_0 = h\nu - E_{c_{\max}} ;$$

$$\text{AN : } W_0 = 6,62 \times 10^{-34} \times 7.10^{14} - 1,6.10^{-19} ; \quad W_0 = 3,034 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.9 \text{ eV}$$