

BEMBUS-MALI

AU SERVICE DE LA NATION

« Le savoir est la plus grande des richesses : on le donne sans réussir à l'épuiser »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant Chercheur, économètre, gestionnaire de la politique économique

Tél : (00223) 69 - 50-23-20/ 76 - 43-95-33 mël : bbtraoremali@yahoo.fr

Gris-gris du Bachelier

TSECO

Formules à retenir

“Bismillahi Wa Bi Hourmati Cheick Mohamed Laraby RAA”

“AA INOUNI YA IBADALAH”

Bamako, août 2021.

Facture de DOIT

Facture avec port forfait		Facture avec port débours	
Marchandise HT	Brut	Marchandise HT	Brut
Remise x%	-R	Remise x%	R
Net commercial de vente	NC	Net commercial	NC
Port forfait HT	+Port F	Escompte y%	-E
Net commercial de facture	NC F	Net financier	NF
Escompte y%	-E	TVA 18%	+TVA
Net financier	NF	Port débours	+PD
TVA 18%	TVA	Avance versée	-A
Avance versée	-A	Emballages consignés	+Emb
Emballages consignés	+Emb		
Net à payer	NàP	Net à payer	NàP

Gris-Gris des effets de commerce

Opérations	Enregistrements			
	Chez X		Chez Y	
	Débit	Crédit	Débit	Crédit
X tire la LC sur Y	412	411	401	402
X reçoit le BO souscrit par Y	412	411	401	402
X accepte la LC tirée par Y	401	402	412	411
X souscrit le BO au profit de Y	401	402	412	411
X endosse la LC au profit de Y	401	412	412	411
X encaisse en espèce le BO chez Y	571	412	402	571
X paie le BO de Y chez lui	402	571	571	412
X remet à l'enc à la BDM la LC sur Y	512	412	Néant	Néant
X reçoit l'Avis de crédit d'enc de la LC sur Y	521 631	512	402	521
L'Avis de Crédit d'encaissement chez le tireur = l'Avis de Débit de Domiciliation échue chez le tiré				
X négocie (vend) la LC sur Y à la BDM	415	412	Néant	Néant
X reçoit l'Avis de crédit d'escompte de la LC sur Y	521 675	565	Néant	Néant
X reçoit l'Avis de Débit de la BDM, domiciliation échue de la LC à la négociation (escomptée)	402	521	565	415
L'Avis de Débit de Domiciliation échue de la LC escomptée chez le tiré = Bonne fin chez le tireur				
X reçoit l'Avis de Débit de la BDM, domiciliation échue de la LC à l'encaissement (encaissée)	402	521	521 631	512
l'Avis de Débit de Domiciliation échue chez le tiré de la LC encaissée = L'A C d'encaiss. chez le tireur				
X reçoit l'Avis de débit de la LC, sur Y, revenue impayée à l'encaissement avec Frais impayé	631 4132	521 512 7078	Néant 402 631	Néant 401
X reçoit l'Avis de débit de la LC sur Y revenue impayée à la négociation (à l'escompte) avec nominal augmentée de fais impayé	565 631 4132	521 415 7078	Néant 402 631	Néant 401

Etat de Rapprochement Bancaire ERB

1^{ère} étape : Vérifier les deux Soldes à nouveau SN :

- s'ils sont égaux et opposés : pas d'Etat de Rapprochement antérieur ERA
 - on calcule le SAR puis le pointage
- s'ils ne sont pas égaux et opposés : Etat de Rapprochement antérieur ERA
 - on fait l'ERA puis on calcule le SAR et après le pointage

2^{ème} étape : état de rapprochement antérieur E R A,

Résumé de l'état de rapprochement antérieur

521 Banque		Extrait	
Débit	Crédit	Débit	Crédit
* Virement client * Coupon échu * Encaissement dividende * Encaissement chèque ? * Virement client annulé au crédit de l'extrait * Chèque rejeté par la banque	*Frais * Commission / agio * Domiciliations échues * Intérêts sur découvert * Chèque impayé + frais	* Chèques antérieurs * Chèques non présentés à l'encaissement * Chèques annulés au crédit de 521 Banque	* Encaissement de chèque ?

3^{ème} étape : Calculer le Solde Avant Rapprochement SAR

- Banque → SAR = total Débit – total crédit
- Banque → SAR = total Crédit – total débit
- Le SAR : si débiteur est porté au Débit * Le SAR : si créditeur est porté au Crédit

4^{ème} étape : il s'agit de :

- Cocher tous les éléments de l'ERA
- Reporter dans le tracé tous les éléments de l'ERA ne figurant pas dans les 2 tableaux
- Comparer le Crédit Extrait avec le Débit 521 Banque
- Comparer le Débit extrait avec le Crédit 521 Banque

Tout élément figurant au Crédit Extrait et non Débit de Banque : est reporté au Débit Banque

Tout élément figurant au Débit Extrait et non Crédit de Banque : est reporté au Crédit Banque

Tout élément figurant au Débit Banque et non Crédit de l'Extrait : est reporté au crédit Extrait

Tout élément figurant au Crédit Banque et non Débit de l'Extrait : est reporté au Débit Extrait

Exception : Les remises (chèques, traites) figurant au débit de 521 Banque après pointage sont annulées au débit de 521 Banque.

Tracé de l'état de rapprochement

521 Banque			Extrait	
Débit	Crédit		Débit	Crédit
		SAR		
Les élt au C EXT et non au D Banque	Les élt au D EXT et non au C Banque		Les élt au C BQ et non D Extrait	Les élt au D Banque ne figurant pas au C Extrait
Extourne les remises chèques (et de traites)				
		SR		

Le Solde Rectifié « SR » est porté du côté le plus faible pour assurer l'équilibre comptable.

5^{ème} étape : enregistrer au journal les opérations inscrites au compte 521 banque

Remarques du SYSCOHADA réformé

Rmq 1 : Les erreurs sur les montants et les erreurs d'enregistrement :

- **Annulation :** le Montant de 521 Banque est annulé à sa position initiale avec le signe (-)
- **Rectification :** le Montant de l'extrait est porté au côté opposé de 521 Bq avec le signe (+)

Rmq 2 : La différence des ventes de titres = frais sur titre à porter au crédit de 521 Banque ;

Rmq 3 : La différence des Encaissements = frais sur chèque à porter au crédit de 521 Banque ;

Rmq 3 : Les remises (chèques, traites) figurant au débit de 521 Banque après pointage sont annulées

Le journal de rapprochement bancaire

Un montant figurant au D 521 Banque : on débite 521 Banque et on crédite le compte concerné ;

Un montant figurant au C 521 Banque : on crédite 521 Banque et on débite le compte concerné ;

Récitation : on n'enregistre pas les soldes et les montants de l'extrait.

Effets de commerce		
Domiciliation échue Traite 402 E à P..... M 521 Banque M	Encaissement chèque 521 Banque M 514 E Chèque M	Frais d'Achat d'action (plac) 5026 Frais d'acq Frais 521 Banque Total
Escompte traite, net 521 Banque Net 675 EE Agio 565 ECO VN	Virement client 521 Banque M 411 Client M	EDM, MALIGAZ, SOMAGEP 605 Autres A HT 445 TVA TVA 521 Banque TTC
Encaissement traite, net 521 Banque Net 631 Frais b. Com 512 E E VN	Intérêt créditeur 521 Banque M 771 Intérêt M	ORANGE, MALITEL ... 628 frais tél HT 445 TVA TVA 521 Banque TTC
Impayé traite à la négociation 565 ECO VN 631 Frais b. C 521 Banque VN+C (impayé, nominal et frais) 4132 Client E à P VN+C 415 EENE VN 7071 Prd C (imputation)	*Annulation et rectification de virement client 521 Banque -MB 411 Client -MB d° 521 Banque ME 411 Client ME	Intérêt débiteur, sur découvert 671 Intérêt 521 Banque M
		*Agio, frais et commissions ... 631 Frais b. M 521 Banque M
	Annulation et rectification de chèque à l'ordre 401 Fournisseur -MB 521 Banque -MB d° 401 Fournisseur ME 521 Banque ME	Remise de chèque annulée au débit de 521 Banque 521 Banque -MB 514 Enc Chèque +MB
Impayé traite à l'encaissement 631 Frais b. C 521 Banque C (impayé, frais) 4132 Client E à P VN+C 512 EENE VN 7071 Prd C (imputation)	Chèque revenu impayé 4131 Cl ch imp M 631 Frais b Frais 521 Banque M+Frais d° 4131 Clt ch imp Frais 7078 PA Frais	Remise d'effets à l'encaiss annulée au débit de 521 Bq 521 Banque -MB 512 E à Enc +MB
		Remise d'effets à l'escompte annulée au débit de 521 Bq 521 Banque -MB 415 EENE +MB

Les comptes à retenir

- « 411 client » : virement client
- « 401 Fournisseur » : chèque à l'ordre d'un fournisseur
- « 514 Encaissement de chèque » : remise à l'encaissement de chèque
- « 571 Caisse » Versement d'espèce
- « 552 Monnaie électronique » Orange Money
- « 631 Frais bancaire » : frais, commission, agio
- « 605 Autres achats » : EDM ; SOMAGEP ; MALI-GAZ ; ...
- « 628 Frais de télécommunication » : SOTELMA ; ORANGE
- « 671 Intérêt d'emprunt » : intérêt débiteur, intérêt sur découvert ...
- « 771 Intérêt de prêts » : intérêt créditeur ; encaissement dividende et coupon

Acquisitions selon le SYSCOHADA réformé

Présentation de la Facture d'immobilisation

Facture d'immobilisation	Montant
Prix d'achat HT	PA
Remise x%	-R
Net commercial (Prix d'achat définitif)	NC
Frais accessoires + Frais à caractère juridique + Frais à caractère fiscal	+ Frais
Coût d'achat HT = NC + Frais	CA HT
TVA sur immobilisation / les éléments taxables du coût d'achat	TVA
Avance et acompte versé sur immobilisation	-AA
Net à payer	Net à payer
Les éléments non taxables sont : droit d'enregistrement ; droit de mutation et d'immatriculation; frais d'assurance ; carte grise ; vignette et terrain nu.	
Dans la pratique les frais sont payés cash en espèce (ou chèque certifié)	

Frais accessoires (droit de douane, frais d'installation, de montage, ...)

Frais à caractère juridique (frais d'actes ; honoraire du notaire ..)

Frais à caractère fiscal (droit enregistrement, mutation, carte grise, assurance)

Schéma de comptabilisation des acquisitions auprès du fournisseur

2...		Immobilisation	CA	
4451		TVA récupérables / immobilisation	TVA1	
	252	Avance et acompte		AA
	481	Fournisseur d'immobilisation		CA+TVA1

Note : Les voitures de tourisme sont enregistrées au coût d'achat TTC (TVA non déductible).

Schéma de comptabilisation des autres achats

605		Autres achats (carburant, disquette, ruban, clé USB, papier)	PA HT	
4452		TVA récupérables / achat	TVA	
	401	Fournisseur d'exploitation		PA+TVA

Note : les autres achats ne font pas partie des frais accessoires. (note le Carburant est taxable).

Immobilisation produite par l'entreprise pour elle-même

La fabrication a commencé et terminée la même année

2.. Immobilisation	HT
4451 TVA récupérable	TVA
72 production immobilisée	HT
4434 TVA facturée	TVA

La fabrication non terminée

2..9.. Immob en cours	HT
72 Prod immobilisée	HT

La fabrication en cours est terminée

2... Immobilisation	CP Globale
4451 TVA récupérable	TVA
2...9 Immob en cours	C provisoire
72 Production immobilisée	CP Globale – C Provisoire
4434 TVA facturée	TVA

Signature du contrat mise à disposition du matériel			
Débit : 24 Matériel	C At HT		
Crédit 173 D.L.A.C.B ...	C At HT		

Païement par chèque de la caution et de la redevance	
D 275 Dépôt et caut	Dépôt
D 6233 Redev de C.B	Frais HT
D 4452 TVA / Récupér	TVA
Crédit 521 Banque	(total)

Acquisition de titres (SYSCOHADA réformé)

Calculs		Titres de participations	Titres immobilisés	Titres de placement
Prix d'achat	PA	261 titres Part CA	274 titres imob CA	502 Actions PA
Com x%*PA	C	521 Bque CA	521 Bque CA	5026 Frais C+TAF
TAF	TAF			521 Banque CA
17%*Com				
Coût d'achat	CA			

Tableau d'amortissement sans valeur résiduelle

➔ Base Vo = Coût d'achat HT ou TTC				
P	Base	Annuité	$\sum amt$	VCN = Vo - $\sum amt$
N	Vo	$A_1 = Vo * T * \text{mois} / 1200$	A_1	
N+1	Vo	$A_2 = Vo * T / 100$	$A_1 + A_2$	
N+2	Vo	$A_1 = Vo * T / 100$	$A_1 + A_2 + A_3$	

Remarques :

Somme des amortissements ➔ $\sum amort = \frac{Vo * T * N}{36\,000} \rightarrow \sum amort = A_1 + A_2 + A_3$

Valeur Comptable Nette ➔ $VCN = Vo - \frac{Vo * Taux * N}{36\,000} \rightarrow Vo = \frac{36\,000 * VCN}{36\,000 - T * N}$

Annuité $A = \frac{VCN_x - VCN_y}{y - x}$ avec Annuité $A = \frac{Vo * T}{100}$ Exemple : $A = \frac{VCN_1 - VCN_3}{3 - 1}$

Somme d'amortissement $A = \frac{\sum at_y - \sum at_x}{y - x}$ avec $A = \frac{Vo * T}{100}$ Exemple : $A = \frac{\sum at_3 - \sum at_1}{3 - 1}$

Le rapport entre la VCN sur la durée restante = Annuité ➔ $A = \frac{Vo * t}{100}$

$A = \frac{VCN}{n \text{ années restantes}}$ $A = \frac{VCN \times 12}{n \text{ mois restants}}$ $A = \frac{VCN \times 360}{n \text{ jours restants}}$

Tableau d'amortissement avec valeur résiduelle VR non nulle

➔ Base Vo = Coût d'achat HT ou TTC - VR				
P	Base	Annuité	$\sum amt$	VCN = CAHT - $\sum amt$
N	Vo	$A_1 = Vo * T * \text{mois} / 1200$	A_1	
N+1	Vo	$A_2 = Vo * T / 100$	$A_1 + A_2$	
N+2	Vo	$A_1 = Vo * T / 100$	$A_1 + A_2 + A_3$	

Points essentiels sur l'amortissement linéaire

<u>Taux d'amortissement</u>	
taux = $\frac{100}{\text{Durée de vie D en année}}$ ou $\frac{1200}{\text{Durée en mois}}$	
<u>Calculs de la Base d'amortissement Vo</u>	
Si la TVA est récupérable → Vo = coût d'achat HT – Valeur résiduelle VR	
Si la TVA est non récupérable → Vo = coût d'achat TTC – Valeur résiduelle VR	
<u>Calculs du temps « N »</u>	
Temps « N » est compté de la Date de Mise en Service DMS au 31 décembre N	
Les mois sont comptés 30 jours. Le jour de mise en service est compté. Le 15 du mois est pris comme 15 jours.	
<u>Formules de calculs de l'annuité N</u>	<u>Dotation au 31-12-N</u>
L'annuité A est le montant de l'amortissement de l'année	
$A = \frac{V_o \times T \times \text{jours}}{36\,000}$	Pour la 1 ^{ère} année : $A = \frac{V_o \times T \times n}{36\,000}$
$A = \frac{V_o \times T \times \text{mois}}{1200}$	
$A = \frac{V_o \times T \times 1 \text{ an}}{100}$	Pour les autres années : $A = \frac{V_o \times T}{36\,000}$
<u>Somme d'amortissement</u>	<u>Enregistrement au journal</u>
$\sum at = \frac{V_o \times T \times N}{1200} \rightarrow n = \frac{1200 \times \sum at}{V_o \times t}$	----- 31 / 12 -----
<u>Valeur comptable nette VCN</u>	681 Dotation aux Amt A
VCN = Vo – $\sum amt \rightarrow \sum amt = Vo - VCN$	284... Amort Matériel A
<u>Cas de balance</u>	
Comptes 23 / 24 → Vo totale = Vo1 + Vo2 + Vo3	
Comptes 28 → $\sum at$ totale = $\sum at_1 + \sum at_2 + \sum at_3$	
Cas de Balance avant inventaire 31 – 12 – N : on fait le décompte de la DMS au 31-12- (N-1).	
Le matériel acquis en N → $\sum at = 0$	
Balance après inventaire 31 – 12 – N : on fait le décompte de la DMS au 31-12- (N)	
Le matériel acquis en N → $\sum at = V_o \times \text{Taux} \times N / 36\,000$	
Si le matériel est totalement amorti (si le temps N > Durée de vie N)	
→ $\sum at = V_o$ et Annuité N = 0	
La différence de deux VCN (ou deux $\sum amrt$) consécutives = Annuité A → $A = \frac{V_o \times t}{100}$	
Annuité $A = \frac{VCN_x - VCN_y}{y - x} \rightarrow A = \frac{\sum at_y - \sum at_x}{y - x} \rightarrow A = \frac{VCN}{n \text{ années restantes}}$ avec $A = \frac{V_o \times T}{100}$	
Exemple : VCN1 et VCN4 → $A = \frac{VCN_1 - VCN_4}{4 - 1}$	
Exemple : $\sum at_1$ et $\sum at_3 \rightarrow A = \frac{\sum at_3 - \sum at_1}{3 - 1}$	

Formules de calcul de l'amortissement linéaire

Annuité d'amortissement : le montant de l'amortissement pour une année civile.

$$\rightarrow 1^{\text{ère}} \text{ annuité } A_1 = \frac{V_0 * t * 1 \text{ an}}{100} \quad \text{ou} \quad \frac{V_0 * t * n \text{ mois}}{1200} \quad \text{ou} \quad \frac{V_0 * t * n \text{ jours}}{36000}$$

$$\rightarrow 2^{\text{ème}} \text{ annuité } A_2 = \frac{V_0 * t}{100} \quad \rightarrow 3^{\text{ème}} \text{ annuité } A_3 = \frac{V_0 * t}{100}$$

Somme d'amortissement ou cumul d'amortissement

C'est le cumul des montants d'amortissement de la DMS à la date d'inventaire 31-12

$$\sum at = \frac{V_0 * t * n}{1200} \rightarrow \text{taux} = \frac{1200 * \sum at}{V_0 * n} \rightarrow V_0 = \frac{1200 * \sum at}{t * n} \rightarrow n = \frac{1200 * \sum at}{V_0 * t}$$

Les Comptes 21 ou 23 ou 24 $\rightarrow V_0 \text{ total} = V_{01} + V_{02} + V_{03}$

Les Comptes 28... $\rightarrow \sum at \text{ total} = \sum at_1 + \sum at_2 + \sum at_3$

Valeur comptable nette VCN = Valeur d'origine - $\sum at \rightarrow VCN = V_0 - \sum at$

Si le matériel est totalement amorti : $n > D \rightarrow \text{La VCN} = 0 \rightarrow V_0 = \sum at$

Cas d'une balance avant inventaire 31 décembre N

Décompte de jours n (DMS au 31 décembre N-1)

Si le matériel est acquis courant N dans une balance avant inventaire $\rightarrow \sum at = 0$

Cas d'une balance après inventaire 31 décembre N

Décompte de jours n (DMS au 31 décembre N)

Si le matériel est acquis courant N dans une balance après inventaire $\rightarrow \sum at \neq 0$

Formule de la 1 ^{ère} annuité	Formule de la 2 ^{ème} ou 3 ^{ème} annuité
$A_1 = \frac{V_0 * t * n}{36000}$	$A_2 = \frac{V_0 * t}{100}; A_3 = \frac{V_0 * t}{100}$

Formule de la VCN $\rightarrow VCN = V_0 - \frac{V_0 * t * n}{36000} \rightarrow V_0 = \frac{36000 * VCN}{36000 - t * n}$
La différence de deux VCN consécutives = Annuité $A = \frac{V_0 * t}{100}$

La différence deux « $\sum at$ » divisée par la durée = A $A = \frac{\sum at_y - \sum at_x}{y - x}$ avec $A = \frac{V_0 * T}{100}$		
La différence deux « VCN » divisée par la durée = A $A = \frac{VCN_x - VCN_y}{y - x}$ avec $A = \frac{V_0 * T}{100}$		
$\text{taux} = \frac{1200 * \sum at}{V_0 * n}$	$V_0 = \frac{1200 * \sum at}{t * n}$	$n = \frac{1200 * \sum at}{V_0 * t}$

*

Autres formules $\rightarrow A = \frac{VCN}{\text{durée restante}}$ et $A = \frac{V_0 * t}{100}$		
$A = \frac{VCN}{(n) \text{ années restantes}}$	$A = \frac{VCN * 360}{n \text{ jours restants}}$	$A = \frac{VCN * 12}{n \text{ mois restants}}$

Deux équations fondamentales

Vo dans la balance est Vo totale : $V_0 = V_{01} + V_{02} + V_{03}$

$\sum amt$ dans la balance est $\sum amt$ totale : $\sum amt = \sum amt_1 + \sum amt_2 + \sum amt_3$

Extrait de la fiche de stocks

[illegible]

La détermination du résultat analytique

1.- Coût d'achat des matières				3.- Coût de production des produits			
	Q	CU	Montant		Q	CU	Montant
Achat				Conso			
CDA (Tran)				MOD			
Approv				Frais Atelier			
Coût d'achat	QA			Coût de P°	QP		

QA « Quantité achetée »

QP « Quantité Produite »

✱

2.- Compte de stock des matières CMP				4.- Comptes de stocks des produits CMP			
	Q	CU	Mont		Q	CU	Montant
Stock initial				Stock initial			
Coût d'achat				Coût de P°			
Total 1		CMP		MOD		CMP	
Consommation	QC	CMP		CPPV	QV	CMP	
Stock final réel		CMP		Stock final réel		CMP	
Différence Inv				Différence inv			
Total 2				Total 2			

QC « Quantité Consommée »

QV « Quantité Vendue »

CPPV « coût de Production des Produits vendus » = Quantité vendue * CMP

✱

5.- Coût de revient des produits vendus				6.- Résultat analytique des produits vendus			
	Q	CU	Montant		Q	CU	Montant
CPPV				Chiffre d'affaires			
Com de vente							
Distribution							
Coût de Rev	Ov			Résultat ana	Ov		

Résultat analytique RA = Chiffre d'affaires (PV * QV) – Coût de Revient

Economie : Analyse de documents

Les instruments d'analyses statistiques

1.- Le coefficient multiplicateur m

Le coefficient multiplicateur m désigne le nombre de fois de la Valeur de départ VD sera multipliée pour donner la Valeur d'arrivée VA.

$$m = \frac{VA}{VD} \quad \text{ou} \quad m = \left(1 + \frac{T'}{100}\right)^n \quad \text{avec } T' \text{ « TAAM »}$$

Ex : m = 2 veut dire une multiplication par 2.

2.- Le Taux d'Accroissement Global TAG

Le Taux d'accroissement global TAG t% mesure l'accroissement global d'un phénomène entre deux périodes. Il est égal à :

$$TAG = \frac{(VA - VD)}{VD} \times 100 \quad \text{ou} \quad TAG = (m - 1) \times 100$$

Ex : TAG = 5% « une augmentation globale de 5% sur la période »

Ex : TAG = -5% « une diminution globale de 5% sur la période »

3.- Le Taux d'Accroissement Annuel Moyen TAAM

Le Taux d'accroissement annuel moyen TAAM t% mesure l'accroissement annuel moyen du phénomène entre deux périodes. Il est égal à :

$$TAAM = \left(\sqrt[n]{\frac{VA}{VD}} - 1\right) \times 100 = (\sqrt[n]{m} - 1) \times 100$$

n « dernière année – première année »

Ex : TAAM = 5% « une augmentation annuelle de 5% sur la période »

Ex : TAG = -5% « une diminution annuelle de 5% sur la période »

4.- Calcul du TAG et du TAAM (connaissant T')

Si vous disposez du taux de croissance T', pour calculer TAAM ou le TAG :

$$mg = m_1 * m_2 * m_3 * ... * m_k \quad \text{avec } m_i = \left(\frac{T'}{100} + 1\right)^n$$

$$\bullet \quad TAG = (mg - 1) \times 100 \quad \quad TAAM = (\sqrt[n]{mg} - 1) \times 100$$

5.- Calcul du TAG et du TAAM

(vous disposez du taux d'accroissement global T)

Si vous disposez du taux de croissance global T, pour calculer TAAM ou le TAG :

- Les multiplicateurs des périodes : $m_i = \left(\frac{T}{100} + 1\right)^1$
- $mg = m_1 * m_2 * m_3 * ... * m_k \quad \text{avec } m_i = \left(\frac{T}{100} + 1\right)^1$
- $TAG = (mg - 1) \times 100 \quad \quad TAAM = (\sqrt[n]{mg} - 1) \times 100$

6.- L'indice I :

Mesure l'évolution du phénomène sur la base 100.

$$\text{Indice} = \frac{\text{Grandeur année } t}{\text{Grandeur année base } t_0} * 100$$

Commentaire sur les indices : TAG = 100 – indice ou m = indice / 100

- Si l'indice est entre 0 et 100 : on dira une diminution.

Ex : Indice = 90 « une diminution de 10% par rapport à l'année de référence »

- Si l'indice est compris entre 100 et 200 : on dira une augmentation.

Ex : Indice = 120 « une augmentation de 20% par rapport à la base »

- Si l'indice est compris supérieur à 200 : on dira une multiplication.

Ex : Indice = 350 « une multiplication par 3,5 par rapport à l'année base »

Remarque : l'indice retrace une évolution mais ne donne ni le niveau ni le volume ; autrement dit à partir des seuls indices; on ne peut pas apprécier l'importance d'une grandeur par rapport à une autre.

La signification des chiffres d'un document

1.- Taux d'accroissement annuel moyen T'% TAAM = t%

T' = 2% « une augmentation de 2% en moyenne chaque année »

T' = -2% « une diminution de 2% en moyenne chaque année »

2.- Taux d'accroissement global t% TAG = T%

T = 2% « une augmentation globale de 2% sur la période »

T = -2% « une diminution globale de 2% sur la période »

3.- L'indice I :

Mesure l'évolution du phénomène sur la base 100.

- Si l'indice est entre 0 et 100 : on dira une diminution (100 – Indice)

Ex : Indice = 90 « une diminution de 10% par rapport à l'année de référence »

- Si l'indice est compris entre 100 et 200 : on dira une augmentation.

Ex : Indice = 120 « une augmentation de 20% par rapport à la base »

- Si l'indice est compris supérieur à 200 : on dira une multiplication.

Ex : Indice = 350 « une multiplication par 3,5 par rapport à l'année base »

4.- La part (en valeur) P = SE / E $\alpha \% = \frac{\text{Sous ensemble}}{\text{ensemble}} * 100$

« Sur 100 unités monétaires u.m. de B ; α u.m. représentent A »

5.- Taux de chômage TC%

C'est le nombre de chômeur sur 100 actifs.

TC = 9% « sur 100 actifs, 9 actifs sont des chômeurs »

6.- Taux de croissance démographique

C'est l'augmentation moyenne de la population sur la période.

7.- Taux de croissance du PIB

C'est l'augmentation moyenne de la production sur la période.

8.- Taux d'inflation

C'est l'augmentation globale des prix sur la période.

1.- Introduction

* **La phrase-choc** : la phrase-choc permet de situer le sujet dans son contexte ou évoquer son intérêt par rapport à l'actualité. Elle est construite à partir d'un chiffre ou un passage dans un texte d'un des documents qui accompagnent le sujet.

* **Définitions des mots clés** : les expressions ou mots-clés devant être définis par le candidat.

* **Délimitation dans le temps et dans l'espace**

* **La problématique** : la problématique c'est l'art de poser des problèmes, c'est-à-dire la phrase interrogative qui laisse entrevoir les deux principales parties du sujet.

* **L'annonce des deux parties du sujet** : l'annonce des deux parties du sujet permet au lecteur de savoir ce qui sera abordé dans le développement.

2.- Développement

Il s'articule autour de la problématique et est rédigé à partir du plan détaillé.

Partie 1 :

- **Phrase d'introduction** de la 1^{ère} partie : elle doit donner le thème de cette partie en 2 lignes :

A) première sous partie

B) deuxième sous partie

- **phrase de transition**

Partie 2 :

- **Phrase d'introduction de la 2^{ème} partie** : elle doit donner le thème de cette partie en 2 lignes :

A) première sous partie

B) deuxième sous partie

3.- Conclusion

Répondre à la problématique

Répondre à la question posée dans l'introduction c'est-à-dire la problématique, résumer les deux parties.

Ouverture

Procéder à une brève ouverture pouvant faire l'objet d'un autre sujet de dissertation.

Comment avoir le plan à deux parties

Les deux parties sont obtenues à partir de la consigne donnée dans le sujet.

Retenons : en dissertation économique :

- **Partie 1 : c'est le oui** **Partie 2 : mais**

Introduction

Phrase choc : (la phrase choc attire l'attention du lecteur et permet de situer le sujet dans son contexte ou évoquer son intérêt par rapport à l'actualité. Elle est construite à partir d'un chiffre ou un passage dans un texte d'un document qui accompagne le sujet).

Les expressions ou mots clés devant être définis par le candidat

La délimitation dans le temps (à partir de quand ce sujet suscite un intérêt ou est d'actualité) et dans l'espace (ici dans le monde / PED / PD).

La problématique c'est l'art de poser des problèmes, c'est-à-dire la phrase interrogative qui laisse entrevoir les deux principales parties du sujet. Par exemple : la forte population caractérise – t – elle les seuls pays du Sud ?

L'annonce des deux parties du sujet qui permet au lecteur de savoir ce qui sera abordé dans le développement : dans la première partie, nous allons(suivi du titre I) et dans une deuxième partie, nous allons (suivi du titre II).

Développement

Il s'articule autour de la problématique et est dirigé à partir du plan détaillé

I.-

A.-

B.-)

II.-

A.-

B.-)

Conclusion

- Répondes à la question posée dans l'introduction c'est-à-dire la problématique
- Procéder à une brève ouverture pouvant faire l'objet d'un autre sujet de dissertation, par exemple.

Sujet : dissertation

Sujet : La croissance économique et le développement entretiennent un certain nombre de liens ou relations.

A l'aide des documents ci-joints et de tes connaissances personnelles, montres dans quelle mesure le développement accompagne la croissance économique.

Sujet 2 : Après avoir rappelé que le développement s'accompagne de transformations économiques, montre qu'il comporte d'autres dimensions.

Sujet 3 : Après avoir montré que la croissance est indispensable au développement, expliquer pourquoi elle n'est pas suffisante.

Sujet 4 : après avoir montré que la croissance économique est nécessaire au développement, vous expliquerez qu'elle n'est pas une condition suffisante.

Partie 1 : la croissance économique est une condition nécessaire au développement

Partie 2 : cependant elle n'est pas une condition suffisante au développement

Sujet 5 : La dotation d'un pays en ressources naturelles constitue-t-elle une condition suffisante pour son développement économique ?

Partie 1 : la dotation des pays en ressources naturelles est une condition nécessaire pour son développement économique

Partie 2 : cependant elle n'est pas une condition suffisante pour son développement

Sujet 6 :

Faut-il remettre en cause la croissance économique en raison de ses effets sur l'environnement ?

Sujet 7 :

La dotation d'un pays en ressources naturelles est-elle une condition suffisante pour son développement ? Répondez à cette question à l'aide des documents et de vos connaissances personnelles.

Sujet 8 :

Vous vous interrogerez sur les relations entre croissance économique et développement.

Sujet 9 :

Après avoir montré que la croissance est indispensable au développement, vous expliquerez pourquoi elle n'est pas suffisante.

Sujet 10 :

Doit-on prescrire aux dirigeants du Tiers-Monde de renoncer à développer leurs économies tant que la terre ne sera pas redevenue propre ?

Mathématiques

1. les puissances entières et rationnelles

On note « a » à la puissance « p » : a^p

- Si « p » est un entier relatif Z on dira que la puissance est entière

Exemple : 5^3 ; 7^{20} ; 6^{-7}

- Si « p » est un nombre rationnel Q on dira que la puissance est rationnelle

Exemple : $5^{0,3}$; $7^{1/3}$; $6^{-3/7}$.

$a^p * a^k = a^{p+k}$	$(a * b)^p = a^p * b^p$	$a^x = b^y \rightarrow x = y$
$\frac{a^p}{a^k} = a^{p-k}$	$(a^p)^k = a^{p*k}$	$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

Décomposition en produit de nombres premiers :

- Un nombre est dit premier lorsqu'il est divisible par 1 et lui-même

Exemple :

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	49	53	59	61
67	71	73	79	83	87	91	97	101	103

II.- Rapport et Proportion

Ce qu'il faut savoir sur les proportions

A, B, C prop x, y, z alors	$\frac{A}{x} = \frac{B}{y} = \frac{C}{z} = k$ <i>on trouve</i> $A = x * k ; B = y * k ; C = z * k$
A, B, C inv prop x, y, z alors	$\frac{A}{\frac{1}{x}} = \frac{B}{\frac{1}{y}} = \frac{C}{\frac{1}{z}} \rightarrow \frac{A}{y*z} = \frac{B}{x*z} = \frac{C}{x*y} = k$ <i>on trouve</i> $A = yz * k ; B = xz * k ; C = xy * k$
A, B, C prop (a, b, c) et prop (x, y, z)	$\frac{A}{a.x} = \frac{B}{b.y} = \frac{C}{c.z} = k$
La moyenne proportionnelle de a et b est le nombre réel x tel que $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$	

3.- Pourcentages

Pourcentage direct $Montant = \frac{A * \text{taux}}{100}$

Le pourcentage est dit direct lorsqu'il s'applique à une quantité connue. Par exemple 20% de 1.000.000 est l'application du pourcentage direct. $Montant = \frac{1\,000\,000 * 20}{100} = \dots\dots\dots$

Pourcentage indirect $Montant = \frac{A * \text{taux}}{100 - \text{taux}}$

Le pourcentage est dit indirect lorsqu'il s'applique à une quantité inconnue. Par exemple un commerçant achète une marchandise à 24 000 FCFA et désire réaliser un bénéfice de 25% sur le prix de vente. Quel sera, dans ce cas, son bénéfice ?

$Bénéfice = \frac{25 * 24.000}{100 - 25} = 8.000 \text{ FCFA}$

Pourcentage en dedans $Montant = \frac{A * \text{taux}}{100 + \text{taux}}$

Le pourcentage est en dedans lorsque la quantité à laquelle le tant % est inférieur à la quantité connue on dira ainsi qu'on a tant % en dedans. Par exemple

Cas de TVA : Montant TTC = montant HT + TVA $\rightarrow TVA = \frac{Montant \text{ TTC} * \text{taux}}{100 + \text{taux}}$

Cas des valeurs en douane : $V = \text{Prix d'achat PA} + \text{Droit de douane DD}$ ($DD = \alpha \% * PA$)

$DD = \frac{Valeur \text{ en douane} * \text{taux}}{100 + \text{taux}}$

Pourcentage en dehors $Montant = \frac{A * \text{taux}}{100 - \text{taux}}$

Le pourcentage est en dehors lorsque la quantité à laquelle le tant % est supérieur à la quantité connue on dira ainsi qu'on a tant % en dehors. Par exemple le prix net d'une marchandise est de 2 125 000F après une remise de 15%. Calculer le montant de la remise.

$Remise = \frac{Net \text{ commercial} * \text{taux}}{100 - \text{taux}} = \frac{2\,125\,000 * 15}{100 - 15} = 375\,000 \text{ F}$

Exemple 1 : le prix TTC d'une marchandise est de 1 628 400F. Calculer le montant de TVA :

a) TVA au taux de 15%
18%.

b) TVA au taux de 20% c) TVA au taux de

Réponse : $TVA = \frac{Montant \text{ TTC} * \text{taux}}{100 + \text{taux}}$

$TVA = \frac{1\,628\,400 * 15}{100 + 15} \quad TVA = \frac{1\,628\,400 * 20}{100 + 20} \quad TVA = \frac{1\,628\,400 * 18}{100 + 18}$

Exemple 2 : la valeur en Douane d'une marchandise est de 3 858 250 FCFA. Rappelons que la valeur en douane V est égale au prix d'achat PA majoré des droits de douane DD. Calculer le montant de ces droits de douane :

- a) Le droit de douane sur la marchandise est de 10% du prix d'achat ;
- b) Le droit de douane sur la marchandise est de 15% du prix d'achat ;
- c) Le droit de douane sur la marchandise est de 22% du prix d'achat ;

Réponse : $DD = \frac{Valeur \text{ en douane} * \text{taux}}{100 + \text{taux}}$

$DD = \frac{3\,858\,250 * 10}{100 + 10} \quad DD = \frac{3\,858\,250 * 15}{100 + 15} \quad DD = \frac{3\,858\,250 * 22}{100 + 22}$

Pourcentages successifs :

Sur un prix marqué PM on accorde des réductions de a% et b% et une majoration de c%. Quel est le prix de vente net ?

$$\text{Prix net} = PM \times \frac{100 - a}{100} \times \frac{100 - b}{100} \times \frac{100 + c}{100}$$

Exemple 4 : le prix fixé pour une marchandise est de 2 000 000 F. Le vendeur accorde des remises successives de 2% et 5% et une majoration de 10%. Calculer le net à payer par le client.

Solution :

$$\text{Prix net} = 2.000.000 \times \frac{100 - 2}{100} \times \frac{100 - 5}{100} \times \frac{100 + 10}{100} = \dots \dots \dots$$

Exemple 5 : des pourcentages aux réductions sur le poids

Le poids brut d'une marchandise est de 18.000kg, la tare est de 2%, le don 3% et la réfaction 1,5%. Calculer le poids net facturé ?

Solution 5 :

$$\text{Poids net} = 18.000 \times \frac{100 - 2}{100} \times \frac{100 - 3}{100} \times \frac{100 - 1,5}{100} \rightarrow \text{Poids net} = 16 854,138 \text{ kg}$$

Pourcentage par tranche :

Le pourcentage est dit par tranche lorsqu'il n'est pas directement appliqué sur un montant connu mais plutôt sur la valeur des tranches.

$$\alpha\% \text{ de la tranche } [A; B[\text{ est égal à : } \frac{\alpha * (B - A)}{100}$$

Exemple 6: Un fournisseur attribue en fin d'année une ristourne progressive à ses clients selon les données suivantes :

Montant des ventes	Taux
0 à 25 000	5%
25 000 à 50 000	10%
50 000 à 95 000	15%
95 000 à 100 000	20%

Quelle est la réduction accordée à un client auquel on a facturé 98 000F ?

Réponse : 5% (25 000 – 0) + 10% (50 000 -25 000) +
+ 15% (95 000 – 50 000) + 20% (98 000 – 95 000) = ...

Coefficient multiplicateur m

Le coefficient multiplicateur est le nombre qui permet de passer de la quantité connue à la quantité inconnue par une seule multiplication. Le coefficient multiplicateur $m =$

$$\frac{\text{Valeur d'arrivée VA}}{\text{Valeur de départ VD}}$$

Taux de marge ou taux de marque TM

C'est le pourcentage de bénéfice sur le prix de vente.

$$\text{Taux de marque} = \frac{\text{Bénéfice}}{\text{Prix de vente}} \times 100$$

$$\text{Prix de vente} = \frac{\text{Prix de Revient} \times TM}{100 - TM} \times 100 \quad \text{avec PV} = \text{PR} + \text{B} \text{ et } \text{PR} = \text{PA} + \text{F}$$

4.- Les suites numériques

Ce qu'il faut retenir de la suite arithmétique ?

Soit une suite de n nombre : $X_1 ; X_2 ; X_3 ; X_4 ; X_5 ; \dots ; X_n$

Elle est dite arithmétique ssi : $X_2 - X_1 = X_3 - X_2 = X_4 - X_3 = \dots = X_n - X_{n-1} = R$ (raison)

(la différence des deux termes consécutifs est constante qu'on appelle la raison R)

X_{n+1} en fonction de X_n	X_n en fonction de X_1	Retenons bien
$X_2 = X_1 + R ;$ $X_3 = X_2 + R ;$ $X_4 = X_3 + R$ $\dots\dots$ $X_{n+1} = X_n + R$	$X_2 = X_1 + R ;$ $X_3 = X_2 + R = X_1 + 2 R$ $X_4 = X_3 + R = X_1 + 3 R$ $\dots\dots$ $X_n = X_1 + (n - 1) R$	La raison $R = \frac{U_n - U_p}{n - p}$ L'expression générale $U_n = U_0 + n * r$ ou $U_n = U_1 + (n - 1) * r$
Somme des n premiers termes d'une SA de 1^{er} terme U_p : $S_n = \frac{(n-p+1)(U_n + U_p)}{2}$		

Ce qu'il faut retenir de la suite géométrique ?

Soit une suite de n nombre : $X_1 ; X_2 ; X_3 ; X_4 ; X_5 ; \dots ; X_n$

Elle est dite géométrique ssi : $X_2 / X_1 = X_3 / X_2 = X_4 / X_3 = \dots = X_n / X_{n-1} = Q$ (raison)

X_{n+1} en fonction de X_n	X_n en fonction de X_1	Retenons bien
$X_2 = X_1 * Q ;$ $X_3 = X_2 * Q ;$ $\dots\dots$ $X_{n+1} = X_n * Q$	$X_2 = X_1 * Q ;$ $X_3 = X_2 * Q = X_1 * Q^2$ $\dots\dots$ $X_n = X_1 * Q^{(n-1)}$	La raison $\frac{U_n}{U_p} = Q^{n-p}$ L'expression générale $U_n = U_0 * Q^n$ ou $U_n = U_1 * Q^{n-1}$
Somme des n premiers termes d'une S G : $S_n = U_p \frac{Q^{n-p+1} - 1}{Q - 1}$		
Le 1^{er} terme : $U_0 = \frac{U_n}{Q^n}$ ou $U_1 = \frac{U_n}{Q^{n-1}}$		

Suite Arithmétique SA et suite géométrique SG

	Progression arithmétique 1 ^{er} terme U_p dernier terme U_n raison R	Progression géométrique 1 ^{er} terme U_p dernier terme U_n raison Q ($Q > 0$)
Formule U_n	$U_{n+1} = U_n + R$	$U_{n+1} = Q * U_n$
L'expression générale U_n	$U_n = U_p + (n - p) * R$	$U_n = U_p * Q^{n-p}$
La raison	$R = \frac{U_n - U_p}{n - p}$	$Q^{n-p} = \frac{U_n}{U_p}$
La somme S_n	$S_n = \frac{(n - p + 1)(U_p + U_n)}{2}$	$S_n = U_p \frac{Q^{n-p+1} - 1}{Q - 1}$
A, B, C dans cet ordre	A=A ; B= A+R ; C= A+2R $2B = A + C$	A=A ; B= A*Q ; C= A*Q ² $B^2 = A*C$
Insertion de k moyens entre a et b	$R = \frac{b-a}{k+1}$	$Q = \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}}$

Détermination de U_{n+1} en fonction de U_n

X_0 augmente (diminue) de $t\%$: Exprimer X_{n+1} en fonction de X_n $X_1 = X_0 + \frac{t}{100} * X_0 = X_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ $X_2 = X_1 + \frac{t}{100} * X_1 = X_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ $X_{n+1} = X_n \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ C'est une suite géométrique de 1^{er} terme X_0 et de raison $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ alors $X_n = X_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$	X_0 augmente (diminue) de $t\%$ puis on ajoute A Exprimer X_{n+1} en fonction de X_n $X_1 = X_0 + \frac{t}{100} * X_0 + A = X_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right) + A$ $X_2 = X_1 + \frac{t}{100} * X_1 + A = X_1 \left(1 + \frac{t}{100}\right) + A$ $X_{n+1} = X_n \left(1 + \frac{t}{100}\right) + A \text{ avec}$ Soit la suite $W_n = X_n + K$ avec $K = \frac{A}{\frac{t}{100}}$ W_n est une SG $W_{n+1} = \left(1 + \frac{t}{100}\right) W_n$ $W_n = W_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$
Lorsque « U_0 » augmente de $t\%$ par an $\rightarrow U_{n+1} = \left(1 + \frac{t}{100}\right) U_n \rightarrow U_n = \left(1 + \frac{t}{100}\right) U_0$ Lorsque « U_0 » augmente de $t\%$ par an + $A \rightarrow U_{n+1} = \left(1 + \frac{t}{100}\right) U_n + A$	

Applications des formules de la SA et la SG

Application 1 : En utilisant la formule $U_n = U_p + (n - p) * R$,

Soit U_n la suite arithmétique de raison R et de 1^{er} terme. On dispose de U_p et U_n .

- a) $U_5 = 95$ et $U_{30} = 220$ b) $U_{20} = 149$ et $U_{99} = 386$
c) $U_7 = 77$ et $U_{20} = -40$ d) $U_{42} = 81$ et $U_{100} = -35$;
e) $U_9 = 126$ et $U_{19} = 186$; f) $U_{22} = 134$ et $U_{201} = 492$
g) $U_{20} = 149$ et $U_{99} = 386$ h) $U_7 = 77$ et $U_{20} = -40$
i) $U_{42} = 81$ et $U_{100} = -35$ j) $U_9 = 126$ et $U_{19} = 186$

Calculer R , le 1^{er} terme U_0 et exprimer U_n en fonction de n

Indication de solution :

La raison $r = \frac{U_n - U_p}{n - p}$ et le 1^{er} terme $U_p = U_n - (n - p) * R$

$$U_5 = 95 \text{ et } U_{30} = 220 \rightarrow r = \frac{U_{30} - U_5}{30 - 5} = \frac{220 - 95}{30 - 5} = 5$$

$$U_p = U_n - (n - p) * R \rightarrow U_0 = U_5 - (5 - 0) * 5 = 95 - 5 * 5 = 70$$

L'expression générale U_n en fonction de n : $U_n = U_0 + n * R \rightarrow U_n = 70 + 5.n$

Application 2 : Insertion de k moyens arithmétiques entre a et $b \rightarrow r = \frac{b-a}{k+1}$

Insérer 5 moyens arithmétiques entre 500 et 950.

Solution : $r = \frac{b-a}{k+1} = \frac{950-500}{5+1} = 75 \rightarrow 500 ; 575 ; 650 ; 725 ; 800 ; 875 ; 950$

5.- Etudes de fonctions numériques $f(x)$

Généralité

L'étude d'une fonction numérique passe par les étapes suivantes

Etape 1 : Domaine de définition

Fonction polynôme : $f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + \dots + a_n * x^n \rightarrow Df =]-\infty; +\infty[$

Fonction rationnelle : $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)} \rightarrow$ est définie ssi $B(x) \neq 0$.

Fonction irrationnelle $f(x) = \sqrt{A(x)} \rightarrow$ Est définie ssi $A(x) \geq 0$.

Fonction logarithme $f(x) = \ln A(x) \rightarrow$ Est définie ssi $A(x) > 0$.

Etape 2 : limites aux bornes

Etape 3 : Signe de la fonction :

- Si $f(x) > 0$: $f(x)$ est positive
- Si $f(x) < 0$: $f(x)$ est négative.

Etape 4 : dérivée première (Sens de variation)

- Si $f'(x) > 0$: $f(x)$ est croissante
- Si $f'(x) < 0$: $f(x)$ est décroissante.

Etape 5 : Tableau de variation

x	Xo du Df et de f'(x)
f'(x)	Signe de f'(x)
f(x)	Sens de variation

Etape 6 : représentation graphique

- Intersection avec l'axe des abscisses $f(x) = 0$
- Intersection avec l'axe des ordonnées $f(0)$
- **Asymptotes à la courbe :**
 - verticale AV ? $x = x_0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$
 - horizontale AH ? $y = b \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$
 - oblique AO ? D : $y = ax + b$
- **Position de la courbe C par rapport à D :**
 - Si $f(x) - y > 0$: C est au-dessus de D
 - Si $f(x) - y < 0$: C est au-dessous de D
- Tableau des valeurs
- Le graphe

I.- Domaine de définition d'une fonction numérique

Fonction polynôme : $f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + \dots + a_n * x^n$
est définie sur $\mathbb{R}$ $Df =]-\infty; +\infty[$

Fonction rationnelle de type : $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$
est définie ssi $B(x) \neq 0$.

Fonction irrationnelle de type $f(x) = \sqrt{A(x)}$
Est définie ssi $A(x) \geq 0$.

II.- Calcul de limites

Calcul de limite au point x_0 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0) = f(x_0) = l$

Les formes indéterminées $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0)$

Le Calcul de $f(x_0)$ peut être compliqué ce qui conduit à des formes indéterminées.
Les 4 formes indéterminées (retenues au niveau secondaire)

$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$-\infty + \infty$	$0 \times \infty$
---------------	-------------------------	--------------------	-------------------

Les limites en un point :

Si $a > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$
Si $a > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{a}{x} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$
Si $a < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a}{x} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$
Si $a < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{a}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$

Limite au point x_0 à gauche et à droite

- Limite à gauche $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x_0) = \pm \infty$
- Limite à droite $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x_0) = \pm \infty$

NB : un nombre sur zéro = $\pm \infty$

$\frac{+5}{0^+} = +\infty$	$\frac{-5}{0^+} = -\infty$	$\frac{+5}{0^-} = -\infty$	$\frac{-5}{0^-} = +\infty$	
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	--

Calcul de Limite à l'infini $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = f(\pm\infty) = l$

Retenons bien ceci : Calculer la limite à l'infini $\pm\infty$ revient à remplacer x (du plus haut degré) par l'infini si possible.

Note : $(-\infty)^2 = +\infty$; $(+\infty)^2 = +\infty$; $(-\infty)^3 = -\infty$; $(+\infty)^3 = +\infty$

Retenons que : $a > 0$

$\pm\infty + a = \pm\infty$	$\frac{a}{-\infty} = 0$	$\frac{+a}{0^+} = +\infty$	$\frac{-a}{0^+} = -\infty$
$\frac{\pm\infty}{a} = \pm\infty \quad a > 0$	$\frac{a}{+\infty} = 0$	$\frac{-a}{0^+} = -\infty$	$\frac{+a}{0^-} = -\infty$
$\sqrt{x^2} = x = -x \text{ quand } x \text{ tend vers } -\infty$ $\sqrt{x^2} = x = +x \text{ quand } x \text{ tend vers } +\infty$			

Les limites à l'infini

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$			

Comment lever l'indétermination

Le Calcul de $f(x_0)$ peut être compliqué ce qui conduit à des formes indéterminées.

Les 4 formes indéterminées (retenues au niveau secondaire)

$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$-\infty + \infty$	$0 \times \infty$
---------------	-------------------------	--------------------	-------------------

Cas de fonction rationnelle :

On factorise le numérateur et le dénominateur puis on simplifie

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x}$

→ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} = \frac{0}{0}$ forme indéterminée Fi levons l'indétermination

$$\frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x-1)}{x} = x - 1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x - 1) = -1$$

Mathématiques financières

1.- Les intérêts simples

$$\text{Intérêt } I = \frac{\text{Capital} * \text{taux} * \text{durée}}{36.000}$$

« **Capital C** » est le montant placé exprimé en unité monétaire.

« **taux t** » : est exprimé en année et pour 100 F de capital $\rightarrow i = \frac{t}{100}$

« **durée n** » : est exprimée en jours. (peut être en année / mois)

La durée du placement

C'est le temps qui sépare entre la date de placement du capital et la date de remboursement (échéance). Elle peut être exprimée en jour, mois ou l'année.

La durée exprimée en jours : compter les mois suivant leur durée réelle. C'est le nombre de jours qui séparent le jour de placement (qui n'est pas compté) et le jour de remboursement ou l'échéance (qui est compté). Le mois de février est compté 28 jours sauf le cas de l'année bissextile (où il est compté 29 jours).

Le taux de placement est exprimé en année pour 100F de capital.

$$\text{Taux annuel} = \text{taux semestriel} \times 2 = \text{taux trimestriel} \times 4 = \text{taux mensuel} \times 12$$

Résumé de la formule

$$I = \frac{C \times t \times n \text{ (jours)}}{36.000} \quad \rightarrow I = \frac{C \times t \times n \text{ (mois)}}{1200}$$

$$\rightarrow I = \frac{C \times t \times Q \text{ (Quinzaine)}}{2400} \quad \rightarrow I = \frac{C \times t \times n \text{ (an)}}{100}$$

2.- Valeur acquise par un capital

La valeur acquise est la valeur définitive obtenue par le capital. Elle est égale au capital C augmenté des intérêts produits.

$$\text{Valeur acquise} = \text{Capital} + \text{intérêt} \rightarrow VA = C + \frac{C * t * n}{36.000}$$

3.- Intérêts civil (I') et commercial (I)

L'intérêt est dit commercial lorsqu'il est calculé sur la base de 360 jours $I = \frac{C * t * n}{36.000}$

L'intérêt est dit civil lorsqu'il est calculé sur la base de 365 jours $I' = \frac{C * t * n}{36.500}$

$$I > I' \rightarrow I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72}$$

4.- Taux moyen de placement

$$T = \frac{C_1 * t_1 * n_1 + C_2 * t_2 * n_2 + C_3 * t_3 * n_3}{C_1 * n_1 + C_2 * n_2 + C_3 * n_3} = \frac{\sum C_i * t_i * n_i}{\sum C_i * n_i}$$

Les n_i doivent être exprimés de la même période et le taux en année pour 100F.

5.- L'intérêt précompté et taux effectif de placement

$$Tep = \frac{36.000 * I}{(C - I) * \text{jours}} \quad Tep = \frac{1200 * I}{(C - I) * \text{mois}} \quad Tep = \frac{100 * I}{(C - I) * \text{années}}$$

Le taux effectif est indépendant du capital C :

$$Tep = \frac{36.000 * \text{taux}}{36.000 - \text{taux} * \text{jours}} \quad Tep = \frac{1200 * \text{taux}}{1200 - \text{taux} * \text{mois}} \quad Tep = \frac{100 * \text{taux}}{100 - \text{taux} * \text{ans}}$$

Mathématique financière

2.- Escompte commercial et escompte rationnel

L'opération d'escompte consiste à vendre un effet de commerce avant son échéance. Le banquier retient l'escompte et les commissions qu'on appelle agio. La somme remise au bénéficiaire de l'effet est la valeur nette escomptée.

Escompte commercial

V « valeur nominale de l'effet en Franc »

n « la durée qui sépare le jour de mise au jour d'échéance »

t « le taux d'escompte » le diviser D = 36 000 / taux

e « l'escompte commercial »

a « la valeur actuelle commerciale » $a = V - e$

$$\text{Escompte commercial } e = \frac{V * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle commerciale } a = V - e = V - \frac{V * t * n}{36\,000} = \frac{V (36\,000 - t * n)}{36\,000}$$

Escompte rationnel : e'

Appelons :

V « valeur nominale de l'effet en F »

n « la durée qui sépare le jour de mise au jour d'échéance »

t « le taux d'escompte » le diviseur D = 36 000 / taux

e' « l'escompte rationnel »

a' « la valeur actuelle rationnelle » $a' = V - e'$

$$\text{Escompte rationnel } e' = \frac{V * t * n}{36\,000 + t * n} \quad \text{ou} \quad e' = \frac{a' * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle rationnelle } a' = V - e'$$

Note : n « c'est le nombre de jours qui séparent le jour de remise à l'escompte au jour d'échéance de l'effet » les mois sont pris suivant leur durée réelle.

$$\text{Escompte rationnel } e' = \frac{V * t * n}{36\,000 + t * n} \quad \text{ou} \quad e' = \frac{a' * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle rationnelle } a' = V - e'$$

$e = \frac{V * t * n}{36\,000} = \frac{V * n}{D}$	$e' = \frac{V * n}{D + n}$		
$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V}$	$e - e' = \frac{e' * t * n}{36\,000}$	$e - e' = \frac{e * t * n}{36\,000 + t * n}$	$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t * n}{36\,000}$

Mathématiques financières

3.- Bordereau d'escompte BE

Le bordereau d'escompte un document qui récapitule l'ensemble des effets remis à l'escompte.

1- calcul de la valeur nette escomptée d'un effet :

La valeur nette escomptée est la somme remise par le banquier au client qui a remis l'effet à l'escompte. C'est la différence entre la valeur nominale et les agios toute taxe comprise.

Agio HT = Escompte + commissions

$$\Rightarrow \text{Agio HT} = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000} + \frac{V \cdot t' \cdot n}{36\,000} + \frac{V \cdot k}{100} + CF$$

Avec t « taux d'escompte » ; t' « taux d'endos » ; k « taux de commission proportionnelle »

Taxe = agio HT x taux

Agio TTC = Agio HT + Taxe

Valeur nette escomptée = Valeur nominale – Agio TTC

$$\text{Escompte} = \frac{V \cdot t \cdot n_j}{36\,000}$$

$$\text{Endos} = \frac{V \cdot t' \cdot n_j}{36\,000}$$

$$\text{Com Prop} = \frac{V \cdot k}{100}$$

2- Présentation du bordereau d'escompte

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1							
2							
3							
Totaux		XXXXXX	XXXXXX	Total 1	Total 2	Total 3	Total 4
Agio HT = A. HT Taxe = Agio HT*17% Agio TTC = Agio HT + Taxe = Agio HT*1,17 Valeur nette escomptée = total valeur nominale – agio TTC							

Remarque : le nombre de jour de chaque effet est déterminé entre le jour de remise (non compté) et le jour d'échéance (compté). On doit tenir des minimums de jour et des jours supplémentaires de banque.

3- Formule de calcul des taux :

$$\text{Taux réel d'escompte : } T = \frac{36\,000 \times \text{Agio HT}}{V \times n} = t + t' + \frac{360 k}{n}$$

avec t « taux d'escompte » ; t' « taux d'endos » ; k « taux de commission proportionnelle ».

$$\text{Taux de placement du banquier } Tp = \frac{36\,000 \times \text{Agio HT}}{(V - \text{Agio HT}) \times n}$$

$$\text{Taux de revient } Tr : Tr = \frac{36\,000 \times \text{Agio TTC}}{(V - \text{Agio TTC}) \times n}$$

Mathématiques financières

4 : Equivalence d'effets ou de capitaux

4.1.- Equivalence de deux effets

Deux effets sont équivalents lorsqu'escomptés au même taux ils présentent la même valeur actuelle commerciale. La date d'équivalence est antérieure aux échéances.

E1 est équivalent à E2 $\Rightarrow a_1 = a_2$

$$V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000} = V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000} \quad \text{ou} \quad V_1 (D - n_1) = V_2 (D - n_2) \quad \text{avec} \quad D = \frac{36\,000}{t}$$

n_i (date d'équivalence à l'échéance de l'effet E_i)

4.2.- L'équation d'équivalence de 2 groupes d'effets

Deux groupes sont équivalents lorsqu'escomptés au même taux, la somme des valeurs actuelles du 1^{er} groupe est égale à la somme des valeurs actuelles du 2^{ème} groupe.

E1, E2 équivalents aux E3, E4 : l'équation d'équivalence s'écrit.

$$a_1 + a_2 = a_3 + a_4$$

$$\Rightarrow V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000} + V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000} = V_3 - \frac{V_3 * t * n_3}{36\,000} + V_4 - \frac{V_4 * t * n_4}{36\,000}$$

$$V_1 (D - n_1) + V_2 (D - n_2) = V_3 (D - n_3) + V_4 (D - n_4)$$

$$\text{avec } D = \frac{36\,000}{t}$$

4.3.- Remplacement d'un groupe d'effet par un effet unique

(Echéance commune et échéance moyenne)

Echéance commune

E remplace E1, E2, E3 : l'échéance commune est l'échéance de l'effet unique.

$$\left(V - \frac{V * t * n}{36\,000} \right) = \left(V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000} \right) + \left(V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000} \right) + \left(V_3 - \frac{V_3 * t * n_3}{36\,000} \right)$$

$$V (D - n) = V_1 (D - n_1) + V_2 (D - n_2) + V_3 (D - n_3) \quad \text{avec} \quad D = \frac{36\,000}{t}$$

n (date d'équivalence à l'échéance de l'effet unique) : échéance commune

n_i (date d'équivalence à l'échéance de l'effet E_i)

Echéance moyenne

L'échéance moyenne est l'échéance commune dans le cas où la valeur de l'effet unique est égale à la somme des valeurs nominales des effets remplacés.

E remplace E1, E2, E3 avec $V = V_1 + V_2 + V_3$

$$n = \frac{V_1 * n_1 + V_2 * n_2 + V_3 * n_3}{V_1 + V_2 + V_3} \quad \text{ou} \quad n = \frac{36\,000 * \sum e_i}{t * \sum V_i}$$

Ce qu'il retenir de l'échéance commune et moyenne

- L'échéance moyenne est indépendante du taux ;
- La date d'équivalence de l'échéance commune : date de création ou la date d'échéance de l'effet unique ;
- La date d'équivalence de l'échéance moyenne : on peut choisir n'importe quelle date ;
- Les échéances $n_1, n_2, n_3 \dots$ peuvent être positifs ; négatifs ou nuls
 n_i (de la date d'équivalence aux échéances)

Mathématiques financières

5.- Equivalence d'effets : Cas de vente à crédit

Le problème de crédit se pose lorsque l'acheteur n'est pas en mesure de payer au comptant le prix proposé par le vendeur. Il peut payer une partie au comptant et le reste sous forme de traite mensuelle (de mois en mois).

Il y a équivalence lorsque :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

Formule :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$PA = SA + \left(V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{1200} \right) + \left(V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{1200} \right) + \dots \left(V_n - \frac{V_n * t * n_n}{1200} \right)$$

Cas de traite mensuelle de même V dont la 1^{ère} un mois après :

Pour le cas des traites mensuelles, de même V, dont la 1^{ère} est payée un mois après :

$$PA = SA + V * n - \frac{V * t}{1200} * \frac{n(n+1)}{2}$$

n « nombre de traite mensuelle » ; **t** « taux de crédit » ; **SA** « somme avancée »

V « valeur nominale commune »

Cas de traite mensuelle de même V dont la 1^{ère} deux mois après

Pour le cas des traites mensuelles, de même V, dont la 1^{ère} est payée 2 mois après :

$$PA = SA + V * n - \frac{V * t}{1200} * \left[\frac{n(n+1)}{2} + n \right]$$

Exercice 1 : Pour l'achat d'un matériel coûtant 5 000 000F, le commerçant propose aux acheteurs de verser 20% au comptant le solde au moyen de 3 traites de même valeur nominales, échéant respectivement 2 mois, 4 mois et 6 mois. Au taux de crédit de 12% calculer la valeur nominale commune.

Solution :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$5\,000\,000 = 5\,000\,000 * 20\% + \left(V - \frac{V * 12 * 2}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 12 * 4}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 12 * 6}{1200} \right) \rightarrow V = 1\,388\,889\,F$$

Exercice 2 : Un banquier consent à l'un de ses clients une avance de 9 625 000F remboursable en 5 mensualités égales, la première intervenant 3 mois après la date où l'avance a été consentie. Le taux d'escompte étant 9%. Calculer le montant de la mensualité.

Solution : Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$9\,625\,000 = \left(V - \frac{V * 9 * 3}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 4}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 6}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 7}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 8}{1200} \right)$$

$$\rightarrow V = 2\,000\,000\,F$$

Exercice 3 : Pour s'acquitter d'une dette de 33 150F un débiteur convient avec son créancier de lui verser immédiatement 20% de la somme due, et le solde en 18 traites mensuelles de valeurs nominales égales entre elles, la première payable dans un mois. Taux d'escompte : 10%.

a) calculer la valeur nominale commune des 18 traites.

b) Déterminer leur échéance moyenne.

$$\text{Solution : } PA = SA + V * n - \frac{V * t}{1200} * \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow 10 \text{ traites}$$

. Ya Houwa 500 fois

Mathématiques financières

6.- Intérêts composés

Capitalisation $\rightarrow$ valeur acquise $C_n = C(1+i)^n \rightarrow$ Intérêt $I_n = C_n - C$

Actualisation $\rightarrow$ valeur actuelle $C_0 = C_n(1+i)^{-n} \rightarrow$ Escompte $E = C_0 - C$

a) calcul de la valeur acquise au bout de n avec taux constant :

$$C_n = C(1+i)^n$$

b) calcul de la valeur acquise au bout de n avec taux variable :

$$C_n = C(1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} (1+i_3)^{n_3}$$

c) Calcul des intérêts produits au bout de n périodes :

$$I = C(1+i)^n - C$$

d) Calcul des intérêts produits au cours de la «n » ième période :

$$I_n = C.i.(1+i)^{n-1}$$

e) Calcul des intérêts produits entre k et p périodes :

$$I_n = C(1+i)^p - C(1+i)^k$$

Capitalisation : $C_n = C(1+i)^n$ est la formule de capitalisation

- lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en année : **capitalisation annuelle des intérêts** ;
- lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en semestre : **capitalisation semestrielle**
- lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en trimestre : **capitalisation trimestrielle**
- lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en mois : **capitalisation mensuelle des intérêts** ;

Comment convertir la durée n ? 1 an = 2 semestres = 4 trimestres = 12 mois

Taux équivalents : $(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = (1 + i_t)^4 = (1 + i_m)^{12}$

Exemple : Un capital de 2 000 000 F est placé à intérêt composé pendant 10 ans, au taux de 8% l'an.

Calculer :

- a) la valeur acquise au bout de 10 ans,
- b) l'intérêt produit au bout de 10 ans ;
- c) l'intérêt produit pendant la 3^{ème} année ;
- d) l'intérêt produit pendant les 3 premières années ;

Solution :

a) $C_n = C(1+i)^n = 2000000 (1,08)^{10} = 4\,317\,850\text{F}$

b) $I = C(1+i)^n - C = 2000000 (1,08)^{10} - 2000\,000 = 2\,317\,850\text{F.}$

c) $I_n = Ci(1+i)^{n-1} = 2\,000\,000 * 0,08 * (1,08)^2 = 186\,624\text{ F.}$

d) $I = C(1+i)^3 - C(1+i)^0 = 2\,000\,000 * (1,08)^3 - 2\,000\,000 * (1+i)^0 = 519\,424\text{ F.}$

Fonctions économiques

Coût total, Coût moyen et coût marginal

Coût total CT (Q) = Coût variable CV + Coût fixe CF

$$\text{Coût moyen } C_m = \frac{\text{Coût Total}}{\text{Quantité}}$$

$$\text{Coût marginal : } C_M = CT' = \frac{\partial CT}{\partial Q}$$

Min du coût du moyen

La quantité x_0 qui minimise le coût moyen $\rightarrow C'_m(x_0) = 0$ et $C''_m(x_0) > 0$

La notion de recette :

La recette est le montant total des ventes, elle est aussi appelée chiffre d'affaire.

Recette total RT = Prix de vente « x » quantité vendue

$$\rightarrow RT = P \times Q$$

Recette marginale Rm = dérivée de la recette totale $\rightarrow Rm = (RT)'$

La notion de bénéfice et de bénéfice maximum

Le Bénéfice = recette total RT - coût total CT

$$B(x) = RT(x) - CT(x)$$

Bénéfice maximum :

La quantité x_0 qui maximise le Bénéfice

$$\rightarrow B'(x_0) = 0 \text{ et } B''(x_0) < 0$$

Exemple 1 : Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 30$). Les frais de production sont donnés par $f(x) = x^2 + 5x + 10$.

Calculer le moyen $g(x)$ et le coût marginal $h(x)$.

Calculer la quantité x qui minimise le coût moyen.

Solution :

$$\text{Le moyen } g(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{x^2 + 5x + 10}{x} = x + 5 + \frac{10}{x}$$

$$\text{Le coût marginal } h(x) = f'(x) = 2x + 5$$

La quantité x_0 qui minimise le coût moyen $\rightarrow C'_m(x_0) = 0$ et $C''_m(x_0) > 0$

$$g(x) = x + 5 + \frac{10}{x} \rightarrow g'(x) = 1 - \frac{10}{x^2} \rightarrow g'(x) = 1 - \frac{10}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 10$$

$$\rightarrow x = \sqrt{10} = 3,16.$$