

EQUIVALENCE D'EFFES – PAIEMENT A CREDIT

I- EQUIVALENCE D'EFFETS OU DE CAPITAUX

1. Définition

Le taux d'intérêts étant fixé, deux effets (ou groupes d'effets) sont équivalents s'ils ont la même valeur actuelle à une date donnée appelée date d'équivalence.

2. Equation d'équivalence

L'équation d'équivalence traduit l'égalité des valeurs actuelles des effets concernés (ou groupes d'effets) :

- Entre deux effets : $V_1 - e_1 = V_2 - e_2$;
- Entre un groupe d'effets et un effet : $(V_1 - e_1) + (V_2 - e_2) = (V - e)$.

3. Exemple :

Deux effets sont négociés aux taux de 8 % l'an.

- Le 1er mars, un effet de 600 000 F à échéance le 31 mars a pour valeur actuelle a_1 ;
- Le 1er mars, un effet de 605 000 F à échéance le 7 mai a pour valeur actuelle a_2 .

Solution

$$a_1 = V_1 - V_1.t.n_1 = [600\,000 - (600\,000 \times 8 \times 30)/36\,000] = 600\,000 - 4\,000 = 596\,000 \text{ F}$$

$$a_2 = V_2 - V_2.t.n_2 = [605\,000 - (605\,000 \times 8 \times 67)/36\,000] = 596\,000 \text{ F}$$

Le 1er mars, les deux effets sont pratiquement équivalents. Dans ces conditions, on peut remplacer un effet par un autre, il y a équivalence des capitaux le jour du remplacement.

4. Date d'équivalence

La date d'équivalence est déterminée à partir de l'égalité suivante : $a_1 = a_2$

Effet₁ : V_0 et a_1 -----> Échéance dans x jours

Effet₂ : V_2 et a_2 -----> Échéance dans $(x + m)$ jours

En utilisant la formule de a en fonction du diviseur, écris les formules des valeurs actuelles commerciales des deux effets ; la relation d'équivalences $a_1 = a_2$. On aura :

$$a_1 = \frac{V_1(D-x)}{D} ; a_2 = \frac{V_2(D-x-m)}{D} \text{ et } \frac{V_1(D-x)}{D} = \frac{V_2(D-x-m)}{D} ; V_1(D-x) = V_2(D-x-m) ;$$

$$x(V_2 - V_1) = D(V_2 - V_1) - mV_2 ; x = \frac{D(V_2 - V_1)}{V_2 - V_1} - \frac{mV_2}{V_2 - V_1} ; x = D - \frac{mV_2}{V_2 - V_1}.$$

Exemple : Soient :

- E_1 : effet de commerce de valeur nominale 9 840 francs à échéance 31 octobre.
- E_2 : effet de commerce de valeur nominale 9 900 francs à échéance 30 Novembre.
- Ils sont négociés au taux de 7,2 %.

Travail à faire : détermine la date d'équivalence des deux effets.

..... $x + 30$ jour

.....X.....

Date d'équivalence

31 Octobre

30 Novembre

A la date d'équivalence cherchée, les valeurs actuelles commerciales des deux effets sont égales. On sait que

$$a = V - \frac{V.t.n}{36000} ; \text{ On aura donc : } 9840 - \frac{9840.7,2.x}{36000} = 9900 - \frac{9900.7,2.(x+30)}{36000} ; x = 50 \text{ jours}$$

La date d'équivalence cherchée se situe 50 jours avant le 31 octobre soit au 11 Septembre.

Remarque:

☞ La date d'équivalence de deux effets, dans le cas où elle existe, est antérieure à la date d'échéance la plus proche.

☞ La date d'équivalence doit être postérieure aux dates à partir desquelles les deux effets ont été créés.

☞ Deux effets ne peuvent être équivalents qu'à une seule date.

5. Renouvellement d'un effet

Soit un effet principal de valeur V_1 d'échéance E_1 , qu'on veut remplacer par un autre effet de valeur V_2 et d'échéance E_2 . Le taux d'intérêt est égal à t .

On sait que l'effet de remplacement devrait avoir la même valeur actuelle que l'ancien effet c'est-à-dire

$a_1 = a_2$. Deux cas sont possibles :

➤ L'échéance de l'effet de remplacement E_2 étant fixée, donc n_2 connu. On doit alors chercher la valeur V_2 de l'effet de remplacement : $V_1 (D - n_1) = V_2 (D - n_2)$. Donc $V_2 = \frac{V_1(D-n_1)}{D-n_2}$.

➤ La valeur de l'effet de remplacement V_2 étant connu, on doit donc chercher l'échéance E_2 et par conséquent n_2 : $V_1 (D - n_1) = V_2 (D - n_2)$; $V_1.D - V_1.n_1 = V_2.D - V_2.n_2$; $D (V_2 - V_1) + V_1.n_1 = V_2.n_2$; $n_2 = \frac{D(V_2-V_1)+V_1.n_1}{V_2}$.

Exemple 1

Le 6 avril, un client demande à son fournisseur de remplacer une traite de 450 000 F à échéance le 30 avril par une traite à échéance le 25 juin. Le taux d'escompte est 9 % l'an, quelle sera la valeur nominale de l'effet de remplacement.

Méthode

a) On détermine la valeur actuelle de l'effet à remplacer.

$$a_1 = V_1 - V_1.t.n_1 = 450\,000 - (450\,000 \times 9 \times 24/36\,000) = 450\,000 - 2\,700 = 447\,300 \text{ F}$$

b) On calcule le nombre de jours correspondant à l'effet de remplacement : $n_2 = (30 - 6) + 31 + 25 = 80$ jours.

c) On calcule la valeur nominale V_2 de l'effet de remplacement : $a_1 = a_2 = V_2 - V_2.t.n_2$;

$$4\,473 = V_2 - (V_2 \times 9 \times 80/36\,000) ; 447\,300 = V_2 - V_2 \times 0,02 ; 447\,300 = 0,98.V_2 ;$$

$$V_2 = 447\,300/0,98 = 456\,428,5 \text{ soit } 456\,429 \text{ F}$$

Exemple 2

B doit à A une somme de 750 000 F payable le 31 mai. Le 16 mai, B sollicite de remplacer l'effet par un autre de valeur nominale 717 000 F. Si le taux d'escompte est de 10%, quelle est l'échéance du nouvel effet (effet de remplacement) ? Rép : $V_1=711\,000 \text{ F}$, $n_1=15 \text{ jrs}$, $V_2= 717\,000 \text{ F}$; $n_2 = ?$ $D = \frac{36000}{10} = 3600$;

$$\frac{711000(3600-15)}{3600} = \frac{717000(3600-n_2)}{3600} ; n_2 = 45 \text{ jrs soit l'échéance le 30 juin.}$$

6. Échéance moyenne de deux ou plusieurs effets

On appelle échéance moyenne, la date à laquelle plusieurs effets à échéances différentes escomptés au même taux, peuvent être remplacés par un seul effet, qui leur soit équivalent et dont la valeur est la somme des valeurs nominales des effets donnés.

A une date donnée, la valeur actuelle de l'effet de remplacement est égale à la somme des valeurs actuelles des différents effets.

$$a = \sum a_i ; \frac{V(D-n)}{D} = \sum \frac{V_i(D-n_i)}{D} ; VD - Vn = \sum V_i(D - n_i) \text{ or } V = \sum V_i \text{ donc } n = \frac{\sum V_i.n_i}{\sum V_i}$$

Application

Le 6 septembre le débiteur de trois effets: 100 000F à échéance du 31 Octobre ; 300 000F à échéance du 30 novembre et 200 000F à échéance du 31 décembre demande à son créancier, le même pour les trois effets, de remplacer ces trois effets par un effet unique à échéance du 25 décembre. Calcule l'échéance moyenne de l'effet unique $t=9\%$.

$$\text{Réponse : } n = \frac{100000 \times 55 + 300000 \times 85 + 200000 \times 116}{100000 + 300000 + 200000} = 90,33 \text{ ou}$$

$$6000 - \frac{6000 \cdot n}{4000} = 1000 - \frac{1000 \cdot 55}{4000} + 3000 - \frac{3000 \cdot 85}{4000} + 2000 - \frac{2000 \cdot 116}{4000}; n=90,33.$$

La date de l'échéance de l'effet de 6000F interviendra donc 91 jours après le 6 septembre, soit le 6 décembre.

II. PAIEMENT A CREDIT

1. Définition

Le paiement à crédit est constitué d'un versement comptant et de mensualités (ou annuités) le plus souvent constantes.

Le paiement à crédit est équivalent au paiement comptant le jour de la vente.

2. Exemple

Un mobilier proposé 679 900 F au comptant. Le paiement à crédit se fait aux conditions suivantes :

- Versement comptant de 175 000 F.
- 3 mensualité de 170 000 F, la première payable un mois après l'achat.
- Le taux de crédit est 6 % l'an.

Travail à faire : vérifie si le paiement au comptant est équivalent au paiement à crédit.

Solution

Le jour de la vente les traites ont pour valeurs actuelles :

- $a_1 = 170\,000 - \frac{170\,000 \cdot 6.1}{1200} = 170\,000 - 850 = 169\,150 \text{ F} ;$
- $a_2 = 170\,000 - \frac{170\,000 \cdot 6.2}{1200} = 170\,000 - 1\,700 = 168\,300 \text{ F} ;$
- $a_3 = 170\,000 - \frac{170\,000 \cdot 6.3}{1200} = 170\,000 - 2\,550 = 167\,450 \text{ F}.$

Vérification : $175\,000 + 169\,150 + 168\,300 + 167\,450 = 679\,900 \text{ F}$. La somme des valeurs actuelles des traites et du versement comptant est égale au prix du mobilier.

3. Calcul des mensualités dans un paiement à crédit

Une voiture coûtant 7 500 000 F est payée à crédit par :

- Un versement comptant de 4 500 000 F ;
- 6 traites mensuelles de même valeur nominales, la première échéant un mois après l'achat ;
- Le taux de crédit est 5 % l'an, calculer la valeur nominale de chaque traite ensuite le prix de la voiture à crédit. Arrondis le résultat aux milliers les proches.

Méthode

a) On exprime la valeur actuelle de chaque traite en fonction de sa valeur nominale V.

$$a_1 = V - \frac{V \times 5 \times 1}{1200} ; a_2 = V - \frac{V \times 5 \times 2}{1200} ; a_3 = V - \frac{V \times 5 \times 3}{1200} ; a_4 = V - \frac{V \times 5 \times 4}{1200} ; a_5 = V - \frac{V \times 5 \times 5}{1200} ; a_6 = V - \frac{V \times 5 \times 6}{1200}.$$

b) Écrire l'équation d'équivalence entre le paiement comptant et le paiement à crédit et la résoudre :

$$4\,500\,000 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 7\,500\,000 ;$$

$$4\,500\,000 + 6V - \frac{V \times 5 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)}{1200} = 7\,500\,000 ;$$

$$6V - \frac{105V}{1200} = 7\,500\,000 - 4\,500\,000 ;$$

$$5,9125V = 3\,000\,000 ; V = 3\,000\,000 / 5,9125 ; V = 507\,400 ;$$

La voiture coûtera à crédit $4\,500\,000 + 6 \times 507\,400 = 7\,542\,000 \text{ F}$.