

Comment éviter les petits pièges en mathématiques financières

1.- La somme de deux capitaux A et B

La somme de deux capitaux est X $\rightarrow A + B = X$

Deux capitaux font ensemble un montant X $\rightarrow A + B = X$

Un capital X est divisé en deux capitaux $\rightarrow A + B = X$

Un capital X est partagé en deux capitaux $\rightarrow A + B = X$

2.- Le fort et le plus faible

A, B, C en progression croissante $\rightarrow$ C le plus fort et A le plus faible

A, B, C en progression décroissante $\rightarrow$ A le plus fort et C le plus faible

A, B, C proportionnels aux 3 ; 5 ; 7 $\rightarrow \rightarrow$ C le plus fort et A le plus faible

A, B, C proportionnels aux 7 ; 2 ; 5 $\rightarrow \rightarrow$ A le plus fort et B le plus faible

3.- La différence de deux capitaux A et B est X

$\rightarrow A - B = X$ ou $B - A = X \rightarrow$ le plus fort – le plus faible

« A » dépasse « B » de X $\rightarrow A - B = X$

« A » est inférieur à « B » de X $\rightarrow B - A = X$

Le double de « A » dépasse « B » de X $\rightarrow 2A - B = X$

Le triple de « A » dépasse le double de « B » de X $\rightarrow 3A - 2B = X$

Exemple : Trouve deux capitaux proportionnels aux nombres 7 et 11 tels que le double du plus fort dépasse le triple du plus faible le 250 000 F.

Solution

$$\frac{A}{7} = \frac{B}{11} = k \rightarrow A = 7k \text{ (le plus faible) et } B = 11k \text{ (le plus fort)}$$

$$2B - 3A = 5\,000 \rightarrow 22k - 21k = 5\,000 \rightarrow k = 5\,000$$

$$A = 7k = 35\,000 \quad B = 11k = 55\,000$$

4.- Directement proportionnel DP et inversement proportionnel IP

Inversement proportionnel IP = Directement proportionnel DP aux inverses

Exemple :

Calculer A, B, C inversement proportionnels aux 3 ; 7 et 11 tels que $2A + 3B - C = 132\,480$

Solution (A, B, C) IP (3 ; 7 ; 11) $\rightarrow$ alors DP aux inverses

(A, B, C) DP (1/3 ; 1/7 ; 1/11) $\rightarrow$ réduisons au même dénominateur

$$(A, B, C) \text{ DP } (77 ; 33 ; 21) \rightarrow \frac{A}{77} = \frac{B}{33} = \frac{C}{21} = k \rightarrow A = 77k ; B = 33k \text{ et } C = 21k$$

$$2A + 3B - C = 132\,480 \rightarrow 154k + 99k - 21k = 3312k = 132\,480 \rightarrow k = 40$$

$$A = 77 \cdot 40 = \dots\dots\dots B = 33 \cdot 40 = \dots\dots\dots C = 21 \cdot 40 = \dots\dots\dots$$

Simplification en proportions

Ex : (A ; B ; C) DP (20 000 ; 30 000 ; 40 000) alors (A ; B ; C) DP (2 ; 3 ; 4)

Ex : (A ; B ; C) DP (31/7 ; 43 /7 ; 51 / 7) alors (A ; B ; C) DP (31 ; 43 ; 51)

Exemple :

Calculer A, B, C inversement proportionnels aux $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$ et $\frac{4}{11}$ tels que $A + B - C = 48\ 000$

Solution

(A, B, C) I P ($\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{4}{11}$) → alors DP aux inverses

(A, B, C) DP ($\frac{3}{2}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{11}{4}$) → réduisons au même dénominateur

(A, B, C) DP (60 ; 56 ; 110) → $\frac{A}{60} = \frac{B}{56} = \frac{C}{110} = k \rightarrow A = 60\ k ; B = 56k \text{ et } C = 110\ k$

$A + B - 3C = 48\ 000 \rightarrow 60\ k + 56\ k - 110\ k = 6\ k = 48\ 000 \rightarrow k = 8\ 000$

$A = 60 \times 8000 = \dots\dots B = 56 \times 8000 = \dots\dots\dots C = 110 \times 8000 = \dots\dots\dots$

Exemple :

Calculer A, B, C proportionnels aux $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$ et $\frac{4}{11}$ tels que $A + B - 3C = 60\ 300$

Solution

(A, B, C) D P ($\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{4}{11}$) → réduisons au même dénominateur

(A, B, C) DP (154 ; 165 ; 84) → $\frac{A}{154} = \frac{B}{165} = \frac{C}{84} = k \rightarrow A = 154\ k ; B = 165k \text{ et } C = 84\ k$

$A + B - 3C = 60\ 300 \rightarrow 154\ k + 165\ k - 252\ k = 67\ k = 60\ 300 \rightarrow k = 900$

$A = 154 \times 900 = \dots\dots B = 165 \times 900 = \dots\dots\dots C = 84 \times 900 = \dots\dots\dots$

5.- Progression arithmétique

A, B, C en Progression arithmétique de raison R alors

En fonction de A	En fonction de B	En fonction de C	Si $A + B + C = X$
$A = A$ $B = A + R$ $C = A + 2\ R$	$A = B - R$ $B = B$ $C = B + R$	$A = C - 2R$ $B = C - R$ $C = C$	$B = \frac{X}{3}$ alors $A = B - R$ $C = B + R$

Exemple :

Une somme de 60 000 F est divisée en trois capitaux A, B, C en progression arithmétique et la différence entre le plus fort et le plus faible est 10 000.

Calcule les trois capitaux.

Solution : A, B, C en Progression arithmétique de raison R

→ $A + B + C = 60\ 000$ alors $B = 60\ 000 / 3 = 20\ 000 \rightarrow A = B - R \text{ et } C = B + R$

$B = 20\ 000 \rightarrow A = 20\ 000 - R \text{ et } C = 20\ 000 + R$

→ $C - A = 10\ 000 \rightarrow 20\ 000 + R - (20\ 000 - R) = 10\ 000 \rightarrow R = 5\ 000$

Nous trouvons $A = 15\ 000$ $B = 20\ 000$ et $C = 25\ 000$

Exemple :

Une somme de 54 000 F est divisée en trois capitaux A, B, C en progression arithmétique décroissante et la différence entre le plus fort et le plus faible est 8 000.

Calcule les trois capitaux.

Solution : A, B, C en Progression arithmétique de raison R

→ $A + B + C = 54\ 000$ alors $B = 54\ 000 / 3 = 18\ 000 \rightarrow A = B - R \text{ et } C = B + R$

$B = 18\ 000 \rightarrow A = 18\ 000 - R \text{ et } C = 18\ 000 + R$

→ $A - C = 8\ 000 \rightarrow (18\ 000 - R) - (18\ 000 + R) = 8\ 000 \rightarrow R = -4\ 000$

Nous trouvons $A = 22\ 000$ $B = 18\ 000$ et $C = 14\ 000$

6.- Progression géométrique

A, B, C en Progression géométrique de raison Q alors

En fonction de A	En fonction de B	Si $A * B * C = X$	Si $A + B + C = X$
$A = A$ $B = A * Q$ $C = A * Q^2$	$A = B / Q$ $B = B$ $C = B * Q$	$B = \sqrt[3]{X}$ alors $A = B / Q$ $C = B * Q$	$A = \frac{X}{1+Q+Q^2}$

Exemple :

Une somme de 200 F est divisée en trois capitaux A, B, C en progression géométrique et la différence entre le plus fort et le plus faible est 100 F.

Calcule les trois capitaux.

Solution : A, B, C en Progression géométrique de raison Q

→ $A + B + C = 200$ alors $A = \frac{200}{1+Q+Q^2}$

→ $C - A = 100$ alors $A = \frac{100}{Q^2 - Q}$

$\frac{200}{1+Q+Q^2} = \frac{100}{Q^2 - Q}$ → on trouve **Q = 2 et A = 20 ; B = 60 et C = 120**

Exemple : 500 450 405

Une somme de 1 355 F est divisée en trois capitaux A, B, C en progression géométrique et la différence entre le plus fort et le plus faible est 95 F.

Calcule les trois capitaux.

Solution : A, B, C en Progression géométrique de raison Q

→ $A + B + C = 1\,355$ alors $A = \frac{1355}{1+Q+Q^2}$

→ $A - C = 95$ alors $A = \frac{95}{Q - Q^2}$

$\frac{1355}{1+Q+Q^2} = \frac{95}{Q - Q^2}$ → on trouve **Q = 0,9 et A = 500 ; B = 450 et C = 405**

6.- Le nombre de jours d'échéance « n »

Escompté « x » jours **plus tard** $n_1 = n - x \rightarrow$ l'échéance augmente

Escompté « x » jours **plus tôt** $n_1 = n + x \rightarrow$ l'échéance diminue

Exemple :

Un effet de 72 000 F est escompté « n » jours avant son échéance au taux de 9%. S'il avait été escompté 20 jours **plus tôt** au taux de 8% l'escompte aurait augmenté de 160 F.

Calculer « n ».

Solution : 1440 – 1600

$$E_1 = \frac{72\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000}; \quad E_2 = \frac{72\,000 \cdot 8 \cdot (n+20)}{36\,000}; \quad E_2 - E_1 = 160 \rightarrow \text{on trouve } n = 80 \text{ jours}$$

Exemple :

Un effet de 72 000 F est escompté « n » jours avant son échéance au taux de 9%. S'il avait été escompté 15 jours **plus tard** au taux de 8% l'escompte aurait diminué de 420 F.

Calculer « n ».

Solution :

$$E_1 = \frac{72\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000}; \quad E_2 = \frac{72\,000 \cdot 8 \cdot (n-15)}{36\,000}; \quad E_1 - E_2 = 420 \rightarrow \text{on trouve } n = 90 \text{ jours}$$

6.- Les fractions

Réduction au même dénominateur

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{11} + \frac{6}{13} \rightarrow \text{Dénominateur commun} = \text{le produit des dénominateurs} = 7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$$

$$\text{Numérateur de } \frac{2}{7} \rightarrow \text{on multiplie 2 par le produit des autres dénominateurs} \rightarrow 2 \cdot 11 \cdot 13 = 286$$

$$\text{Numérateur de } \frac{3}{11} \rightarrow \text{on multiplie 3 par le produit des autres dénominateurs} \rightarrow 3 \cdot 7 \cdot 13 = 273$$

$$\text{Numérateur de } \frac{6}{13} \rightarrow \text{on multiplie 6 par le produit des autres dénominateurs} \rightarrow 6 \cdot 7 \cdot 11 = 462$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{11} + \frac{6}{13} = \frac{286+273+462}{1001} = \frac{1021}{1001}$$

Le reste de la fraction $\frac{A}{M}$ est $\frac{M-A}{M}$

$$\text{Ex : le reste de } \frac{1}{3} \rightarrow \text{est } \frac{2}{3} \text{ car la fraction complète est } \frac{3}{3} \text{ donc } 3 - 1 = 2 \rightarrow \frac{2}{3}$$

$$\text{Ex : le reste de } \frac{2}{5} \rightarrow \text{est } \frac{3}{5} \text{ car la fraction complète est } \frac{5}{5} \text{ donc } 5 - 2 = 3 \rightarrow \frac{3}{5}$$

$$\text{Ex : le reste de } \frac{7}{11} \rightarrow \text{est } \frac{4}{11} \text{ car la fraction complète est } \frac{11}{11} \text{ donc } 11 - 7 = 4 \rightarrow \frac{4}{11}$$

Exemple :

M Diarra possède un certain capital il place les $\frac{2}{5}$ de son capital dans la banque A
Il place les $\frac{3}{4}$ du reste dans la banque B et il place le reste son capital soit 72 000 F dans la banque C.

Calculer le montant du capital

Calculer le montant du capital placé A et B

Solution : Soit C le capital

Banque A $\rightarrow \frac{2}{5}C$ le reste $\frac{3}{5}C$

Banque B $\rightarrow \frac{3}{4} * \frac{3}{5}C = \frac{9}{20}C$ le reste $\frac{3}{5}C - \frac{9}{20}C = \frac{3}{20}C$

Banque C $\rightarrow \frac{3}{20}C = 72\,000 \rightarrow C = 480\,000F$

On trouve A = 192 000 et B = 216 000

Exemple de réchauffement :

M TRAORE possède un certain capital il place les $\frac{4}{11}$ de son capital dans la banque A
Il place les $\frac{5}{7}$ du reste dans la banque B et il place le reste son capital soit 36 000 F dans la banque C.

Calculer le montant du capital

Calculer le montant du capital placé A et B

Réponse : C = 198 000 F A = 72 000 et B = 90 000