

FORMULES À RETENIR

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe : TSEco

2017 - 2018

Intérêts	Intérêts simples	Intérêts composés
Calcul d'intérêts (I)	$I = \frac{Ctn}{100}$ ou $I = \frac{Ctn}{1200}$ ou $I = \frac{Ctn}{36000}$	$I = C_n - C_0$
Calcul de valeur acquise (V_a)	$V_a = C + I = C \left(1 + \frac{tn}{100}\right)$	$C_n = C_0(1 + i)^n$
Calcul de valeur actuelle (C)	$C = V_a - I = \frac{100V_a}{100 + tn}$	$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
Calcul du taux (t)	$t = \frac{100I}{Cn} = \frac{\frac{100V_a}{C} - 100}{n}$	$t = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$
Calcul de la durée (n)	$n = \frac{100I}{Ct} = \frac{\frac{100V_a}{C} - 100}{t}$	$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log(1 + i)}$
Conversion de taux	Taux proportionnel : $t_p = \frac{t}{p}$ ou $t = t_p \cdot p$	Taux équivalent : $i = (1 + i_p)^p - 1$ ou $i_p = \sqrt[p]{1 + i} - 1$

En intérêts composés, la valeur acquise est $\begin{cases} \text{commerciale: } C_n = C_0(1 + i)^n(1 + i)^{\frac{p}{12}} \\ \text{rationnelle: } C_n = C_0(1 + i)^n(1 + i)^{\frac{p}{12}} \end{cases}$

Intérêts en fonction de D : $I = \frac{Cn}{D}$ avec $D = \frac{360000}{t}$

Taux moyen des placements : $t = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i} = \frac{C_1 t_1 n_1 + C_2 t_2 n_2 + \dots}{C_1 n_1 + C_2 n_2 + \dots}$

Taux effectif de placement : $te = \frac{100I}{Cen}$, $te = \frac{1200I}{Cen}$, $te = \frac{36000I}{Cen}$, $t_e = \frac{100t}{100 - tn}$, $te = \frac{1200t}{1200 - tn}$ ou $te = \frac{36000t}{36000 - tn}$

Relation entre intérêt commercial et intérêt civil : $I - I' = \frac{I'}{72} = \frac{I}{73} \Rightarrow I = \frac{73 I'}{72}$ ou $I' = \frac{72 I}{73}$

Intérêt global de plusieurs placements : $I_g = \frac{C_1 n_1 + C_2 n_2 + C_3 n_3 + \dots + C_k n_k}{D} = \frac{\sum C_i n_i}{D}$

Escompte d'effets de commerce	Intérêts simples	Intérêts composés
Escompte commercial (e)	$e = \frac{Vtn}{36000}$	$e = C - C_0 = C[1 - (1 + i)^{-n}]$
Escompte rationnel (e')	$e' = \frac{Vtn}{36000 + tn}$ $e' = \frac{a'tn}{36000}$	
Escompte commercial en fonction de D	$e = \frac{Vn}{D}$	
Escompte rationnel en fonction de D	$e' = \frac{a'n}{D} = \frac{Vn}{D + n}$	
Valeur nominale	$V = \frac{36000 \cdot e}{tn} = \frac{e * e'}{e - e'} = \frac{D \cdot e}{n} = \frac{36000 \cdot a}{36000 - tn}$	$C = C_0(1 + i)^n$
Valeur actuelle commerciale	$a = V - e$ ou $a = \frac{V(D - n)}{D}$	$C_0 = C(1 + i)^{-(n + \frac{p}{12})}$
Valeur actuelle rationnelle	$a' = \frac{36000 \cdot V}{36000 + tn}$ ou $a' = \frac{D \cdot V}{D + n}$	$C_0 = C(1 + i)^{-n} \cdot (1 + i)^{\frac{p}{12}}^{-1}$
Taux d'escompte	$t = \frac{36000 \cdot e}{Vn}$, $D = \frac{V \cdot n}{e}$ et $t = \frac{36000}{D}$	$i = \sqrt[n]{\frac{C}{C_0}} - 1$
Durée d'escompte	$n = \frac{36000 \cdot e}{Vt}$, $n = \frac{D \cdot e}{V}$	$n = \frac{\log C - \log C_0}{\log(1 + i)}$

Relation entre e et e' : $e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)} = \frac{e*n}{D+n} = \frac{e'*n}{D} \rightarrow \frac{e}{D+n} = \frac{e'}{D} \rightarrow \frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D}$

Différence de l'inverse de e' et de e : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \rightarrow V = \frac{e \times e'}{e - e'}$.

Equivalents d'effets	Intérêts simples	Intérêts composés
De deux effets capitaux	$V_1(36000 - tn_1) = V_2(36000 - tn_2)$ $V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2)$	$V_1(1+i)^{n_1} = V_2(1+i)^{n_2}$ $C_1(1+i)^{-n_1} = C_2(1+i)^{-n_2}$
Un effet unique et un groupe d'effets	$V(36000 - tn) = V_1(36000 - tn_1) + V_2(36000 - tn_2) + V_3(36000 - tn_3) + \dots + V_k(36000 - tn_k)$ ou $V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) + \dots + V_k(D - n_k)$	$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \dots + V_k(1+i)^{-n_k}$

Echéance moyenne de plusieurs effets : $n = \frac{V_1n_1 + V_2n_2 + V_3n_3 + \dots + V_kn_k}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_k}$

Païement à crédit des biens :

- Prix de la marchandise = Somme Avancée + Sommes des Valeurs Actuelles des Traités :
- En intérêts simples : $PC = SA + V_1 - \frac{V_1tn_1}{1200} + V_2 - \frac{V_2tn_2}{1200} + \dots + V_k - \frac{V_ktn_k}{1200}$ ou
- En intérêts composés : $PC = SA + V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \dots + V_k(1+i)^{-n_k}$
- Traités mensuelles de même valeur nominale V échéant dans $n_1; n_2; \dots n_k$ mois :
 En intérêts simples : $PC = SA + nV - \frac{Vt}{1200}(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k)$
 En intérêts composés : $PC = SA + V[(1+i)^{-n_1} + (1+i)^{-n_2} + \dots + (1+i)^{-n_k}]$
- Traités mensuelles de même valeur nominale V , échéant de mois en mois, la 1^{ère} un mois après l'achat :
 En intérêts composés : $PC = SA + nV - \frac{Vt}{1200} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]$.
 En intérêts composés : $PC = SA + V \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$. n désigne le nombre de traités dans les deux cas.

Proportionnalités des grandeurs :

- Deux suites de nombres ($C_1; C_2; C_3 \dots$) et ($a; b; c \dots$) sont directement proportionnelles ou proportionnelles si et seulement si : $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = k$ avec $C_1 = ak; C_2 = bk; C_3 = ck$ ou $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = \frac{C_1 \pm C_2 \pm C_3}{a \pm b \pm c} = k$.
- Deux suites de nombres ($C_1; C_2; C_3$) et ($a; b; c$) sont inversement proportionnelles ssi : $\frac{C_1}{\frac{1}{a}} = \frac{C_2}{\frac{1}{b}} = \frac{C_3}{\frac{1}{c}} \Leftrightarrow \frac{C_1}{bc} = \frac{C_2}{ac} = \frac{C_3}{ab}$.
- Une suite de nombres ($x; y; z$) est proportionnelle à ($a; b; c$) d'une part et (encore) proportionnelle à ($a'; b'; c'$) d'autre part si et seulement si : $\frac{x}{aa'} = \frac{y}{bb'} = \frac{z}{cc'} = k$
- Une suite de nombres ($x; y; z$) est proportionnelle à ($a; b; c$) d'une part et inversement proportionnelle à ($a'; b'; c'$) d'autre part si et seulement si : $\frac{x}{a'} = \frac{y}{b'} = \frac{z}{c'} \Leftrightarrow \frac{x}{ab'c'} = \frac{y}{ba'c'} = \frac{z}{ca'b'} = k$

Progressions arithmétiques et progressions géométriques :

- Les capitaux : $C_1, C_2, C_3 \dots C_n$ forment une PA ssi : $C_1 = C_1; C_2 = C_1 + r; C_3 = C_1 + 2r \dots C_n = C_1 + (n-1)r$
- Trois capitaux forment une PA croissante de raison a : $C_1 = C_1; C_2 = C_1 + a; C_3 = C_1 + 2a$
- Les capitaux : $C_1, C_2, C_3 \dots C_n$ forment une PG si et seulement si : $C_1 = C_1; C_2 = qC_1; C_3 = q^2C_1 \dots C_n = q^{n-1}C_1$.
- Somme des termes d'une suite arithmétique : $S_n = \frac{(n-p+1)(U_p + U_n)}{2} = \frac{(n-p+1)(2U_p + (n-p)r)}{2} = \frac{(n+1)(2U_0 + nr)}{2}$.
- Termes équidistants des extrêmes : Si trois nombres a, b, c sont PA alors : $a + c = 2b$
- Termes équidistants des extrêmes : Si trois nombres a, b, c sont en PG alors : $a \times c = b^2$
- Somme des termes d'une suite : $S_n = \frac{U_p(1-q^{n-p+1})}{1-q}$ ou $S_n = U_0 \frac{1-q^n}{1-q}$

Résolution de certaines équations :

- Toute équation du 2^{ème} degré à une inconnue se ramène à la forme $ax^2 + bx + c = 0$ ou a, b, c sont des nombres. On calcule le déterminant $\Delta = b^2 - 4ac$: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Connaissant la somme $S = x_1 + x_2$ et produit $P = x_1 \cdot x_2$ de deux capitaux, pour retrouver ces deux capitaux, il suffit de résoudre l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$.

ADD