

MATHEMATIQUES FINANCIERES

Les maths financières comprennent 2 grandes parties :

- Les opérations financières à court terme
- Les opérations financières à long terme

Opérations financières à Court terme

Chapitre 1. Intérêt Simple

- Intérêt
- Valeur acquise

Chapitre 2. L'Escompte Commercial

- Escompte
- Valeur actuelle

Chapitre 3. AGIO

- L'Escompte + Commission
- Agio (HT)
- Valeur Nette Hors taxe
- Comparaison des Banques
- Effet de commerce

Chapitre I.

LES INTERETS SIMPLES

1. Notion d'Intérêt

Dans les opérations financières, tout placement est un prêt dont il n'est plus gratuit. Le placement va générer un revenu qui paye le temps du placement.

L'intérêt est le revenu d'un placement pour le temps mis.

- La somme placée s'appelle CAPITAL
- Le taux de placement ou taux d'intérêt est le revenu produit par 100 f pour 1 an de placement. On le note $t\%$ c'est à dire $100F \Rightarrow I = t$.

2. Formule Fondamentale de l'Intérêt

2.1. Intérêt simple :

Le calcul de l'intérêt simple se fait par intervalle de temps régulier. Cet intervalle de temps s'appelle Période. La période peut être l'année, semestre, trimestre... On est en situation d'intérêt simple lorsque les intérêts produits par un Capital pendant une période ne s'ajoutent pas à ce Capital pour produire les intérêts de la période suivante, ou tout simplement l'intérêt ne produit pas d'intérêt.

2.2. Formule :

Soit	C = le Capital placé T = le taux A = la durée en années
En 1 an	100 F -----> t 1 F -----> $t/100$ 2 F -----> $2 \times t/100$ 80 F -----> $80 \times t/100$
	en 1 an -----> $C \times t/100$ en 2 ans -----> $C \times t/100 \times 2$ en A années -----> $C \times t/100 \times a$

I =	$\frac{C \times t \times a}{100}$
$\Rightarrow$	$C = \frac{100I}{ta}$
$\Rightarrow$	$t = \frac{100I}{Ca}$
$\Rightarrow$	$a = \frac{100I}{Ct}$

Exercices :

1. Calculer l'intérêt produit par un capital de 200 000F au taux annuel de 6% pendant 3ans
2. A quel taux faut-il placer 600 000F pendant 5 ans pour produire 255 000F d'intérêt ?
3. Quel placement en 3 ans donne à 5% un intérêt de 75 000F ?
4. Pendant combien d'année faut-il placer 500 000F à 11% pour produire 220 000F d'intérêt ?.

Solutions :

Exo 1. $C = 200\ 000F$ $t = 6\%$ $a = 3$ $I = ?$
 $I = \frac{Cta}{100} = \frac{200000 \times 6 \times 3}{100} = 36\ 000F$

$\Rightarrow$ $I = 36\ 000\ F$

Exo 2. $C = 600\ 000F$ $a = 5$ $I = 255\ 000F$ $t = ?$
 $I = \frac{Cta}{100} \Rightarrow t = \frac{100I}{Ca} = \frac{100 \times 255000}{100} = 8.5$

$\Rightarrow$ $t = 8.5$

Exo 3. : $a = 3$ $t = 5\%$ $I = 75\ 000F$ $C = ?$
 $I = \frac{Cta}{100} \Rightarrow C = \frac{100I}{at} = \frac{100 \times 75000}{3 \times 5} = 500\ 000F$

$\Rightarrow$ $C = 500\ 000$

Exo 4. : $C = 500\ 000F$ $t = 11\%$ $I = 220\ 000F$ $a = ?$
 $I = \frac{Cta}{100} \Rightarrow a = \frac{100I}{Ct} = \frac{100 \times 220000}{500000 \times 11} = 4$

$\Rightarrow$ $a = 4$

La Durée est en mois

12 mois $\Rightarrow$ 1 an
m mois $\Rightarrow$ a ? $\Rightarrow a = \frac{m}{12}$

$$I = C \times \frac{t}{100} \times a = C \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} = C \times \frac{t}{1200} \times m$$

$\Rightarrow$ $I = \frac{Ctm}{1200}$

NB : m $\rightarrow$ nombre de mois

La Durée du Placement est en jours

NB : * L'année Commerciale = 12 mois x 30 jrs = 360 jrs
* L'année civile = 365 ou 366 jrs (quand il s'agit d'année bissextile qui revient tous les quatre ans).

○ Intérêt Commercial (I)

360 jrs -----> 1 an

n jrs -----> a ? $\Rightarrow a = \frac{n}{360}$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{Ctn}{36000}}$$

NB : n $\rightarrow$ nombre de jours

○ Intérêt Civil (I')

360 jrs -----> 1 an

n jrs -----> a ? $\Rightarrow a = \frac{n}{365}$

$$\Rightarrow \boxed{I' = \frac{Ctn}{36500}}$$

NB : n $\rightarrow$ nombre de jours

Comparons I et I'

$$I = \frac{Ctn}{36000} \qquad I' = \frac{Ctn}{36500}$$

Ils ont même numérateur et comme 36 000 < 36 500, donc

$$\frac{Ctn}{36000} > \frac{Ctn}{36500} \Rightarrow \boxed{I > I'}$$

L'Intérêt Commercial est supérieur à l'intérêt Civil

$\rightarrow$ Calculons : $\boxed{I - I'}$

$$\begin{aligned} I - I' &= \frac{Ctn}{36000} - \frac{Ctn}{36500} \\ &= Ctn \left(\frac{1}{36000} - \frac{1}{36500} \right) \\ &= Ctn \left(\frac{36500 - 36000}{36000 \times 36500} \right) \\ &= Ctn \times \frac{500}{36000 \times 36500} \end{aligned}$$

$$= \frac{Ctn}{36000} \times \frac{500}{36500}$$

$$= I \times \frac{1}{73} \Rightarrow I - I' = \frac{1}{73} \cdot I$$

Poursuivons le Raisonnement

$$I - I' = \frac{1}{73} \cdot I \quad I' = I - \frac{1}{73} \cdot I = \frac{73I - I}{73}$$

$$\Rightarrow \boxed{I' = \frac{72}{73} \cdot I}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{73}{72} \cdot I'}$$

Exercices :

- Exo 1. Calculer le taux sachant que $C = 900\,000\text{F}$; $n = 160$ jrs ; $I = 32\,000\text{F}$
- Exo 2. On place du 13 Janvier 2000 au 25 mai 2000 au taux annuel de 12% une certaine somme. On obtient un intérêt de 10 300F. Calculer C.
- Exo 3. La différence entre l'intérêt Commercial et l'intérêt Civil d'un placement est de 5 840F. Calculez les 2 Intérêts.

Résolutions :

Exo 1. $C = 900\,000\text{F}$ $n = 160$ jrs $I = 32\,000\text{F}$

$$I = \frac{Ctn}{36000} \Rightarrow t = \frac{36000I}{Cn} = \frac{36000 \times 32000}{900000 \times 160} = 8$$

Le taux est donc $t = 8$

Exo 2. $t = 12$ $I = 10\,300$ $C ?$

N le nombre de jours ?

Janvier = $31 - 13 = 18$ jrs

Février = 29 jrs

Mars = 31 jrs

Avril = 30 jrs

Mai = 25 jrs → $n = 133$ jrs

$$I = \frac{Ctn}{36000} \Rightarrow C = \frac{36000I}{tn} = \frac{36000 \times 10300}{133 \times 12} = 232\,330.82\text{F}$$

⇒ Le Capital placé = 232 330.82F

Exo 3.

Soit **I** l'Intérêt Commercial

Soit **I'** l'Intérêt Civil

$$I - I' = 5\,840 \quad I - I' = \frac{1}{73} \cdot I = 5\,840$$

$$\Rightarrow I = 5\,840 \times 73 = 426\,320 \Rightarrow I = 426\,320$$

$$\Rightarrow I' = \frac{72}{73} \cdot I = \frac{72}{73} \times 426\,320 \Rightarrow I' = 420\,480 \text{ F}$$

$$L'interêt Commercial I = \underline{426\,320 \text{ F}}$$

$$L'interêt Civil = \underline{420\,480 \text{ F}}$$

3. Valeur acquise par un Capital

3.1. Définition : On appelle valeur acquise par un capital C la somme de ce Capital et de l'Intérêt qu'il a produit pendant la durée du placement.

Soit **C** le Capital placé

I l'Intérêt produit

A la valeur acquise par C

$A = C + I$ $A = C + \frac{Ctn}{36000}$

Exercices :

Exo 1. Calculer la valeur acquise par 200 000F pour 8 mois de placement à 9% l'an

Exo 2. Calculer le capital placé sachant qu'au bout de 100 jrs et à 9% l'an a atteint la valeur de 30 750F

Résolutions :

Exo 1. $C = 200\,000$ $n = 8$ $t = 9$ $A ?$

Calcul de la valeur acquise

$$A = C + \frac{Ctn}{1200} = 200\,000 + \frac{200\,000 \times 9 \times 8}{1200} = 212\,000$$

$$\Rightarrow \text{la valeur acquise } A = \underline{212\,000 \text{ F}}$$

Exo 2. C = ? n = 100jrs t = 9 A = 30 750F

Calcul du Capital C

$$A = C + \frac{Ctn}{36000} \quad 36000C + Ctn = 36000A$$

$$\Rightarrow 36000C + Ctn = 36000A$$

$$\Rightarrow C(36000 + tn) = 36000 A$$

$$\Rightarrow C = \frac{36000 \times A}{36000 + tn} = \frac{36000 \times 30750}{36000 + 9 \times 100}$$

$$\Rightarrow C = \frac{36000 \times 307500}{36900} = 300\,000$$

$\Rightarrow$ Le capital placé est C = 300 000F

b. Représentation graphique de I et A

$\rightarrow$ Représentation graphique de l'intérêt quand le temps varie

$$I = \frac{Ctn}{36000}$$

$$I = \frac{Ct}{36000} \times n$$

$$N \rightarrow \frac{Ct}{36000} \times n$$

$$f(n) = \frac{Ct}{36000} \times n$$

$$f(n) = 2000n$$

f est donc la fonction LINÉAIRE

f se représente par une droite qui passe par l'ORIGINE

Conclusion :

$I = \frac{Ct}{36000} \times n$ est une droite passant par l'origine dans un repère où l'axe des abscisses est les temps (n) et l'axe des ordonnées est l'Intérêt (I).

Exemple d'application : On place 1 capital de 600 000F à 8% l'an sachant la durée n en mois.

- Exprimer l'Intérêt en fonction de n
- Tracer cette fonction dans un repère pour n compris entre 0 et 10 mois
- Trouver graphiquement
 - n pour I = 32 000
 - I pour n = 5

Résolution :

a) Exprimer l'Intérêt en fonction de n

$$I = \frac{Ctn}{1200} = \frac{600000 \times 8}{1200} \times n = 2000 \times n$$

L'Intérêt I = 4000 n

La fonction est linéaire, c'est donc une droite alors deux points suffisent.

N	0	10
I	0	40 000

b) Représentation graphique de la fonction n

NB : Prenons pour échelle

- Abscisse : 1cm $\rightarrow$ 1 mois
- Ordonnée : 1cm $\rightarrow 4000 \left(\frac{40000}{10} \right)$

C-graphiquement

-Pour I = 32 000 n = 8

-Pour n = 5 I = 20 000

Problème : Adama et Boubacar placent respectivement 450 000F e 300 000F à intérêt simple au taux de 8% l'an.

- 1- Exprimer I_A et I_B leur intérêt en fonction du temps n en mois
- 2- Représenter I_A et I_B dans le même repère
- 3- Détecter à partir du graphique le temps qu'il faut à Adama pour réaliser le même intérêt que Boubacar ferait en 9 mois.

Résolution :

- 1- Exprimer I_A et I_B en fonction du temps n

$$I_A = \frac{Ctn}{1200} = \frac{450000 \times 8}{1200} \times n = 3000n$$

$$\Rightarrow \boxed{L'Intérêt de Adama I_A = 3000n}$$

$$I_B = \frac{Ctn}{1200} = \frac{300000 \times 8}{1200} \times n = 2000n$$

$$\Rightarrow \boxed{L'Intérêt de Boubacar I_B = 2000n}$$

- 2- Représentation de $I_A = 3000n$ et de $I_B = 2000n$ dans le même repère

$$I_A = 3000n$$

$$I_B = 2000n$$

n	0	5	10
I_A	0	15 000	30 000

n	0	5	10
I_B	0	10000	20000

NB : Prenons pour échelle

- Abscisse : 1Cm $\Rightarrow$ 1 Mois
- Ordonnée : 1cm $\Rightarrow$ 3000

3) Détecter à partir du graphique le temps qu'il faut à Adama pour réaliser le même intérêt que Boubacar en 9 mois $\rightarrow I_B = 18\ 000$ et $I_A = 18\ 000$ pour 6 mois

$\Rightarrow$ Il suffit de 6 mois pour Adama de réaliser le même intérêt que ferait Boubacar en 9 mois.

$\Rightarrow$ Représentation de la valeur acquise

$$A = C + \frac{Ct}{36000} \times n \qquad A = \frac{Ct}{36000} \times n + C$$

$$Y = \frac{Ct}{36000} x + C \qquad f_x \Rightarrow \frac{Ct}{36000} x + C$$

$\Rightarrow f(x) = ax + b$ est donc une fonction affine. Sa représentation est une *DROITE* qui ne passe par l'Origine.

Exercice d'application : On place 600 000F à 8% pendant n mois.

- 1- Exprimer la valeur acquise en fonction du temps n
- 2- Tracer la droite représentative de A , graduer l'axe des ordonnées à partir de 600 000.
- 3- Lire le nombre de mois pour atteindre 636 000F
- 4- Lire la valeur acquise au bout de 6 mois (vérifier 3 et 4 par calcul)

Résolution :

- 1- La valeur acquise en fonction du temps n

$$A = \frac{Ctn}{1200} + C = \frac{600000 \times 8}{1200} + 600\ 000$$
$$\Rightarrow \underline{A = 4000n + 600\ 000}$$

- 2- Le tracé de graphique

$$= 6\ A$$

$$A = 4000 \times 6 + 600\ 000 = 24000 + 600000$$

$$A = 624\ 000F$$

n	0	5	10
A	600 000	620 000	640 000

NB : Echelle

Abscisse = 1cm $\rightarrow$ 1 mois

Ordonnée = 1cm $\rightarrow$ 4000

- 3- Il faut 9 mois pour atteindre
- 4- Il faut 624 000F pour 6 mois

Vérification : $A = 636\ 000$ n ?

$$636\ 000 = 4000n + 600\ 000$$

$$4000n = 36\,000 \Rightarrow n = \frac{36000}{4000}$$

$$\Rightarrow n = 9 \text{ mois}$$

* $n = 6A$?

$$A = 4\,000 \times 6 + 600\,000 = 24\,000 + 600\,000$$

$$A = 624\,000F$$

4- Taux Moyen d'une série de placement effectué simultanément

Une même personne fait K placement aux conditions suivantes :

Capitaux	taux	Durée
C_1	t_1	n_1
C_2	t_2	n_2
.	.	.
.	.	.
C_k	t_k	n_k

L'Intérêt total produit est =

$$\frac{C_1 t_1 n_1}{36000} + \frac{C_2 t_2 n_2}{36000} + \dots + \frac{C_k t_k n_k}{36000} =$$

$$\frac{C_1 t_1 n_1 + C_2 t_2 n_2 + \dots + C_k t_k n_k}{36000} = \sum_{i=1}^k \frac{C_i t_i n_i}{36000}$$

On appelle taux moyen de placement, le taux unique, T qu'il faut appliquer à ces capitaux pour les durées respectives et obtenir le même intérêt total.

$$\sum_{i=1}^k \frac{C_i t_i n_i}{36000} \cdot T$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{C_i t_i n_i}{36000} \cdot T = \sum_{i=1}^k \frac{C_i t_i n_i}{36000}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\sum_{i=1}^k C_i t_i n_i}{\sum_{i=1}^k C_i \cdot n_i}$$

Tableau pratique

Ci	ni	Ci x ni	ti	Cixnixti
				11

C1	n1	t1
C2	n2	t2
-	-	-
-	-	-
Ck	nk	tk
Total =	S ₁	S ₂

Exercice d' $T = \frac{S_2}{S_1}$ Calculer le taux moyen résultant des placements suivants :

C ^x		Période
380 000	7.5%	25 Mai au 15 juillet
642 000	8.2%	25 Mai au 31 juillet
78 000	8.5%	25 Mai au 31 Août

Résolution

Déterminons d'abord la durée

C ₁)	Mai = 31-25 = 6	C ₂)	Mai = 6	C ₃)	Mai = 6
	Juin = 30		juin = 30		juin = 30
	Juillet = 15		juillet = 31		juill. = 31
	51		67		Août = 31
					98

C _i	n _i	C _i xn _i	t _i	C _i xn _i x t _i
380 000	51	19 380 000	7.5	145 350 000
642 000	67	43 014 000	8.2	350 714 800
78 000	98	7 644 000	8.5	64 974 000
		70 038 000		70 038 000

$$T = \frac{563038800}{70038000} = 8.039047$$

Le taux moyen = 8.030947%

5- Méthode des nombres et des diviseurs

C est une méthode de calcul des intérêts lorsque la durée est exprimée en jours année de 360 jrs.

$$I = \frac{Ctn}{36000} \quad \frac{a}{b} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{c} \quad \text{d'où} \quad \frac{Ctn}{36000} = \frac{(Cn)t}{36000} = \frac{Cn}{\frac{36000}{t}} \rightarrow I = \frac{Cn}{\frac{36000}{t}}$$

On appelle NOMBRE le produit C x n noté N et DIVISEUR le rapport $\frac{36000}{t}$ noté D

$$I = \frac{N}{D}$$

Ainsi

Nombre diviseur

Quelques diviseurs

T	3	4	4.5	5	6	8	9	10
$D = \frac{36000}{t}$	12 000	9 000	8 000	7 200	6 000	4 500	4 000	3 600
T	12	15	16	18	20			
$D = \frac{36000}{t}$	3 000	2 400	2 250	2 000	1 800			

Application :

La méthode des nombres et des Diviseurs fixe est à retenir lorsque l'on doit calculer l'Intérêt total de plusieurs placements à un taux unique.

$$I = \frac{C_1 n_1}{D} = \frac{C_2 n_2}{D} + \dots + \frac{C_k n_k}{D} \Rightarrow I = \sum_{i=1}^k \frac{C_i n_i}{D}$$

Exercice d'application : Calculer l'Intérêt total au taux unique de 8% de :

71 215F pendant 21 jrs
253 180F pendant 32 jrs
91 215F pendant 52 jrs

L'intérêt total est = I

$$I = \frac{71215 \times 21 + 253180 \times 32 + 91215 \times 52}{4500} = \frac{1495515 + 8101760 + 4743180}{4500}$$

$$= \frac{14340455}{4500} = 3186.7677$$

L'Intérêt total est : 3 186.7677F

6- Intérêt précompte :

Il est aisé de comprendre que l'intérêt produit par un placement est payé au moment du remboursement du prêt. Mais il arrive que dans certains contrats l'on demande de payer les intérêts à l'avance c'est-à-dire au moment même de la négociation, on dit alors que l'Intérêt est PRECOMPTE.

Il va sans dire que la somme effectivement prêtée est le montant négocié diminué des intérêts. Il sera donc intéressant de connaître le taux effectif.

Exemple : On place 10 000F pour un an à 10% (Intérêt précompté). Calculer le taux effectif de ce placement.

Résolution :

a) Intérêt produit I :

$$I = \frac{Cta}{100} \quad C = 10\,000 \quad t = 10 \quad a = n = 1$$

$$I = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000 \Rightarrow \boxed{I = 1000}$$

b) Somme effectivement placée : (l'Intérêt étant précompté)
 $10\,000 - 100 = \underline{9\,000F}$

c) Taux effectif T : Tout se passe comme si 9 000F produisaient I = 1 000F.

$$\text{Le taux effectif T est : } I = \frac{Cta}{100} = 1\,000 \Rightarrow T = \frac{100 \times 1000}{Ca}$$

$$T = \frac{100000}{9000} = 11.11 \Rightarrow \boxed{\text{Taux effectif} = 11.11\%}$$

FORMULE DU TAUX EFFECTIF

$$\text{L'Intérêt } I = \frac{Ctn}{36000}$$

$$\text{Montant effectivement placé : } C - I = C - \frac{Ctn}{36000}$$

C'est le montant au taux effectif T qui produit I

$$\left(C - \frac{Ctn}{36000}\right) \times \frac{T \times n}{36000} = \frac{Ctn}{36000}$$

$$\left(C - \frac{Ctn}{36000}\right) T = Ct$$

$$C \left(1 - \frac{tn}{36000}\right) T = Ct \Rightarrow \boxed{T = \frac{t}{1 - \frac{tn}{36000}}}$$

$$T = \frac{t}{\frac{36000 - tn}{36000}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{36000t}{36000 - tn}} \quad n \text{ est en jours}$$

$$\text{NB : } \rightarrow \text{ si } n \text{ est en Mois} \quad \boxed{T = \frac{1200t}{1200 - tn}}$$

$$\rightarrow \text{ si } n \text{ est en Année} \quad \boxed{T = \frac{100t}{100 - tn}}$$

Exercice donné : $C = 10\,000$ $t = 10$ $n = 1\text{an}$

$$\text{Taux effectif est } T = \frac{100t}{100 - tn} = \frac{100 \times 10}{100 - 10 \times 1} = \frac{1000}{90}$$

$$T = 11.11 \quad \text{Soit le taux effectif de } \underline{11.11\%}$$

Exercices:

- 1- Les montants de 2 capitaux diffèrent de 100 000f, le plus élevé est placé à 12% pendant 8 mois et le second à 10% pendant 6 mois. Il se trouve que l'intérêt produit par le premier Capital est égal à deux fois l'intérêt produit par le second. Calculer les 2 capitaux et les intérêts correspondants.
- 2- Un Capital de 5 100 000F est partagé en 3 parts dont les montants sont en progression arithmétique. La première part étant égale à 70% de la troisième. On place ces trois parts à des taux respectifs t_1 , t_2 , t_3 , en progression géométrique dont la somme est 36.4 (les 3 taux sont exprimés pour 100).
Le revenu annuel des 2 premières parts sont directement proportionnels au nombre 84 et 85 :
 - a) Calculer les 3 taux de placement
 - b) Calculer le taux moyen auquel le capital de 5 100 000f a été placé
- 3- Deux capitaux dont le montant total est de 1 680 000F sont placés pendant un an à des taux respectifs différents de 0,4 (les 2 taux sont exprimés pour 100) – Intérêt total : 165 120F.
Si le premier capital avait été placé au taux du second et le second au taux du premier, l'intérêt annuel total aurait été de 164 160F. Calculer les 2 capitaux et les 2 taux.
- 4- Un particulier se fait ouvrir un compte dans une Banque aux conditions suivantes :
 - le versement d'ouverture effectué le 1^{er} Avril 92 : 25 000F - le versement trimestriel constant 2000F effectué le premier jour du trimestre civil – Premier de ces versements : 1^{er} juillet 92, dernier de ces versements 1^{er} janvier 96 ;
 - Tous les versements portent l'intérêt simple à 4% l'an jusqu'au 31 Mars 96 date de la clôture du compte, chaque trimestre étant compté pour $\frac{1}{4}$ d'année. A cette date le titulaire du compte se verra remettre une somme égale au montant total de ces versements augmenté des intérêts produits et d'une prime égale à ces intérêts. Cette prime ne pourra pas toute fois excéder 6 000F
 - 1) Calculer la somme totale que recevra le titulaire du compte à la date du 31 Mars
 - 2) Calculer compte tenu de la prime le taux effectif de ses fonds pour le déposant.

Résolution :

Exo 1 :

1- Calcul des capitaux

$$I_1 : \frac{C_1 t n}{1200} = \frac{C_1 \times 12 \times 8}{1200} = \frac{8C_1}{100} = \frac{2C_1}{25} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{2C_1}{25}}$$

$$I_2 : \frac{C_2 t n}{1200} = \frac{C_2 \times 10 \times 6}{1200} = \frac{C_2}{20} \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{C_2}{20}}$$

$$\text{Nous avons : } I_1 = 2I_2 \Leftrightarrow 2 \frac{C_1}{25} = 2 \frac{C_2}{20} \Rightarrow 2 \frac{C_1}{25} = \frac{C_2}{10}$$

$$\text{Nous savons que } C_1 - C_2 = 100\,000 \Rightarrow C_1 = 100\,000 + C_2$$

$$\frac{2(100\,000 + C_2)}{25} = \frac{C_2}{10} \Rightarrow 20(100\,000 + C_2) = 10C_2 \cdot 25$$

$$\Rightarrow 400\,000 + 4C_2 = 25C_2$$

$$\Rightarrow 4C_2 - C_2 = 400\,000$$

Rappels

A. Suite Arithmétique

Exemple : μ 2-5-8-11-14-17-20
 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 On ajoute le même nombre

- $\mu = (\mu_1$ A,B,C en progression arithmétique
 $= (\mu_n + 1$ $A + r = C$

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_1 + (n-1)r \\ \mu_n &= \mu_k + (n-k)r \end{aligned}$$

$$\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = n \times \frac{\mu_1 + \mu_n}{2}$$

n étant le nombre de terme

Si a,b,c une suite arithmétique alors $a+b+c = 3b$

$$\Rightarrow a+b+c = 3b \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$$

B. Suite géométrique

$$V = 1 - 2 - 3 - 4 - 8 - 16 - 32$$

x2 x2 x2 x2 x2 x2

on multiplie par le même réel

$$V(V_1 \\ V_{n+1} = \rho V_n$$

$$V_n = V_1 \times q^{n-1}$$

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = V_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

n étant le nombre de termes

NB : Les réels a , b, c pris dans cet ordre forment une progression géométrique.

Alors :

$$\begin{aligned} a \times b \times c &= b^3 \\ b^2 &= ac \end{aligned}$$

A,b,c en progression géométrique

$$B = a \times q$$

$$C = b \times q = a \times q^2$$

$$Q = \frac{b}{a}$$

Nombres proportionnels

(a,b,c) proportionnels à (x,y,z)

$$\text{revient à dire que : } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{a+b+c}{x+y+z}$$

$$\text{Nous avons : } I_1 = 2I_2 \Leftrightarrow \frac{2C_1}{25} = \frac{2C_2}{20} \Leftrightarrow \frac{2C_1}{25} = \frac{C_2}{10}$$

$$\text{Nous savons que } C_1 = 100\,000 + C_2$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{100\,000 + C_2}{25}\right) = \frac{C_2}{10} \Leftrightarrow 20(100\,000 + C_2) = 25C_2$$

$$\Rightarrow 4(100\,000 + C_2) = 5C_2$$

$$\Rightarrow 400\,000 + 4C_2 = 5C_2$$

$$400\,000 = 5C_2 - 4C_2$$

$$400\,000 = C_2 \Rightarrow C_2 = 400\,000 \text{ F}$$

$$C_1 = 100\,000 + C_2 \Rightarrow C_2 = C_1 - 100\,000$$

$$C_1 = 100\,000 + 400\,000 = 500\,000$$

$$\Rightarrow C_1 = 500\,000$$

$$\begin{aligned} \text{Le Capital } C_1 &= 500\,000 \text{ F} \\ \text{Le Capital } C_2 &= 400\,000 \text{ F} \end{aligned}$$

2°) Calcul des intérêts :

$$I_1 = \frac{2C_1}{25} = \frac{2(500000)}{25} = 2 \times 20000 = 40\,000 \Rightarrow I_1 = 40\,000F$$

$$I_2 = \frac{C_2}{20} = \frac{400000}{20} = \frac{400000}{20} = 20\,000F \Rightarrow I_2 = 20\,000F$$

Une autre solution des équations :

$$\begin{array}{l|l} (C_1 - C_2 = 100\,000 & I_1 = \frac{96C_1}{1200} \\ (I_1 = 2I_2 & I_2 = \frac{60C_2}{1200} \end{array}$$

Exercice n° 2 :

$$C_1 + C_2 + C_3 = 5\,100\,000$$

$$C_1 + C_3 = 2C_2$$

$$2C_2 + C_2 = 5\,100\,000$$

$$3C_2 = 5\,100\,000 \Rightarrow C_2 = 1\,700\,000$$

$$C_1 + C_3 = 5\,100\,000 - 1\,700\,000 = 3\,400\,000$$

$$C_1 = \frac{70}{100}C_3 \Rightarrow \frac{70C_3}{100} + C_3 = 3\,400\,000$$

$$70C_3 + 100C_3 = 3\,400\,000$$

$$C_3 = \frac{34000000}{170} = 2\,000\,000 \Rightarrow C_3 = 2\,000\,000F$$

$$C_1 = \frac{70 \times 2000000}{100} \Rightarrow C_1 = 1\,400\,000F$$

Dans une suite progressive,

$$t_1 = t_i$$

$$t_2 = t_1q$$

$$t_3 = t_1q^2$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 36,4$$

$$t_1 + t_1q + t_1q^2 = 36,4 \Rightarrow t_1(1+q+q^2) = 36,4$$

$$I_1 = \frac{C_1 t_1}{100} \quad I_2 = \frac{C_2 t_2}{100}$$

$$\text{Ou } \frac{I_1}{84} = \frac{I_2}{85} \Rightarrow \frac{C_1 t_1}{\frac{100}{84}} = \frac{C_2 t_2}{\frac{100}{84}} \Rightarrow \frac{C_1 t_1}{8400} = \frac{C_2 t_2}{8500}$$

$$\frac{C_1 t_1}{8400} = \frac{C_2 t_1 q}{8500} \quad \frac{C_1}{84} = \frac{C_2 q}{85}$$

$$85 C_1 = 84 C_2 q \Rightarrow q = \frac{85 C_1}{84 C_2} = \frac{85 \times 1400000}{84 \times 1700000} \Rightarrow \boxed{q = 5/6}$$

a) *Calcul des taux de placement :*

$$t_1(1+q+q^2) = 36.4$$

$$t_1(1+5/6+\frac{25}{36}) = 36.4$$

$$91/36 t_1 = 36.4 \Rightarrow t_1 = \frac{36.4}{\frac{91}{36}} = \frac{36.4}{1} \times \frac{36}{91} = \frac{36.4 \times 36}{91} \Rightarrow \boxed{t_1 = 14.4}$$

$$t_2 = t_1 q = 14.4 \times 5/6 = 12 \Rightarrow \underline{t_2 = 12}$$

$$t_3 = t_2 q = 12 \times 5/6 = 10 \Rightarrow \underline{t_3 = 10}$$

b) *Calcul du taux moyen*

C_i	n_i	$C_i \times n_i$	t_i	$C_i \times n_i \times t_i$
1 400 000	1	1 400 000	14.4	20 160 000
1 700 000	1	1 700 000	12	20 400 000
2 000 000	1	2 000 000	10	20 000 000
S_1		5 100 000	S_2	60 560 000

$$\Rightarrow T = \frac{S_2}{S_1} = \frac{60560000}{5100000} = 11.87$$

Le taux moyen est $T = 11.87$

RAPPEL

A- Suite Arithmétique

Soit la suite $\mu = 2 - 5 - 8 - 11 - 14 - 17 - 20 - 23 - 26 - 29$
 $+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$

μ_1 est le terme de rang 1 ou le 1^{er} terme

μ_2 est le terme de rang 2 ou le 2^e terme

μ_n est le terme de rang n ou le n^{ième} terme

⇒ On passe d'un terme au terme suivant en ajoutant le même réel (3). On dit que la suite μ est une suite arithmétique de raison $r = 3$

Forme Reccurente : $\mu :$ $\left| \begin{array}{l} \mu_1 \\ r \end{array} \right.$
Le terme qui suit μ_n est $\mu_n + 1$
Le terme qui précède μ_n est $\mu_n - 1$

$$\mu : \left| \begin{array}{l} \mu_1 \\ \mu_{n+1} = \mu_n + r \end{array} \right.$$

$$\text{ex : } \mu : \left| \begin{array}{l} \mu_1 = 2 \\ \mu_{n+1} = \mu_n + 3 \end{array} \right.$$

$$\mu_2 = \mu_1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$\mu_3 = \mu_2 + 3 = 5 + 3 = 8$$

$$\mu_4 = \mu_3 + 3 = 8 + 3 = 11$$

$$\mu_5 = \mu_4 + 3 = 11 + 3 = 14$$

$$\mu_{100} = ?$$

Exercice n° 3 : Soit C_1 et C_2 les 2 capitaux
 t_1 et t_2 les taux effectifs
 I_1 et I_2 les intérêts dans cet ordre
 J_1 et J_2 les intérêts aux taux inversés

Mise en équations : $C_1 + C_2 = 1\,680\,000$ 1)
 $t_1 + t_2 = 0.40$ 2)
 $I_1 + I_2 = 165\,120$ 3)
 $J_1 + J_2 = 164\,160$ 4)

$$1) \quad C_1 = 1\,680\,000 - C_2$$

$$2) \quad t_1 = t_2 + 0.40$$

$$I_1 = \frac{C_1 t_1 n_1}{100} = \frac{C_1 t_1 \times 1}{100} = \frac{(1680000 - C_2)(t_2 + 0.40)}{100}$$

$$I_2 = \frac{C_2 t_2 n_2}{100} = \frac{C_2 t_2}{100}$$

$$3) \quad I_1 + I_2 = 165\,120$$

$$\frac{(1680000 - C_2)(t_2 + 0.4) + C_2 t_2}{100} = 165\,120$$

$$1\,680\,000 t_2 + 1\,680\,000 \times 0.4 - C_2 t_2 - 0.4 C_2 + C_2 t_2 = 16\,512\,000$$

$$1\,680\,000 t_2 - 0.4 C_2 = 16\,512\,000 - 672\,000$$

$$1\,680\,000 t_2 - 0.4 C_2 = 15\,840\,000$$

$$4) \quad J_1 = \frac{C_1 t_2}{100} = \frac{(1680000 - C_2) t_2}{100}$$

$$J_2 = \frac{C_2 t_1}{100} = \frac{C_2 (t_2 + 0.4)}{100}$$

$$J_1 + J_2 = 164\,160 \rightarrow \frac{(1680000 - C_2) t_2}{100} + \frac{C_2 (t_2 + 0.4)}{100} = 164\,160$$

$$1\,680\,000 t_2 - C_2 t_2 + C_2 t_2 + 0.4 C_2 = 16\,416\,000$$

$$1\,680\,000 t_2 + 0.4 C_2 = 16\,416\,000$$

$$1\,680\,000 t_2 - 0.4 C_2 = 15\,840\,000 \quad 3)$$

$$1\,680\,000 t_2 + 0.4 C_2 = 16\,416\,000 \quad 4)$$

$$3\,360\,000 t_2 + 0 = 32\,256\,000$$

$$\rightarrow t_2 = \frac{32256000}{3360000} = 9.6 \rightarrow \boxed{\text{Le taux } t_2 = 9.6}$$

$$t_1 - t_2 = 0.4 \rightarrow t_1 = 0.4 + t_2 \rightarrow 0.4 + 9.6 = 10 \rightarrow \boxed{\text{Le taux } t_1 = 10}$$

Calcul des capitaux :

$$1\,680\,000 t_2 + 0.4 C_2 = 16\,416\,000$$

$$1\,680\,000 \times 0.6 + 0.4 C_2 = 16\,416\,000$$

$$0.4 C_2 = 16\,416\,000 - 1\,680\,000$$

$$C_2 = \frac{16416000 - 1680000}{0.4} = 720\,000$$

$$\boxed{\text{Le capital } C_2 = 720\,000}$$

$$C_1 + C_2 = 1\,680\,000$$

$$C_1 = 1\,680\,000 - C_2 = 1\,680\,000 - 720\,000 = 960\,000$$

$$\boxed{\text{Le Capital } C_1 = 960\,000}$$

Conclusion : Les capitaux sont dans l'ordre 960 000 et 720 000 et les taux respectifs sont 10% et 9.6%.

Suite arithmétique (Suite)

Forme explicite de : $\mu : \begin{pmatrix} \mu_1 \\ r \end{pmatrix}$

$$\mu_1 = \mu_1$$

$$\mu_2 = \mu_1 + r = \mu_1 + 1r$$

$$\mu_3 = \mu_2 + r$$

$$\mu_4 = \mu_3 + r = \mu_2 + r + r$$

$$\mu_4 = \mu_1 + (4-1)r = \mu_1 + 3r$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_n = \mu_1 + (n-1)r}$$

Ex : $\mu : \begin{pmatrix} \mu_1 = 2 \\ r = 3 \end{pmatrix}$

$$\mu_5 = \mu_1 + (5-1)r = 2 + (3 \times 4) = 14$$

$$\mu_9 = \mu_1 + (9-1)r = 2 + (8 \times 3) = 26$$

$$\mu_{100} = \mu_1 + (100-1)r = 2 + (99 \times 3) = 299$$

Forme Général : $\mu : \begin{pmatrix} \mu_k \\ r \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_n = \mu_k + (n-k)r}$$

Ex : $\mu : \begin{pmatrix} \mu_5 = 14 \\ r = 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu_1 = ? \\ \mu_{10} = ? \quad \mu_{100} = ? \end{pmatrix}$

$$\mu_1 = \mu_k + (n-k)r = 14 + (1-5)r = 14 + (-4)3 = 2$$

$$\mu_{10} = \mu_k + (n-k)r = 14 + (10-5)3 = 14 + 5 \times 3 = 29$$

$$\mu_{100} = \mu_k + (n-k)r = 14 + (100-5)3 = 14 + 95 \times 3 = 14 + 285 = 299$$

Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique :

$$S_n = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n$$

$$\boxed{S_n = \sum_{i=1}^n U_i = n \times \frac{U_1 + U_n}{2}}$$

$$S_n = n \times \frac{U_1 + U_n}{2}$$

n = nombre de termes

U_1 = le 1^{er} terme

U_n = le dernier terme

Ex : $S_n = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29 = 155$

$$S_n = 10 \times \frac{2 + 29}{2} = 10 \times \frac{31}{2} = 5 \times 31 = 155$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Si a,b,c est une suite arithmétique alors

$$a + b + c = 3b$$

Démonstration

$$a = b - r$$

$$b = b$$

$$c = b + r$$

$$a + b + c = 3b + 0$$

$$a + c = 2b$$

$$b = \frac{a + c}{2}$$

Exercices :

Exo1 - 2,3-5-7-10 est elle une suite arithmétique ?

Exo2 - ($\mu_7 = 9,1$ Donner la forme récurrente et la forme explicite de μ

$$(\mu_{10} = 14,3 \text{ Calculer } \mu_1 \text{ et } \mu_{20})$$

Exo3 - $\mu_n = 2n+7$ est une suite arithmétique. Trouver le premier et la raison. Calculer le 50^{ème} terme

Exo4 – Quel est le 500^{ème} naturel impair ?

Résolution :

Exo1- 2-3-5-7-10 est elle une suite arithmétique .

On ne progresse pas en ajoutant le même réel, donc la suite n'est pas arithmétique.

Exo2- $\mu_{10} = \mu_7 + (10-7)r$

$$14,3 = 9,1 + 3r$$

$$-3r = -14,3 + 9,1$$

$$-3r = -5,2 \rightarrow -r = \frac{5,2}{3} = 1,73 \rightarrow r = 1,73$$

La forme récurrente :

$$\mu_7 = 9,1$$

$$\mu_{n+1} = \mu_n + 1,73$$

$$\mu_1 = \mu_7 + (1-7)r = 9,1 (-6) \times 1,7$$

$$= 1,1 \Rightarrow \boxed{\mu_1 = -1,1}$$

$$(\mu_1 = 1,1$$

$$(\mu_{n+1} = \mu_n + 1,7$$

La forme explicite :

$$\mu_n = \mu_1 + (n-1)r = -1,1 + (n-1)1,7 = -1,1 + 1,7n - 1,7$$

$$= 1,7n - 2,8$$

$$\boxed{\mu_n = 1,7n - 2,8}$$

$$\Rightarrow \mu_1 = 1,7 \times 20 - 2,8 = 31,2 \Rightarrow \mu_{20} = 31,2$$

Exo3- $\mu_n = 2n + 7$

$$\mu_1 = 2(1) + 7 = 9 \Rightarrow \mu_1 = 9$$

$$\mu_2 = 4 + 7 = 11 \Rightarrow \mu_2 = 11$$

La raison :

$$\mu_2 = 11 = \mu_1 + (2-1)r$$

$$11 = 9 + (2-1)r$$

$$11 = 9 + r$$

$$11 - 9 = r \Rightarrow r = 2 \Rightarrow \boxed{\text{La raison } r = 2}$$

$$\mu_{50} = 2(50) + 7 = 107 \Rightarrow \boxed{\mu_{50} = 107}$$

Exo4 - $(\mu_1 = 1 \quad \mu_n = \mu_1 + (n-1)r$

$$(r = 2$$

$$\mu_{500} = \mu_1 + (500-1)r = 1 + (500-1)2 = 1 + 499 \times 2 = 1 + 998$$

$$\boxed{\mu_{500} = 999}$$

B- SUITES GEOMETRIQUES

a. Approche

$$V = 1 \quad - \quad 2 \quad - \quad 4 \quad - \quad 8 \quad - \quad 16 \quad - \quad 32 \quad - \quad 64 \quad - \quad 128$$

$$\quad \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$$

On passe de chaque terme au suivant en multipliant par le même réel (2). V est une suite géométrique de raison 2.

Définition : La suite V est une suite géométrique de raison q tel que $q \neq 0$. Lorsque l'on passe de chaque terme au suivant en multipliant par le réel q.

b. Forme Récurrente

$V \quad (V_1$ $(V_{n+1} = V_n q$

Ex : V

$$(V_1$$

$$(V_{n+1} = 2V_n$$

$$V_2 = 2V_1 = 2 \rightarrow$$

$V_2 = 2$

$$V_3 = 2V_2 = 2 \times 2 = 4 \rightarrow$$

$V_3 = 4$

$$V_4 = 2V_3 = 2 \times 4 = 8 \rightarrow$$

$V_4 = 8$

c. Forme explicite

$$V_1 = V_1 \quad)$$

$$V_2 = V_1 q \quad)$$

$$\rightarrow V_n = q^{n-1} \times V_1$$

$$V_3 = V_2 q = V_1 q^2 \quad)$$

$$V_4 = V_3 q = V_1 q^3 \quad)$$

Ex : V ($V_1 = 1$

$$(q = 2 \text{ donc } V_n = q^{n-1} \times V_1 \rightarrow \underline{V_n = 2^{n-1}}$$

$$V_2 = 2^{2-1} = 2 \rightarrow$$

$V_2 = 2$

$$V_3 = 2^{3-1} = 2^2 = 4 \rightarrow$$

$V_3 = 4$

$$V_4 = 2^{4-1} = 2^3 = 8 \rightarrow$$

$V_4 = 8$

$$V_{10} = 2^{10-1} = 2^9 = 512 \rightarrow$$

$V_{10} = 512$

d. Somme des n premiers termes

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = V_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$\boxed{S_n = V_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}} \quad n \rightarrow \text{étant le nombre de terme}$$

Exemple : $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8$
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128$

$$V_1 + V_2 + \dots + V_8 = V_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} = (1) \frac{2^8 - 1}{2 - 1} = 1 \times \frac{256 - 1}{1}$$

$$\boxed{V_1 + V_2 + \dots + V_8 = 255}$$

Résolution Exercice 4

Mise en schéma

Totale valeur acquise :

Total des capitaux placés : $25\,000 + 15 \times 2000 = 55\,000$

Calcul des intérêts :

$$\frac{2000 \times 4}{100} \times \frac{1}{4} + \frac{2000}{100} \times \frac{2}{4} + \dots + \frac{2000 \times 4}{100} \times \frac{15}{4}$$

$$= \frac{2000 \times 4}{100 \times 4} (1 + 2 + \dots + 15) = \frac{2000 \times 4}{100 \times 4} (120) = 2400$$

$$\text{Sachant que } (1 + 2 + \dots + 15) = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{15(15+1)}{2} = 120$$

$$\text{Intérêt } 25000 = \frac{25000 \times 4}{100} \times \frac{16}{4} = 4000$$

$$\text{Le total des intérêts} = \frac{2000 \times 4}{100 \times 4} (1 + 2 + \dots + 15) + \frac{25000 + 4}{100} \times \frac{16}{4} = 6400$$

Le total des intérêts I = 6 400

La prime $I > 6000$ donc on retient Prime = 6000

La valeur acquise est $A = C + I + P$

$$55000 + 6400 + 6000 = 67\,400\text{F}$$

La valeur acquise A = 67400

Calcul du taux effectif $I+P = 6400+6000 = 12\ 400$

Calculons I tel que I permettant à ce placement de produire 12 400 :

$$\frac{2000 + T}{100} (1 + 2 + \dots + 15) + \frac{25000 \times T}{100} \times \frac{16}{4} = 12400$$

$$\Rightarrow \frac{2000T}{400} (120) + \frac{25000T}{400 \times 1} \times 16 = 12400$$

$$\Rightarrow 5 \times 120T + 258 \times 4 \times T = 12\ 400$$

$$\Rightarrow 600T + 1000T = 12\ 400$$

$$\Rightarrow 1600T = 12\ 400 \Rightarrow T = \frac{12400}{1600} = 7.75$$

Le taux effectif $T = 7.75$

Exercice : Une personne place à intérêt simple au taux t au début de chaque mois et à partir du 1^{er} janvier une somme constante S

- 1- De quelle somme totale capitaux et intérêts réunis, disposent-elle le 31-12 de cette année ?
- 2- De quelle somme totale disposera-t-elle du n° du mois onc après n versements).
- 3- Pour $S = 20\ 000F$ $t = 9$
Répondre aux deux questions précédentes
- 4- En conservant ces mêmes données numériques. Calculer la durée de l'opération qui conduit à une valeur acquise de 669 750F.
Dans ce problème on admet que tous les mois ont la même durée.

Résolution :

1) La valeur acquise totale le 31-12

$$AT = \left(S + \left(S + \frac{St}{1200} \times 1 \right) \right) + \left(S + \frac{St}{1200} \times 2 \right) + \dots + \left(S + \frac{St \times 12}{1200} \right)$$

$$AT = 12S + \frac{St}{1200} (1 + 2 + \dots + 12)$$

$$= 12S + \frac{78St}{1200} \Rightarrow \boxed{AT = 12S + \frac{78}{1200}.ST}$$

2. Valeur acquise après n versements

$$\begin{aligned} A'T &= nS + \frac{St}{1200}(1 + 2 + \dots + n) \\ &= nS + \frac{St}{1200} \times \frac{n(n+1)}{2} = nS + \frac{St}{1200} \times \frac{n^2 + n}{2} \\ &= nS + \frac{St(n^2 + n)}{2400} \Rightarrow \boxed{A'T = nS + \frac{St(n^2 + n)}{2400}} \end{aligned}$$

$$3. \quad t : 9 \quad S = 20\,000$$

$$AT = 12S + \frac{78}{12} \times St = 12 \times 20\,000 + \frac{78}{1200} \times 20\,000 \times 9 = 251\,700F$$

$$\boxed{AT = 251\,700F}$$

$$A'_T = nS + \frac{St(n^2 + n)}{2400} \Rightarrow 20\,000 + \frac{20\,000 \times 9}{2400}(n^2 + n)$$

$$A'_T = 20\,000n + 75n^2 + 75n \Rightarrow \boxed{A'_T = 75n^2 + 20\,075n}$$

$$4. \quad n^2 \quad A'_T = 669\,750$$

$$75n^2 + 20\,075n = 669\,750$$

$$75n^2 + 20\,075n - 669\,750 = 0$$

$$3n^2 + 803n - 26\,790 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (803)^2 - 4(-26\,790)$$

$$\Delta = 644\,809 + 321\,480$$

$$\Delta = 966\,289 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 983$$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-803 - 983}{2 \times 3} \text{ négatif donc rejeté}$$

$$n_2 = n = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-803 + 983}{6} = 30$$

Donc il faut 30 versement de 20 000F à 9% pour atteindre 669 750F.

Δ