

Mathématiques Financières

UA2 : ESCOMPTES À INTÉRÊTS SIMPLES

Classe : TSECO

Discipline : Mathématiques Financière

Durée : 30 H (10 semaines : 3H/semaine)

1. Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

1. Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

2. Compétences

- Résoudre une situation problème
- Mettre à profit ses connaissances scientifiques et technologiques
- Communiquer des messages en utilisant le langage et le symbolisme mathématique.

Composantes :

- Diagnostiquer la situation –problème ;
- Mettre à l'essai des pistes de solutions ;
- Comprendre le fonctionnement d'objets techniques ;
- Participer à des échanges d'informations à caractère scientifique, technologique et mathématique.

Manifestations :

- Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation ;
- Formuler le problème ;
- Expliquer le fonctionnement des objets techniques ;
- S'approprier les concepts pertinents ;
- Valider son point de vue ou sa solution en les confrontant avec d'autres.

3. Contenu :

ESCOMPTES À INTÉRÊTS SIMPLES

4. Ressources éducatives :

Ressources Matérielles : livre de mathématique financière (Walder Masseri) ; brochure de Mathématiques financières (Je me bats en Mathématiques financières), règles, équerres, calculatrices.

5. Stratégies d'animation :

Travail de groupe

6. Déroulement des activités (situations d'apprentissage)

☞ Prérequis :

Durée : 10 min

Énoncé : QCM : L'intérêt précompté

Consigne : Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Choisis la bonne réponse.

Question 1 : Un placement à intérêt précompté signifie que :

- A. L'intérêt est payé à l'échéance avec le capital.
- B. L'intérêt est versé chaque mois.
- C. L'intérêt est déduit du capital au moment du placement.
- D. L'intérêt est capitalisé chaque année.

☒ Bonne réponse : C

Explication : dans un placement à intérêt précompté, les intérêts sont retenus dès le début. Le capital réellement investi est donc inférieur au montant final à rembourser.

Question 2 : Dans un placement à intérêt précompté, le capital réellement engagé correspond à :

- A. La totalité du capital nominal indiqué sur l'effet.
- B. Le capital augmenté des intérêts.
- C. Le capital diminué des intérêts.
- D. Les intérêts seuls.

☒ Bonne réponse : C

Explication : l'intérêt est retiré à l'avance du capital nominal. Le capital réellement prêté (ou engagé) est donc le capital moins les intérêts.

Question 3 : Quelle est la formule correcte de l'intérêt commercial simple ?

- A. $I' = \frac{Ctn}{36500}$
- B. $I = \frac{Ctn}{36000}$
- C. $I = \frac{C'tn}{36000}$
- D. $I = \frac{Ctn}{1200}$

☒ Bonne réponse : B

Explication : l'intérêt commercial est calculé sur la capital placé de l'effet, et non sur le capital réellement engagé.

Question 4 : Parmi les propositions suivantes, laquelle est fausse ?

- A. L'intérêt précompté est retiré dès le début du placement.
- B. Le capital réellement engagé est supérieur au capital prêté.
- C. Dans l'escompte précompté, l'intérêt est calculé sur la valeur le capital prêté.
- D. Le montant net reçu est le capital nominal moins l'intérêt.

☒ Bonne réponse : B

Explication : c'est l'inverse ! Le capital réellement investi est inférieur au capital nominal, car les intérêts sont déduits dès le départ.

Pré-Évaluation :

Durée : 10 min

M. TRAORÉ accorde à M. DIARRA un prêt à intérêt précompté d'un montant nominal de 300 000 F CFA, pour la période allant du 31 juillet au 29 octobre, au taux annuel de 9 %.

Consignes :

1. Expliques-en une phrase ce qu'est un placement à intérêt précompté.
2. Quel montant M. TRAORÉ remettra-t-il à M. DIARRA le 31 juillet ?
3. Quel montant M. TRAORÉ recevra-t-il de M. DIARRA le 29 octobre ?

■ Situation-problème : Notion d'escompte

Durée : 15 min

Contexte :

Une entreprise vend un lot de marchandises à un client, qui lui remet un effet de commerce (traite) d'un montant de 1 800 000 F CFA, payable le 3 novembre 2025.

Cependant, l'entreprise a un besoin urgent de trésorerie pour régler ses fournisseurs.

Elle décide donc, le 1^{er} juillet 2025, de se rendre à sa banque pour obtenir immédiatement l'argent de cet effet, avant son échéance.

La banque accepte de lui avancer la somme, mais ne lui remet pas la totalité des 1 800 000 F CFA. En contrepartie du service rendu, elle retenue une somme au titre des intérêts.

L'entreprise reçoit finalement 1 737 500 F CFA le 1^{er} juillet 2025.

Consignes :

1. Combien la banque a-t-elle retenu sur le montant de l'effet ?

(Réponse attendue : $1\ 800\ 000 - 1\ 737\ 500 = 62\ 500\ \text{F CFA}$)

2. Pourquoi la banque ne verse-t-elle pas la totalité du montant ?

(Pour faire apparaître l'idée que la banque se rémunère pour le service d'avance de fonds. Cette rémunération correspond à l'intérêt précompté, prélevé dès le début de l'opération.)

3. Comment appelle-t-on cette retenue ? À quoi correspond-elle ?

(Cette somme s'appelle l'escompte. Il s'agit de l'intérêt calculé à l'avance sur la valeur nominale de l'effet, pour rémunérer l'avance faite par la banque.)

4. Comment peut-on calculer cet escompte si l'on connaît le montant de l'effet, le taux d'escompte et la durée ?

Amener les élèves à construire la formule de l'escompte commercial : $e = \frac{Vtn}{36000}$

e : montant de l'escompte, V : valeur nominale de l'effet, t : taux d'escompte annuel (%),

n : nombre de jours entre la date d'escompte et l'échéance.

5. Calcule le montant de l'escompte en déterminant la durée n et en utilisant un taux de 10 %.

n (du 1er juillet au 3 novembre) = 125 jrs et $e = \frac{1\ 800\ 000 \times 10 \times 125}{36000} = 62\ 500\ \text{F CFA}$

Séance 1 : Escompte Commercial et Escompte rationnel

■ Activités : 40 min

Activité 1 : Comprendre la notion d'escompte commercial

L'entreprise KABAKO SARL détient un effet de commerce d'une valeur nominale de 1 200 000 F CFA, payable le 10 octobre 2025.

Ayant besoin de liquidités pour payer ses fournisseurs, elle décide de faire escompter cet effet par sa banque le 1er août 2025, au taux annuel de 12 %.

La banque accepte de lui avancer le montant, mais elle retire des intérêts, appelés escompte commercial. L'entreprise veut savoir combien elle va réellement recevoir le 1er août, et combien la banque retiendra comme escompte.

Consignes :

- Définis l'escompte commercial.
- Calcule la durée n en jours entre le 1er août 2025 et le 10 octobre 2025.
- Calcule le montant de l'escompte commercial :
- Détermine le montant net reçu par l'entreprise le 1er août 2025, on notera ce montant par a .
- Interprète les résultats :
 - Pourquoi la banque retient-elle cette somme ?
 - Quel est l'intérêt de cette opération pour les deux parties ?

Synthèse partielle : (Amener les apprenants à découvrir la définition de l'escompte commercial, de la valeur actuelle commerciale, ainsi que leurs formules respectives).

☞ Pourquoi la banque retient-elle 28 000 F ?

Parce qu'elle rend un service : elle avance de l'argent avant l'échéance. Cette somme représente sa rémunération.

☞ Avantages de l'opération :

Pour l'entreprise : elle obtient rapidement des liquidités, même si elle ne perçoit pas la totalité de la valeur de l'effet.

Pour la banque : elle gagne un intérêt sans attendre la date d'échéance.

Activité 2 : Comprendre la notion d'escompte rationnel (30min)

La valeur actuelle rationnelle d'un effet est sa valeur nominale réduite de l'escompte rationnel, c'est-à-dire de l'intérêt calculé sur cette valeur actualisée elle-même.

$$a' = V - e' \quad \text{et} \quad e' = \frac{a' \times t \times n}{36\ 000}$$

a' : est la valeur actuelle rationnelle et e' est l'escompte rationnel

Consigne : Montre que $e' = \frac{Vtn}{36000+tn}$ et $e' = \frac{Vn}{D+n}$ avec $D = \frac{36\,000}{t}$

Synthèse partielle : (Guider les apprenants à faire la démonstration les deux formules)

Activité 3 : Comparaison de e et e' et de a et a' (25 min)

Le 1^{er} août, un effet de commerce d'une valeur nominale de 600 000 F CFA, payable le 30 octobre, est négocié auprès d'une banque au taux d'escompte de 9 %.

Consigne :

1. Calcule les deux escomptes e et e' de cet effet et compare-les.
2. Calcule les deux valeurs actuelles a et a' de cet effet et compare-les.

Synthèse partielle :

Séance 2 : Relations entre e et e'

Activité 1 : Différence entre e et e' (25 min)

Consigne : Vérifie que : $e - e' = \frac{Vt^2n^2}{36000(36\,000+tn)}$ et $e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)}$

Synthèse partielle :

Activité 2 : Rapport des deux escomptes e et e' (25 min)

Consigne : Effectue : $\frac{e}{e'}$ et $\frac{e'}{e}$

Synthèse partielle :

Séance 2 : Bordereau d'escompte des effets

Activité 1 : Établissement d'un tableau de bordereau d'escompte des effets

6H

Contexte : Un commerçant peut détenir plusieurs effets de commerce arrivant à échéance à des dates différentes. Il peut choisir de les présenter tous en même temps à sa banque pour les faire escompter. En plus de l'escompte commercial prélevé sur chaque effet, la banque applique généralement des commissions et une taxe. La somme totale de ces revenus est appelée l'Agio hors taxe et si on ajoute, la taxe à l'Agio HT, on obtient l'Agio Toutes taxes comprises ATTC.

La somme finalement remise au commerçant, après toutes ces déductions, s'appelle la valeur nette escomptée ou encore le net de la négociation (VNE ou Net)

Tous les détails de cette opération sont regroupés dans un tableau appelé bordereau d'escompte.

A) Voici comment on calcul la Valeur Nette Escomptée (VNE) :

☞ **Escompte :** $e = \frac{Vtn}{36000}$

☞ **Les commissions :** Elles couvrent les frais de la banque, les principales commissions sont :

- **Commission d'endos ou commission prorata temporis c'est-à-dire proportionnelle à la durée :** C'est la seule commission proportionnelle à la valeur nominale V , à la durée n et au taux de l'endos t' , donc elle se calcule comme l'escompte :

$$\text{endos} = \frac{Vt'n}{36000}$$

- **Les commissions proportionnelles ou commissions indépendantes du temps ou de la durée :** Il s'agit des commissions : de service, de manipulation, de bordereau, d'encaissement, d'acceptation etc. Ces commissions se calculent sous la forme d'un pourcentage ou d'un pour mille de la valeur nominale :

$$\text{CP ou CIT} = \frac{Vt}{100} \text{ ou } \frac{Vt}{1000}$$

- **La commission fixe :** On peut fixer un montant par effet Activité 100 F par effet ou fixer un montant pour l'ensemble des effets Activité : 2500 F pour l'ensemble des effets.

- **L'Agio HT (AHT) :** C'est l'ensemble de toutes les retenues effectuées par le banquier.

$$\text{AHT} = \text{escompte} + \text{les commissions}$$

- **La Taxe :** Actuellement au Mali, c'est la TAF (Taxe sur Activité Financière) et elle est de 17%. Elle se calcule sur l'AHT :
$$\text{TAF} = \frac{\text{AHT} \times 17}{100}$$
- **L'Agio Toute Taxe Comprise (ATTC)** est :
$$\text{ATTC} = \text{AHT} + \text{Taxe ou ATTC} = 1,17 \times \text{AHT}$$
- **Attention :**

✍ Si la TAF n'est donnée on utilise la taxe donnée.

Valeur Nette Escomptée (VNE) et Net de la négociation :

Pour un seul effet :
$$\text{VNE ou Net} = V - \text{ATTC}$$

Pour plusieurs effets on utilise :
$$\text{VNE ou Net} = \text{Total V} - \text{ATTC}$$

✍ Si la Taxe n'est pas donnée dans l'énoncé : On calcule :
$$\text{VNE ou Net} = \text{Total V} - \text{AHT}$$

Remarque :

Le banquier peut imposer un minimum ou, (et) un maximum d'escompte ou de commission. Il impose parfois un minimum de jour.

- ✍ Pour les effets à vue on prend le minimum de jour.
- ✍ Si la valeur calculée est inférieure ou égale au minimum, on prend le minimum.
- ✍ Si la valeur calculée est supérieure ou égale au maximum, on prend le maximum.
- ✍ Si la valeur calculée est entre le minimum et le maximum, on prend la valeur calculée.
- ✍ Le banquier peut imposer un ou deux jours de banque

B. Le bordereau d'escompte (B.E) :

- Définition :** C'est la note détaillée des effets négociés sous la forme d'un tableau. Il s'établit ordinairement sur un imprimé remis par le banquier escompteur.
 - ☞ On y inscrit les effets dans l'ordre des échéances, en commençant par la plus rapprochée ou par l'effet à vue.
 - ☞ On y mentionne le montant de chaque effet (la ville où il est payable si c'est précisé) et l'échéance.
 - ☞ On effectue le calcul de toutes les retenues opérées par le banquier sur chaque effet puis on calcule pour l'ensemble des effets : l'AHT, la Taxe, l'ATTC et la VNE c'est-à-dire le montant total des valeurs nominales diminué de l'ATTC.

NB : Lors de la négociation des effets : la VNE est remise au client par le banquier, l'AHT est pour la banque et la Taxe est prélevé par banquier et sera versé au compte de l'État.

- Tracé général :** Le tracé du bordereau peut varier d'une banque à une autre, mais nous retiendrons la forme suivante :

Bordereau des effets remis le à l'escompte par à la								
N°	Valeur nominale	Échéance	Nombre de jours	Escompte	Commissions			
					Endos	Bordereau	Encaissement	Fixe
1								
2								
...	...	...	...	...	...	...	...	...
Total	Total V			Total 1	Total 2	Total 3	Total 4	Total 5
AHT = Total 1+ Total 2+ Total 3+ Total 4+ Total 5 Taxe = AHT × t% ATTC = AHT + Taxe ou ATTC = 1,t × AHT VNE = Total V – ATTC								

NB : Ce tracé n'est qu'un Activité les commissions changent en fonction des données de l'énoncé. Le tableau du bordereau ne s'arrête pas à la ligne des totaux.

Énoncé :

Le 31 mars, M. TOURE présente les effets suivants à l'escompte auprès de sa banque :

- ☞ 750 000 F échéant le 15 avril,
- ☞ 500 000 F échéant le 5 avril,
- ☞ 300 000 F échéance à vue
- ☞ 800 000 F échéant le 8 juillet
- ☞ 975 000 F échéant le 13 juin.

Conditions :

Escompte : 9%, minimum 1875 F ; **Endos :** 0,6% ; **Encaissement :** 0,05% min= 200 F ; max= 450 F ;
Bordereau : 1‰, min= 250 F ; **plafond :** 900 F ; **Commission fixe :** 100 F par effet. **TAF :** 17%

Tenir compte d'un **minimum de 15 jours** et ajoute **un jour de banque** à tous les effets atteignant ou dépassant le minimum de jour.

Consigne : Établis le bordereau d'escompte de ces effets (on arrondira tous les résultats à l'unité près).

Synthèse partielle :

Activité 2 : Comparaison de deux conditions d'escompte

2H

M. TRAORÉ souhaite négocier son effet d'un montant de **75 000 F CFA** avant son échéance.

Il hésite entre deux banques, **A et B**, qui lui proposent les conditions suivantes :

Conditions	Escompte	Endos	Acceptation	Commission fixe
Banque A	8,1%	2,7%	0,2%	300 F
Banque B	9%	1,5%	2,6‰	305 F

M. TRAORÉ souhaite déterminer, en fonction du nombre de jours restants avant l'échéance (n jours), quelle banque lui propose les meilleures conditions.

Après quelques calculs infructueux, il sollicite ton aide en tant qu'élève de la TSECO.

Cosigne : En mobilisant tes connaissances en mathématiques financières, réalise les tâches suivantes :

1. Exprime les agios Y_A et Y_B retenus par chacune des deux banques en fonction du nombre de jours n avant l'échéance.
2. Compare les conditions d'escompte proposées par les deux banques.
3. Conseille à M. TRAORÉ la banque la plus avantageuse s'il souhaite négocier son effet 120 jours avant l'échéance.

Synthèse partielle :

Activité 3 : Calcul des trois taux liés à une opération d'escompte

3H

Contexte : Lorsqu'un effet de commerce est présenté à l'escompte, il est possible de calculer plusieurs taux d'escomptes. Dans cette activité, nous nous limiterons au cas d'un seul effet. Trois types de taux sont à distinguer :

1. Le taux réel d'escompte (T) :

Le taux réel d'escompte est le taux effectif appliqué à la valeur nominale de l'effet (V) pendant la durée (n) pour obtenir un escompte équivalent au montant hors taxe (AHT) effectivement perçu par la banque :

$$T = \frac{36000 \times \text{AHT}}{Vn}$$

On peut également exprimer ce taux en fonction : du taux d'escompte t, du taux d'endos t' (s'il y en a), du taux de commission proportionnelle K, de la commission fixe F.

☞ Si le taux K est exprimé en pourcentage (%), la formule s'applique telle quelle :

$$T = t + t' + \frac{360K}{n} + \frac{36000F}{Vn}$$

☞ Si le taux K de la commission proportionnelle est en ‰ : $T = t + t' + \frac{36K}{n} + \frac{36000F}{Vn}$

Cette formule est souvent utilisée pour comparer les conditions d'escompte (appelées agios) proposées par plusieurs banques.

2. Le taux de placement du banquier (T_p) :

Ce taux mesure le rendement effectif de la banque. Elle reçoit en tout AHT et avance un montant égal à $V - \text{AHT}$. Le taux de placement T_p est celui qui, appliqué au capital réellement avancé par la banque pendant n jours, donnerait un intérêt égal à AHT :

$$T_p = \frac{36000 \times \text{AHT}}{(V - \text{AHT}) \times n}$$

3. Le taux de revient de l'opération pour le porteur (T_r) Le porteur de l'effet supporte un coût global ATTC (agios toutes taxes comprises). Il reçoit donc la somme $VNE = V - \text{ATTC}$. Le taux de revient T_r est celui qui, appliqué à la valeur nette reçue pendant n jours, donnerait un coût équivalent à ATTC :

$$T_r = \frac{36000 \times \text{ATTC}}{(V - \text{ATTC}) \times n}$$

Énoncé :

Monsieur Mallé détenait un effet de commerce d'une valeur nominale de 2 160 000 F, arrivant à échéance le 10 décembre 2025. Il a présenté cet effet à l'escompte auprès de sa banque. Les conditions d'escompte appliquées par la banque sont les suivantes :

- ☞ Taux d'escompte : 9 %
- ☞ Commission proportionnelle à la durée : 1,8 %
- ☞ Commission de bordereau : 0,01 %
- ☞ Commission de service : 0,15 %
- ☞ Commission fixe : 160 F
- ☞ TAF (Taxe sur l'Activité Financière) : 17 %

En appliquant ces conditions, la banque lui a remis exactement la somme de 2 083 365 F (valeur nette escomptée).

Monsieur Mallé souhaite retrouver la date de négociation de l'effet ainsi que les trois taux liés à cette opération. Après plusieurs tentatives infructueuses, il fait appel à vous, élève de TSECO, pour l'aider.

Consigne : En mobilisant vos connaissances sur l'escompte commercial :

1. Détermine la date de négociation de l'effet.
2. Calcule les trois taux suivants :
 - a) Le taux réel d'escompte (T),
 - b) Le taux de placement de la banque (T_p),
 - c) Le taux de revient pour Monsieur Mallé (T_r).

Synthèse partielle :

Séance 3 : Équivalence des effets

Activité 1 : Équivalence de deux effets

(3 H)

Contexte :

Lorsqu'une personne ou une entreprise détient un effet de commerce sur un client et décide de le conserver jusqu'à son échéance, il peut arriver que le débiteur (le client) ne soit plus en mesure de régler la somme due à la date convenue.

Dans ce cas, avec l'accord du créancier, l'échéance peut être repoussée de quelques jours. Cela revient à remplacer l'ancien effet par un nouvel effet, ayant une nouvelle échéance et une valeur nominale différente. Pour que le créancier ne subisse aucune perte financière, une condition essentielle doit être respectée : à la date de remplacement, encore appelée date d'équivalence, les deux effets (l'ancien et le nouveau) doivent avoir la même valeur actuelle.

Pour remplacer un effet E_1 par un autre effet E_2 équivalent, on écrit à la date d'équivalence ou date de remplacement, l'équation d'équivalence suivante : $a_1 = a_2 \Leftrightarrow V_1 - \frac{V_1 t_1 n_1}{36000} = V_2 - \frac{V_2 t_2 n_2}{36000} \Leftrightarrow$

$$\boxed{V_1(36000 - t n_1) = V_2(36000 - t n_2) \text{ ou } V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2)} \text{ avec } D = \frac{36000}{t}$$

☞ Problème 1 : Recherche de la valeur nominale du nouvel effet

Le 31 décembre, un débiteur, avec l'accord de son créancier, souhaite remplacer un effet d'une valeur nominale de 387 500 F, arrivant à échéance le 30 mars, par un nouvel effet payable le 5 mai, sur la base d'un taux d'escompte de 10 %.

Consigne : Calcule la valeur nominale du nouvel effet.

☞ Problème 2 : Recherche de l'échéance du nouvel effet

Le 31 décembre, un effet de commerce d'une valeur nominale de 387 500 F, échéant le 30 mars, a été remplacé par un nouvel effet d'une valeur nominale de 391 000 F, au taux de 10 %.

Consigne : Détermine la date d'échéance du nouvel effet

☞ Problème 3 : Recherche du taux d'escompte

Le 31 décembre, un effet de commerce d'une valeur nominale de 387 500 F, échéant le 30 mars, a été remplacé par un nouvel effet d'une valeur nominale de 391 000 F à échéance du 5 mai.

Consigne : A quel taux ces deux effets sont-ils équivalents ?

☞ Problème 4 : Recherche de la date d'équivalence

Un effet de commerce d'une valeur nominale de 387 500 F, échéant le 30 mars, a été remplacé au taux de 10%, par un nouvel effet d'une valeur nominale de 391 000 F à échéance du 5 mai.

Consigne : À quelle date ces deux effets sont-ils équivalents ?

Activité 2 : Équivalence entre un effet unique et plusieurs effets

(3H)

Il s'agit du cas où un créancier qui détient plusieurs effets de commerce sur un même débiteur accepte, à la demande de ce dernier, de remplacer plusieurs effets par un seul effet unique.

Cette opération est acceptée à condition qu'à la date de remplacement (appelée aussi date d'équivalence), la valeur actuelle de l'effet unique soit égale à la somme des valeurs actuelles des effets remplacés.

☞ Deux cas principaux peuvent se présenter :

1) Le cas de l'échéance commune :

On cherche à remplacer plusieurs effets par un seul effet.

Équation d'équivalence :

$$V(36000 - tn) = V_1(36000 - tn_1) + V_2(36000 - tn_2) + \dots + V_k(36000 - tn_k)$$

Si le taux t admet un diviseur fixe : $D = \frac{36\,000}{t}$ on aura :

$$V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + \dots + V_k(D - n_k)$$

Où : V : valeur nominale de l'effet unique ; V_i : valeur nominale de chaque effet remplacé ; n : nombre de jours entre la date d'équivalence et l'échéance de l'effet unique ; n_i : nombre de jours entre la date d'équivalence et l'échéance de chaque effet i ; t : taux d'escompte exprimé en %.

Cas particulier : si le taux t admet un diviseur fixe entier, on pose alors : $D = \frac{36\,000}{t}$

$$V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) + \dots + V_k(D - n_k)$$

2) Le cas de l'échéance moyenne :

C'est un cas particulier de l'échéance commune, qui s'applique uniquement lorsque la somme des valeurs nominales des effets remplacés est égale à la valeur nominale de l'effet unique :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_k$$

Dans ce cas, l'échéance de l'effet unique est appelée échéance moyenne.

☞ **Formule de l'échéance moyenne (en jours) :** L'échéance moyenne des effets, c'est l'échéance de l'effet unique et se situe à N jours et est calculée par :

$$N = \frac{V_1 n_1 + V_2 n_2 + V_3 n_3 + \dots + V_k n_k}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_k}$$

♦ **Remarques importantes :** Si la date d'équivalence n'est pas précisée dans l'énoncé :

- ☞ Dans le cas d'une échéance commune, on prend généralement la date d'échéance de l'effet unique ou la date de création du nouvel effet.
- ☞ Dans le cas d'une échéance moyenne, celle-ci ne dépend ni du taux ni de la date d'équivalence. On peut donc choisir n'importe quelle date, mais il est conseillé de prendre la date la plus ancienne, c'est-à-dire l'échéance la plus proche parmi les effets remplacés.
- ☞ Les valeurs de n ou N (échéance commune ou moyenne) peuvent être :
 - ☞ **Positives :** si l'échéance est postérieure à la date d'équivalence.
 - ☞ **Négatives :** si l'échéance est antérieure à la date d'équivalence.
 - ☞ **De même,** les valeurs de $n_1, n_2, \dots, n_k$ peuvent être positives ou négatives, selon la position de l'échéance de chaque effet par rapport à la date d'équivalence.

Énoncé :

Un fournisseur détient trois effets de commerce dont les valeurs nominales forment une progression géométrique croissante. La somme totale des trois effets est de 1 425 000 F et la différence entre les deux extrémités est de 375 000 F.

Consigne :

1. Détermine la valeur nominale de chacun des trois effets.

2. Remplacement des trois effets :

Les effets présentent les caractéristiques suivantes :

- 300 000 F, payable le 30 juillet
- 450 000 F, payable le 29 août
- 675 000 F, payable le 8 octobre

À la date du 1^{er} mai, le débiteur propose au fournisseur plusieurs hypothèses de remplacement :

- ☞ **Hypothèse 1** : Remplacer, au taux de 10 %, les trois effets par un seul effet unique payable le 28 septembre. Calcule la valeur nominale de cet effet unique.
- ☞ **Hypothèse 2** : Remplacer les trois effets par un effet unique de valeur nominale 1 453 235,29 F, au taux de 10 %. Détermine la date d'échéance de cet effet unique.
- ☞ **Hypothèse 3** : Remplacer les trois effets par un seul effet de 1 425 000 F. Détermine l'échéance moyenne de cet effet unique.

Activité 3 : Problème d'achat à crédit

(3H)

Contexte : Il arrive fréquemment qu'un acheteur ne dispose pas des fonds nécessaires pour payer une marchandise au comptant. Dans ce cas, le vendeur peut lui proposer une solution : verser une avance le jour de l'achat, puis régler le solde par plusieurs paiements échelonnés.

👉 Au moment de la vente, la valeur du solde à payer doit être équivalente, sur le plan financier, à la somme des valeurs actuelles des paiements différés.

Prix de la marchandise = somme avancée + sommes des valeurs actuelles des traites

Les cas les plus fréquents rencontrés sont :

1^{er} cas : Payer une certaine somme SA, le jour de l'achat et V_1 dans n_1 jours, V_2 dans n_2 jours ... V_k dans n_k jours.

$$PC = SA + V_1 - \frac{V_1 t n_1}{36000} + V_2 - \frac{V_2 t n_2}{36000} + \dots + V_k - \frac{V_k t n_k}{36000}$$

2^{ème} Cas : Payer une certaine somme SA, le jour de l'achat et V_1 dans n_1 mois, V_2 dans n_2 mois ... V_k dans n_k mois. Taux t %.

$$PC = SA + V_1 - \frac{V_1 t n_1}{1200} + V_2 - \frac{V_2 t n_2}{1200} + \dots + V_k - \frac{V_k t n_k}{1200}$$

3^{ème} Cas : Payer une certaine somme SA, le jour de l'achat et n traites de même valeur nominale V échéant respectivement dans n_1 ; n_2 ... n_k mois. Taux t %.

$$PC = SA + Vn - \frac{Vt}{1200} (n_1 + n_2 + \dots + n_k)$$

4^{ème} Cas : Payer une certaine somme SA, le jour de l'achat et n traites mensuelles c'est-à-dire échéant de mois en mois la 1^{ère} un mois après l'achat. Taux t %.

$$PC = SA + Vn - \frac{Vt}{1200} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]$$

Énoncé :

Un commerçant achète une marchandise et la propose immédiatement à la vente, en offrant à ses clients les quatre modes de paiement suivants :

- **Mode 1** : Paiement comptant de 1 000 000 F le jour de l'achat.
- **Mode 2** : Paiement d'une somme SA le jour de l'achat, puis de 300 000 F dans 36 jours et 420 000 F dans 90 jours.
- **Mode 3** : Paiement de 244 000 F le jour de l'achat, suivi de quatre traites de même valeur nominale V , espacées de trois mois, la première échéant un mois après l'achat.
- **Mode 4** : Paiement de 118 000 F le jour de l'achat, suivi de n traites mensuelles de 300 000 F chacune, la première ayant lieu un mois après l'achat.

Tous les paiements à crédit sont considérés financièrement équivalents au paiement comptant de 1 000 000 F, le jour de l'achat, au taux de 12%.

Consignes :

1. Calcule le montant de la somme avancée SA dans le 2^e mode de paiement.
2. Détermine la valeur nominale V de chaque traite dans le 3^e mode.
3. Trouve le nombre n de traites mensuelles dans le 4^e mode.
4. Calcule la somme totale payée dans chacun des modes de paiement à crédit, puis identifie le mode le moins coûteux.

Synthèse partielle :

7. Synthèse générale : ESCOMPTES À INTÉRÊTS SIMPLES

Durée : 2 H

I°) Escompte commercial :

a) **Définition** : L'escompte commercial est l'intérêt retenu par la banque sur la valeur nominale d'un effet, calculé à un taux d'escompte, pendant le temps qui s'écoule depuis le jour de la remise à la négociation jusqu'au jour de l'échéance.

b) **Formules** : Appelons :

V : La valeur nominale de l'effet ;

n : la durée de l'escompte ;

t : le taux d'escompte exprimé pour 100 F et par an. Le montant de l'escompte e est :

Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$e = \frac{Vtn}{100}$	$e = \frac{Vtn}{1200}$	$e = \frac{Vtn}{36\,000}$
Si n est en jours et que le taux d'escompte t admet un diviseur fixe $D = \frac{36\,000}{t}$ alors : $e = \frac{Vn}{D}$		

c) **Valeur actuelle commerciale** : La valeur actuelle a est la valeur nominale V diminuée de son escompte commerciale.

$a = V - e$	Conséquence : $V = a + e$ alors $e = V - a$
-------------	---

Remarque : On peut aussi exprimer la valeur nominale V en fonction de e ; t et n :

Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$V = \frac{100 \times a}{100 - tn}$	$V = \frac{1200 \times a}{1200 - tn}$	$V = \frac{36\,000 \times a}{36\,000 - tn}$
Si n est en jours et que le taux d'escompte t admet un diviseur fixe $D = \frac{36\,000}{t}$ alors : $V = \frac{D \times a}{D - n}$		

II°) Escompte rationnel :

a) **Définition** : L'escompte rationnel est l'intérêt de la valeur actuelle rationnelle.

Comme cette valeur actuelle est inférieure à la valeur nominale, on dit que l'intérêt ainsi calculé est un **escompte en dedans** et l'escompte commercial est dit, **escompte en dehors**. On le dénomme rationnel parce que son mode de calcul est conforme à la raison, au bon sens, autrement dit : est plus équitable.

NB : l'escompte rationnel n'est pas utilisé en pratique.

b) **La valeur actuelle rationnelle** : La valeur actuelle rationnelle a' est la valeur nominale de l'effet V diminué de l'escompte rationnel e'.

$a' = V - e'$	Conséquence : $V = a' + e'$ alors $e' = V - a'$
---------------	---

c) **Formule de l'escompte rationnel** :

Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$e' = \frac{Vtn}{100 + tn}$	$e' = \frac{Vtn}{1200 + tn}$	$e' = \frac{Vtn}{36\,000 + tn}$
Si n est en jours et que le taux d'escompte t admet un diviseur fixe $D = \frac{36\,000}{t}$ alors : $e' = \frac{Vn}{D + n}$		

III°) Relations entre les deux escomptes e et e' :

a. **Comparaison des deux escomptes e et e' :**

On sait que : $e = \frac{Vtn}{36\,000}$ et $e' = \frac{Vtn}{36\,000 + tn}$ on en déduit que e est supérieur à e'. $e > e'$

b. **Différence de e et e' :** $e - e' = \frac{Vt^2n^2}{36\,000(36\,000 + tn)}$

Conséquence : $e - e' = \frac{e \times tn}{36\,000 + tn}$ ou $e - e' = \frac{e' \times tn}{36\,000}$ De plus : $\frac{e}{36\,000 + tn} = \frac{e'}{36\,000}$

Avec le diviseur fixe, on retrouve :

$$e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)} \text{ ou } e - e' = \frac{e \times n}{D+n} \text{ ou } e - e' = \frac{e' \times n}{D} \text{ alors } \frac{e}{D+n} = \frac{e'}{D}$$

c. Rapport des deux escomptes e et e' :

☞ Lorsque le rapport est supérieur à 1, on obtient : $\frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D}$ ou $\frac{e}{e'} = \frac{36\,000+tn}{36\,000}$

☞ Lorsque le rapport est inférieur à 1, on obtient : $\frac{e'}{e} = \frac{D}{D+n}$ ou $\frac{e'}{e} = \frac{36\,000}{36\,000+tn}$

d. Autre relation :

a. Effectuons : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{D+n}{Vn} - \frac{D}{Vn} = \frac{n}{Vn} = \frac{1}{V} \Leftrightarrow \frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V}$ ou $\frac{1}{V} = \frac{1}{e'} - \frac{1}{e}$

b. Conséquence : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \Leftrightarrow \frac{e-e'}{e \times e'} = \frac{1}{V} \Leftrightarrow V = \frac{e \times e'}{e-e'}$

8.Évaluations :

3H

Situation d'évaluation n°1 : (1H)

Monsieur TAMBOURA possède certaines informations concernant deux effets de commerce qu'il a négociés il y a quelques jours. Voici les informations dont il se souvient :

N° des Effets	Date de Négociation	Échéance	Durée de l'escompte (n)	Taux d'escompte (t)	Valeur nominale (V)	Escompte commercial (e)	Escompte rationnel (e')	Valeur actuelle commerciale (a)	Valeur actuelle rationnelle (a')
1	31/12/24			8%		22 032 F		1 079 568 F	
2		15 /4/25	100 jours		369 000 F				360 000 F
3	6/11		125 jours	12%				359 375 F	

Son objectif est de retrouver toutes les données manquantes. Pour cela, il fait appel à votre expertise en tant que meilleur élève en mathématiques financières.

Consigne :

À l'aide de vos connaissances en mathématiques financières, calcule les valeurs manquantes en détaillant soigneusement vos calculs sur votre copie.

Situation d'évaluation n°2 : (30 mn)

Monsieur KEÏTA détient quatre effets dont les valeurs nominales sont proportionnelles aux nombres 6, 5, 7 et 8. On sait que la valeur du premier effet, est inférieure à celle du dernier de 10 000 F.

1°) Calcule les valeurs nominales de chacun des quatre effets.

2°) Monsieur KEÏTA détient également les effets suivants :

- ☞ 30 000 F, échéant le 30 décembre
- ☞ 25 000 F, échéant le 25 mars
- ☞ 35 000 F, échéant le 4 avril
- ☞ 40 000 F, échéant le 19 avril

Le 1^{er} octobre, les opérations suivantes sont envisagées, au taux de 10 % :

a) Les deux premiers effets sont remplacés par un effet unique de 54 550 F.

Détermine l'échéance de ce nouvel effet.

b) À la même date, les deux derniers effets sont remplacés par un effet unique payable le 20 mars. Calcule la valeur nominale de ce nouvel effet.

c) Calcule l'échéance moyenne des quatre effets.

Situation d'évaluation n°3 : (30mn)

I. La différence entre deux escomptes appliqués à un effet de 182 000 F, échéant le 15 mai 2021, au taux d'escompte de 12 %, est égale à 280 F.

Consigne :

1. Détermine la date de négociation correspondant à ces deux escomptes.
2. Calcule le montant de chaque escompte.

II. Deux escomptes portant sur un même effet, négocié au taux de 12 %, ont pour différence 8 F et pour produit 364 800 F.

Consigne :

1. Calcule les deux escomptes.
2. Déduis la valeur nominale de l'effet.
3. Détermine le nombre de jours entre la date de négociation et l'échéance de l'effet.
4. Retrouve la date d'échéance de cet effet, s'il a été négocié le 1^{er} juillet 2025.

Situation d'évaluation n°4 : (1H)

Le 9 février 2024, Monsieur Coulou a présenté à sa banque les effets suivants pour négociation :

- ☞ 720 000 F, échéance le 16 mars ;
- ☞ 600 000 F, échéance le 9 mai ;
- ☞ 900 000 F, échéance le 27 mai.

Conditions de négociation :

- ☞ Taux d'escompte : ***inconnu***
- ☞ Commission d'endos : 1,5 %
- ☞ Commission d'encaissement : 0,06 %
- ☞ Commission de manipulation : 1 ‰
- ☞ Commission fixe sur l'ensemble des effets : 868 F
- ☞ TAF : 17 %

Monsieur Coulou a oublié le taux d'escompte appliqué par la banque.

Cependant, il se souvient que la banque lui a remis une somme nette de 2 148 630 F.

Après plusieurs tentatives infructueuses pour retrouver ce taux, il vous demande assistance.

Consigne : À l'aide de vos compatiſsances sur le bordereau d'escompte, calcule le taux d'escompte appliqué par la banque.

9. Appui : 3H

■ Remédiation :

■ Enrichissement :