

Mathématiques Financières

UA1-MODULE 1 : INTÉRÊTS SIMPLES

Classe : TSECO

Discipline : Mathématiques Financière

Durée : 15 H (3H/semaine)

1. Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

2. Compétences :

- Résoudre une situation-problème.
- Communiquer à l'aide du langage et du symbolisme mathématique.
- Communiquer à l'aide de langage mathématiques scientifiques et technologiques.

☞ **Composantes :**

- Diagnostiquer une situation-problème
- Mettre à l'essai des pistes de solution
- Partager les démarches utilisées
- Formuler les résultats obtenus

☞ **Manifestations :**

- Identifier les données pertinentes
- Établir des relations entre les données
- Proposer des pistes de résolution
- Appliquer une démarche appropriée

3. Contenu :

4. Ressources éducatives :

- **Ressources humaines externes**
- **Ressources Matérielles :** Cahiers, livres de mathématiques financières, les brochures de Mathématiques financières, stylos, crayons, règles, équerres, calculatrices, tablettes ou smart phones.

5. Stratégies d'animation :

- Travail de groupe, travail individuel,
- Brainstorming, exposé.

6. Déroulement des activités (situations d'apprentissage)

☞ **Prérequis :**

Durée : 5 min

Énoncé :

1. **Calcul de pourcentage :**

- a) Calcule 25 % de 800 F.
- b) Un commerçant accorde une réduction de 10 % sur un article à 12 000 F.
Quel est le montant de la réduction ?

2. **Proportionnalité :**

Complète le tableau suivant :

Capital (F CFA)	Taux (%)	Intérêt (F CFA)
100 000	5	?
200 000	?	20 000
?	8	28 000

3. Unités de temps :

- Combien y a-t-il de mois dans 2 ans ?
- Combien de jours compte une année civile ? Et une année commerciale ?
- Le mois de février compte combien de jours en année normale ? En année bissextile ?

Pré-Évaluation :

Durée : 10 min

Objectif : Évaluer les prérequis nécessaires pour aborder efficacement le module sur les intérêts simples.

I. Connaissances générales :

- Qu'est-ce qu'un capital en mathématiques financières ?**
- Que signifie l'intérêt simple ? Pourquoi dit-on que l'intérêt est simple ?
- Que signifie un taux annuel de 10% ?**
- Convertis :**
 - 6 mois = ... années = ... jours
 - 3 ans 6 mois = ... années = ... mois
 - 1 an 3 mois 10 jours : Jours
- Calcule les taux proportionnels :** semestriels, trimestriels et mensuels au taux annuel de 9%.
- Un capital est placé, du 11 janvier 2024 au 15 mai 2024. Combien de jours ce capital est-il resté placé.

II. Résolution de problèmes de base :

- Un commerçant place 100 000 F à la banque pour une durée de 1 an. Le taux d'intérêt est de 5 % par an.
 - Combien gagnera-t-il au bout d'un an ?
 - Quel sera le montant total qu'il recevra (capital + gain) ?
 - Quel nom peut-on donner à ce résultat ?
- Complète ce tableau :

Date de placement	Date de remboursement	Durée de placement
31/01/2025	1/04/ 2024	?
9/02/2020	?	120 jours
?	1/10	90 jours

■ **Situation-problème : Introduction au module "Intérêts simples"**

Durée : 5 min

Contexte motivant (mise en situation) :

Le professeur entre en classe avec deux enveloppes : l'une contient **une feuille marquée 100 000 F**, et l'autre, une feuille marquée **105 000 F**. Il place les deux enveloppes sur la table, sans explication.

Puis, il s'adresse aux élèves :

Imaginez que votre tante vous ait offert 100 000 F pour vos études, et que vous hésitez entre garder cet argent chez vous pendant un an ou le déposer à la banque. En consultant vos amis, l'un vous dit qu'après un an, la banque vous versera 105 000 F. Un autre vous affirme que ce n'est pas un bon choix car la différence est trop faible.

Vous vous demandez alors :

- ☞ Pourquoi la banque donne-t-elle plus que ce qu'on a déposé ?
- ☞ Est-ce que ça dépend du montant déposé ?
- ☞ Est-ce que ça dépend du temps ?
- ☞ Et comment est calculée cette somme supplémentaire ?

Il conclut :

- ☞ Votre mission est de comprendre comment et pourquoi on passe de 100 000 F à 105 000 F.
- ☞ Vous devrez aussi être capables, à la fin, de déterminer si cette offre est réellement intéressante ou non, et de justifier votre raisonnement.

Objectifs visés par cette situation-problème :

- ☞ Susciter la **curiosité** et l'**envie de comprendre**.
- ☞ Introduire les notions de **capital, intérêt, taux, durée**.
- ☞ Favoriser une démarche de **recherche et de modélisation**.
- ☞ Donner du **sens concret** aux futurs apprentissages (formules, calculs, interprétation).

Déclenchement du module :

Après avoir posé cette situation déconcertante, le professeur :

- Encourage les hypothèses spontanées des élèves.
- Liste les premières idées ou questions au tableau (durée, argent en plus, pourcentage ?...).
- Propose de démarrer un travail en groupes ou une exploration guidée pour **découvrir ce qu'est un intérêt simple, comment il se calcule et pourquoi il est utilisé.**

Séance 1 : Notion d'intérêts simple

Durée : 2h 40 min

■ Activités :

Activité 1 : Problèmes relatifs aux calculs de l'intérêts

M. DEMBÉLÉ répartit un certain capital C trois parts proportionnelles aux nombres 6, 9 et 8.

On sait que la troisième part dépasse la première de **144 000 F**.

Consignes :

1. Détermine le montant total du capital C.
2. Du 8 février au 24 avril, M. DEMBÉLÉ place un capital de 432 000 F à un certain taux d'intérêt simple. Ce placement lui rapporte 7 200 F.
➤ Calcule le taux d'intérêt utilisé.
3. Il place un capital de 648 000 F à un taux de 10 % l'an. Le 15 juillet, ce placement lui a rapporté 10 800 F.
➤ À quelle date le placement a-t-il été effectué ?
4. Un capital, est placé au taux de 9 % pendant 90 jours. À la fin de ce placement, ce capital a acquis une valeur (capital + intérêts) de 588 960 F.
➤ Quel était le capital initial placé ?

Synthèse partielle : (Proposer par les élèves, ici, il s'agira des différentes formules que l'apprenant doit connaître pour résoudre les opérations sur la formule de l'intérêt)

Activité 2 : Taux moyen de placements

Une personne effectue les placements suivants :

- ☞ 120 000 F au taux de 10% pendant 2 mois ;
- ☞ 150 000 F au taux de 6% pendant 4 mois ;
- ☞ 200 000 F au taux de 8% pendant 3 mois.

Consigne :

1. Calcule l'intérêt total généré par les trois placements.
2. Détermine le taux unique T auquel il aurait fallu effectuer ces différents placements, dans les mêmes conditions de durées, pour obtenir le même intérêt total.

Synthèse partielle : (les élèves doivent comprendre que ce taux n'est autre que le taux moyen et le professeur doit les aider à trouver la formule générale à partir de la question 2)

Activité 3 : Représentation graphique de l'intérêt

On place un capital de 108 000 F à intérêts simples au taux de 9% pendant x jours tel que : $0 \leq x \leq 100$.

Consigne :

1. Exprime l'intérêt y en fonction de x
2. Représente y dans un repère orthogonal pour $0 \leq x \leq 100$.

Échelle : prendre 1 cm pour 10 jours sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 270 F sur l'axe des ordonnées.

3. Détermine graphiquement et algébriquement :
 - a) Le montant de l'intérêt produit au bout de 60 jours de placement.
 - b) Au bout de combien de jours ce capital produira-t-il 2 430 F d'intérêts.

Synthèse partielle.

Activité 4 : Représentation graphique de la valeur acquise

On place un capital de 200 000 F à intérêts simples pendant 6 mois à un certain taux $x\%$ tel que : $0 \leq x \leq 12$.

Consigne :

1. Exprime la valeur acquise y en fonction de x
2. Représente y dans un repère orthogonal pour $0 \leq x \leq 12$.

Échelle : prendre 1 cm pour 1% sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 000 F sur l'axe des ordonnées en commençant par 200 000 F.

3. Détermine graphiquement et algébriquement :

a) La valeur acquise par ce capital au taux de 8%.

b) À quel taux d'intérêt faut-il placer ce capital pour obtenir exactement une valeur acquise de 210 000 F ?

Synthèse partielle :

Séance 2 : Intérêt commercial et Intérêt civil

Durée : 30mn

Activité : On place un capital de 525 600 F pendant 120 jours au taux de 9%.

Consigne : Calcule :

a. L'intérêt I de ce capital sur la base qu'une année compte 360 jours.

b. L'intérêt I' de ce capital sur la base qu'une année compte 365 jours.

c. Compare I et I' et vérifie que : $I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72}$

Synthèse partielle :

Séance 3 : Intérêt précompté- Intérêt post-compté

Durée : 45 mn

Activité : Choix d'un mode de placement

M. DIARRA dispose d'une somme de 600 000 F qu'il souhaite placer à un taux annuel de 10 % pendant 12 mois. Cependant, il hésite entre un placement à intérêt précompté et un placement à intérêt post compté. Il fait appel à vous pour l'aider à faire le bon choix.

Consignes :

1. Explique la différence entre un placement à intérêt précompté et un placement à intérêt post compté.

2. M. DIARRA opte finalement pour le placement à intérêt précompté :

a) Quel est le montant de l'intérêt qu'il percevra immédiatement, le jour du placement ?

b) Calcule le montant C' réellement engagé, c'est-à-dire la somme effectivement placée pendant la durée du placement.

c) Quel taux effectif T_{ep} faut-il appliquer au capital réellement engagé C' , pour obtenir le même intérêt que celui calculé au taux nominal de 10 % sur 600 000 F ?

d) Compare ce taux effectif T_{ep} au taux nominal de 10 % utilisé initialement.

Synthèse partielle :

Séance 4 : Quelques méthodes de calcul de l'intérêt commercial

Durée : 1 H 45 min

4.1. Méthode des nombres et du diviseur fixe :

Activité : La méthode du diviseur fixe

La méthode du diviseur fixe est une technique utilisée pour simplifier le calcul de l'intérêt simple, lorsque la durée est exprimée en jours.

Dans cette méthode, on utilise le diviseur fixe (entier) donné par la formule : $D = \frac{36000}{t}$ où t est le taux

d'intérêt annuel en pourcentage. La formule de l'intérêt devient alors : $I = \frac{C \times n}{D} = \frac{N}{D}$

Consignes :

1. Recopie et complète le tableau suivant :

Taux t (%)	5 %	6 %	7 %	9 %	9,5 %	11 %
Diviseur fixe D						

2. Quels sont les taux ci-dessus qui n'admettent pas un diviseur fixe entier ?

3. Applications :

a) Un capital de 150 000 F est placé à intérêt simple au taux de 7,2 % pendant 125 jours.

► Calcule l'intérêt produit à l'aide de la méthode du diviseur fixe.

b) On effectue les placements suivants, tous au taux de 10 %, en utilisant la méthode du diviseur fixe :

☞ 24 000 F pendant 45 jours

☞ 30 000 F pendant 75 jours

☞ 72 000 F pendant 90 jours

► Calcule à l'aide de la méthode du diviseur fixe, l'intérêt total (ou global) produit par ces trois placements.

Synthèse partielle :

4.2. La méthode du soixante

Cette méthode est utilisée lorsque le taux ne permet pas d'utiliser un diviseur fixe entier.

Pour simplifier les calculs, au lieu d'utiliser la méthode des parties aliquotes de temps, on applique une version simplifiée de la méthode du soixante, basée sur un taux de référence de 6 %.

Principe : Le calcul de l'intérêt se fait en deux étapes :

1. Calcul de l'intérêt au taux de 6 % : $I_{\text{à } 6\%} = \frac{C \times 6 \times n}{36000}$

2. Ajustement de l'intérêt au taux réel $t\%$: $I_{\text{à } t\%} = \frac{(I_{\text{à } 6\%}) \times t}{6}$

Cette méthode évite les découpages complexes en parties aliquotes et permet de ramener rapidement un intérêt calculé à un taux standard (6 %) vers n'importe quel taux t , en utilisant une règle de proportionnalité simple.

Activité : On place un capital 108 000 F au taux de 7% pendant 100 jours.

Consigne : En utilisant la méthode du soixante, calcule l'intérêt produit par ce capital.

7. Synthèse générale : Intérêts Simples

Durée : 3 H

7.1. Définition de l'intérêt :

L'intérêt représente la rémunération d'un prêt d'argent. Il correspond au montant que l'emprunteur verse au prêteur en contrepartie de l'utilisation d'une somme d'argent pendant une durée déterminée. Le montant de l'intérêt dépend de :

- la somme prêtée (appelée **capital**),
- la durée du prêt,
- et du taux d'intérêt appliqué.

On parle d'intérêt simple quand l'intérêt est calculé une seule fois sur le capital de départ. Il ne s'ajoute pas au capital pour produire un nouvel intérêt. Ce calcul est souvent utilisé pour les prêts à court terme.

7.2. Les formules :

Désignons par :

- C : le montant de la somme prêtée ou placée ;
- $t\%$: le taux d'intérêt pour 100 F et par an ;
- n : la durée du placement en année ; en mois ou en jours.
- I : le montant de l'intérêt produit à la fin du placement

- L'intérêt I :** est calculé par l'une des formules suivantes :

Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$I = \frac{Ctn}{100}$	$I = \frac{Ctn}{1200}$	$I = \frac{Ctn}{36000}$

- La valeur acquise V_a :**

La valeur acquise V_a par un capital C , est le résultat de l'addition à ce capital de l'intérêt qu'il a produit.

$V_a = C + I$	$C = V_a - I$	$I = V_a - C$
On peut aussi exprimer C en fonction de V_a , t et n :		
Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$C = \frac{100 \times V_a}{100 + tn}$	$C = \frac{1200 \times V_a}{1200 + tn}$	$C = \frac{36000 \times V_a}{36000 + tn}$

7.3. Le taux moyen de placement :

Le taux moyen de placement, noté T ou T_m , est le taux unique auquel il faudrait placer l'ensemble des capitaux pour obtenir le **même montant total d'intérêts**, en conservant les mêmes durées de placement.

$$T \text{ ou } T_m = \frac{C_1 t_1 n_1 + C_2 t_2 n_2 + \dots + C_k t_k n_k}{C_1 n_1 + C_2 n_2 + \dots + C_k n_k} \text{ ou } T \text{ ou } T_m = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i}$$

Remarque : Le taux moyen n'est pas la moyenne arithmétique des taux. La formule n'est applicable que lorsque les durées n_i sont exprimées dans la même unité.

7.4. Intérêt précompté :

- ☞ **Un placement à intérêt précompté** : est un placement dans lequel l'intérêt est prélevé dès le début, c'est-à-dire le jour même où le placement est effectué. À l'inverse, si l'intérêt est versé à la fin, en même temps que le remboursement du capital, on parle alors de placement à **intérêt post-compté**.
- ☞ **Le capital réellement prêté ou reçu** : aussi appelé capital effectivement engagé, est égal au capital nominal diminué de l'intérêt précompté : $C' = C - I$
- ☞ **Le taux effectif de placement (T_{ep})** : est le taux réel qu'il faut appliquer au capital réellement engagé (C') pour obtenir l'intérêt initialement calculé sur le capital nominal (C) au taux nominal (t) pendant la durée du placement (n). $T_{ep} = \frac{C \times t}{C'}$. De façon générale on a les trois cas suivants :

Si n est en année	Si n est en mois	Si n est en jours
$T_{ep} = \frac{100 \times t}{100 - t \times n}$	$T_{ep} = \frac{1200 \times t}{1200 - t \times n}$	$T_{ep} = \frac{36\,000 \times t}{36\,000 - t \times n}$
NB : Toujours cette inégalité est vérifiée : $T_{ep} > t$		

7.5. Intérêt commercial et Intérêt Civil :

a. Intérêt commercial : C'est l'intérêt calculé sur la base de l'année commerciale (360 jours) $I = \frac{C \times t \times n}{36000}$

b. Intérêt civil : C'est l'intérêt calculé sur la base de l'année civile (365 jours): $I' = \frac{C \times t \times n}{36500}$

c. Relation entre I et I' :

$$I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} \quad \text{Conséquence : } I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} \Leftrightarrow \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \text{ avec } \boxed{I = 73k \text{ et } I' = 72k}$$

8. Évaluations :

Durée : 3 H

Situation d'évaluation n°1 :

M. Sylla a accidentellement renversé du thé sur une feuille contenant les détails de trois placements qu'il avait réalisés. Malheureusement, certaines informations ont été effacées.

Voici les données qu'il a pu lire :

N° du placement	Date de placement	Date de remboursement	Durée de placement	Taux d'intérêt	Capital placé	Intérêt produit	Valeur acquise
1	19/02/2024	03/06/24		9%			102 625 F
2	01/12/2024		90 jours		150 000 F		153 750 F
3		01/03/2025		8%		6 000 F	256 000 F

Consigne : En appliquant tes connaissances en mathématiques financières, reconstitue le tableau et retrouve toutes les informations qui ont été effacées.

Évaluation Formative n°2 :

Un capital C placé à un taux d'intérêt annuel de 10 % pendant n mois atteint une valeur de 96 000 F. Si ce même capital est placé à un taux de 12 % pendant deux mois de moins, il générera un intérêt de 5 400 F.

Détermine la valeur de C et la durée n en mois.

Évaluation Formative n°3 :

Deux capitaux dont la somme s'élève à 150 000 F sont placés :

- ☞ Le 1^{er} à $t\%$ et le second à $(t-1)\%$.
- ☞ L'intérêt annuel du premier capital étant de 5 400 F et celui du second est de 7 200 F.
 - 1) Exprimer en fonction de t les deux capitaux.
 - 2) Calculer les deux taux puis les deux capitaux.

Évaluation Formative n°4 :

Un capital est partagé en trois parts dont les montants sont en progression géométrique.

La somme des trois parts s'élève à 182 000 F et le rapport de la première part à la deuxième part est $\frac{5}{6}$. On place ces trois parts à des taux respectifs t_1 , t_2 , t_3 en progression géométrique dont la somme est 24,4%.

Les intérêts produits par les deux premières parts après 72 jours de placement sont directement proportionnels aux nombres 100 et 96. Calcule :

1. Les trois parts.
2. Les trois taux.
3. Et le taux moyen auquel le capital a-t-il été placé ? (Avec $n_1 = n_2 = n_3$)

9. Appui :

■ Remédiation :

■ Enrichissement :

M. DEMBÉLÉ