

BEMBUS-MALI

Au service de la nation

« ALLAHOUMA YA ALLAH YA MOUSSABIBAL ASSBABI »
« Tabarakalézi Bi-yadihil – Mouloukou Wa HouWa Allah-kouli-ché-ine Kadirou »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant chercheur à l'ECICA tél 76 43 95 33 / 69 50 23 20

Sujets de

Mathématiques Financières

TSéco

Bamako, juin 2022

I.- les intérêts simples

1.1.- Formules générales des intérêts simples

L'intérêt est le loyer de l'argent prêté. Il est dit simple lorsqu'il est calculé proportionnellement à la durée et au taux.

$$\text{Intérêt } I = \frac{\text{Capital} * \text{taux} * \text{durée}}{36.000 \text{ ou } 1200 \text{ ou } 100}$$

Le capital « C » est le montant placé exprimé en unité monétaire.

La durée du placement « n » est le temps qui sépare entre la date de placement du capital et la date d'échéance. Elle peut être exprimée en jour, mois ou l'année.

La durée exprimée en jours : compter les mois suivant leur durée réelle. C'est le nombre de jours qui séparent le jour de placement (non compté) et le jour de l'échéance (compté). Le mois de février est compté 28 jours sauf le cas de l'année bissextile (où il est compté 29 jours).

La durée exprimée en mois : on considère tous les mois comme 30 jours. Par exemple 5 mois = 150 jours.

La durée exprimée en années : on considère l'année comme 12 mois de 30 jours. Par exemple 2 ans 3 mois 20 jours = 360 + 90 + 20 = 470 jours.

Exemple : effectuez les décomptes de jours :

	Date de placement	Date d'échéance	Durée du placement (Nombre de jour)
1	Le 05 mars	Le 22 mars	N(du 20/3 au 22/03) = 22 – 5 = 17 jours
2	Le 16/01/ 2020	26 avril 2020	N = (31 – 16) + 29 + 31 + 26 = 101 jours
3	Le 24/01/ 2021	03 mai 2021	N = (31 – 24) + 28 + 31 + 30 + 3 = 99 jours
4	Le 08 nov 2017	03 mars 2018	N = (30 – 8) + 31 + 31 + 29 + 3 = 116 jrs
5	Le 07 février	09 juin	N = (28 - 7) + 31 + 30 + 31 + 9 = 122 js

Le taux de placement : est exprimé en année pour 100F de capital.

$$\text{Taux annuel} = \text{taux semestriel} \times 2$$

$$\text{Taux annuel} = \text{taux trimestriel} \times 4$$

$$\text{Taux annuel} = \text{taux mensuel} \times 12$$

	Durée en jours	Durée en mois	Durée en année
Intérêt I	$I = \frac{C * t * n}{36\,000}$	$I = \frac{C * t * n}{1200}$	$I = \frac{C * t * n}{100}$
Capital C	$C = \frac{I * n}{36\,000 * t}$	$C = \frac{I * n}{1200 * t}$	$C = \frac{I * n}{100 * t}$
Taux t	$t = \frac{36\,000 * I}{C * n}$	$t = \frac{1200 * I}{C * n}$	$t = \frac{100 * I}{C * n}$
Durée n	$n = \frac{36\,000 * I}{C * t}$	$n = \frac{1200 * I}{C * t}$	$n = \frac{100 * I}{C * t}$

Exemple : Un capital de 810 000F est placé au taux de 7,2% l'an. Calculez l'intérêt produit dans les cas suivants :

a/ Durée = 45 jours $\rightarrow I = \frac{810.000 \times 7,2 \times 45}{36.000} = \dots\dots\dots$

b/ Durée = 2 mois $\rightarrow I = \frac{810.000 \times 7,2 \times 2}{1200} = \dots\dots\dots$

c/ Du 20 février au 07 juin $\rightarrow I = \frac{810.000 \times 7,2 \times 107}{36.000} = \dots\dots\dots$

d/ Du 14 mai au 26 sept $\rightarrow I = \frac{810.000 \times 7,2 \times 135}{36.000} = \dots\dots\dots$

1.2.- Valeur acquise par un capital

La valeur acquise est la valeur définitive obtenue par le capital. Elle est égale au capital C augmenté des intérêts produits.

Valeur acquise = Capital + intérêt $\rightarrow VA = C + \frac{C \times t \times n}{36.000}$

Exemple 6 : Un capital de 270 000F placé le 24 mai est devenu 274 770F le 07 septembre. Calculez le taux.

Solution : décompte de jour (du 24 mai au 07 sept) = 106 jours

$VA = C + \frac{C \times t \times n}{36.000} \rightarrow 274\,770 = 270.000 + \frac{270.000 \times t \times 106}{36.000} \rightarrow$ on trouve taux = 6%

Intérêt = VA – C = 4 770 $\rightarrow$ taux = $36.000 \times 4770 / 270.000 \times 106 = 6\%$

1.3.- Intérêts civil (I') et commercial (I)

L'intérêt est dit commercial lorsqu'il est calculé sur la base de 360 jours $I = \frac{C \times t \times n}{36.000}$

L'intérêt est dit civil lorsqu'il est calculé sur la base de 365 jours $I' = \frac{C \times t \times n}{36.500}$

$I > I' \rightarrow I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72}$

Exemple : Un opérateur chargé de calculer l'intérêt d'un capital au taux de 6% pendant 45 jours s'est trompé de calculer sur la base de 365 jours. La différence dégagée est de 27F. Calculer le capital.

Solution : $I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{I - I'}{73 - 72} = 27 \rightarrow$ l'intérêt $I = 73 \times 27 = 1\,971$ F

Le capital C = $36.000 \times 1971 / 6 \times 45 = 262\,800$ F.

1.4.- Taux moyen de placement

Le taux moyen de placement des capitaux est le taux unique T auquel il faut placer les capitaux pour produire un même intérêt total.

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3} = \frac{\sum C_i \times t_i \times n_i}{\sum C_i \times n_i}$$

Les n_i doivent être exprimés de la même période et le taux en année pour 100F.

Exemple : Calculez le taux moyen des capitaux :

- 400 000 F placé à 5% pendant 1 mois et 5 jours ;
- 350 000 F placé à 6% pendant 2 mois
- 380 000 F placé à 7% pendant 2 mois et 15 jours.

Solution : TM = $\frac{400\,000 \times 5 \times 35 + 350\,000 \times 6 \times 60 + 380\,000 \times 7 \times 75}{400\,000 \times 35 + 350\,000 \times 60 + 380\,000 \times 75} = 6,23 \%$

1.5.- l'intérêt précompté et taux effectif de placement

Un Capital « C » est placé aux taux « t » pendant « n » jours :

- l'intérêt est dit précompté lorsqu'il payé le jour du placement du capital, dans ce cas le capital effectivement placé serait de $C' = C - I$;
- le taux auquel ce capital effectif est placé est appelé taux effectif « tep ».

Formule du taux effectif :

$$Tep = \frac{36.000 \cdot I}{(C-I) \cdot \text{jours}} \quad Tep = \frac{1200 \cdot I}{(C-I) \cdot \text{mois}} \quad Tep = \frac{100 \cdot I}{(C-I) \cdot \text{années}}$$

Le taux effectif est indépendant du capital C :

$$Tep = \frac{36.000 \cdot \text{taux}}{36.000 - \text{taux} \cdot \text{jours}} \quad Tep = \frac{1200 \cdot \text{taux}}{1200 - \text{taux} \cdot \text{mois}} \quad Tep = \frac{100 \cdot \text{taux}}{100 - \text{taux} \cdot \text{ans}}$$

1.6.- Méthodes des nombres et diviseurs fixes

Cette méthode est utilisée lorsque la durée est jour. On pose $D = 36\,000 / \text{taux}$ le diviseur fixe et $N = C \cdot n$ le nombre.

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{36.000} = \frac{\frac{C \cdot t \cdot n}{t}}{\frac{36.000}{t}} = \frac{C \cdot n}{\frac{36.000}{t}} = \frac{\text{Nombre } N}{\text{Diviseur } D}$$

$$\text{Taux} = 5\% \rightarrow D = 36\,000 / 5 = 7\,200$$

$$\text{Taux} = 6\% \rightarrow D = 36\,000 / 6 = 6\,000$$

$$\text{taux } 7,2\% \rightarrow D = 36\,000 / 7,2 = 5\,000$$

$$\text{taux } 10\% \rightarrow D = 36\,000 / 10 = 3\,600$$

Exercice : Une personne place le 1^{er} mars, une somme de 270 000F dans un compte productif d'intérêt simple.

Calculer les intérêts produits dans les cas suivants :

- échéance le 31 mars au taux de 9% l'an ;
- échéance le 30 avril au taux de 0,75% le mois ;
- échéance le 15 mai au taux de 2,5% le trimestre ;
- échéance le 30 juin au taux de 3,1% le semestre.

Solution :

$$\text{a.-) Taux} = 9\% ; n (01/03 \text{ au } 31/03) = 30 \text{ jours} \quad I = \frac{270\,000 \cdot 9 \cdot 30}{36\,000} = 2\,025 \text{ F}$$

$$\text{b.-) Taux} = 0,75\% \cdot 12 = 9\% ; n (01/03 \text{ au } 30/04) = 60 \text{ jrs} \quad I = \frac{270\,000 \cdot 9 \cdot 60}{36\,000} = 4\,050 \text{ F}$$

$$\text{c.-) Taux} = 2,5\% \cdot 4 = 10\% ; n (01/03 \text{ au } 15/05) = 75 \text{ jrs} \quad I = \frac{270\,000 \cdot 10 \cdot 75}{36\,000} = 5\,625 \text{ F}$$

$$\text{d.-) Taux} = 3,1\% \cdot 2 = 6,2\% ; n (01/03 \text{ au } 30/06) = 121 \text{ jrs} \quad I = \frac{270\,000 \cdot 6,2 \cdot 121}{36\,000} = 5\,626,5 \text{ F}$$

Exercice 2 :

Une personne place le 05 janvier 2016 une somme de 900 000F dans un compte productif d'intérêt simple. Il récupère le 16 avril 2016 la somme de 915 000F.

A quel taux le placement a-t-il été effectué ?

Solution : $n (05/01 \text{ au } 16/04) = 102$; $C = 900\,000$; $VA = 918\,360$

$$\rightarrow I = 918\,360 - 900\,000 = 18\,360$$

$$VA = C + \frac{C \cdot t \cdot n}{36\,000} \rightarrow I = \frac{C \cdot t \cdot n}{36\,000} \text{ on trouve taux} = 7,2\%.$$

Ce qu'il faut retenir : le mois de février compte 28 jours sauf pendant les années bissextiles où il est de 29 jours (année 2016 est une année bissextile)

Exercice 3 : Dans le sujet d'une interrogation écrite, on demande de calculer les intérêts produits par un capital placé au taux 10% pendant 90 jours. Moussa a calculé les intérêts sur la base de 360 jours et sa voisine AWA a calculé sur la base de 365 jours. La différence entre les deux résultats est de 3 F.

Retrouver le capital placé.

$$\text{Solution : } \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{I-I'}{73-72} = 3 \rightarrow I = 73 \cdot 3 = 219 \rightarrow C = \frac{36\,000 \cdot 219}{90 \cdot 10} = 8\,760 \text{ F}$$

II.- Escompte commercial et escompte rationnel

L'opération d'escompte consiste à vendre un effet de commerce avant son échéance. Le banquier retient l'escompte et les commissions qu'on appelle agio. La somme remise au bénéficiaire de l'effet est la valeur nette escomptée.

Escompte commercial

L'escompte commercial est l'intérêt de la valeur nominale calculé sur la durée qui sépare le jour de l'escompte (non compté) au jour d'échéance (compté).

Les mois sont pris suivant leur durée réelle.

Appelons :

V « valeur nominale de l'effet en Franc »

n « la durée qui sépare le jour de mise au jour d'échéance »

t « le taux d'escompte » le diviser $D = 36\,000 / \text{taux}$

e « l'escompte commercial »

a « la valeur actuelle commerciale » $a = V - e$

$$\text{Escompte commercial } e = \frac{V * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle commerciale } a = V - e = V - \frac{V * t * n}{36\,000} = \frac{V (36\,000 - t * n)}{36\,000}$$

Escompte rationnel : e'

C'est l'intérêt de la valeur actuelle rationnelle (a') calculé sur la durée qui sépare le jour de l'escompte (non compté) au jour d'échéance (compté).

Les mois sont pris suivant leur durée réelle.

Appelons :

V « valeur nominale de l'effet en F »

n « la durée qui sépare le jour de mise au jour d'échéance »

t « le taux d'escompte » le diviseur $D = 36\,000 / \text{taux}$

e' « l'escompte rationnel »

a' « la valeur actuelle rationnelle » $a' = V - e'$

$$\text{Escompte rationnel } e' = \frac{V * t * n}{36\,000 + t * n} \quad \text{ou} \quad e' = \frac{a' * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle rationnelle } a' = V - e'$$

Note : n « c'est le nombre de jours qui séparent le jour de remise à l'escompte au jour d'échéance de l'effet » les mois sont pris suivant leur durée réelle.

$$\text{Escompte rationnel } e' = \frac{V * t * n}{36\,000 + t * n} \quad \text{ou} \quad e' = \frac{a' * t * n}{36\,000}$$

$$\text{Valeur actuelle rationnelle } a' = V - e'$$

$e = \frac{V * t * n}{36\,000} = \frac{V * n}{D}$		$e' = \frac{V * n}{D + n}$	
$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V}$	$e - e' = \frac{e' * t * n}{36\,000}$	$e - e' = \frac{e * t * n}{36\,000 + t * n}$	$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t * n}{36\,000}$

Sujets d'examen sur les escomptes à intérêts simples

Exercice 1: Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{120\,000 \times 7,2 \times (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \times 9 \times n}{36\,000} = 120 \text{ on trouve } n = 60 \text{ jrs}$$

Exercice 2: Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{180\,000 \times 7,2 \times n}{36\,000} - \frac{180\,000 \times 9 \times (n-20)}{36\,000} = 270 \text{ on trouve } n = 70 \text{ jrs}$$

Exercice 3: Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t. Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux (t+1), l'escompte aurait augmenté de 525 F. Calculer t ?

Solution :
$$\frac{210\,000 \times t \times (90+30)}{36\,000} - \frac{210\,000 \times (t+1) \times 90}{36\,000} = 525 \text{ on trouve } t = 6 \%$$

Exercice 4: Un effet de commerce à 40 jours à courir. La somme $e + e' = 90,50$ et le produit $e \times e' = 2\,047,50$.

Déterminer la valeur nominale puis le taux de l'escompte.

Réponse : $e + e' = 90,50$ et $e \times e' = 2\,047,50$

Connaissant la somme S et le produit P

$\Rightarrow X^2 - SX + P = 0 \Rightarrow X^2 - 90,50 X + 2\,047,50 = 0 \Rightarrow \Delta = 0,25 \Rightarrow e = 45,5 \text{ et } e' = 45$

$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{1}{45} - \frac{1}{45,5} = \frac{1}{V} \Rightarrow \text{on trouve } V = 4\,095 \text{ F}$

Le taux $t = \frac{36\,000 \times e}{V \times n} = \frac{36\,000 \times 45,5}{4\,095 \times 40} = 10\%$

Exercice 5:

Les escomptes commercial et rationnel s'élèvent respectivement à 10,68 F et 10,58F. Quel est le taux qui a été utilisé pour les déterminer sachant que l'effet a encore 50 jours ?

Réponse : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{1}{10,58} - \frac{1}{10,68} = \frac{1}{V} \Rightarrow \text{on trouve } V = 1\,129,944 \text{ F}$

Le taux $t = \frac{36\,000 \times e}{V \times n} = \frac{36\,000 \times 10,68}{1\,129,944 \times 50} = 6,81\%$

Exercice 6 : Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 7 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ? **Réponse : 2 400 F.**

III.- Bordereau d'escompte BE

Le bordereau d'escompte un document qui récapitule l'ensemble des effets remis à l'escompte.

1- calcul de la valeur nette escomptée d'un effet :

La valeur nette escomptée est la somme remise par le banquier au client qui a remis l'effet à l'escompte. C'est la différence entre la valeur nominale et les agios toute taxe comprise.

Agio HT = Escompte + commissions

$$\rightarrow \text{Agio HT} = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000} + \frac{V \cdot t' \cdot n}{36\,000} + \frac{V \cdot k}{100} + CF$$

Avec t « taux d'escompte » ; t' « taux d'endos » ; k « taux de commission proportionnelle »

Taxe = agio HT x taux

Agio TTC = Agio HT + Taxe

Valeur nette escomptée = Valeur nominale – Agio TTC

$$\text{Escompte} = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000}$$

$$\text{Endos} = \frac{V \cdot t' \cdot n}{36\,000}$$

$$\text{Com Prop} = \frac{V \cdot k}{100}$$

2- Présentation du bordereau d'escompte

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1							
2							
3							
Totaux		XXXXXX	XXXXXX	Total 1	Total 2	Total 3	Total 4
Agio HT = A. HT Taxe = Agio HT*17% Agio TTC = Agio HT + Taxe = Agio HT*1,17 Valeur nette escomptée = total valeur nominale – agio TTC							

Remarque : le nombre de jour de chaque effet est déterminé entre le jour de remise (non compté) et le jour d'échéance (compté). On doit tenir des minimums de jour et des jours supplémentaires de banque.

3- Formule de calcul des taux :

$$\text{Taux réel d'escompte : } T = \frac{36\,000 \times \text{Agio HT}}{V \times n} = t + t' + \frac{360 k}{n}$$

avec t « taux d'escompte » ; t' « taux d'endos » ; k « taux de commission proportionnelle ».

$$\text{Taux de placement du banquier } Tp = \frac{36\,000 \times \text{Agio HT}}{(V - \text{Agio HT}) \times n}$$

$$\text{Taux de revient } Tr : Tr = \frac{36\,000 \times \text{Agio TTC}}{(V - \text{Agio TTC}) \times n}$$

Exercice 1 : Un effet de valeur nominale 2 700 000F à échéance le 21 mai est escompté le 12 avril aux conditions suivantes : escompte 6% ; endos 2,4% ; commission de bordereau 0,5% ; commission fixe 3.930 F la taxe 15%.

Calculer la valeur nette escomptée.

Solution :

Le nombre de jour : du 12 avril au 21 mai soit **39 jours**

Escompte = 2 700 000 x 6 x 39 / 36 000 = 17 550F

Endos = 2 700 000 x 2,4 x 39 / 36 000 = 7 020 F

Com Prop = 2 700 000 x 0,5 % = 13 500F

Com fixe = 2 000 F

Agio hors taxe = 17 550 + 7 020 + 13 500 + 3 930 = 42 000

Agio TTC = 42 000 x 1,15 = 48 300F

La valeur nette escomptée = 2 700 000 – 48 300 = 2 651 700 F

IV.- Equivalence d'effets ou de capitaux

4.1.- Equivalence de deux effets

Deux effets sont équivalents lorsqu'escomptés au même taux ils présentent la même valeur actuelle commerciale. La date d'équivalence est antérieure aux échéances.

E1 est équivalent à E2 $\Rightarrow a_1 = a_2$

$$V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000} = V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000} \quad \text{ou} \quad V_1 (D - n_1) = V_2 (D - n_2) \quad \text{avec} \quad D = \frac{36\,000}{t}$$

n_i (date d'équivalence à l'échéance de l'effet E_i)

Exercice 1 : un effet de 90 000F payable dans 30 jours est remplacé un nouvel effet payable dans 60 jours. Au taux de 7,2% calculer la valeur nominale du nouvel effet.

Solution : $90\,000 - \frac{90\,000 * 7,2 * 30}{36\,000} = V - \frac{V * 7,2 * 60}{36\,000} \Rightarrow V = 90\,545\,F$

4.2.- L'équation d'équivalence de 2 groupes d'effets

Deux groupes sont équivalents lorsqu'escomptés au même taux, la somme des valeurs actuelles du 1^{er} groupe est égale à la somme des valeurs actuelles du 2^{ème} groupe.

E1, E2 équivalents aux E3, E4 : l'équation d'équivalence s'écrit.

$$a_1 + a_2 = a_3 + a_4$$

$$\Rightarrow V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000} + V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000} = V_3 - \frac{V_3 * t * n_3}{36\,000} + V_4 - \frac{V_4 * t * n_4}{36\,000}$$

$$V_1 (D - n_1) + V_2 (D - n_2) = V_3 (D - n_3) + V_4 (D - n_4) \quad \text{avec} \quad D = \frac{36\,000}{t}$$

Exercice :

Trois paiements de 120.000F dans 100 jours ; 150.000F dans 180 jours et 210.000F dans 240 jours sont remplacés par deux nouveaux paiements de même valeur nominale payable respectivement dans 30 jours et 45 jours. Au taux de 6% calculer la valeur nominale commune.

Solution :

$$\left(120\,000 - \frac{120\,000 * 6 * 100}{36\,000}\right) + \left(150\,000 - \frac{150\,000 * 6 * 180}{36\,000}\right) + \left(210\,000 - \frac{210\,000 * 6 * 240}{36\,000}\right) = \left(V - \frac{V * 6 * 30}{36\,000}\right) + \left(V - \frac{V * 6 * 45}{36\,000}\right) \quad \text{on trouve } V = \dots\dots\dots$$

4.3.- Remplacement d'un groupe d'effet par un effet unique

(Echéance commune et échéance moyenne)

Echéance commune

E remplace E1, E2, E3 : l'échéance commune est l'échéance de l'effet unique.

$$\left(V - \frac{V * t * n}{36\,000}\right) = \left(V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{36\,000}\right) + \left(V_3 - \frac{V_3 * t * n_3}{36\,000}\right)$$

$$V (D - n) = V_1 (D - n_1) + V_2 (D - n_2) + V_3 (D - n_3) \quad \text{avec} \quad D = \frac{36\,000}{t}$$

n (date d'équivalence à l'échéance de l'effet unique) : échéance commune

n_i (date d'équivalence à l'échéance de l'effet E_i)

Echéance moyenne

L'échéance moyenne est l'échéance commune dans le cas où la valeur de l'effet unique est égale à la somme des valeurs nominales des effets remplacés.

E remplace E1, E2, E3 avec $V = V_1 + V_2 + V_3$

La photocopie tue les documents qu'il soit payé par Allahou DIABAROU

$$n = \frac{V_1 * n_1 + V_2 * n_2 + V_3 * n_3}{V_1 + V_2 + V_3} \quad \text{ou} \quad n = \frac{36\,000 * \sum e_i}{t * \sum V_i}$$

Ce qu'il retenir de l'échéance commune et moyenne

- L'échéance moyenne est indépendante du taux ;
- La date d'équivalence de l'échéance commune : date de création ou la date d'échéance de l'effet unique ;
- La date d'équivalence de l'échéance moyenne : on peut choisir n'importe quelle date ;
- Les échéances $n_1, n_2, n_3 \dots$ peuvent être positifs ; négatifs ou nuls
 n_i (de la date d'équivalence aux échéances)

4.3.- Equivalence d'effets : Cas de vente à crédit

Le problème de crédit se pose lorsque l'acheteur n'est pas en mesure de payer au comptant le prix proposé par le vendeur. Il peut payer une partie au comptant et le reste sous forme de traite mensuelle (de mois en mois).

Il y a équivalence lorsque :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

Formule :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$PA = SA + \left(V_1 - \frac{V_1 * t * n_1}{1200} \right) + \left(V_2 - \frac{V_2 * t * n_2}{1200} \right) + \dots + \left(V_n - \frac{V_n * t * n_n}{1200} \right)$$

Cas de traite mensuelle de même V dont la 1^{ère} un mois après :

Pour le cas des traites mensuelles, de même V, dont la 1^{ère} est payée un mois après :

$$PA = SA + V * n - \frac{V * t}{1200} * \frac{n(n+1)}{2}$$

n « nombre de traite mensuelle » ; **t** « taux de crédit » ; **SA** « somme avancée »

V « valeur nominale commune »

Exercice 1 : Pour l'achat d'un matériel coûtant 5 000 000F, le commerçant propose aux acheteurs de verser 20% au comptant le solde au moyen de 3 traites de même valeur nominales, échéant respectivement 2 mois, 4 mois et 6 mois. Au taux de crédit de 12% calculer la valeur nominale commune.

Solution :

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$5\,000\,000 = 5\,000\,000 * 20\% + \left(V - \frac{V * 12 * 2}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 12 * 4}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 12 * 6}{1200} \right) \quad \rightarrow \quad V = 1\,388\,889 \text{ F}$$

Exercice 4 : Un banquier consent à l'un de ses clients une avance de 9 625 000F remboursable en 5 mensualités égales, la première intervenant 3 mois après la date où l'avance a été consentie. Le taux d'escompte étant 9%. Calculer le montant de la mensualité.

Solution : Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$$9\,625\,000 = \left(V - \frac{V * 9 * 3}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 4}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 5}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 6}{1200} \right) + \left(V - \frac{V * 9 * 7}{1200} \right)$$

$$\rightarrow V = 2\,000\,000 \text{ F}$$

V.- Intérêts composés

Un placement est fait à intérêt composé, lorsque, à la fin de chaque unité de temps, l'intérêt est ajouté au capital pour produire intérêt à son tour, pendant l'unité de temps suivante.

Par exemple un capital de 2 000 000F est placé au taux de 5% pendant 3 ans.

A intérêt simple : l'intérêt = 2 000 000*5% = 100 000F chaque année.

A intérêt composé :

L'intérêt de la 1^{ère} année = 2 000 000*5% = 100 000 F

L'intérêt de la 2^{ième} année = (2 000 000 + 100 000) *5% = 105 000F

L'intérêt de la 3^{ième} année = (2 000 000 + 100 000 + 105 000) *5% = 110 250F

Formules de calculs intérêts composés

Appelons :

C_n « Valeur acquise du capital au bout de n période »

i« le taux d'intérêt pour 1F et pour une période de 1 an »

n« la durée de placement »

I « intérêt composé au bout de n »

I_n « intérêt produit pendant la n^{ième} période »

a) calcul de la valeur acquise au bout de n avec taux constant :

$$C_n = C (1 + i)^n$$

b) Calcul des intérêts produits au bout de n périodes :

$$I = C (1 + i)^n - C$$

c) Calcul des intérêts produits au cours de la «n » ième période :

$$I_n = C * i * (1 + i)^{n-1}$$

e) Calcul des intérêts produits entre k et p périodes :

$$I_n = C (1 + i)^p - C (1 + i)^k$$

Formule de la valeur actuelle à intérêts composés : $a'' = V (1 + i)^{-n}$

L'escompte à intérêts composés : $e'' = V - V (1 + i)^{-n}$

Capitalisation des intérêts :

C_n = C(1 + i)ⁿ est la formule de capitalisation

Il doit y avoir une concordance entre le taux i et la durée n. C'est-à-dire :

Capitalisation est dite annuelle lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en année ;

Capitalisation est dite semestrielle lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en semestre

Capitalisation est dite trimestrielle lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en trimestre.

Capitalisation est dite mensuelle lorsque le taux i et la durée n sont exprimées en mois.

Actualisation des intérêts :

C_n = C(1 + i)ⁿ est la formule de capitalisation

Comment convertir la durée n ?

Pour la conversion de la durée, nous retenons que :

1 an = 2 semestres = 4 trimestres = 12 mois

1 semestre = ½ an = 2 trimestres = 6 mois

1 trimestre = ½ semestre = ¼ an = 3 mois

1 mois = 1/6 semestre = 1/3 trimestre = 1/12 an.

Comment convertir le taux i ?

Pour la conversion du taux, on passe par le taux équivalent

Taux équivalents

Le taux i_k est équivalent au taux i_p : $(1 + i_k)^k = (1 + i_p)^p \Rightarrow i_k = (1 + i_p)^{p/k} - 1$

Soient :

i_a le taux annuel	i_s le taux semestriel	i_t le taux trimestriel	i_m le taux mensuel
----------------------	--------------------------	---------------------------	-----------------------

Exemple :

$i_a = (1 + i_s)^2 - 1$ $i_a = (1 + i_t)^4 - 1$ $i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$	$i_m = (1 + i_a)^{\frac{1}{12}} - 1$ $i_m = (1 + i_t)^{\frac{1}{3}} - 1$ $i_m = (1 + i_s)^{\frac{1}{6}} - 1$
$i_s = (1 + i_a)^{\frac{1}{2}} - 1$ $i_s = (1 + i_t)^2 - 1$ $i_s = (1 + i_m)^6 - 1$	$i_t = (1 + i_a)^{\frac{1}{4}} - 1$ $i_t = (1 + i_s)^{\frac{1}{2}} - 1$ $i_t = (1 + i_m)^3 - 1$

Exercice 1 : intérêts composés

Au taux annuel de 10% le taux semestriel équivalent serait de :

$$i_s = (1,10)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0488$$

Au taux annuel de 8% le taux trimestriel équivalent serait de :

$$i_t = (1,08)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,01943$$

Exercice 2 : intérêts composés

On place un capital de 500 000F dans un compte productif d'intérêts composés pendant 15 ans. Calculer :

a.-) La C_n au bout de 15 ans au taux de 9% l'an :

b.-) La C_n au bout de 15 ans : taux 7% les 8 premières années et 9% après :

c.-) La C_n au bout de 15 ans : taux 6% les 5 1^{ère} années ; 7% les 5 années suivantes et 9% après .

d.-) L'intérêt total au bout de 15 ans au taux de 6% l'an :

e.-) L'intérêt produit entre la 8^{ème} année et la 12^{ème} année au taux de 9% l'an :

f.-) L'intérêt produit pendant la 10^{ème} année , taux 9% l'an

Solution

a.-) $C_{15} = 500\,000 (1,09)^{15} = \dots\dots\dots$

b.-) $C_{15} = 500\,000 (1,07)^8 (1,09)^7 = \dots\dots\dots$

c.-) $C_{15} = 500\,000 (1,06)^5 (1,07)^5 (1,09)^5 = \dots\dots\dots$

d.-) $I = 500\,000 (1,06)^{15} - 500\,000 = \dots\dots\dots$

e.-) $I = 500\,000 (1,09)^{12} - 500\,000 (1,09)^8 = \dots\dots\dots$

f.-) $I = 500\,000 * 0,09 * (1,09)^9 = \dots\dots\dots$

Exercice 1 :

Un commerçant possède deux traites :

- L'escompte de la première traite à 6% est égal à $\frac{1}{75}$ de sa valeur nominale.
- L'escompte de la deuxième traite à 3% est égal à celui de la première traite à 6%.
- La valeur nominale de la deuxième traite surpasse de 1 500 F celle de la première et son échéance est postérieure de 40 jours à celle de la première (c'est-à-dire l'échéance de la deuxième traite dépasse de 40 jours celle de la première traite).

1. Calculer le nombre de jour d'échéance de chaque traite.

2. Calculer la valeur nominale de chacune des deux traites.

Solution

Soient V_1 , V_2 les deux valeurs nominales

Soit n_1 , n_2 les deux nombres de jours d'échéance

1. Le nombre de jour d'échéance de chaque traite ? 5 points

$$\frac{V_1 * 6 * n_1}{36\,000} = \frac{1}{75} V_1 \quad (1 \text{ point})$$

$$n_2 - n_1 = 40 \quad (4) \quad (1 \text{ point})$$

$$\frac{V_1 * 6 * n_1}{36\,000} = \frac{1}{75} V_1 \rightarrow \text{on simplifie par } V_1 \text{ puis on tire } n_1 \rightarrow n_1 = 80 \text{ jours}$$

Or $n_2 - n_1 = 40$ en remplaçant n_1 par 80 on trouve $n_2 \rightarrow n_2 = 120$ jours

Le nombre de jour d'échéance des traites : 80 jours et 120 jours (3 points)

2. La valeur nominale de chacune des deux traites ? 5 points

$$\frac{V_2 * 3 * n_2}{36\,000} = \frac{V_1 * 6 * n_1}{36\,000} \quad (2) \quad (1 \text{ point})$$

$$V_2 - V_1 = 1\,500 \quad (3) \quad (1 \text{ point})$$

$$\frac{V_2 * 3 * n_2}{36\,000} = \frac{V_1 * 6 * n_1}{36\,000} \quad (2) \text{ remplaçons } n_1 \text{ et } n_2 \rightarrow \frac{V_2 * 3 * 120}{36\,000} = \frac{V_1 * 6 * 80}{36\,000} \rightarrow$$

$$360 V_2 = 480 V_1 \rightarrow V_1 = 0,75 V_2 \text{ remplaçons } V_1 \text{ dans (3) } V_2 - V_1 = 1\,500$$

$V_1 - 0,75 V_1 = 1\,500$ on trouve $V_1 = 6\,000$ F et $V_2 = 7\,500$ F

La valeur nominale des deux traites : 6 000 F et 7 500 F (3 points)

Exercice 2 : -----

1.-) La différence entre l'intérêt commercial et l'intérêt civil d'un capital placé à 9, 5% pendant 72 jours est égal à 1, 14 F.

Calculer ce capital.

2.-) Un client a placé la moitié d'un capital à 8% pendant 11 mois ; les $\frac{2}{3}$ du reste à 9% pendant 2 ans ; le solde qui s'élève à 15 000 F à un certain taux pendant 5 mois. Sachant que le total des intérêts s'élève à 9 300 F. on demande :

a) Le montant du capital ainsi que le montant de chacun des deux premiers placements.

b) Le taux du troisième placement.

Solution

1.-) *Le capital* (5 points)

Soit I l'intérêt commercial et soit I' l'intérêt civil

$$\frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{I-I'}{73-72} = 1,14 \rightarrow \text{intérêt commercial } I = 73 * 1,14 = 83,22$$

$$\text{Le capital } C = \frac{36\,000 \times I}{t \times n} = \frac{36\,000 \times 83,22}{9,5 \times 72} = 4\,380 \text{ F}$$

2.-) a) Le montant du C ainsi que le montant de C_1 et C_2 (3 points)

Soit C le Capital, soient C_1, C_2 le montant des deux premiers placements

- Le 1^{er} placement : $\frac{1}{2} C$ à 8% pendant 11 mois

Le reste : $\frac{1}{2} C$

- Le 2^e placement : $\frac{2}{3} * \frac{1}{2} C = \frac{1}{3} C$ à 9% pendant 2 ans

Le reste $C - \frac{1}{2}C - \frac{1}{3}C = \frac{1}{6}C$

- Le 3^e placement = 15 000 $\rightarrow \frac{1}{6} C = 15\,000 \rightarrow C = 90\,000 \text{ F}$

Le capital = 90 000 F ; le 1^{er} $C_1 = 45\,000 \text{ F}$ et le 2^e $C_2 = 30\,000 \text{ F}$

2.-) b) Le taux du troisième placement (2 points).

$$\text{Total des intérêts} \rightarrow \frac{45\,000 \times 8 \times 11}{1200} + \frac{30\,000 \times 9 \times 2}{100} + \frac{15\,000 \times t \times 5}{1200} = 9\,300$$

On trouve taux = 9,6%

Exercice 3...

Mr CISSÉ effectue simultanément, le 02 février de l'année N, les placements suivants :

- 10 000 F à 3,5% jusqu'au 31/03/N
- 20 000 F à 4% jusqu'au 03 avril de l'année N
- 35 000 F à 5,5% jusqu'au 05/05//N
- 40 000 F à 6% jusqu'au 11/06/N

- 1) Calcule l'intérêt produit par les 3 premiers placements par la méthode de soixante(60).
- 2) Calcule la valeur acquise totale des 4 placements.
- 3) Détermine le taux moyen de placement de ces capitaux.

Exercice 4

La valeur nominale de 4 effets sont proportionnelles aux nombres 2 ; 3 ; 4 ; 6.

La somme des valeurs nominales des deux derniers effets dépasse la somme des deux premiers effets de 50 000 F.

1.-) Calcule la valeur nominale de chaque effet

2.-) Ces effets ont été remis à l'escompte le 26 avril par Mr DIARRA au taux de 7,2%.

Sachant que les échéances sont fixées respectivement au 25 juin ; 25 juillet ; 24 août et 23 septembre.

Calcule la somme perçue par Mr DIARRA en échange de ces effets.

Exercice 5

Deux capitaux de 800 000 F et 1 260 000 F sont placés respectivement à 4,5% et 10%.

Le premier est placé du 05 février au 17 juillet. La somme des intérêts produits au terme de leur placement est égale à 47 700 F.

a.-) Calcule la valeur acquise par le premier capital à l'issue de son placement.

b.-) Calcule la durée, en mois, du placement du second capital.

c.-) Calcule le taux moyen de ces placements.

Exercice 6 :

Deux capitaux de 800 000 F et 1 260 000F sont placés respectivement à 4,5% et 10%. Le premier est placé du 15 février au 17 juillet. La somme des intérêts produits au terme de leur placement est égale à 47 700F.

- Calcule la valeur acquise par le premier capital
- Calcule la durée, en mois, du placement du second capital.
- Calcule le taux moyen de ces placements.

Exercice 7 :

Le 10 janvier, on porte à l'escompte un effet de nominal 750 000F à échéance du 16 mars, aux conditions suivantes :

- Taux d'escompte 6% ;
- Commission d'endos : 0,6% (proportionnelle au temps)
- Commission indépendante du temps : 2 ‰
- Commission fixe : 1 065F

Calcule :

- Le montant de l'agio hors taxe ;
- Le montant de la taxe compte tenu d'une TAF de 15% ;
- Le montant de l'agio TTC ;
- La valeur nette escomptée ;
- Le taux réel d'escompte.

Solution 6

a.-) La valeur acquise par le premier capital

Décompte de jours (du 15 février au 17 juillet) = 152 jours

$$VA_1 = 800\,000 + \frac{800\,000 \times 4,5 \times 152}{36\,000} = 815\,200\,F$$

b.-) La durée du placement du second capital

Somme des intérêts : $I_1 + I_2 = 47\,700 \rightarrow$

$$\frac{800\,000 \times 4,5 \times 152}{36\,000} + \frac{1\,260\,000 \times 10 \times n}{1\,200} = 47\,700 \rightarrow \text{on trouve 3 mois}$$

c.-) Le taux moyen de ces placements.

$$TM = \frac{800\,000 \times 4,5 \times 152 + 1\,260\,000 \times 10 \times 90}{800\,000 \times 152 + 1\,260\,000 \times 90} = \frac{1\,681\,200\,000}{235\,000\,000} = 7,15\%$$

Solution 7

1.-) Le montant de l'agio hors taxe ;

Décompte de jours (10 janvier au 16 mars) = 65 jours

$$\text{Escompte } E = \frac{750\,000 \times 6 \times 65}{36\,000} = 8\,125\,F$$

$$\text{Commission d' Endos } Endos = \frac{750\,000 \times 0,6 \times 65}{36\,000} = 8\,12,5\,F$$

$$\text{Commission indépendante } Com = \frac{750\,000 \times 2}{1\,000} = 1\,500\,F$$

Commission fixe = 1 065 F

$$\text{Agio HT} = 8\,125 + 812,5 + 1\,500 + 1\,065 = 11\,502,5$$

2.-) Le montant de la taxe compte tenu d'une TAF de 15% ;

$$\text{Taxe} = 11\,502,5 \times 15\% = 1\,725,375$$

3.-) Le montant de l'agio TTC

$$\text{Agio TTC} = 11\,502,5 + 1\,725,375 = 13\,227,875$$

4.-) La valeur nette escomptée = $750\,000 - 13\,227,875 = 736\,772,125$

$$5.-) \text{ Le taux réel d'escompte} = \frac{36\,000 \times \text{Agio HT}}{V \times n} = \frac{36\,000 \times 11\,502,5}{750\,000 \times 65} = 8,49\%$$

Exercice 8 :

Deux capitaux dont la somme s'élève à 43 400F, sont placés : le premier à 7% pendant 5 mois et le second à 6% pendant un certain temps. La somme des intérêts de deux capitaux est 914,5 F et le produit des intérêts de deux capitaux s'élève à 201 810F.

1.-) Calcule les deux intérêts 3 points

2.-) Calcule les deux capitaux 2,5 points

3.-) Détermine la durée de placement du deuxième capital 2 points

4.-) Calcule le taux moyen résultat de l'opération 2,5 points

5.-) Si le deuxième capital était à intérêts précomptés, quel serait le taux effectif de placement ? 2 points

Exercice 9 :

Un capital est placé à 3,6% pendant 120 jours, il produit un intérêt civil et un intérêt commercial dont leur produit est 435 963 664 F.

Calcule les deux intérêts et le capital correspondant.

Solution 8

Soient C_1 et C_2 les deux capitaux. Soient I_1 et I_2 les deux intérêts

$$C_1 + C_2 = 43\,400$$

$$I_1 + I_2 = 914,5$$

$$I_1 \times I_2 = 201\,810$$

1.-) Les deux intérêts 3 points

Méthode de substitution $I_1 + I_2 = 914,5$ et $I_1 \times I_2 = 201\,810$

Je tire $I_2 = 914,5 - I_1$ je remplace dans $(914,5 - I_1) \times I_1 = 201\,810$

$$I^2 - 914,5 I + 201\,810 = 0 \rightarrow \Delta = (-914,5)^2 - 4 \times 201\,810 = (170,5)^2$$

$$I_1 = \frac{914,5 + 170,5}{2} = 542,5 \quad \text{ou} \quad I_1 = \frac{914,5 - 170,5}{2} = 372$$

Si $I_1 = 542,5$ alors $I_2 = 372$ ou si $I_1 = 372$ alors $I_2 = 542,5$

Les deux intérêts sont : 542,5 et 372

2.-) Les deux capitaux 2,5 points

$$I_1 = \frac{C_1 \times 7 \times 5}{1200} \rightarrow C_1 = \frac{1200 \times 542,5}{7 \times 5} = 18\,600$$

$$C_1 + C_2 = 43\,400 \rightarrow C_2 = 43\,400 - 18\,600 = 24\,800$$

3.-) La durée de placement du deuxième capital 2 points

$$I_2 = \frac{C_2 \times 6 \times n}{1200} \rightarrow n = \frac{1200 \times 372}{24\,800 \times 6} = 3 \text{ mois ou } 90 \text{ jours}$$

4.-) Le taux moyen résultat de l'opération 2,5 points

$$TM = \frac{18\,600 \times 7 \times 5 + 24\,800 \times 6 \times 3}{18\,600 \times 5 + 24\,800 \times 3} = \frac{1\,097\,400}{167\,400} = 6,56 \%$$

5.-) Si C2 était à intérêts précomptés, le taux effectif de placement 2 points

$$T_{ep} = \frac{1200 \times I_2}{(C_2 - I_2) \times n} = \frac{1200 \times 372}{(24\,800 - 372) \times 3} = 6,09\%$$

$$T_{ep} = \frac{1200 \times t}{1200 - t \times n} = \frac{1200 \times 6}{1200 - 3 \times 6} = 6,09\%$$

Solution Exercice 9

Soient C le capital, I « intérêt commercial » et I' « intérêt civil »

$$\frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \rightarrow I = 73k \text{ et } I' = 72k$$

$$I \times I' = 435\,963\,664 \rightarrow 73k \times 72k = 435\,963\,664 \rightarrow k = 288$$

$$I = 73k = 73 \times 288 = 21\,024 \quad / \quad I' = 72k = 72 \times 288 = 20\,736$$

$$\text{Le capital } C = \frac{36\,000 \times 21\,024}{3,6 \times 120} = 1\,752\,000 \text{ F}$$

Exercice 10 :

Un commerçant divise son capital de 859 352F en trois parts et constate que le rapport de la première à la deuxième est $\frac{4}{3}$ et celui de la seconde à la troisième est $\frac{5}{23}$.

1.-) Calcule le montant de chacune de ces parts ;

2.-) Il place ces trois parts à intérêts simples comme suit :

La première pendant 15 mois, la deuxième pendant 4 mois et la troisième pendant 5 mois.

Les taux auxquels ces parts ont été placées sont respectivement proportionnels à 2,5 et 3 sachant que l'intérêt total produit est 49 164,85 F.

a.-) Calcule les différents taux ;

b.-) Calcule la valeur acquise totale par ce capital ;

c.-) Calcule le taux moyen de placement.

Exercice 11 :

Un dividende de 720 750F est partagé entre trois actionnaires d'une société, proportionnellement à leurs nombres d'enfants 7 ; 8 et 10.

1.-) Calcule la part que reçoit chaque actionnaire ;

2.-) Le 31/03/2017, on place la part du premier actionnaire à 6,5% échéant le 15/05/2017, la part du deuxième à 7,2% échéant le 20/06/2017 et la part du troisième à 8% échéant le 29/06/2017.

a.-) Calcule l'intérêt total produit.

b.-) Calcule la valeur acquise totale produite.

Solution exercice 10

1/ Calcul des montants (4 pts)

$$C_1 + C_2 + C_3 = 859\,352 \text{ et } \frac{C_1}{C_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow C_2 = \frac{3C_1}{4} \text{ et } \frac{C_2}{C_3} = \frac{5}{23} \Rightarrow C_3 = \frac{23C_2}{5}$$

$$C_1 + 0,75C_1 + 3,45C_1 = 859\,352 \Rightarrow C_1 = \frac{859\,352}{5} = 165\,260 \quad \mathbf{C_1=165\,260}$$

FCFA

$$C_2 = 0,75 \times 165\,260 = 123\,945 \quad \mathbf{C_2=123\,945 \text{ FCFA}}$$

$$C_3 = 3,45 \times 165\,260 = 570\,147 \quad \mathbf{C_3=570\,147 \text{ FCFA}}$$

$$\mathbf{\text{Rép : } C_1=165\,260 \text{ FCFA } \quad C_2=123\,945 \text{ FCFA } \quad C_3=570\,147 \text{ FCFA}}$$

2/ a) Calcul des différents taux (2 pts)

$$\frac{t_1}{2} = \frac{t_2}{2,5} = \frac{t_3}{3} = k \Rightarrow t_1=2k, \quad t_2=2,5k, \quad t_3=3k$$

$$\frac{165\,260 \times 2k \times 15}{1200} + \frac{123\,945 \times 2,5k \times 4}{1200} + \frac{570\,147 \times 3k \times 5}{1200} = 49\,164,85 \text{ on trouve } k = 4$$

$$\mathbf{\text{Rép : } t_1=8\% \quad t_2=10\% \quad t_3=12\%}$$

b) Calcul de la valeur acquise totale (2 pts)

$$VA_t = C_t + I_t = 859\,352 + 49\,164,85 = 908\,516,85 \quad \mathbf{VA_t=908\,516,85}$$

c) Calcul du taux moyen (2 pts)

$$\mathbf{\text{Le taux moyen}} = \frac{165\,260 \times 15 \times 8 + 123\,945 \times 4 \times 10 + 570\,147 \times 5 \times 12}{165\,260 \times 15 + 123\,945 \times 4 + 570\,147 \times 5} = 10,13\%$$

Solution exercice 11

1) Calcul des parts de chaque actionnaire (4 pts)

$$\text{Soient } X; Y \text{ et } Z \text{ les parts tels que : } \frac{X}{7} = \frac{Y}{8} = \frac{Z}{10} = \frac{X+Y+Z}{7+8+10} = \frac{720\,750}{25} = 28\,830$$

$$\mathbf{\text{On trouve } X = 201\,810 \text{ FCFA, } Y = 230\,640 \text{ FCFA, } Z = 288\,300 \text{ FCFA}}$$

2)

a) Calcul de l'intérêt total produit (3 pts)

$$X = 210\,810, \quad t_1=6,5\% \text{ et } n_1 \text{ (du 31/03/17 au 15/05/17)} = 45 \text{ jours}$$

$$Y = 230\,640, \quad t_2=7,2\% \text{ et } n_2 \text{ (du 31/03/17 au 20/06/17)} = 81 \text{ jours}$$

$$Z = 288\,300, \quad t_3=8\% \text{ et } n_3 \text{ (du 31/03/17 au 29/06/17)} = 90 \text{ jours}$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_1 \times n_1 \times t_1}{36\,000} + \frac{V_2 \times n_2 \times t_2}{36\,000} + \frac{V_3 \times n_3 \times t_3}{36\,000} =$$

$$I_T = \frac{201\,810 \times 6,5 \times 45 + 230\,640 \times 7,2 \times 81 + 288\,300 \times 8 \times 90}{36\,000} = 11\,142,07 \text{ FCFA}$$

$$\mathbf{I_T=11\,142,07 \text{ FCFA}}$$

b) Calcul de la valeur acquise produite (3 pts)

$$VA_T = C_T + I_T = 720\,750 + 11\,142,07 = 731\,892,07$$

$$\mathbf{VA_T=731\,892,07 \text{ FCFA}}$$

Exercice 12

Trois capitaux ont pour valeurs : 120 000F, x F et 426 000F sont placés le même jour.

1.-) La valeur acquise du premier après 60 jours de placement est 121 500F. Calcule son taux de placement.

2.-) La valeur acquise du deuxième placement à 12% après 90 jours de placement est 257 500F.

Calcule le montant du capital.

3.-) L'intérêt du troisième est le $\frac{1}{3}$ de celui du deuxième, calculé au même taux.

Calcule le nombre de jours de placement de ces deux capitaux.

Exercice 13

Deux capitaux sont placés au même taux de 3%.

La somme de ces deux capitaux est égale à 500 000F.

Le premier est placé pendant 12 mois et le second pendant 8 mois.

L'intérêt total rapporté à l'issue de ces placements s'élève à 12 000F

1.-) Calcule les deux capitaux

2.-) Calcule l'intérêt de chaque capital

3.-) Quelle est la valeur acquise totale ?

Solution exercice 12

Les trois capitaux ont pour valeurs :

$$C_1 = 120\,000$$

$$C_2 = x$$

$$C_3 = 426\,000$$

1.-) 4 points

Capital = 120 000F, valeur acquise = 121 500, durée = 60 jours, taux = ?

Méthode 1

$$VA_1 = C_1 + \frac{C_1 \cdot t_1 \cdot n_1}{36\,000} \Rightarrow VA_1 = 120\,000 + \frac{120\,000 \cdot t_1 \cdot 60}{36\,000} = 121\,500 \Rightarrow \text{taux} = 7,5\%$$

Méthode 2 :

$$I_1 = VA_1 - C_1 = 121\,500 - 120\,000 = 1\,500 \Rightarrow \text{taux} = \frac{36\,000 \cdot 1\,500}{120\,000 \cdot 60} = 7,5\%$$

2.-) 3 points

Capital = X ?, valeur acquise = 257 500, durée = 90 jours, taux = 12%

Méthode 1

$$VA_1 = C_1 + \frac{C_1 \cdot t_1 \cdot n_1}{36\,000} \Rightarrow VA_1 = X + \frac{X \cdot 12 \cdot 90}{36\,000} = 257\,500 \Rightarrow \text{Capital} = 250\,000 \text{ F}$$

Méthode 2 :

$$\text{Capital} = \frac{36\,000 \cdot VA}{36\,000 + t \cdot n} = \frac{36\,000 \cdot 257\,500}{36\,000 + 12 \cdot 90} = 250\,000 \text{ F}$$

3.-) 3 points

Capital = 426 000, Intérêt = $\frac{1}{3} \cdot 7\,500 = 2\,500$; taux = 12%, durée = ?

$$\text{Durée } n = \frac{36\,000 \cdot I}{C \cdot t} = \frac{36\,000 \cdot 2\,500}{426\,000 \cdot 12} = 18 \text{ jours}$$

Solution exercice 13

Soient C_1 et C_2 les deux capitaux

1.-) 4 points

$$C_1 + C_2 = 500\,000 \text{ et } \frac{C_1 \cdot 3 \cdot 12}{1200} + \frac{C_2 \cdot 3 \cdot 8}{1200} = 12\,000$$

$$C_1 + C_2 = 500\,000 \text{ et } 0,03C_1 + 0,02C_2 = 12\,000$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 500\,000 \\ 0,03C_1 + 0,02C_2 = 12\,000 \end{cases} \text{ Résolution donne } C_1 = 200\,000 \text{ et } C_2 = 300\,000$$

Rép : $C_1 = 200\,000$ et $C_2 = 300\,000$

2.-) 3 points

$$\text{L'intérêt du premier capital : } I_1 = \frac{200\,000 \cdot 3 \cdot 12}{1200} = 6\,000$$

$$\text{L'intérêt du deuxième capital : } I_2 = \frac{300\,000 \cdot 3 \cdot 8}{1200} = 6\,000$$

3.-) 3 points

La valeur acquise totale = $500\,000 + 12\,000 = 512\,000\text{F}$.

Exercice 14

Un effet de commerce a été négocié à 40 jours de son échéance, son escompte commercial et son escompte rationnel ont pour différence 0,8 et pour produit 3 648.

1°/ Calculez l'escompte commercial et l'escompte rationnel de cet effet. (4 pts)

2°/ A quel taux les escomptes ont été calculés ? 4 points

3°/ Trouvez la valeur nominale de cet effet. (2 points)

Exercice 15 :

Pour mener une affaire, trois personnes ont respectivement engagé 300 000F, 500 000F et 450 000F. En fin d'année elles ont réalisé un chiffre d'affaire de 25 000 000F. Les 2% de ce chiffre d'affaire sont utilisés pour payer le comptable et l'agent commercial. Les 17% du reste représentent le bénéfice à partager (proportionnellement aux montants engagés) entre les 3 associés.

Calculer

1°/ La rémunération du comptable et de l'agent commercial (2pts)

2°/ Le bénéfice de l'entreprise (3 pts)

3°/ La part de chaque associée (5 pts)

Corrigés exercice 14

scompte commerciale $e = \frac{V*t*n}{36\ 000}$ et l'escompte rationnel $e' = \frac{V*t*n}{36\ 000+t*n}$

Les deux équations du problème : $e - e' = 0,8$ (1) et $e * e' = 3\ 648$ (2)

On tire e' dans (1) que l'on remplace dans (2) on trouve : $e' = e - 0,8 \rightarrow$

$$e(e - 0,8) = 3\ 648 \rightarrow$$

$$e^2 - 0,8e = 3\ 648 \rightarrow e^2 - 0,8e - 3\ 648 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (-0,8)^2 - 4(1)(-3648) = 14\ 592,64 = 120,8^2$$

$$\rightarrow e_1 = \frac{0,8-120,8}{2} = -60 \text{ (à rejeter car } e \text{ doit être positif)}$$

$$\rightarrow e_2 = \frac{0,8+120,8}{2} = 60,8 \text{ (on accepte } e = 60,8) \text{ alors } e' = e - 0,8 = 60,8 - 0,8 = 60$$

Escompte commerciale $e = 60,8$ et l'escompte rationnel $e' = 60$

2°/ Calcul du taux d'escompte

Rappels de formule : $e = \frac{V*t*n}{36\ 000}$ et $e' = \frac{V*t*n}{36\ 000+t*n} \rightarrow e - e' = \frac{e'*t*n}{36\ 000} = \frac{e*t*n}{36\ 000+t*n}$

On sait que $e = 60,8$; $e' = 60$ et $n = 40 \rightarrow e - e' = \frac{e'*t*n}{36\ 000} \rightarrow 60,8 - 60 = \frac{60*t*40}{36\ 000} \rightarrow \text{taux} = 12\%$

Taux d'escompte = 12%

3°/ La valeur nominale de cet effet

$$e = \frac{V*t*n}{36\ 000} \rightarrow V = \frac{36\ 000*e}{t*n} = \frac{36\ 000*60,8}{12*40} = 4\ 560\ F$$

Valeur nominale = 4 560 F

Corrigés exercice 14

1°/ La rémunération du comptable et de l'agent commercial (2pts)

$$25\ 000\ 000 * \frac{2}{100} = 500\ 000 \quad 2\text{pts}$$

2°/ Le bénéfice de l'entreprise (3pts)

Le chiffre d'affaire = 25 000 000 F on a donné 500 000F et il reste : 24 500 000F

Les 17% du reste représente le bénéfice = $24\ 500\ 000 * \frac{17}{100} = 4\ 165\ 000\ F$

Bénéfice = 4 165 000F

3°/ La part de chaque associée (5 pts)

Soient A, B, C les trois parts proportionnelles 300 000 ; 500 000 ; 450 000

$$\frac{A}{300\ 000} = \frac{B}{500\ 000} = \frac{C}{450\ 000} = \frac{4\ 165\ 000}{1\ 250\ 000} = 3,332$$

La part de A = $300\ 000 * 3,332 = 999\ 600\ F$

La part de B = $500\ 000 * 3,332 = 1\ 666\ 000\ F$

La part de A = $450\ 000 * 3,332 = 1\ 499\ 400\ F$

Mathématique financière

Application 01 :

Un opérateur chargé de calculer l'intérêt d'un capital au taux de 6% pendant 45 jours s'est trompé de calculer sur la base de 365 jours. La différence dégagée est de 27F. Calculer le capital.

Solution :

$$I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{I - I'}{73 - 72} = 27 \rightarrow \text{l'intérêt } I = 73 * 27 = 1\,971 \text{ F}$$

$$\text{Le capital } C = 36.000 * 1971 / 6 * 45 = 262\,800 \text{ F.}$$

Application 02 :

Un opérateur chargé de calculer l'intérêt d'un capital de 657 000F au taux de 7,2% pendant 75 jours s'est trompé de calculer sur la base de 365 jours. La différence dégagée est de 27F. Calculer le capital.

Solution :

$$I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{I - I'}{73 - 72} = 135 \rightarrow \text{l'intérêt } I = 73 * 135 = 9\,720 \text{ F}$$

$$\text{Le taux} = 36.000 * 9\,720 / 657\,000 * 75 = 7,2\%.$$

Application 03 :

- Le produit de l'intérêt civil et commercial égal à 27 247 104 F. Calculer l'intérêt commercial
- Cet intérêt a été produit par un capital de 394 200F pendant 80 jours. Calculer le taux.

Solution :

$$\text{a. } I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \rightarrow I = 73 * k \text{ et } I' = 72k$$

Le produit des deux intérêts: $I * I' = 27\,247\,104$

$$\rightarrow (73k) * (72k) = 27\,247\,104 \rightarrow k^2 = 5\,184 \rightarrow k = 72 \text{ ce qui donne}$$

$$I = 73 * k = 73 * 72 = 5\,256$$

$$\text{b. le taux} = 36.000 * 5\,256 / 394\,200 * 80 = 6\%$$

Application 04 :

Complétez le tableau suivant :

Capital	Taux	Durée	Intérêt ccial I	Intérêt civil I'	I-I'	I+I'	IxI'
131 400	4,5%	70 jours					
197 100	6%				40,5		
591 300		100 jours				23 490	
.....	10%	60 jours					3 831 624
236 520		105 jours			75,6		
328 500	5%						3 285 000

Application 05 :

Calculez le taux moyen des capitaux :

- 400 000 F placé à 5% pendant 1 mois et 5 jours ;
- 350 000 F placé à 6% pendant 2 mois
- 380 000 F placé à 7% pendant 2 mois et 15 jours.

Solution :

Capital	Taux	Durée jours	C*t*n	C*n
400 000	5	35	70 000 000	14 000 000
350 000	6	60	126 000 000	21 000 000
380 000	7	75	199 500 000	28 500 000
			395 500 000	63 500 000

Taux moyen = $395\,500\,000 / 63\,500\,000 = 6,23\%$.

Application 06 :

Trois capitaux sont placés :

- C placé à 4,5% pendant 15 jours ;
- 75 000 F placé à 6,3% pendant 30 jours
- 90 000 F placé à 7,2% pendant 45 jours.

Le taux moyen de placement de ces capitaux est de 6,58125%. Calculez le montant du 1^{er} capital.

Solution :

Capital	Taux	Durée jours	C*t*n	C*n
C	4,5	15	67,5 * C	15*C
75 000	6,3	30	14 175 000	2 250 000
90 000	7,2	45	29 160 000	4 050 000

Taux moyen = $\frac{67,5*C + 14\,175\,000 + 29\,160\,000}{15*C + 2\,250\,000 + 4\,050\,000} = 6,58125 \rightarrow$ on trouve C = 60 000F

Application 07 :

Un capital de 90 000F est placé à intérêt précompté au taux de 6% pendant 75 jours. Calculez le taux effectif de placement.

Solution :

L'intérêt I = $90\,000 * 6 * 75 / 36\,000 = 1\,125$ F cet intérêt est payé le jour du prêt ce qui veut dire le capital effectivement placé = $90\,000 - 1\,125 = 88\,875$ F. En fait le prêteur a prêté 88 875F au lieu de 90 000F alors que l'intérêt 1 125F a été calculé sur la base de 90 000F.

Le taux effectif tep = $\frac{36\,000 * 1\,125}{88\,875 * 75} = 6,076\%$

Application 08 :

Un capital est placé à intérêt précompté au taux de 7% pendant 5 mois. Calculez le taux effectif de placement.

Solution : $Tep = \frac{1200 * \text{taux}}{1200 - \text{taux} * \text{mois}} = \frac{1200 * 7}{1200 - 7 * 5} = 7,21\%$

Exercices de réchauffement sur les intérêts simples

Exercice 1 :

Deux capitaux dans le rapport 2/3 sont tels que le triple du 2^{ème} dépasse le double du 1^{er} de 25 000F.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés au même taux, ont rapporté en 75 jours 375F. Calculer le taux.

Réponse : a. 10 000F et 15 000F b. 7,2%

a. Soient A et B les deux capitaux dans le rapport 2/3 tels :

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = k \text{ et } 3B - 2A = 25\,000 \rightarrow A = 2k ; B = 3k \text{ remplaçons dans } 3B - 2A = 25\,000 \rightarrow 3(3k) - 2(2k) = 25\,000 \text{ on a } k = 5000$$

On trouve $A = 2 \times 5000 = 10\,000$ et $B = 3 \times 5\,000 = 15\,000$.

$$b. \sum I = \frac{10.000 \cdot t \cdot 75}{36000} + \frac{15.000 \cdot t \cdot 75}{36000} = 375 \text{ on trouve } t = 7,2\%$$

Exercice 2 :

Deux capitaux dans le rapport 7/5 sont tels que le double du 1^{er} dépasse le triple du 2^{ème} de - 8 000.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés le 15 mars, ont rapporté 1 056F, au taux de 6%. Déterminer l'échéance commune des deux capitaux.

Réponse : a. 56 000F et 40 000F b. le 20 mai.

a. Soient A et B les deux capitaux dans le rapport 7/5 tels :

$$\frac{A}{7} = \frac{B}{5} = k \text{ et } 2A - 3B = -8\,000 \rightarrow A = 7k ; B = 5k \text{ remplaçons dans } 2A - 3B = -8\,000 \rightarrow 2(7k) - 3(5k) = -8\,000 \text{ on a } k = 8000$$

On trouve $A = 7 \times 8000 = 56\,000$ et $B = 5 \times 8\,000 = 40\,000$.

$$b. \sum I = \frac{56.000 \cdot 6 \cdot n}{36000} + \frac{40.000 \cdot 6 \cdot n}{36000} = 1\,056 \text{ on trouve } n = 66 \text{ jours après le 15 mars : l'échéance le 20 mai.}$$

Exercice 3:

Deux capitaux dans le rapport 5/7, sont tels qu'ils diffèrent de 6 000F.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés ensemble au taux de 8,1%, ont rapporté 5 265F au 24 juin. Déterminer la date de placement des deux capitaux.

Réponse : a. 15 000F et 21 000F b. le 20 mai

a. Soient A et B les deux capitaux dans le rapport 5/7 tels que :

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{7} = k \text{ et } B - A = 6\,000 \rightarrow A = 5k ; B = 7k \text{ remplaçons dans } B - A = 6\,000 \rightarrow 7k - 5k = 6\,000 \text{ on a } k = 3\,000$$

On trouve $A = 5 \times 3000 = 15\,000$ et $B = 7 \times 3\,000 = 21\,000$.

$$b. \sum I = \frac{15.000 \cdot 8,1 \cdot n}{36000} + \frac{21.000 \cdot 8,1 \cdot n}{36000} = 5\,265 \text{ on trouve } n = 35 \text{ jours avant le 24 juin : la date de placement le 20 mai.}$$

Exercice 4 :

Deux capitaux dans le rapport 4/7, sont tels que leur produit est 100 800F. Calculer les 2 capitaux.

Réponse : 240 F et 420 F.

Soient A et B les deux capitaux dans le rapport 4/7 tels que :

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{7} = k \text{ et } A \cdot B = 87\,500 \Rightarrow A = 4k ; B = 7k \text{ remplaçons dans}$$

$$B \cdot A = 87\,500 \Rightarrow (4k) \cdot (7k) = 100\,800 \text{ on a } k = 60$$

On trouve $A = 4 \times 60 = 240$ et $B = 7 \times 60 = 420$.

Exercice 5 :

Deux capitaux dans le rapport 11/7, sont tels que leur produit est 492 800F. Calculer les 2 capitaux.

Réponse : 880 F et 560 F.

Soient A et B les deux capitaux dans le rapport 11/7 tels que :

$$\frac{A}{11} = \frac{B}{7} = k \text{ et } A \cdot B = 492\,800 \Rightarrow A = 11k ; B = 7k \text{ remplaçons dans}$$

$$B \cdot A = 492\,800 \Rightarrow (11k) \cdot (7k) = 492\,800 \text{ on a } k = 80$$

On trouve $A = 11 \times 80 = 880$ et $B = 7 \times 80 = 560$.

Exercice 6 :

On fait un capital C en trois capitaux proportionnels aux 2/3 ; 3/7 ; 4/5. Les trois capitaux, placés le 15 avril au taux 9%, ont rapporté ensemble 945,25F au 19 juillet. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 14 000F ; 9 000F et 16 800F.

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels $(\frac{2}{3} ; \frac{3}{7} ; \frac{4}{5})$ on réduit au même dénominateur

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels (70 ; 45 ; 84)

$$\frac{C_1}{70} = \frac{C_2}{45} = \frac{C_3}{84} = k \text{ on a } C_1 = 70k ; C_2 = 45k ; C_3 = 84k$$

$$\sum I = \frac{70 \cdot k \cdot 9 \cdot 95}{36000} + \frac{45 \cdot k \cdot 9 \cdot 95}{36000} + \frac{84 \cdot k \cdot 9 \cdot 95}{36000} = 945,25 \text{ on trouve } k = 200$$

$$C_1 = 70k = 14\,000 ; C_2 = 45k = 9\,000 ; C_3 = 84k = 16\,800$$

Exercice 7 :

On fait un capital C en trois capitaux inversement proportionnels aux 2/3 ; 3/7 ; 4/5. Les trois capitaux, placés le 10 février au taux 9%, ont acquis ensemble 224 321,4F au 07 mai. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 64 800F ; 100 800F et 54 000F.

$C_1 ; C_2 ; C_3$ inv prop $(\frac{2}{3} ; \frac{3}{7} ; \frac{4}{5})$ alors proportionnels aux inverses

$C_1 ; C_2 ; C_3$ prop $(\frac{3}{2} ; \frac{7}{3} ; \frac{5}{4})$ on réduit au même dénominateur

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels (36 ; 56 ; 30)

$$\frac{C_1}{36} = \frac{C_2}{56} = \frac{C_3}{30} = k \text{ on a } C_1 = 36k ; C_2 = 56k ; C_3 = 30k$$

$$\sum \left(36k + \frac{36 \cdot k \cdot 9 \cdot 86}{36000} \right) + \left(56k + \frac{56 \cdot k \cdot 9 \cdot 86}{36000} \right) + \left(30k + \frac{30 \cdot k \cdot 9 \cdot 86}{36000} \right) = 224\,321,4$$

On trouve $k = 1\,800$ alors les capitaux : 64800 ; 100 800 ; 54 000

Exercice 8 :

Trois capitaux proportionnels aux 2 ; 1/3 ; 4 sont tels que le double du 1^{er} augmenté du triple du 2^{ème} dépasse le 3^{ème} de 6 300F. Les trois capitaux, placés le 22 janvier au taux t, ont rapporté ensemble 5 20,695F au 19 avril.

Calculer les trois capitaux

Calculer le taux t

Réponse : a. 12 600F ; 2 100F et 25 200F **b.** taux = 5,4%

$C_1 ; C_2 ; C_3$ prop $(2; \frac{1}{3}; 4)$ on réduit au même dénominateur

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels (6 ; 1 ; 12)

$$\frac{C_1}{6} = \frac{C_2}{1} = \frac{C_3}{12} = k \text{ tels que } 2C_1 + 3C_2 - C_3 = 6\,300$$

on a $C_1 = 6k ; C_2 = k ; C_3 = 12k$ on remplace dans :

$$2C_1 + 3C_2 - C_3 = 6\,300 \Rightarrow 2(6k) + 3(k) - 12k = 6\,300 \Rightarrow k = 2100$$

Les capitaux sont : **12 600 ; 2 100F ; 25 200F.**

Durée de placement = 87 jours

$$\sum I = \frac{12.600 \cdot t \cdot 87}{36000} + \frac{2.100 \cdot t \cdot 87}{36000} + \frac{25.200 \cdot k \cdot t \cdot 87}{36.000} = 520,695 \Rightarrow t = 5,4\%$$

Exercice 9 :

Trois capitaux **a, b et c** proportionnels aux 4/11 ; 5/3 ; 2/7 sont tels que : $3a + 4b - 5c = 584\,800$. Les trois capitaux, placés le 16 juin au taux 7,2%, ont rapporté ensemble 3 210F.

Calculer les trois capitaux

Déterminer l'échéance des capitaux.

Réponse : 33 600F ; 154 000F et 26 400F le 30 août.

$C_1 ; C_2 ; C_3$ prop $(\frac{4}{11}; \frac{5}{3}; \frac{2}{7})$ on réduit au même dénominateur

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels (84 ; 385 ; 66)

$$\frac{C_1}{84} = \frac{C_2}{385} = \frac{C_3}{66} = k \text{ tels que } 3.C_1 + 4.C_2 - 5C_3 = 584\,800$$

on a $C_1 = 84k ; C_2 = 385k ; C_3 = 66k$ on remplace dans :

$$3.C_1 + 4.C_2 - 5C_3 = 584\,800 \Rightarrow 3(84k) + 4(385k) - 5(66k) = 584\,800 \Rightarrow k = 400. \text{ Les capitaux sont : } 33\,600F ; 154\,000F ; 26\,400F.$$

$$\sum I = \frac{33.600 \cdot 7,2 \cdot n}{36000} + \frac{154.000 \cdot 7,2 \cdot n}{36000} + \frac{26.400 \cdot 7,2 \cdot n}{36.000} = 3\,210$$

$\Rightarrow n = 75$ jours après le 16 juin : **échéance le 30 août.**

Exercice 10 :

Trouver trois capitaux proportionnels aux 3; 5; 7 tels que le triple du second est égal à la somme des deux autres diminué de 60 000F. Les trois capitaux, placés le 18 juin aux taux respectifs de 6% ; 7,2% et t%, ont rapporté ensemble 4 875F au 1^{er} septembre.

Calculer les trois capitaux

Calculer le taux t.

Réponse : 24 000F ; 40 000F et 56 000F taux = 9%

$C_1 ; C_2 ; C_3$ proportionnels (3 ; 5 ; 7)

$$\frac{C_1}{3} = \frac{C_2}{5} = \frac{C_3}{7} = k \text{ tels que } 3.C_2 = C_1 + C_3 + 40\,000$$

on a $C_1 = 3k ; C_2 = 5k ; C_3 = 7k$ on remplace dans :

$$3.C_2 = C_1 + C_3 + 40\,000 \Rightarrow 3(5k) = 3k + 7k - 60\,000 \Rightarrow k = 20.000$$

Les capitaux sont : **60 000F ; 100 000F ; 140 000F.**

$$\sum I = \frac{60.000 \cdot 6 \cdot 75}{36000} + \frac{100.000 \cdot 7,2 \cdot 75}{36000} + \frac{140.000 \cdot t \cdot 75}{36.000} = 1\,950 \Rightarrow t = 9\%.$$

Exercice 11 :

Une personne place le quart de son avoir disponible dans la banque 1, les 5/6 du reste dans la banque 2 et le reste soit 300 000 f dans la banque 3.

Quels sont le capital et les différents placements ?

Solution :

Soit C son avoir :

- $\frac{1}{4}C$ dans la banque 1 ; reste $C - \frac{1}{4}C = \frac{3}{4}C$
- $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}C = \frac{15}{24}C$ dans la banque 2 ; reste $\frac{3}{4}C - \frac{15}{24}C = \frac{3}{24}C$
- $\frac{3}{24}C = 300\,000$ dans la banque 3 on trouve $C = 2\,400\,000F$

Exercice 12 :

Une personne place 40% de son avoir disponible dans la banque 1, les 70% du reste dans la banque 2 et le reste soit 360.000 f dans la banque 3.

Quels sont le capital et les différents placements ?

Solution :

Soit C son avoir :

- 40%*C dans la banque 1 ; reste $C - 0,40C = 0,60C$
- 70% * (0,60) = 0,42 C dans la banque 2 ; $0,60 - 0,42C = 0,18C$
- 0,18 C = 360 000 dans la banque 3 on trouve $C = 2\,000\,000F$

Exercice 13 :

Intérêt civil et intérêt commercial

- trouver les deux intérêts sachant que leur somme est 3 758,4F
- trouver les deux intérêts sachant que leur différence est 19,44F
- Trouver les intérêts sachant que leur produit est 131 400F

Solution: $\frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \Rightarrow I = 73.k \text{ et } I' = 72.k$

a/ $I + I' = 3\,758,4 \Rightarrow 73k + 72k = 3\,758,4 \Rightarrow k = 25,92$

On trouve $I = 1\,892,16$ et $I' = 1\,866,24$

b/ $I - I' = 19,44 \Rightarrow 73k - 72k = 19,44 \Rightarrow k = 19,44$

On trouve $I = 1\,419,12$ et $I' = 1\,399,68$

c/ $I \times I' = 131\,400 \Rightarrow 73k \times 72k = 131\,400 \Rightarrow k = 5$ On trouve $I = 365$ et $I' = 360$

Exercice 14 :

Intérêt précompté : taux effectif de placement

- un capital est placé à intérêt précompté au taux 6% l'an pendant 3 mois. Calculer le taux effectif de placement.
- un capital C est placé à intérêt précompté au taux 8% l'an pendant 2 ans. Calculer le taux effectif de placement ;
- le taux effectif d'un capital C, placé à intérêt précompté pendant 10 mois, est 5,22% l'an. Calculer le taux de placement ;

Solution :

$$a/ Tep = \frac{1200 * \text{taux}}{1200 - \text{taux} * \text{durée}} = \frac{1200 * 6}{1200 - 3 * 6} = 6,09\%$$

$$b/ Tep = \frac{100 * \text{taux}}{100 - \text{taux} * \text{durée}} = \frac{100 * 8}{100 - 2 * 8} = 9,52\%$$

$$c/ Tep = \frac{1200 * \text{taux}}{1200 - \text{taux} * \text{durée}} = \frac{1200 * t}{1200 - 10 * t} = 5,22\% \Rightarrow t = 5\%$$

Exercice 15 :

les capitaux suivants : 25 000 F en 30 jours ; 42 000F en 60 jours ; 54 000F en 20 jours ont produit un intérêt total de 870F. Quel est le taux ?

Solution :

$$\frac{25.000 * t * 30}{36.000} + \frac{42.000 * t * 60}{36.000} + \frac{54.000 * t * 20}{36.000} = 870$$

On trouve $t = 7,2\%$.

Exercice 16 :

Quatre capitaux 24 000F en 40 jours ; X f en 60 jours ; 28000F en 30 jours ; Y f en 20 jours ont produit à 3% un intérêt total de 420F. Calculer X et Y sachant que ces deux capitaux sont entre eux comme 2 et 3.

Réponse :

$$\frac{X}{2} = \frac{Y}{3} = k \Rightarrow X = 2.k \text{ et } Y = 3.k$$

$$\frac{24.000 * 3 * 40}{36.000} + \frac{X * 3 * 60}{36.000} + \frac{28.000 * 3 * 30}{36.000} + \frac{Y * 3 * 20}{36.000} = 420$$

$$\frac{24.000 * 3 * 40}{36.000} + \frac{2k * 3 * 60}{36.000} + \frac{28.000 * 3 * 30}{36.000} + \frac{3k * 3 * 20}{36.000} = 420 \text{ on trouve } k = 18.000$$

$$X = 2k = 36.000F \text{ et } Y = 3k = 54.000F$$

Exercice 17 :

Trois capitaux sont proportionnels aux nombres 3 ,4 et 5. On les place à intérêts simples aux taux de 5% , 4% et 3%. Au bout de 2 ans la valeur acquise totale est 77 520F. Calculer les trois capitaux.

$$\text{Réponse : } \frac{C_1}{3} = \frac{C_2}{4} = \frac{C_3}{5} = k \Rightarrow C_1 = 3k ; C_2 = 4k ; C_3 = 5k$$

$$\left(C_1 + \frac{C_1 * 5 * 2}{100} \right) + \left(C_2 + \frac{C_2 * 4 * 2}{100} \right) + \left(C_3 + \frac{C_3 * 3 * 2}{100} \right) = 77.520$$

$$\left(3k + \frac{3k * 5 * 2}{100} \right) + \left(4k + \frac{4k * 4 * 2}{100} \right) + \left(5k + \frac{5k * 3 * 2}{100} \right) = 77.520 \Rightarrow k = 6.000$$

$$C_1 = 3k = 18.000F ; C_2 = 4k = 24.000F ; C_3 = 5k = 30.000F.$$

Exercice 18 :

On place 8.000F à 6% puis 3 mois après on place 8.250F à 4%. Déterminer algébriquement au bout de combien de mois x (en prenant pour origine) la deuxième somme est inférieure de 82,5 F à la valeur acquise de la première.

Réponse :

- 8 000 à 6% pendant x mois $\Rightarrow VA_1 = 8.000 + \frac{8.000 * 6 * x}{1200}$
- 8 250 à 4% pendant (x-3) mois $\Rightarrow VA_2 = 8.250 + \frac{8.250 * 4 * (x-3)}{1200}$

$$VA_1 - VA_2 = 82,5 \Rightarrow \text{on trouve } x = 20 \text{ mois}$$

Exercice 19 :

Sujet CAP : AC / 2013

Deux capitaux égaux, placés à intérêts simples, le 1^{er} à 6% pendant 125 jours, le 2^{ème} à 9% l'an, pendant 275 jours ont rapporté ensemble 268,75.

1°/ Sachant que les intérêts produits sont proportionnels aux taux et à la durée de placement, calculez les intérêts.

2°/ Calculez la valeur commune des deux capitaux.

Réponse : les deux intérêts sont : 62,5 F et 206,25F

La valeur commune des deux capitaux : 3 000 F

Escompte à intérêt simple

Exercice 1: Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 960 F. Calculer n ?

Solution : On utilisera la formule :

$$120\,000 * 9 * (n + 20) - 120\,000 * 7,2 * n / 36\,000 = 960, \text{ on trouve } n = 60\text{jrs}$$

Exercice 2: Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution : On utilisera la formule :

$$180\,000 * 7,2 * n - 180\,000 * 9 * (n - 20) / 36\,000 = 270, \text{ on trouve } n = 70 \text{ jours};$$

Exercice 3: Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t . Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux $(t+1)$, l'escompte aurait augmenté de 1 050F. Calculer t ?

Solution : On utilisera la formule :

$$210\,000 * t * (90 + 30) - 210\,000 * (t + 1) * 90 / 36\,000 = 1\,050, \text{ on trouve } t = 6\%.$$

Exercice 4: Un commerçant fait escompter un effet de 90 000F payable dans n jours. L'escompte supporté est égal à 1 312,5 F. S'il avait escompté le billet 10 jours plus tôt avec un taux supérieur au premier de 2%, l'escompte aurait été 1912,5F. Calculer la première durée et le premier taux.

Réponse : 75 jours et 7%

Exercice 5: trois effets 90 000F payable dans 60 jours ; 60 000F dans 120 jours et 150 000F dans 90 jours sont escomptés au même taux. La somme des escomptes est 5 075F. Calculer le taux. **Réponse :** 7%

Exercice 6 : Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 7 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ?

Réponse : 2 400 F.

Exercice 8 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Le 22 Août, un effet de commerce à échéance du 30 novembre et de nominal égal à 12 000 f est escompté commercialement, taux d'escompte 9%

a). calculer l'escompte commercial

b). même question en supposant que la négociation a lieu le 1^{er} Octobre.

c). représenter graphiquement la variation de valeur actuelle commerciale de l'effet en question en fonction de n (pour n supérieur ou égal à 0), nombre de jours qui séparent la date de négociation de la date d'échéance de l'effet. Interprétez.

Exercice 9 : (Tiré dans Walder Masiéri)

On escompte au même taux deux effets l'un de 48 000 f à 72 jours, l'autre de 50 000 f à 90 jours. La valeur actuelle du deuxième surpasse celle du second de 1 826 f.

Quel est le taux de l'escompte.

Exercice 10 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Le total des valeurs nominales de trois effets s'élève à 4 500 f, le total des valeurs actuelles à 4 464,25 f. sachant que les valeurs nominales sont proportionnelles à 2, 4 et 3 et les échéances sont 45 jours, 30 jours, 60 jours. Calculer :

- les valeurs nominales
- le taux d'escompte

Exercice 11 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Un commerçant vend le 15 mai, pour sa valeur actuelle au taux de 5%, une traite de 96 000 f dont l'échéance est le 14 juin.

A la somme reçue il ajoute un certain capital et place le tout durant 15 mois à 4%. La valeur acquise de la somme placée est alors 179 130 f.

Quel est le capital ajouté.

Exercice 12 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Une remise à l'escompte, effectuée le 31 mars, porte sur trois effets de nominal 6 600 f chacun. L'escompte total, calculé au taux de 8,5%, s'élève pour cette remise à 280,50 f.

Déterminer la date d'échéance du troisième effet, sachant que le premier est payable le 30 avril et que pour le second l'escompte s'élève à 93,50 f.

Exercice 13 : Un effet de valeur nominale 2 700 000F à échéance le 21 mai est escompté le 12 avril aux conditions suivantes : escompte 6% ; endos 2,4% ; commission de bordereau 0,5% ; commission fixe 3 930 F la taxe 15%.

Calculer la valeur nette escomptée.

Solution :

Le nombre de jour : du 12 avril au 21 mai soit **39 jours**

Escompte = $2\,700\,000 \times 6 \times 39 / 36\,000 = 17\,550F$

Endos = $2\,700\,000 \times 2,4 \times 39 / 36\,000 = 7\,020 F$

Com Prop = $2\,700\,000 \times 0,5 \% = 13\,500F$

Com fixe = 2 000 F

Agio hors taxe = $17\,550 + 7\,020 + 13\,500 + 3\,930 = 42\,000$

Agio TTC = $42\,000 \times 1,15 = 48\,300F$

La valeur nette escomptée = $2\,700\,000 - 48\,300 = 2\,651\,700 F$

Exercice 14 : Un effet à échéance le 07 juin est escompté le 17 avril aux conditions suivantes : escompte 7,2% ; endos 3% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 3 810 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 4 113 750 F. Calculer la valeur nominale de l'effet.

Solution :

Le nombre de jour : du 17 avril au 07 juin soit **51 jours**

Escompte = $V \times 7,2 \times 51 / 36\,000 = 0,0102 V$

Endos = $V \times 3 \times 51 / 36\,000 = 0,00425 V$

Com Prop = $V \times 0,25 \% = 0,0025 V$

Com fixe = 3 810

Agio hors taxe = $0,0102 V + 0,00425V + 0,0025 V + 3\,810$

Agio HT = $0,01695 V + 3\,810$

Agio TTC = $(0,01695 V + 3\,810) \times 1,15 = 0,0194925 V + 4\,381,5$

La valeur nette escomptée = $V - \text{Agio TTC} = 4\,113\,750$

$V - 0,0194925 V - 4\,381,5 = 4\,113\,750$ on trouve **$V = 4\,200\,000\text{F}$**

Exercice 14 : Un effet de 9 000 000F est escompté le 01^{er} mars, à n jours avant son échéance aux conditions suivantes : escompte 7,2% ; endos 3% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 2 750 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 8 839 000 F. Déterminer la date d'échéance de l'effet.

Réponse : on trouve $n = 45$ jours après le 01^{er} mars soit **le 15 avril**.

Exercice 15 : Un effet de 7 200 000F est escompté à 60 jours avant son échéance aux conditions suivantes : escompte $t\%$; endos 2,1% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 4 800 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 7 075 800 F. Calculer le taux d'escompte.

Réponse : on trouve **$t = 5\%$** .

Exercice 16 : Un effet de 1 800 000F à échéance le 30 avril est remis à l'escompte le 01^{er} mars aux conditions suivantes : escompte 6% ; endos 0,3% ; commission de bordereau $\frac{1}{4}\%$ commissions fixes 100F. Taxe 15%.

Calculer la valeur nette escomptée

Réponse : agio HT = 19 450F ; Agio TTC = 22 367,5F ; net 1 777 632,5F ;

Exercice 17 : Un effet de 900 000F échéant dans 60 jours est remis à l'escompte aux conditions suivantes : escompte $t\%$; endos 2,1% ; commission proportionnelle $\frac{1}{4}\%$ commission fixe 1000F taxe 15%. La somme remise au commerçant est 880 220F. Calculer le taux t .

Réponse : **7,2%**

Exercice 18: Mr **TOURE** remet le 01^{er} mars 4 effets à l'escompte :

270 000F au 05 mars ; 180 000F au 10 mars ; 420 000F au 30 mars ; 600 000F au 29 avril.

Conditions : escompte 6% endos 1,2% commission proportionnelle $\frac{1}{2}\%$ commissions fixes 100F par effet taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours et ajouter un jour supplémentaire aux effets dépassant le minimum de jour.

Etablir le bordereau d'escompte et calculer la valeur nette escomptée.

Solution : Bordereau d'escompte des effets remis le 01^{er} mars

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte 6%	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1	270 000	05 mars	15	675	135	135	100
2	180 000	10 mars	15	450	90	90	100
3	420 000	30 mars	30	2 100	420	210	100
4	600 000	29 avril	60	6 000	1 200	300	100
Totaux	1 470 000	XXXXXX	XXXXXX	9 225	1 845	735	400

Agio HT = 12 205

Taxe = $12\,205 \times 15\% = 1\,830,75$

Agio TTC = $12\,205 + 1\,830,75 = 14\,035,75$

Valeur nette escomptée = $1\,470\,000 - 14\,035,75 = 1\,455\,964,25\text{F}$.

Exercice 8 : Mr **CISSE** remet le 01^{er} mars trois effets à l'escompte : 720 000F au 10 mars ; 900 000F au 15 avril ; 480 000F au 10 juin.

Conditions : escompte 6% minimum d'escompte 2 000F ; endos 3,3% endos minimum 1000F ; commission proportionnelle 1/5 % minimum 980F maximum 1 700F ; commission fixe 1500F sur l'ensemble des effets. Taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours.

Etablir le bordereau d'escompte et calculer la valeur nette escomptée.

Solution : Bordereau d'escompte des effets remis le 01^{er} mars

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte 6%	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1	720 000	10 mars	15	2 000	1 000	1 440	
2	900 000	15 avril	45	6 750	3 712,5	1 700	
3	480 000	10 juin	101	8 080	4 444	980	
Totaux	2 100 000	XXXXXX	XXXXXX	16 830	9 156,5	4 120	1 500

Agio HT = 31 606,5

Taxe = 31 606,5 x 15% = 4 740,975

Agio TTC = 31 606,5 + 4 740,975 = 36 347,475

Valeur nette escomptée = 2 100 000 - 36 347,475 = 2 063 652,525 F.

Exercice 9 :

Un effet de 90 000F payable dans 30 jours est remplacé un nouvel effet payable dans 60 jours. Au taux de 7,2% calculer la valeur nominale du nouvel effet.

Solution : taux 7,2% le diviseur fixe $D = 36000/7,2 = 5\ 000$

$$V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2) \Rightarrow 90.000 (5.000 - 30) = V (5000-60) \Rightarrow V = 90\ 545F$$

Exercice 10 :

Trois paiements de 120.000F dans 100 jours ; 150.000F dans 180 jours et 210.000F dans 240 jours sont remplacés par deux nouveaux paiements de même valeur nominale payable respectivement dans 30 jours et 45 jours. Au taux de 6% calculer la valeur nominale commune.

Solution : taux 6% le diviseur fixe $D = 36000/6 = 6\ 000$

$$V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) = V(D - n_1) + V(D - n_2)$$

$$120.000(6.000 - 100) + 150.000(6.000-180) + 210.000(6.000-240) = V(6000-30) + V(6000- 45) \Rightarrow \text{on trouve } V = \dots\dots\dots$$

Exercice 11 :

Un commerçant doit les effets suivants :

20 000 f au 15 mars 2000

25 000F au 30 mars 2000

35 000 F au 30 avril 2000

- 1) déterminer l'échéance moyenne des 3 effets dans.
- 2) il convient avec son créancier de remplacer le 01^{er} mars les 3 effets par un effet unique au 10 avril 2000. Au taux 9%, calculer la valeur nominale unique.
- 3) il convient avec son créancier de remplacer les 3 effets par un effet unique payable au 05 avril 2000. Au taux 8%, calculer la valeur nominale unique.

Solution :

1) échéance moyenne ? Prenons la date la plus ancienne le 15 mars comme **date d'équivalence**

n_1 (15 mars au 15 mars) = 0 jour ; n_2 (15 mars au 30 mars) = 30 jours

n_1 (15 mars au 30 avril) = 46 jours

$$\text{Échéance moyenne } n = \frac{20000*0+25000*15+35000*46}{80000} = 25 \text{ jours après le 15 mars ;}$$

l'échéance moyenne est le : 09 avril 2000.

Note : Quelque soit la date d'équivalence choisie l'échéance moyenne ne change pas.

2) date d'équivalence : le 01^{er} mars 2000 ; taux 9% alors $D = 4\ 000$

n_1 (1^{er} mars au 15 mars) = 14 jours ; n_2 (1^{er} mars au 30 mars) = 29 jours

n_3 (1^{er} mars au 30 avril) = 45 jours ; n (1^{er} mars au 10 avril) = 40 jours

$$V(4000-40)=20000(4000-14) + 25\ 000 (4\ 000 - 29) + 35\ 000(4\ 000 - 45)$$

On trouve $V = \dots\dots\dots$

3) date d'équivalence le 05 avril : taux 8% alors $D = 4\ 500$

n_1 (05 avril au 15 mars) = -21 jours ; n_2 (05 avril au 30 mars) = - 6 jours

n_3 (05 avril au 30 avril) = 25 jours ; n (05 avril au 05 avril) = 0 jours

$$V(4500 - 0)= 20\ 000 (4500 + 21)+25\ 000 (4\ 000 +6) + 35\ 000(4\ 500 - 25)$$

On trouve $V = \dots\dots\dots$

Exercice 12 : le 01^{er} mars un effet de 120 000F à échéance le 31 mars est remplacé par un effet à échéance le 30 avril au taux de 7,2%. Quelle est la valeur nominale du nouvel effet ?

Réponse : $120.000(5.000 - 30) = V(5.000 - 60) \Rightarrow V = 120\,729F$

Exercice 13 : le 01^{er} mars un effet de 420 000F à échéance le 15 avril est remplacé par un effet de 421 060,61F à échéance le 30 avril. Calculer la taux d'escompte.

Réponse : $420.000(D - 45) = 421.060,61(D - 60) \Rightarrow D=6.000 \Rightarrow t = 6\%$

Exercice 14 : le 01^{er} mai un effet de 540 000F à échéance le 31 mai est remplacé par un effet de 543 066,25F au taux de 4,5%. Quelle est l'échéance du dernier effet ?

Réponse : $540.000(8.000 - 30) = 543.066,25(8.000 - x) \Rightarrow x=75$ jours après le 1^{er} mai soit **le 15 juillet.**

Exercice 15 : un effet de 210 000F à échéance le 20 juin est remplacé par un effet de 210 589F à échéance le 10 juillet au taux 5%. Quelle est la date d'équivalence ?

Réponse : 210.000F $\Rightarrow n_1$ (date d'éq au 20 juin) = x jours

210.589 F $\Rightarrow n_2$ (date d'éq au 10 juillet) = x + 20

$210.000(7200 - x) = 210.589(7200 - x - 20) \Rightarrow x=36$ jours avant le 20 juin

Date d'équivalence : le 15 mai.

Exercice 16 : le 01^{er} mai on remplace trois effets 50 000F au 31 mai ; 60 000F au 30 juin et 75000F au 30 juillet par un effet unique au 20 juillet, au taux 9%. Quelle est la valeur nominale de l'effet unique? Quelle l'échéance moyenne des trois effets ?

Réponse : date d'équivalence le 1^{er} mai

n_1 (1^{er} mai au 31 mai) = 30 jours ; n_2 (1^{er} mai au 30 juin) = 60 jours

n_3 (1^{er} mai au 30 juillet) = 90 jours ; n (1^{er} mai au 20 juillet) = 80 jours

$V(4000-80)=50000(4000-30)+60000(4000-60)+75000(4000-90)$

On trouve V =.....

Exercice 17 : Un commerçant doit les 5 effets suivants :

$V_1= 150\,000F$ au 20 juin ;

$V_2= 250\,000F$ au 06 juillet ;

$V_3= 100\,000F$ au 10 juillet ;

$V_4= 180\,000F$ au 20 juillet et

$V_5 = 210\,000F$ au 12 août.

Il convient avec créancier :

a) de remplacer les trois premiers effets par un effet unique de 500 000F. Quelle doit être l'échéance de ce nouvel effet ?

b) De remplacer les deux derniers par un effet unique au 01^{er} août. Quel sera le nominal de cet effet ; taux 8% ?

Réponses :

1/ prenons la date la plus ancienne le **20 juin** comme date d'équivalence :

$n_1 = 0$ jours ; $n_2 = 16$ jours ; $n_3 = 20$ jours

$$n = \frac{150.000*0 + 250.000*16 + 100.000*20}{150.000 + 250.000 + 100.000} = 12 \text{ jours}$$
 Après le 20 juin.

L'échéance moyenne : le 2 juillet

2/ **date d'équivalence le 1^{er} août ;** $D = 36000/8 = 4\,500$

n_1 (1^{er} août au 20 juillet) = - 12 jours ; n_2 (1^{er} août au 12 août) = 11 jours

n (1^{er} août au 1^{er} août) = 0 jours

$$V(4500-0)=180.000(4500+12)+210.000 (4500-11)$$

On trouve $V = \dots\dots\dots$

Exercice 18 : le 01^{er} mars un commerçant doit les 3effets suivants : 20 000F au 31 mars; 30 000F au 30 avril et 50 000F. L'échéance moyenne a lieu le 09 mai. Déterminer l'échéance du troisième effet.

Réponse : le 30 mai.

Date d'équivalence : le 01^{er} mars ; $n_1 = 30$ jours ; $n_2 = 60$ jours ; $n = 69$ jours

$$n = \frac{20.000 * 30 + 30.000 * 60 + 50.000 * n_3}{20.000 + 30.000 + 50.000} = 69 \text{ jours} \rightarrow n_3 = \dots\dots\dots$$

Exercice 19 : le 01^{er} avril un commerçant doit les 3 effets suivants : A au 16 mai; 80 000F au 31 mai; 70 000F au 25 juin. L'échéance moyenne a lieu le 05 juin. Déterminer la valeur nominale du 01^{er} effet.

Réponse : on trouve A = 50 000 F.

Exercice 20 : le 05 mars un commerçant doit les 3effets suivants : A au 04 avril; B au 04 mai et C au 03 juin. L'échéance moyenne a lieu le 13 mai. Déterminer les valeurs nominales. Les valeurs nominales font ensemble 100 000F et la différence de la 3^{ième} à la 01^{ère} est 30.000F.

Réponse : 20 000F; 30 000F et 50 000F.