

ESCOMPTE EN INTERETS COMPOSES

I. Escompte commercial

1. Calcul de la valeur actuel d'un capital ou d'un effet

Définition : la valeur actuelle au taux i par francs par périodes d'un effet de valeur nominale C payable dans n périodes est la somme C_0 telle que, capitalisée pendant n période au taux i , elle reproduise la valeur nominale.

Formulation : Posons $C = C_0 (1+i)^n$ ce qui conduit à $C_0 = C (1+i)^{-n}$ **soit** $e = C [1 - (1+i)^{-n}]$ est la formule de la valeur actuelle d'un capital ou d'un effet. L'expression $(1+i)^{-n}$ se lit dans la table financière n^o2

2. Calcul de l'escompte

Définition : dans la pratique, on emploie l'escompte commercial quand il s'agit de négocier des effets dont l'échéance est rapprochée. Mais pour les effets à une échéance lointaine, il est plus logique d'employer l'escompte à intérêts composés (es) qui est la différence entre la valeur nominale d'un effet et la valeur actuelle de l'effet.

Formulation : c'est-à-dire, $e = C - C_0$ soit $e = C - C (1+i)^{-n}$ **soit** $e = C [1 - (1+i)^{-n}]$

Application : Quel l'escompte à intérêts composés d'un capital de 200 000 F payable dans 5 ans 6 mois ? Taux annuel d'intérêts est de 8%.

Résultat :

1^{er} méthode : $e = C [1 - (1+i)^{-n}]$ **soit** $e = 200\,000 [1 - (1,08)^{-(5+6/12)}]$ **soit** $e = 69021,7 \text{ F}$

2nd méthode : $e = C - C_0$ **soit** $e = 200\,000 - 200\,000 (1,08)^{-5,5}$ **soit** $e = 69021,7 \text{ F}$

II. Notion de Capitaux équivalents

1. Equivalence entre deux capitaux ou deux effets

Définition : Deux capitaux ou deux effets de commerce sont équivalents, à une date donnée, s'ils ont la même valeur actuelle, à un taux donné, à cette date.

Formation : équation d'équivalence est donnée par la relation suivante, valeur actuelle du 1^{er} effet = valeur actuelle du 2nd effet, donc on a : $C_1 (1+i)^{-n_1} = C_2 (1+i)^{-n_2}$

Exemple 1 : Soit un capital de 121 665,3 F payable dans 5 ans et un capital de 131 593,2 F payable dans 7 ans. Si taux d'escompte est 4%, quelle est leur valeur actuelle à $n = 0$ choisi comme date d'équivalence ?

Solution

	121 665,3	131 593,2	V. nominale
0	5	7	Années
Date d'équivalence	$C_0 = 121\,665,3(1+i)^{-5}$	$C_0 = 131\,593,2(1+i)^{-7}$	V. actuelle

- 1^{er} Capital : $C_0 = 121\,665,3(1+i)^{-5} = 121\,665,3(1,04)^{-5} = 100\,000 \text{ F}$
- 2^{ème} capital : $C_0 = 131\,593,2(1,04)^{-7} = 100\,000 \text{ F}$.

A l'époque 0, ces 2 capitaux, au taux annuel de 4% ont une même valeur actuelle : Ils sont donc équivalents.

Ainsi, un an après, les deux capitaux ci-contre ont encore même valeur actuelle, ils sont toujours équivalents.
Exemple : Epoque 1, $121\,665,3(1,04)^{-4} = 131\,593,2(1,04)^{-6} = 104\,000 \text{ F}$.

Par extension, on peut dire que deux groupes de capitaux sont équivalents si la somme des valeurs actuelles des capitaux du 1^{er} groupe est égale à la somme des valeurs actuelles des capitaux du 2^{ème} groupe.

2 - Calculer la valeur nominale d'un effet équivalent

Méthode

Calculer ou exprimer en fonction des données la valeur actuelle de chaque effet ou de chaque capital. Ecrire l'équation d'équivalence : $C_01 = C_02$. Résoudre l'équation d'équivalence.

Exemple 1 : Un effet de 14 000 F échéant dans 3 mois est remplacé par un effet dont l'échéance est fixée dans 8 mois. Calculer la valeur nominale de l'effet de remplacement si le taux mensuel d'escompte est de 0,8 %.

Solution

La valeur actuelle du premier effet est : $C_01 = 14\,000(1,008)^{-3} = 13\,669,30$.

La valeur actuelle du deuxième effet s'écrit : $C_02 = C(1,008)^{-8}$.

Avec $C_01 = C_02$, on a $C(1,008)^{-8} = 13\,669,30$ alors $C = 14\,569$.

Exemple 2 : Un débiteur qui doit s'acquitter des dettes suivantes : 24 000 F payable dans 1 an 16 000 F payable dans 2 ans. Obtient de son créancier de se libérer par un paiement unique dans 2 ans. Quelle est la valeur de ce paiement unique si le taux d'intérêts composés est de 13% ?

Solution

	24 000	16 000	C	V. nominale
0	1	2	2	Années
Date d'équivalence	$C_{01} = 24\,000(1+i)^{-1}$	$C_{02} = 16\,000(1+i)^{-2}$	$C_0 = C(1,13)^{-2}$	V. actuelle

$C_01 = 24\,000(1,13)^{-1}$ et $C_02 = 16\,000(1,13)^{-2}$ alors $24\,000(1,13)^{-1} + 16\,000(1,13)^{-2} = C(1,13)^{-2}$;

$21238,94 + 12530,352 = C \times 0,783147$; $C = 43119,99$ Soit $C = 43120$.

Règle : Un capital est équivalent à intérêts composés, à une date déterminée, à un ensemble de plusieurs capitaux si la valeur actuelle de ce capital est égale à la somme des valeurs actuelles des autres capitaux.

Exemple 3 : Soit trois effets de commerce de valeurs nominales et d'échéances respectives : 30 000 F à échéance de 2 ans ; 40 000 F à échéance de 5 ans et 50 000 F à échéance de 7ans.

Nous souhaitons remplacer ces trois effets par un effet unique à échéance de 4 ans. Le taux d'escompte annuel est de 5%. Calculer la valeur nominale de l'effet de remplacement.

Solution: $C(1,05)^{-4} = 30\,000(1,05)^{-2} + 40\,000(1,05)^{-5} + 50\,000(1,05)^{-7}$; $C = 114\,360$.

3 - Calcul du taux

Exemple 1 : Une personne a emprunté 15 000 F à intérêts composés. Au lieu de rembourser le capital et les intérêts 5 ans après comme convenu, elle propose de rembourser à cette date 8 000 F et le reste est versé 5 ans plus tard par un montant de 29 110.90 F. Quel est le taux d'intérêts composés ?

Solution:

$15\,000(1+i)^{10} = 8\,000(1+i)^5 + 29\,110,90$ et Posons $(1+t)^5 = x$ alors $15000x^2 - 8000x - 29110,90 = 0$;

$15x^2 - 8x - 29,11090 = 0$; $\Delta = 64 + 1746,654 = 1810,654$ donc $x_1 = 1,685$ et $x_2 = -1,1517 < 0$ à rejeter.

On a alors $(1+t)^5 = 1,6850$, on a $t = 0,11$ soit 11%.

4 - Calcul de l'échéance

Exemple 1 : Déterminer l'échéance d'une dette de 4 983,245 F destinée à remplacer les 3 dettes suivantes : 1 000 F payable dans 6 mois ; 1 800 F payable dans 18 mois ; 2 000 F payable dans 30 mois. Le taux semestriel est de 6 %.

Solution

$4\,989.245(1+t)^{-n} = 1\,000(1+t)^{-1} + 1\,800(1+t)^{-3} + 2\,000(1+t)^{-5}$; $4\,989.245(1.06)^{-n} = 1\,000(1.06)^{-1} + 1\,800(1.06)^{-3} + 2\,000(1.06)^{-5}$; on aura $n = 4$ soit 4 semestres.

Exemple 2 : Soit trois effets de valeurs nominales et échéances suivantes : 5 000 F à échéance de 2 ans ; 6 000 F à échéance de 3 ans ; 7 000 F à échéance de 5 ans. Que l'on souhaite remplacer par un effet unique de valeur nominale 18 479,2 F. Déterminer la date d'échéance de cet effet unique. Taux d'escompte 5%.

Nous utilisons la formule ci-dessous on obtiendra soit, $n = 4$ ans

5 - Cas de l'échéance moyenne :

Rappelons qu'il s'agit de l'éventualité où la valeur nominale du capital unique en remplacement de plusieurs capitaux, est égale à la somme des valeurs nominales de ces capitaux.

Exemple 1 : Un débiteur qui s'est engagé à payer au même créancier : 20 420 F dans 1 an 6 mois ; 17 610 F dans 2 ans ; 13 270 F dans 2 ans 6 mois. Préférerait se libérer par un paiement unique de 51 300 F. Quelle serait l'échéance de ce paiement au taux annuel de 9,75 % ?

Solution

Prenons l'époque 0 comme date d'équivalence et Soit n l'échéance moyenne :

$51\,300(1.0975)^{-n} = 20\,420(1.0375)^{-1.5} + 17\,610(1.0975)^{-2} + 13\,270(1.0975)^{-2.5}$; $51\,300(1.0975)^{-n} = 42\,896.54$; $(1.0975)^{-n} = 0.836189863$; $n = 2,19588137$. L'échéance moyenne aura lieu dans : 2 ans 2 mois 10 jours.

Exemple 2 : Déterminer l'échéance d'une dette unique de 200 000 F, destinée à remplacer 3 dettes : 100 000 payable dans 1 an 60 000 payable dans 2 ans et 17 211.10 payable dans 4 ans, taux 9%

Solution : l'équivalence à l'époque 0 s'établit ainsi : $200\,000(1.09)^{-n} = 100\,000(1.09)^{-1} + 60\,000(1.09)^{-2} + 17\,211.10(1.09)^{-4}$; $n = 3$ ans. Le capital unique sera payable dans 3 ans. (Échéance Commune).

III. Problème de crédit à intérêt composé

Dans le commerce, lorsqu'un acheteur n'est pas en mesure de payer le prix d'une marchandise au comptant, on lui propose de payer une partie au comptant et le reste sous forme de traite annuelle, mensuelle, etc.

Au jour de l'achat, on écrit l'égalité entre le prix au comptant et la somme des valeurs actuelles des traites :

$PC = VC + \text{somme des valeurs actuelles}$. on peut retenir la formule suivante :

$$PC = VC + V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \dots + V_k(1+i)^{-n_k}$$

PC : prix au comptant ; **VC** : versement comptant ; $V_1 ; V_2 ; \dots ; V_k$ les valeurs nominales respectives des traites et $n_1 ; n_2 ; \dots ; n_k$ leurs échéances respectives.

Partie A : Un commerçant est en possession de deux effets de commerce :

- ✓ 2 500 000 f payable dans 1 an ;
- ✓ 3 653 165 f payable dans 4 ans.

Dans le besoin de liquidité, il décide de négocier les deux effets au taux de 8% l'an. Quelle somme percevra-t-il ?

Partie B : Il utilise cette somme pour acheter un matériel qu'il met à la vente en offrant aux acheteurs les modes de paiement suivants :

- **1^{er} mode** : paiement comptant 6 000 000 f ;
- **2^{ème} mode** : paiement d'une somme S le jour de l'achat et de 4 957 200 f dans 2 ans ;

- **3^{ème} mode** : paiement d'une avance de 845 806 f le jour de l'achat et paiement de trois traites de même valeur nominale échéant d'année en année la première 1 an après l'achat.

Les modes étant équivalents le jour de l'achat au taux de 8% ; calculer :

- La somme S du 2^{ème} mode ;
- La valeur nominale commune des traites du 3^{ème} mode ;

Solution :

- La somme perçue par le commerçant est :

$$S = 2\,500\,000 * 1,08^{-1} + 3\,653\,165 * 1,08^{-4} = 5\,000\,000 \text{ f}$$

- La somme S payé dans le 2^{ème} mode est :

Au jour de l'achat, l'équation d'équivalence s'écrit : $6\,000\,000 = S + 4\,957\,200 * 1,08^{-2}$

On tire $S = 1\,750\,000 \text{ f}$

- La valeur nominale commune des traites du 3^{ème} mode est :

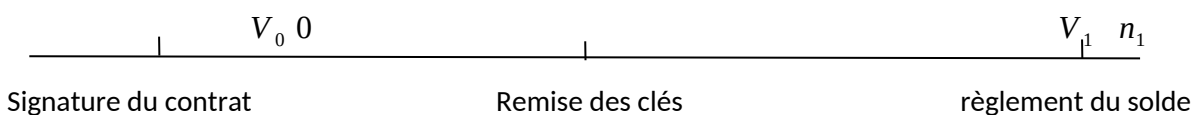
$$6\,000\,000 = 845\,806 + V * 1,08^{-1} + V * 1,08^{-2} + V * 1,08^{-3} \Leftrightarrow 5\,154\,194 = 2,577096987 * V$$

On tire $V = 2\,000\,000 \text{ f}$

IV. Problème de contrat à intérêt composé :

Une société de construction peut parfois, proposer à ses clients un contrat de versements ; on retient généralement pour les versements les trois dates suivantes :

- ✓ La date de la signature du contrat
- ✓ La date de la remise des clés
- ✓ La date de règlement du solde



On peut calculer la valeur de la construction à l'une de ces 3 dates retenues.

Exercice 1

Un banquier remet une somme de valeur nominale 100000€ à un créancier à échéance de 5 ans au taux d'escompte de 6,5%. Calculer la valeur actuelle commerciale.

Exercice 2

On remplace trois règlements : 5 000 F à échéance de 2 ans ; 2 000 F à échéance de 3 ans ; 1 000 F à échéance de 4 ans. Par un montant unique de 10 000 F au taux d'escompte de 8,5%.

- Déterminer l'échéance de ce règlement.
- Quelle aurait été l'échéance si l'escompte avait été calculé en intérêts simples ?

Exercice 3

Deux effets de valeurs nominales 50 000 F et 60 000 F d'échéances respectives le 1^{er} janvier 2006 et le 1^{er} janvier 2009 sont négociés le 1^{er} janvier 2003. La valeur actuelle commerciale produite par les deux effets cumulés est de 64 300 F. Calculer le taux d'actualisation retenu.

Exercice 4

On remplace 5 règlements : 64 000 F dans 7 mois ; 67 000 F dans 1 an et 8 mois ; 65 000 F dans 11 mois ; 68 000 F dans 2 ans et 1 mois ; 66 000 F dans 1 an et 5 mois par un paiement unique de 335 000 F dans 1 an et 6 mois. A quel taux annuel a été calculé cet échange : Solution commerciale.

Exercice 5

Pour l'achat d'un appareil ménager, un commerçant propose 2 formules de crédit au taux mensuel de 0.775 %.

Première proposition : règlement en 4 versements, 10 000 F 1 mois après la livraison ; 9 500 F 2 mois après la livraison ; 9 400 F 3 mois après la livraison ; 8 600 F, 4 mois après la livraison ; Coût total d'acquisition : 37 500 F.

Deuxième proposition ; règlement en 4 versement, 8 500 F, 1 mois après la livraison ; 9 100 F, 3 mois après la livraison ; 9 800 F, 5 mois après la livraison ; 10 600 F, 7 mois après la livraison. Coût total d'acquisition : 38 000 F.

Montrer que les 2 formules de crédit à intérêts composés sont équivalentes. Quel est le prix de l'appareil ménager ?

Exercice 6

Un débiteur obtient de son créancier la possibilité de se libérer de 5 dettes : 4 800 F payables dans 1 an et 2 mois ; 5 200 F payables dans 1 an et 7 mois ; 5 300 F payables dans 2ans et 5 mois ; 6 800 F payables dans 3 ans et 1 mois ; 7 900 F payables dans 3 ans et 7 mois ; par un paiement unique dans 2 ans.

Calculer le montant de ce paiement, compte tenu d'un taux annuel de 7 %.

Exercice 1

Un banquier remet une somme de valeur nominale 100000€ à un créancier à échéance de 5 ans au taux d'escompte de 6,5%. Calculer la valeur actuelle commerciale.

Exercice 2

On remplace trois règlements : 5 000 F à échéance de 2 ans ; 2 000 F à échéance de 3 ans ; 1 000 F à échéance de 4 ans. Par un montant unique de 10 000 F au taux d'escompte de 8,5%.

- Déterminer l'échéance de ce règlement.
- Quelle aurait été l'échéance si l'escompte avait été calculé en intérêts simples ?

Exercice 3

Deux effets de valeurs nominales 50 000 F et 60 000 F d'échéances respectives le 1^{er} janvier 2006 et le 1^{er} janvier 2009 sont négociés le 1^{er} janvier 2003. La valeur actuelle commerciale produite par les deux effets cumulés est de 64 300 F. Calculer le taux d'actualisation retenu.

Exercice 4

On remplace 5 règlements : 64 000 F dans 7 mois ; 67 000 F dans 1 an et 8 mois ; 65 000 F dans 11 mois ; 68 000 F dans 2 ans et 1 mois ; 66 000 F dans 1 an et 5 mois par un paiement unique de 335 000 F dans 1 an et 6 mois. A quel taux annuel a été calculé cet échange : Solution commerciale.

Exercice 5

Pour l'achat d'un appareil ménager, un commerçant propose 2 formules de crédit au taux mensuel de 0.775 %.

Première proposition : règlement en 4 versements, 10 000 F 1 mois après la livraison ; 9 500 F 2 mois après la livraison ; 9 400 F 3 mois après la livraison ; 8 600 F, 4 mois après la livraison ; Coût total d'acquisition : 37 500 F.

Deuxième proposition ; règlement en 4 versement, 8 500 F, 1 mois après la livraison ; 9 100 F, 3 mois après la livraison ; 9 800 F, 5 mois après la livraison ; 10 600 F, 7 mois après la livraison. Coût total d'acquisition : 38 000 F.

Montrer que les 2 formules de crédit à intérêts composés sont équivalentes. Quel est le prix de l'appareil ménager ?

Exercice 6

Un débiteur obtient de son créancier la possibilité de se libérer de 5 dettes : 4 800 F payables dans 1 an et 2 mois ; 5 200 F payables dans 1 an et 7 mois ; 5 300 F payables dans 2ans et 5 mois ; 6 800 F payables dans 3 ans et 1 mois ; 7 900 F payables dans 3 ans et 7 mois ; par un paiement unique dans 2 ans.

Calculer le montant de ce paiement, compte tenu d'un taux annuel de 7 %.

CORRIGES

Exercice n° 4 :

3 350 DH 640DH 650DH 660DH 670DH
680 DH

0 7 11 17 18 20
25

date d'équivalence

A la date du versement unique, nous pouvons écrire :

$640 \times (1+i)^{11/12} + 650 \times (1+i)^{7/12} + 660 \times (1+i)^{1/12} + 670 \times (1+i)^{-2/12} + 680 \times (1+i)^{-7/12} = 3\,350$

i étant le taux annuel par dirham.

Après plusieurs essais, on constate que le taux est situé entre 9 % et 10 %. A 9 %, le versement unique serait de 3 347,98 DH. Le taux sera donc déterminé par une interpolation entre 9 % et 9,5 %.

0,09	3 347,9827		
0,005 ? i	3 350	2,0173	2,7649
0,095	3 350,7476		

$i = 0,09 + 0,005 \times \frac{2,0173}{2,7649} = 0,093\,648$

Si l'on considère que le versement unique a été arrondi à 3 350 DH par défaut, le taux annuel est de 9,5 %.

Si non le taux est très légèrement supérieur à 9,36 %.

En effet si $i = 0,093\,65$, on obtient $694,73 + 684,85 + 664,94 + 660,08 + 645,40 = 3\,350$

Taux annuel : 9,365 %.

Exercice n° 2 :

Première formule de crédit :

P	1 000 DH	950 DH	940 DH	860 DH
0	1	2	3	4

Prix de l'appareil ménager (valeur actuelle à l'époque 0 – livraison de l'appareil – des quatre versements mensuels).

$P = 1\,000 \times (1,007\,75)^{-1} + 950 \times (1,007\,75)^{-2} + 940 \times (1,007\,75)^{-3} + 860 \times (1,007\,75)^{-4} =$

$992,31 + 935,44 + 918,48 + 833,85 = 3\,680,08$ soit 3 680 DH.

Deuxième formule de crédit :

P	850 DH	910 DH	980 DH	1 060 DH
0	1	3	5	7

$P = 850 \times (1,007\,75)^{-1} + 910 \times (1,007\,75)^{-3} + 980 \times (1,007\,75)^{-5} + 1\,060 \times (1,007\,75)^{-7} =$

$834,46 + 889,17 + 942,89 + 1\,004,24 = 3\,670,76$ soit 3 680 DH.

Les deux formules de crédit sont bien équivalentes au taux mensuel de 0,775 %.

V?

Exercice n° 3 :

	4800DH	5200DH	5300DH	6800DH	7900DH
0	1+2/12	1+7/12	2	2+5/12	3+1/12
3+7/12 années					

date d'équivalence

$$V = 4\,800 \times (1,07)^{10/12} + 5\,200 \times (1,07)^{5/12} + 5\,300 \times (1,07)^{5/12} + 6\,800 \times (1,07)^{-13/12} + 7\,900 (1,07)^{-19/12} = 5\,078,41 + 5\,348,68 + 5\,152,67 + 6\,319,41 + 7\,097,46 \\ = 28\,996,36 \text{ soit } 29\,000 \text{ DH par excès.}$$

EX 1 :

Une entreprise a décidé d'acquérir un ordinateur. Elle a le choix entre :

- Un paiement unique de 7568.60 DH à une date déterminée.
- Payer 2500DH dans 6 trimestre, 3200DH dans 8 trimestres et 2800 DH dans 12 trimestres .

Déterminer l'échéance du règlement unique. (Taux trimestriel 8%)

EX 2 :

Une entreprise avait prévu d'acheter une nouvelle machine pour le 31/12/1992. Pour cela, elle a placé chaque année et pendant 2 ans 50 000 DH à intérêt composés.

Le 1er placement a eu lieu le 31/12/1988.

Pour tenir compte de l'effet de l'inflation, le montant placé annuellement a été porté à 80 000 DH à partir du 3ème versement, c'est à dire le 31/12/90.

Quel est le montant dont elle va disposer à la date sachant que le dernier placement a eu lieu le 31/12/199 et que le taux d'intérêt est de 12 % l'an.

EX 3 :

On avait emprunté 150 000 DH à intérêts composés. Au lieu de rembourser la capital et les intérêts 5 ans après comme prévu, on propose de rembourser à cette date 80 000 DH seulement, le reste étant acquitté 5 ans plus tard par un versement de 124704,40 DH. Quel est le taux retenu pour les calculs ?

EX 4 :

Un industriel envisage l'acquisition d'un matériel de très courte durée : 3ans. Ce matériel doit procurer :

- 30 000 DH de gains la 1er année
- 24 000 DH de gains la 2ème année
- 20 000 DH de gains la 3ème année

Quelle somme devrait-il investir dans ce matériel pour obtenir un taux de rentabilité de 12%.

EX 5 :

Un débiteur qui doit rembourser à son créancier 20 000 DH dans 2 ans et 18 000 DH dans 5 ans obtient de se libérer par un paiement unique de 37 000 DH dans 3 ans .A quel taux annuel a été calculé cet arrangement ?

CORRIGE DU DEVOIR SUR LES INTERETS COMPOSES

EX 1 :

L'équivalent à l'époque :

$7568,60 (1,08)^{-n} = 25000(1,08)^{-6} + 3200 (1,08)^{-8} + 2800(1,08)^{-12}$ d'après la table financière N°= 2 on a :

$$(1,08)^{-6} = 0,630170$$

$$(1,08)^{-8} = 0,540269$$

$$(-1,08)^{-12} = 0,397114$$

$$7568,60 (1,08)^{-n} = 4416,205$$

$$(1,08)^{-n} = 0,583490$$

D'après la table financière N°=2 on a $n=7$ soit 7 semestres

EX 2 :

$$A = 50000 (1,12)^4 + 50000 (1,12)^3 + 80000(1,12)^2 + 80000 (1,12)^1$$

$$50\,000 \quad 50\,000 \quad 80\,000 \quad 80\,000 \quad A$$

V.n

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

Période

D'après la table financière N° = 1 on a :

$$(1,12)^1 = 1,120$$

$$(1,12)^2 = 1,2544$$

$$(1,12)^3 = 1,404928$$

$$(1,12)^4 = 1,573519$$

$$A = 78675,95 + 70246,4 + 100352 + 89600$$

$$A = 338874,35$$

EX 3 :

L'équivalence à l'époque versement

$$150\,000 (1+i)^{10} = 80\,000 (1+i)^5 + 124\,704,40$$

$$150 X^2 - 80m - 124,7044 = 0$$

$$75x^2 - 40x - 62,3522$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{40 \pm 142,49}{150} = 1,216$$

2a

Pour $(1+i)^5 = 1,216$ la table I donne $i = 0,04$ le taux recherché est 4%

EX 4 :

$$v.n \quad \begin{matrix} 30\,000 & 24\,000 & 20\,000 \end{matrix}$$

v.n

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

Période

$$S = 30\,000 (1,12)^{-1} + 24\,000 (1,12)^{-2} + 20\,000 (1,12)^{-3}$$

$$S = 60153,96DH$$

EX 5 :

Solution :

$$\begin{matrix} & 20\,000 & 37\,000 & & 18\,000 & & V.n \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

5 Période

Plaçons-nous à l'époque 3 pour écrire l'équivalence, ce qui facilitera le calcul :

$$20\,000 (1+i)^3 + 1800(1+i)^{-2} = 3700$$

Nous ne pouvons résoudre cette équation que par des approximations successives :

1er phase : après une série d'essai (6%, 7%, 8% etc.) il faut à 2 taux qui donnent chacun au premier membre de l'équation une valeur encadrant 37000

$$\text{à } 8\% \quad 20\,000 \times 1,08 + 18000 \times (1,08)^{-2} = 37032,09$$

$$\text{à } 9\% \quad 20\,000 \times 1,09 + 18000 \times (1,09)^{-2} = 36950,24$$

Le taux est donc compris entre 8% et 9%

2ème phase : interpolation

0,08	37032,09	0,08	37032,09
0,09	36950,24	X	37000
0,01			

$$\begin{matrix} 81,85 & Y & 32,09 \end{matrix}$$

$$0,01 \quad 81,85 \quad Y = 0,01 \times 32,09 = 0,00392$$

$$Y \quad 32,09 \quad 81,85$$

$$X = 0,08 + 0,00392 = 0,08392$$

Le taux d'actualisation avoisine 8,392 %

$$20\,000 \times 1,08392 + 18\,000 (1,08392)^{-2} = 3699,08$$

(Résultat légèrement inférieur à 37000 en raison même de l'interpolation)

à l'aide d'une calculatrice, nous pouvons affiner le résultat précédent.