

FORMULES A RETENIR :

Intérêts	Intérêts simples	Intérêts composés
Calcul d'intérêts (I)	$I = \frac{Ctn}{100}$ ou $I = \frac{Ctn}{1200}$ ou $I = \frac{Ctn}{36000}$	$I = C_n - C_0$
Calcul de valeur acquise (V_a)	$V_a = C + I = C \left(1 + \frac{tn}{100} \right)$	$C_n = C_0 (1+i)^n$
Calcul de valeur actuelle (C)	$C = V_a - I = \frac{100 V_a}{100 + tn}$	$C_0 = C_n (1+i)^{-n}$
Calcul du taux (t)	$t = \frac{100 I}{Cn} = \frac{\frac{100 V_a}{C} - 100}{n}$	$t = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$
Calcul de la durée (n)	$n = \frac{100 I}{Ct} = \frac{\frac{100 V_a}{C} - 100}{t}$	$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1+i)}$
Conversion de taux	Taux proportionnel : $t_p = \frac{t}{P}$ ou $t = t_p \cdot P$	Taux équivalent : $i = (1+i_p)^P - 1$ ou $i_p = \sqrt[P]{1+i} - 1$

En intérêts composés, la valeur acquise est

$$\begin{cases} \text{commerciale: } C_n = C_0 (1+i)^n (1+i)^{\frac{P}{12}} \\ \text{rationnelle: } C_n = C_0 (1+i)^n (1+i)^{\frac{P}{12}} \end{cases}$$

Intérêts en fonction de D : $I = \frac{Cn}{D}$ avec $D = \frac{360000}{t}$

Taux moyen des placements : $t = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i} = \frac{C_1 t_1 n_1 + C_2 t_2 n_2 + \dots}{C_1 n_1 + C_2 n_2 + \dots}$

Taux effectif de placement :

$$te = \frac{100 I}{Cen}, \quad te = \frac{1200 I}{Cen}, \quad te = \frac{36000 I}{Cen}, \quad t_e = \frac{100 t}{100 - tn}, \quad te = \frac{1200 t}{1200 - tn} \quad \text{ou} \quad te = \frac{36000 t}{36000 - tn}.$$

Relation entre intérêt commercial et intérêt civil : $I - I' = \frac{I'}{72} = \frac{I}{73} \Rightarrow I = \frac{73}{72} I' \quad \text{ou} \quad I' = \frac{72}{73} I.$

Intérêt global de plusieurs placements : $I_g = \frac{C_1 n_1 + C_2 n_2 + C_3 n_3 + \dots + C_k n_k}{D} = \frac{\sum C_i n_i}{D}$

Escompte d'effets de commerce	Intérêts simples	Intérêts composés
Escompte commercial (e)	$e = \frac{Vtn}{36000}$	$e = C - C_0 = C [1 - (1+i)^{-n}]$
Escompte rationnel (e')	$e' = \frac{Vtn}{36000 + tn} \quad e' = \frac{a' tn}{36000}$	
Escompte commercial en fonction de D	$e = \frac{Vn}{D}$	
Escompte rationnel en fonction de D	$e' = \frac{a' n}{D} = \frac{Vn}{D + n}$	

Valeur nominale	$V = \frac{36000 \cdot e}{tn} = \frac{e^* e'}{e - e'} = \frac{D \cdot e}{n} = \frac{36000 \cdot a}{36000 - tn}$	$C = C_0(1+i)^n$
Valeur actuelle commerciale	$a = V - e \text{ ou } a = \frac{V(D-n)}{D}$	$C_0 = C(1+i)^{-(n+\frac{P}{12})}$
Valeur actuelle rationnelle	$a' = \frac{36000 \cdot V}{36000 + tn} \text{ ou } a' = \frac{D \cdot V}{D + n}$	$C_0 = C(1+i)^{-n} \cdot (1+i\frac{P}{12})^{-1}$
Taux d'escompte	$t = \frac{36000 \cdot e}{Vn}, D = \frac{V \cdot n}{e} \text{ et } t = \frac{36000}{D}$	$i = \sqrt[n]{\frac{C}{C_0}} - 1$
Durée d'escompte	$n = \frac{36000 \cdot e}{Vt}, n = \frac{D \cdot e}{V}$	$n = \frac{\log C - \log C_0}{\log(1+i)}$

Relation entre e et e' : $e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)} = \frac{e^*n}{D+n} = \frac{e' \cdot n}{D} \rightarrow \frac{e}{D+n} = \frac{e'}{D} \rightarrow \frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D}$

Différence de l'inverse de e' et de e : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \rightarrow V = \frac{e \times e'}{e - e'}$.

Equivalents d'effets	Intérêts simples	Intérêts composés
De deux effets capitaux	$V_1(36000 - t n_1) = V_2(36000 - t n_2)$ $V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2)$	$V_1(1+i)^{n_1} = V_2(1+i)^{n_2}$ $C_1(1+i)^{-n_1} = C_2(1+i)^{-n_2}$
Un effet unique et un groupe d'effets	$V(36000 - tn) = V_1(36000 - t n_1) + V_2(36000 - t n_2) + \dots$ ou $V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) + \dots$	$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \dots$

Echéance moyenne de plusieurs effets :
$$n = \frac{V_1 n_1 + V_2 n_2 + V_3 n_3 + \dots + V_k n_k}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_k}$$

Païement à crédit des biens :

- Prix de la marchandise = Somme Avancée + Sommes des Valeurs Actuelles des Traités :*

- En intérêts simples : $PC = SA + V_1 - \frac{V_1 t n_1}{1200} + V_2 - \frac{V_2 t n_2}{1200} + \dots + V_k - \frac{V_k t n_k}{1200}$ ou

- En intérêts composés : $PC = SA + V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + \dots + V_k(1+i)^{-n_k}$

- Traites mensuelles de même valeur nominale V échéant dans n_1 ; n_2 ; .. n_k mois :

En intérêts simples : $PC = SA + nV - \frac{Vt}{1200}(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k)$

En intérêts composés : $PC = SA + V[(1+i)^{-n_1} + (1+i)^{-n_2} + \dots + (1+i)^{-n_k}]$

- Traites mensuelles de même valeur nominale V, échéant de mois en mois, la 1^{ère} un mois après l'achat :

En intérêts composés : $PC = SA + nV - \frac{Vt}{1200} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]$

En intérêts composés : $PC = SA + V \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$. n désigne le nombre de traites dans les deux cas.

Proportionnalités des grandeurs :

- Deux suites de nombres (C_1 ; C_2 ; C_3) et (a ; b ; c ...) sont directement proportionnelles ou proportionnelles si et seulement

si : $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = k$ avec $C_1 = ak$; $C_2 = bk$; $C_3 = ck$ ou $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = \frac{C_1 \pm C_2 \pm C_3}{a \pm b \pm c} = k$.

- Deux suites de nombres (C_1 ; C_2 ; C_3) et (a ; b ; c) sont inversement proportionnelles ssi : $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} \iff \frac{C_1}{bc} = \frac{C_2}{ac} = \frac{C_3}{ab}$.

- Une suite de nombres (x ; y ; z) est proportionnelle à (a ; b ; c) d'une part et (encore) proportionnelle à (a' ; b' ; c') d'autre part

si et seulement si : $\frac{x}{aa'} = \frac{y}{bb'} = \frac{z}{cc'} = k$

- Une suite de nombres (x ; y ; z) est proportionnelle à (a ; b ; c) d'une part et inversement proportionnelle à (a' ; b' ; c') d'autre

part si et seulement si : $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \iff \frac{x}{ab'c'} = \frac{y}{ba'c'} = \frac{z}{ca'b'} = k$

Progressions arithmétiques et progressions géométriques :

- Les capitaux : C_1 , C_2 , C_3 C_n forment une PA ssi :

$C_1 = C_1$; $C_2 = C_1 + r$; $C_3 = C_1 + 2r$ $C_n = C_1 + (n-1)r$

- Trois capitaux forment une PA croissante de raison a : $C_1 = C_1$; $C_2 = C_1 + a$; $C_3 = C_1 + 2a$

- Les capitaux : C_1 , C_2 , C_3 C_n forment une PG si et seulement si :

$C_1 = C_1$; $C_2 = qC_1$; $C_3 = q^2C_1$ $C_n = q^{n-1}C_1$.

- **Somme des termes d'une suite arithmétique :**

$$S_n = \frac{(n-p+1)(U_p + U_n)}{2} = \frac{(n-p+1)(2U_p + (n-p)r)}{2} = \frac{(n+1)(2U_0 + nr)}{2}.$$
- **Termes équidistants des extrêmes :** Si trois nombres a, b, c sont PA alors : $a + c = 2b$
- **Termes équidistants des extrêmes :** Si trois nombres a, b, c sont en PG alors : $a \times c = b^2$
- **Somme des termes d'une suite :** $S_n = \frac{U_p(1 - q^{n-p+1})}{1 - q}$ ou $S_n = U_0 \frac{1 - q^n}{1 - q}$

Résolution de certaines équations :

- Toute équation du 2^{ème} degré à une inconnue se ramène à la forme $ax^2 + bx + c = 0$ ou a, b, c sont des nombres. On calcule le déterminant $\Delta = b^2 - 4ac$: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Connaissant la somme $S = x_1 + x_2$ et produit $P = x_1 \cdot x_2$ de deux capitaux, pour retrouver ces deux capitaux, il suffit de résoudre l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$.