

Notions de mathématiques générales

- Cinq capitaux sont en progression arithmétique de premier terme C_1 et de raison r , signifie que : $C_2 = C_1 + r$; $C_3 = C_1 + 2r$; $C_4 = C_1 + 3r$; $C_5 = C_1 + 4r$; $C_n = C_1 + (n-1)r$
- Cinq capitaux sont en progression géométrique de premier terme C_1 et de raison q , signifie que : $C_2 = C_1 \times q$; $C_3 = C_1 \times q^2$; $C_4 = C_1 \times q^3$; $C_5 = C_1 \times q^4$; $C_n = C_1 \times q^{n-1}$
- A et B sont dans le rapport a/b signifie que : $\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$;
- A dépasse le double de B de C signifie que : $A - 2B = C$.
- A dépasse le triple de B de C signifie que : $A - 3B = C$
- A surpasse le double de B de 10000F, signifie que : $A - 2B = 10000$.
- A est égal au double de B , signifie que : $A = 2B$.
- A est égal au triple de B , signifie que : $A = 3B$.
- La différence entre A et B est C signifie que : $A - B = C$
- A , B , C et D sont proportionnels aux nombres a , b , c et d , signifie que :

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} = K$$

- A , B , C et D sont inversement proportionnels aux nombres a , b , c et d , signifie que :

$$\frac{A}{\frac{1}{a}} = \frac{B}{\frac{1}{b}} = \frac{C}{\frac{1}{c}} = \frac{D}{\frac{1}{d}} = K.$$

Application des suites

Exemple1 : Quatre capitaux sont en progression arithmétique de raison $r = 10\,000F$ et de premier terme $600\,000F$. Calculons les autres capitaux.

Solution

$C_n = C_1 + (n-1)r$; $C_2 = C_1 + (2-1) \times 10\,000 = 60\,000 + 10\,000 = 70\,000F$; $C_3 = C_1 + 2r$
 $C_3 = 600\,000 + 2 \times 10\,000 = 800\,000F$ ou $C_3 = C_2 + r = 700\,000 + 10\,000 = 800\,000F$; $C_4 = C_1 + 3r$ ou $C_4 = C_3 + r = 800\,000 + 10\,000 = 900\,000F$

Exemple2 : Quatre capitaux sont en progression géométrique de raison $q=2$ et de premier terme $50\,000F$. Trouvez les trois autres capitaux.

Solution

$C_n = C_1 \times q^{n-1}$; $C_2 = C_1 \times q^{2-1} = C_1 \times q = 50\,000 \times 2 = 100\,000F$; $C_3 = C_1 \times q^2 = 50\,000 \times (2)^2 = 200\,000F$;
 $C_4 = C_1 \times q^3 = 50\,000 \times (2)^3 = 400\,000F$

Application des rapports et proportions

Exemple1 : Trois nombres a , b , c de somme $245\,000F$, sont proportionnels aux nombres 5 ; 6 et 9 . Trouver ces nombres.

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9} = \frac{a+b+c}{5+6+9} = \frac{245\,000}{20} = 12\,250; \frac{a}{5} = 12\,250 \Rightarrow a = 12\,250 \times 5 = 61\,250F$$

$$\frac{b}{6} = 12\,250 \Rightarrow b = 6 \times 12\,250 = 73\,500F; \frac{c}{9} = 12\,250 \Rightarrow c = 12\,250 \times 9 = 110\,250F;$$

Exemple2: Trois nombres x ; y ; z de somme $431\,500$; sont proportionnels aux nombres $3/5$; $7/13$ et $11/2$. Calculer ces nombres.

$$\frac{X}{3} = \frac{Y}{7} = \frac{Z}{11} = \frac{X}{\frac{3 \cdot 13 \cdot 2}{5}} = \frac{Y}{\frac{7 \cdot 5 \cdot 2}{13}} = \frac{Z}{\frac{11 \cdot 5 \cdot 13}{2 \cdot 5 \cdot 13}} = \frac{X}{\frac{78}{130}} = \frac{Y}{\frac{70}{130}} = \frac{Z}{\frac{715}{130}} = k \Rightarrow \frac{X}{78} = \frac{Y}{70} = \frac{Z}{715} =$$

$$\frac{X+Y+Z}{78+70+715} = \frac{431\,500}{863} = k ; \frac{X}{78} = \frac{431\,500}{863} \Rightarrow X = \frac{431\,500 \cdot 78}{863} = 39\,000F ; \frac{Y}{70} = \frac{431\,500}{863} \Rightarrow$$

$$Y = \frac{431\,500 \cdot 70}{863} = 35\,000F$$

$\frac{Z}{715} = \frac{431\,500}{863} \Rightarrow Z = \frac{431\,500 \cdot 715}{863} = 357\,500F$; NB : après réduction au même dénominateur, on laisse tomber le dénominateur commun.

Exemple3 : Trois nombres a, b, c de somme 147 600F, sont proportionnels aux nombres 7 ; 6 et 2/3. Trouver ces nombres.

$$\frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{\frac{2}{3}} = \frac{a}{\frac{7 \cdot 3}{3}} = \frac{b}{\frac{6 \cdot 3}{3}} = \frac{c}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{a}{21} = \frac{b}{18} = \frac{c}{2} = \frac{a+b+c}{21+18+2} = \frac{147\,600}{41} = 3600$$

$$a = 3600 \cdot 21 = 75\,600F ; b = 64\,800F ; c = 3600 \cdot 2 = 7\,200F$$

Exemple4 : Une somme de 239400F doit être partagée entre trois personnes

- Proportionnellement aux nombres 3 ; 5 ; 7
- Proportionnellement aux 2 ; 6 ; 3

Calculer les trois parts

Soient A ; B ; C les trois parts :

$$\frac{A}{3 \cdot 2} = \frac{B}{5 \cdot 6} = \frac{C}{7 \cdot 3} = \frac{A}{6} = \frac{B}{30} = \frac{C}{21} = \frac{A+B+C}{6+30+21} = \frac{239\,400}{57} = 4\,200 ; A = 4\,200 \cdot 6 = 25\,200F ;$$

$$B = 4\,200 \cdot 30 = 126\,000F ; C = 4\,200 \cdot 21 = 88\,200F$$

Exemple 5 : Une somme de 840 000F doit être partagée entre 3 personnes

- Proportionnellement aux 3 ; 5 ; 7
- Inversement proportionnellement aux nombres 2 ; 6 ; 3. Calculer les trois parts ; A ; B ; C

$$\frac{\frac{A}{3}}{\frac{2}{2}} = \frac{\frac{B}{5}}{\frac{6}{6}} = \frac{\frac{C}{7}}{\frac{3}{3}} = \frac{A}{\frac{3 \cdot 6 \cdot 3}{2 \cdot 6 \cdot 3}} = \frac{B}{\frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 6 \cdot 3}} = \frac{C}{\frac{7 \cdot 2 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 3}} = \frac{A}{54} = \frac{B}{30} = \frac{C}{84} = \frac{A+B+C}{54+30+84} = \frac{840\,000}{168} = 5000$$

$$A = 5000 \cdot 54 = 270\,000F ; B = 5000 \cdot 30 = 150\,000F ; C = 5000 \cdot 84 = 420\,000F$$

Equations du second degré

L'équation du second degré s'écrit sous la forme $ax^2+bx+c=0$. Pour résoudre une telle, on calcule le discriminant $\Delta=b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

- Si $\Delta < 0$; l'équation n'admet pas de solution
- Si $\Delta = 0$; l'équation admet une solution double ; $X_1=X_2=\frac{-b}{2a}$
- Si $\Delta > 0$; l'équation admet de deux solutions $X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Exemple : Résolvons l'équation $X^2-90,50X+2047,5=0$; $\Delta=8190,25-8190=0,25$;

$$X_1=\frac{90,50-\sqrt{0,25}}{2}=\frac{90,50-0,50}{2}=45 ; X_1=45 ; X_2=\frac{90,50+0,50}{2}=\frac{91}{2}=45,50 ; X_2=45,50.$$

- Lorsqu'on connaît la somme et le produit de deux nombres V et W ; on peut les trouver en résolvant l'équation $X^2-SX+P=0$; avec $S=V+W$ et $p=V \cdot W$

Exemple : Trouvons deux nombres tels que

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 4000 \\ C_1 * C_2 = 3750\,000 \end{cases}$$

$C_1 + C_2 = 4000$; $C_1 * C_2 = 3750\,000$; résolvons l'équation $X^2 - SX + P = 0$

$X^2 + 4000X + 3750\,000 = 0$; $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$; $\Delta = (4000)^2 - 4 \times 3750\,000 = 1000000 = 1000^2$

$$X_1 = \frac{-(-4000) - \sqrt{1000000}}{2} = \frac{4000 - 1000}{2} = \frac{3000}{2} = 1500F;$$

$$X_2 = \frac{-(-4000) + \sqrt{1000000}}{2} = \frac{4000 + 1000}{2} = \frac{5000}{2} = 2500F; \text{D'où } C_1 = 1500F; C_2 = 2500F$$

- Système de deux équations à deux inconnues

Exemple : $\begin{cases} 0,14C_1 + 0,16r = 12000(1) \\ C_1 + r = 80000(2) \end{cases} \Rightarrow C_1 = 80000 - r$; remplaçons C_1 par sa valeur

dans (1)

$$0,14(80000 - r) + 0,16r = 12000 \Rightarrow 11200 - 0,14r + 0,16r = 12000 \Rightarrow 0,02r = 800 \Rightarrow$$

$$r = \frac{800}{0,02} = 40000 \Rightarrow C_1 = 80000 - 40000 = 40000F;$$

Essentiels sur intérêts simples

I- Définitions :

L'intérêt simple est le revenu d'un capital (ou somme) placé ou prêté. Ou encore l'intérêt est le loyer de l'argent prêté. L'intérêt est simple lorsqu'il est calculé, pendant toute la durée du prêt sur le capital prêté ; autrement dit on rémunère un capital à intérêt simple si le placement ou le prêt n'excède pas une période d'un an.

II- Les éléments nécessaires au de l'intérêt :

Le capital : le capital est la somme placée ou prêtée. Le montant de l'intérêt varie selon l'importance du capital ; c'est-à-dire que l'intérêt est proportionnel au capital.

Le taux de placement : Il s'exprime le plus souvent sous forme d'un pourcentage. Il indique le montant de l'intérêt produit par un capital de 100F, placé pendant un an. Exemple : à la caisse d'épargne, le taux de placement est 4,5%. Cela signifie qu'une somme de 100F, placée pendant un an, rapport 4,50F d'intérêts.

La durée du prêt ou du placement : C'est le temps mis par un capital avant d'être retiré. Elle peut être exprimée en années, en mois, en quinzaines, et jours.

Le calcul d'une durée se fait selon les règles suivantes :

- Une année compte 360 jours, 24 quinzaines ou 12 mois.
- Si la durée est calculée en jours ; les mois sont comptés à leur juste valeurs. Sans autre indication le mois de février compte 28 jours. **On ne tient pas compte du premier jour, mais on compte le dernier.**
- Si la durée est calculée en quinzaines : on compte les quinzaines à partir du 1^{er} ou du 16 de chaque mois qui suit le dépôt, à partir du 1^{er} ou 16 précède le retrait.
- Si la durée est calculée en mois : on ne tient pas compte de la durée réelle des mois ; un mois a 30 jours.

a. Détermination de la durée de placement :

- **La durée en jours :**

Exemple : Quelle est la durée d'un placement effectué le 23 mai et retiré le 15 septembre de la même année ?

Du 23 mai au 31 mai : $31-23=8$

Mois de juin =30

Mois de juillet =31

Mois d'août =31

Du 1^{er} au 15 septembre =15

N= 115jours

• **La durée en quinzaines**

Exemple : quelle est la durée d'un placement à la caisse d'épargne, dont le dépôt a été effectué le 18 février et le retrait le 14 août ?

Avec les conventions du cours, le calcul se fait de la façon suivante

Février (après le 16) =0

Mars =2

Avril =2

Mai =2

Juin =2

Juillet =2

Août (avant le 16) =0

N=10quinzaines

a- Détermination de la date d'échéance :

Un capital est placé le 2 février pendant 89 jours. Calculer son échéance

Février=28-2=26

Mars =31

Avril = 30

Mai = 2 date d'échéance ; le 2 mai est la date d'échéance

N =89jours

b- Détermination de la date placement :

Exemple : un capital d'échéance de 02 juillet a été placé pendant 91 jours. Déterminer sa date de placement.

Avril= 30-x=28 $\Rightarrow$ x=30-28=2 **avril est la date de placement**

Mai =31

Juin =30

Juillet =2

N =91 jours

III- Formules de l'intérêt :

- **C** : le capital prêté
- **n** : la durée du placement
- **t** : taux du placement exprimé en pourcentage
- L'intérêt **I** est donné par les formules suivantes :
- Si n est exprimée en années **$I = \frac{C \times t \times n}{100}$** ;
 - Si n est exprimée en mois alors **$I = \frac{C \times t \times n}{1200}$** ;

- Si n est exprimée en jours alors $I = \frac{C \times t \times n}{36000}$;
- Si n est exprimée en quinzaines $I = \frac{C \times t \times n}{24000}$

IV- formules dérivées de l'intérêt simple :

Calculons dans un tableau la durée ; le capital ; le taux

	années	mois	jours	quinzaines
	$I = \frac{C \times t \times n}{100}$	$I = \frac{C \times t \times n}{1200}$	$I = \frac{C \times t \times n}{36000}$	$I = \frac{C \times t \times n}{2400}$
	$C = \frac{100 \times I}{t \times n}$	$C = \frac{1200 \times I}{t \times n}$	$C = \frac{36000 \times I}{t \times n}$	$C = \frac{2400 \times I}{t \times n}$
	$n = \frac{100 \times I}{t \times C}$	$n = \frac{1200 \times I}{t \times C}$	$n = \frac{36000 \times I}{t \times C}$	$n = \frac{2400 \times I}{t \times C}$
V-	$t = \frac{100 \times I}{C \times n}$	$t = \frac{1200 \times I}{C \times n}$	$t = \frac{36000 \times I}{C \times n}$	$t = \frac{2400 \times I}{C \times n}$

Méthodes commerciales.

1- Calcul de l'intérêt par la méthode des nombres et des diviseurs fixes :

Dans la formule de l'intérêt simple, divisons les deux termes du rapport par t :

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} \text{ nous aurons } \frac{\frac{C \times t \times n}{t}}{\frac{36000}{t}} = \frac{C \times n}{D} ; \text{ avec } D = \frac{36000}{t} ; N = C \times n ; \text{ alors } I = \frac{N}{D}$$

2- **La méthode de banque ou de 60 :** Cette méthode permet d'abord de calculer l'intérêt au taux de 6% Pendant 60 jours puis le ramener au taux demandé. Cette méthode suppose que

$$I = \frac{C}{100}$$

VI- Valeur acquise par un capital

La valeur acquise par un capital est la somme de ce capital et les intérêts produit par ce capital.

$$VA = C + I ; VA = C + \frac{C \times t \times n}{36000} \Leftrightarrow VA = C \left(\frac{36000 + t \times n}{36000} \right) \text{ ou } VA = C \left(\frac{D + n}{D} \right)$$

VII- Représentation graphique de I et de VA

- L'intérêt est une fonction linéaire du temps, de la forme $y = ax$; a est le coefficient directeur.
- La valeur acquise est une fonction affine du temps, de la forme : $y = ax + b$.

VIII- Le taux moyen, le taux effectif de placement, et le taux proportionnel

1. **Le taux moyen de plusieurs placements :** C'est le taux unique T auquel il aurait fallu placer les différents capitaux pour obtenir un intérêt total égal à la somme des intérêts produits par chacun d'eux placés à des taux différents.

$$\sum I = \frac{C_1 \times T \times n_1}{36000} + \frac{C_2 \times T \times n_2}{36000} + \frac{C_3 \times T \times n_3}{36000} + \dots + \frac{C_i \times T \times n_i}{36000}; \quad T = \frac{\sum C_i \times t_i \times n_i}{\sum C_i \times n_i}$$

2. **Les intérêts précomptés : Le taux effectif de placement :**

Dans certains cas, par exemple pour les bons du trésor, les intérêts sont versés le jour où le capital est placé (et non à la fin du placement). On dit que les intérêts sont précomptés.

Le capital devient C-I placé au taux te ; alors $\frac{(C-I) \times te \times n}{36000} = I \Rightarrow te = \frac{C \times t}{C-I} \Rightarrow te = \frac{36000t}{36000 - t \times n}$ si n est en jours ; $te = \frac{1200t}{1200 - t \times n}$ si n est en mois ; $te = \frac{100t}{100 - t \times n}$ si n est en années.

- 3- **Les taux proportionnels :** Deux taux sont dits proportionnels aux durées des périodes (exprimées dans la même unité) aux quelles ils s'appliquent : $\frac{t}{n} = \frac{t'}{n'}$. Exemple : les taux annuel de 9% et mensuel de 0,75% sont proportionnels à 1 et 1/12.

IX- Relation entre I et I' :

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000}; \quad I' = \frac{C \times t \times n}{36500}; \quad I - I' = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72}$$

EXERCICE1 :

Deux capitaux ont pour différence 2000f. Les intérêts annuels s'élèvent respectivement à 540F et 437,5F les taux respectifs sont t_1 et t_2 . Le deuxième taux est supérieur de 0,25% à celui du premier.

- 1°) Exprimer les deux Capitaux en fonction des taux.
- 2°) Déterminer les deux taux.
- 3°) Déterminer les capitaux.

EXERCICE2 :

Deux capitaux sont placés dans le rapport $\frac{3}{4}$; au même taux de **6%**. On remarque que le capital le plus fort reste placé **7 mois** de moins que le capital le plus faible.

- 1°) Sachant que les intérêts rapportés par les deux capitaux sont égaux, quelles sont les durées de placement (exprimées en mois) ?
- 2°) Le banquier remarque, qu'en plaçant les deux capitaux pendant 10 mois l'intérêt du capital le plus élevé dépasse de **2000f** l'intérêt de l'autre capital. Taux de placement **6%**. Quels sont ces deux capitaux ?

3°) en reprenant les données de la question 2°) exprimer graphiquement les courbes représentatives des intérêts I_1 et I_2 en fonction de n (durée de placement en mois) pour n variant de 0 à 20 mois

EXERCICE3 :

Trois capitaux en progression arithmétique sont placés pendant **2ans** à **11%** et ont produit un intérêt total de **13860F**. Le premier capital est inférieur au troisième de **2400F**. Calculer :

- 1°) La raison de la progression.
- 2°) Le montant de chaque capital.

EXERCICE 4 :

Trois capitaux en progression géométrique décroissante ont pour somme **244000F**. La différence entre le premier capital et le troisième capital est de **36000F**. Calculer :

- 1°) La raison de la progression ;
- 2°) Le montant de chaque capital.

EXERCICE 5 :

Un capital C placé à **9%** pendant une certaine durée a acquis une valeur de **348000F**. Placé à **10%** pendant un an de moins, ce même capital aurait fourni un intérêt de **96000F**. Calculer le capital et la première durée de placement.

EXERCICE 6 :

Trois capitaux formant une progression arithmétique ont pour somme **240000F**. On place le faible à **6%** pendant 1an, le plus fort à **3%** pendant 32mois, l'autre à **4%** pendant **18**mois. Les intérêts produits ont pour somme **16800F**.

1°) Quels sont ces capitaux ?

2°) Quel est le taux moyen de placement de ces capitaux ?

EXERCICE 7

Trois capitaux en progression géométrique décroissante ont été placés à intérêt simple aux taux de **12%**, le premier pendant 1mois, le second pendant 7mois, le troisième pendant 13mois. Sachant que l'intérêt total produit par les trois capitaux s'élève à **62405F** et que la différence entre le premier et le troisième capital est de **66500F**. Calculer

1°) la raison de la progression.

2°) le montant de chaque capital.

EXERCICE 8 :

Deux capitaux dont la somme est **500000F** sont placés :

- Le premier au taux $t\%$
- Le second au taux $(t+1)\%$

Le revenu annuel du premier est **17000F**.

Le revenu annuel du second est **28500F**.

Calculer les deux taux et les deux capitaux.

EXERCICE 9 :

Un capital C placé au taux de **7,2%** pendant 90jours a acquis une valeur de **285040F**. Quel est ce capital ?

EXERCICE 10 :

Un capital de **5000000F** placé à un taux de **7,2%** entre le 17mars et le 11mai. Calculer l'intérêt produit par ce capital.

EXERCICE 11 :

Un capital de **648000F** a été placé au taux de **7,2%** pendant 60 jours. Calculer l'intérêt produit par ce capital par la méthode des nombres et diviseurs fixes.

EXERCICE 12 :

On place les capitaux suivants :

1°) **540000F** à **3,5%** pendant 48jours.

2°) **480000F** à **8%** pendant 72jours.

Calculer l'intérêt produit par chaque capital par la méthode de 60.

EXERCICE 13 :

Un capital de **960000F** a été placé à un certain taux pendant 75jours. Il a produit un intérêt de **9000F**. Calculer :

1°) Le taux de placement.

2°) Le taux effectif de placement.

EXERCICE 14 :

On place les capitaux suivants :

75000F à 6% pendant 30jours

48000F à 7% pendant 50jours

66000F à 9% pendant 90jours

Calculer le taux moyen de placement de ces capitaux.

EXERCICE 15 :

La relation entre l'intérêt commercial et intérêt civil est donnée par l'équation suivante :

1°) $3I + 4I' = 60840F$. Calculer le taux de placement et le taux effectif de placement si le capital est 328500F pour une durée de placement de 80jours.

2°) $5I - 3I' = 22350F$. Calculer le capital placé si le taux est 9% et la durée 146jours.

3°) $I \times I' = 131400F$. Calculer la durée de placement, si le capital est 29400F et le taux 5%.

EXERCICE 16 :

Un capital de 859352F est divisé en trois parts. Le rapport de la première part au second est $\frac{4}{3}$; celui de la deuxième au troisième est $\frac{5}{23}$.

1°) Calculer le montant de chaque part.

2°) Ces parts ont été placées comme suit :

- La première pendant 15 mois,
- La deuxième pendant 4 mois,
- La troisième pendant 5 mois,

Le taux de placement de ces parts sont respectivement proportionnels aux nombres 2 ; 2,5 ; 3.

Sachant que l'intérêt total produit est de 49164,85F. Calculer :

- a) Les différents taux
- b) La valeur acquise totale par ce capital.
- c) Le taux moyen de placement.

EXERCICE 17

Deux capitaux : le premier d'un montant de **96 000F** et le second d'un montant de **98 000F** sont placés à intérêt simples au taux respectifs de **6%** et **4,5%**.

a) Exprimer les valeurs acquises y_1 et y_2 des capitaux en fonction du nombre de jours x de placement.

b) Déterminer algébriquement puis graphiquement le temps au bout duquel la valeur acquise du 2^{ème} dépasse celle du 1^{er} de **1550F**.

c) Au bout de combien de jours le rapport deux valeurs acquises (y_1 par y_2) est égale à **1,0175** ?

EXERCICE 18 :

Deux capitaux **800000F** et **900000F** sont placés respectivement à **7,2%** et **4,8%**.

1°) Exprimer les intérêts produits par les deux capitaux en fonction du nombre de jours de placement.

2°) Représenter graphiquement les deux intérêts pour $0 \leq n \leq 60$

3°) Au bout de combien de temps chaque capital produira 4800F d'intérêt ?

EXERCICE 19

On place deux capitaux **20000F** et **60000F** au taux respectifs de 9% et 6%.

1°) Exprimer en fonction du nombre de jours de placement les valeurs acquises Y_1 et Y_2 pour les deux capitaux.

2°) Représenter graphiquement Y_1 et Y_2 pour $0 \leq n \leq 400$.

3°) Au bout de combien de temps la différence des deux valeurs acquises serait **41000**

EXERCICE 20

A - Trois capitaux sont inversement proportionnels aux nombres $1/50$; $1/49$; $1/48$. Sachant que le double de la somme des deux premiers capitaux dépasse le triple du troisième capital de 324000F. Calculer ces capitaux.

B- On place les capitaux suivants :

- **300000F** au taux de 6% pendant 90 jours ;
- **294000F** au taux de 7,2% pendant 60 jours ;
- **288000F** au taux $t\%$ pendant 36 jours.

Sachant que le taux moyen de placement de ces capitaux est 7,005%. Calculer le taux de placement du troisième capital.

EXERCICE 21

Deux capitaux C_1 et C_2 s'élevant respectivement à 400 000F et à 600 000F sont placés, le premier à 18% et le second à 15%.

A-1°) Calculer les intérêts acquis par chaque capital après 120 jours de placement.

2°) Calculez les valeurs acquises.

3°) Calculez le taux moyen de placement après 120 jours de placement.

B-1°) Exprimer les intérêts I_1 et I_2 en fonction de la durée x exprimée en jours

2°) Représenter dans un même repère orthogonal, les variations de I_1 et I_2 pour x variant de 0 à 120 jours. (Echelle : abscisses : 1 cm pour 10 jours ; ordonnées : 1cm pour 2000)

C-1°) Deux capitaux placés : le 1^{er} à 3% pendant 8 mois, le 2^{ème} à 5% pendant 18 mois ont rapporté ensemble 31 800F. Sachant que le 2^{ème} est les $3/2$ du 1^{er}.

Calculer les deux capitaux

2°) Un capital de **80 000F** est placé à intérêts simples à un taux $t\%$. Au bout de 2 ans le prêteur retire capital et intérêt, et réplacé le tout à intérêt simple au taux de $(t+2)\%$. 3 ans après ce nouveau placement le prêteur dispose capital et intérêt réunis de **130 560F**. Calculer le taux.

EXERCICE 22 : Compléter le tableau suivant

Date de placement	Durée en jours	Echéance	Capitaux	Taux	Intérêts	Valeur acquise
12/5	59	—	—	3,6	—	20118
31/7	117	—	—	7,2	4680	—
—	64	17/10	—	18	—	88752
09/4	—	—	8000	6	—	8120
—	120	08/12	3000	—	150	—

NB : les calculs doivent apparaître sur la feuille

Exercice 23 : Trois capitaux en progression géométrique de raison q ont été placés pendant des durées en progression arithmétique de raison r au taux d'intérêts simple de 6%.

1°) Calculer en fonction de C_1 , r , q et n_1 , les intérêts produits par chaque capital, n_1 étant la durée de placement du 1^{er} capital C_1 .

2°) Le premier capital étant 120000F. Calculez la raison q sachant que le total des capitaux s'élève à 436800F.

3°) la durée n_1 étant de 20 jours, le total des intérêts s'élèvent à 2680F. Calculez la raison et les deux autres durées.

En déduire la valeur acquise définitive de ces capitaux.

Exercice24

Deux capitaux sont directement proportionnels aux nombres 4 et 6, leur somme s'élève à 500000F

1. Déterminez ces capitaux.

2. On place les capitaux 200000F au taux de 6% et 300000F au taux de 4%.

Calculez les intérêts produits en fonction de n (durée de placement), en déduire les valeurs acquises respectives en fonction de n .

3. Déterminez les durées de placement dans les cas suivants :

a) Leur somme s'élève à 524000F

b) Leur rapport s'élève à $\frac{31}{21}$

Exercice25

Mr **Dembélé** détient trois capitaux dont les montants sont en progression arithmétique et de somme 81000F. Ils sont placés, le premier à 6% pendant 90jours ; le deuxième à 4,5% pendant 60jours ; le troisième à 7,2% pendant 30jours. Le taux moyen de ces placements est 5,7375%. Calculez les trois capitaux.

Exercice26

M.**BERTHE** dispose de trois capitaux en progression arithmétique. Il les place tous pendant 2mois, le premier à **6%**, le second à **7,2%** et le troisième à 9%. La somme des revenus des deux premiers dépasse le revenu du troisième de **516FCFA**. Calculer ces capitaux si le premier est 84000F.

Exercice27

Deux capitaux 300000F et 240000F sont placés respectivement à 8% et 10% ;

1°) Calculer les intérêts produits par chaque capital au bout de n mois et montrer quel que soit n ces intérêts sont égaux.

2°) Calculer en fonction de n les valeurs acquises de ces capitaux et déterminer au bout de combien de mois les valeurs acquises :

a) Auront pour somme 572000F.

b) Auront pour rapport $\frac{51}{41}$

Exercice28

Deux capitaux sont placés, le premier à 6%, pendant 5mois, le second à 7% pendant 3mois. L'intérêt produit par le premier capital dépasse de 300F le double de l'intérêt du second. Le total des deux capitaux est 300000F

1°) Calculer les deux capitaux et les intérêts produits.

2°) Les capitaux sont placés à leurs taux respectifs le 1/1/2000, le premier pendant 60jours, le second pendant x jours. Le taux moyen de placement des deux capitaux étant 6,58%. Déterminer l'échéance de chaque capital.

Exercice29

Trois capitaux sont inversement proportionnels aux nombres $\frac{1}{100}; \frac{1}{99}; \frac{1}{98}$. Le triple du premier dépasse les deux autres de 412000F.

1. Calculer les trois capitaux.
2. M. BERTHE place les capitaux.
 - 400000F pendant 180 jours
 - 396000F pendant 73 jours
 - 392000F pendant 146 jours.

Il place ces capitaux à intérêts simples. L'intérêt commercial du premier est inférieur de 2880F à la somme des intérêts civils des deux autres. Calculer le taux.

SOLUTIONS

Solution1

1°) Exprimons les deux capitaux en des taux

$$C_1 - C_2 = 2000$$

$$I_1 = 540, I_2 = 437,5$$

$$t_2 - t_1 = 0,25$$

$$C_1 = \frac{54000}{t_1}, C_2 = \frac{43750}{t_2}$$

$$2^\circ) \text{ déterminons les deux taux } \frac{54000}{t_1} - \frac{43750}{t_2} = 2000 \Rightarrow \frac{54000t_2 - 43750t_1}{t_1 t_2} = 2000 \Rightarrow$$

$$54000t_1 - 13500 - 43750t_1 = 2000t_1^2 + 500t_1$$

$$2000t_1^2 - 9750t_1 - 13500 = 0 \text{ simplifions par 2000 on a } t_1^2 - 4,875t_1 - 6,75 = 0$$

$$\Delta = (-4,875)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6,75) = 50,765625$$

$$t_1 = \frac{-(-4,875) + \sqrt{50,765625}}{2} = 6; \quad t_1 = 6\% \text{ et } t_2 = 6 + 0,25 = 6,25\%$$

3°) déterminons les capitaux

$$C_1 = \frac{54000}{6} = 9000F \text{ et } C_2 = \frac{43750}{6,25} = 7000F; \quad \boxed{C_1 = 9\,000F}; \quad \boxed{C_2 = 7\,000F}$$

Solution2

1°) les durées en mois

$$I_1 = I_2; \quad c_1/c_2 = 3/4 \Rightarrow C_1 = 3/4 C_2$$

$$\frac{C_1 \times 6 \times n}{1200} = \frac{C_2 \times 6 \times (n-7)}{1200} \Rightarrow C_1 n = C_2 (n-7) \text{ remplaçons } c_1 \text{ par sa valeur on a } \frac{3}{4} C_2 n = C_2 (n-7)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} n = n - 7 \Rightarrow \frac{3n - 4n}{4} = -7 \Rightarrow \boxed{n = 28 \text{ mois}}$$

$$n' = 28 - 7 = 21 \text{ mois}$$

2°) les deux capitaux

$$I_2 - I_1 = 2000 \Rightarrow \frac{C_2 \times 6 \times 10}{1200} - \frac{C_1 \times 6 \times 10}{1200} = 2000 \Rightarrow \frac{60C_2 - 60C_1}{1200} = 2000 \Rightarrow C_2 - C_1 = \frac{2000 \times 1200}{60} = 40000$$

$$C_2 - C_1 = 40000 / \text{ remplaçons } c_1 \text{ par sa valeur, on a } C_2 - \frac{3}{4} C_2 = 40000 \Rightarrow 4C_2 - 3C_2 = 4 \times 40000$$

$$C_1 = 3/4 C_2$$

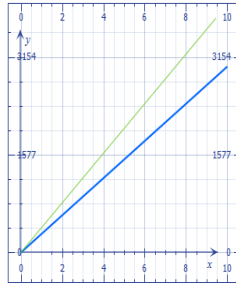
$$\boxed{C_2 = 80000F} \text{ et } C_1 = \frac{3 \times 80000}{4} = 60000F; \quad \boxed{C_1 = 60\,000F}$$

3°) Exprimons I_2 et I_1 en fonction de

$$I_1 = \frac{60000 \times 6 \times n}{1200} = 300n; \quad I_1 = 300n \quad I_2 = \frac{80000 \times 6 \times n}{1200} = 400n; \quad \mathbf{I_2 = 400n}$$

n	I ₁
0	0
10	300

n	I ₂
0	0
10	4000



Solution 3

$$I_1 + I_2 + I_3 = 13860; c_3 - c_1 = 2400; c_2 = c_1 + r; c_3 = c_1 + 2r$$

1°) la raison de la progression

$$c_3 - c_1 = 2400 \Rightarrow c_1 + 2r - c_1 = 2400 \Rightarrow 2r = 2400 \Rightarrow r = \frac{2400}{2} = 1200; \boxed{r = 1200F}$$

2°) le montant de chaque capital

$$I_1 + I_2 + I_3 = 13860 \Rightarrow \frac{c_1 \times 11 \times 2}{100} + \frac{c_2 \times 11 \times 2}{100} + \frac{c_3 \times 11 \times 2}{100} = 13860 \Rightarrow C_1 + C_2 + C_3 = \frac{13860 \times 100}{22} = 63000$$

$$\text{On a } C_1 + C_1 + r + C_1 + 2r = 63000 \Rightarrow 3C_1 + 3r = 63000 \Rightarrow C_1 = \frac{63000 - 3r}{3} = \frac{63000 - 3 \times 1200}{3} = 19800F$$

$$\boxed{C_1 = 19800F}; C_2 = 19800 + 1200 = 21000F; C_3 = 19800 + 2400 = 22200F$$

$$\boxed{C_2 = 21000F}; \boxed{C_3 = 22200F}$$

Solution 4

Trois capitaux en progression géométrique décroissante

$$C_2 = C_1 \times q; C_3 = C_1 \times q^2; C_1 + C_2 + C_3 = 244000; C_1 - C_3 = 36000$$

1°) Calculons la raison de la progression

$$C_1 + C_2 + C_3 = 244000 \Rightarrow C_1 + C_1 \times q + C_1 \times q^2 = 244000 \Rightarrow C_1 (1 + q + q^2) = 244000$$

$$C_1 = \frac{244000}{1 + q + q^2}; C_1 - C_1 q^2 = 36000 \Rightarrow C_1 (1 - q^2) = 36000 \Rightarrow C_1 = \frac{36000}{1 - q^2}$$

$$C_1 = C_1 \Rightarrow \frac{244000}{1 + q + q^2} = \frac{36000}{1 - q^2} \Rightarrow 244000 (1 - q^2) = 36000 (1 + q + q^2) \Rightarrow$$

$$244000 - 244000q^2 - 36000 - 36000q - 36000q^2 = 0$$

$$-280000q^2 - 36000q + 208000 = 0 \Rightarrow 280000q^2 + 36000q - 208000 = 0$$

$$1,4q^2 + 0,18q - 1,04 = 0 \text{ après simplification par } 200000$$

$$\Delta = 0,18^2 + 4 \times 1,4 \times 1,04 = 5,8564$$

$$Q = \frac{-0,18 \pm \sqrt{5,8564}}{2 \times 1,4} = 0,8; \boxed{q = 0,8}$$

2°) Calculons les capitaux

$$C_1 = \frac{36000}{1 - 0,8^2} = 100000F; C_2 = 100000 \times 0,8 = 80000F; C_3 = 100000 \times (0,8)^2 = 64000F$$

$$\boxed{C_1 = 100\,000F}; \boxed{C_2 = 80\,000F}; \boxed{C_3 = 64\,000F}$$

Solution 5

Calculons la première durée et le capital

$$348000 = C + I \Rightarrow 348000 = C \left(\frac{100 + 9n}{100} \right) \Rightarrow 34800000 = C (100 + 9n)$$

$$96000 = \frac{C \times 10(n-1)}{100} \Rightarrow 960000 = C (n-1)$$

$$\frac{34800000}{960000} = \frac{100 + 9n}{n-1} \Rightarrow 3480n - 3480 = 9600 + 864n \Rightarrow 3480n - 864n = 9600 + 3480 \Rightarrow 2616n = 13080$$

$$\Rightarrow n = \frac{13080}{2616} = 5 \text{ ans}; \text{ d'où } C = \frac{960000}{n-1} = \frac{960000}{5-1} = 240000F; \boxed{C = 240000F}; \boxed{n = 5 \text{ ans}}$$

Solution 6

$$C_1 + C_2 + C_3 = 240000; I_1 + I_2 + I_3 = 16800;$$

1°) calculons les capitaux

$$C_1 + C_1 + r + C_1 + 2r = 3C_1 + 3r = 240000 \Rightarrow C_1 + r = \frac{240000}{3} = 80000 \Rightarrow \boxed{C_2 = 80000F}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 16800 \Rightarrow \frac{C_1 \times 6 \times 1}{100} + \frac{80000 \times 4 \times 18}{1200} + \frac{(C_1 + r) \times 3 \times 32}{1200} = 16800$$

$$\Rightarrow 0,06C_1 + 0,08C_1 + 0,16r = 12000 \Rightarrow 0,14C_1 + 0,16r = 12000$$

$$\begin{cases} 0,14C_1 + 0,16r = 12000(1) \\ C_1 + r = 80000(2) \end{cases} \Rightarrow C_1 = 80000 - r; \text{ remplaçons } C_1 \text{ par sa valeur dans (1)}$$

$$0,14(80000 - r) + 0,16r = 12000 \Rightarrow 11200 - 0,14r + 0,16r = 12000 \Rightarrow 0,02r = 800 \Rightarrow$$

$$r = \frac{800}{0,02} = 40000 \Rightarrow C_1 = 80000 - 40000 = 40000F; \boxed{C_2 = 80000F}; \boxed{C_1 = 40000F};$$

$$C_3 = 40000 + 80000 = 120000F; \boxed{C_3 = 120000F};$$

2°) le tauxmoyen

Capitaux	durées	Tauxen %	$C_i \times n_i$	$C_i \times n_i \times t_i$
40000	12	6	480000	2880000
80000	18	4	1440000	5760000
120000	32	3	3840000	11520000
Somme	X	X	5760000	20160000

$$Tm = \frac{\sum C_i \times t_i \times n_i}{\sum C_i \times n_i} = \frac{20160000}{5760000} = 3,50\%, \boxed{Tm = 3,50\%}$$

Solution7

$$C_1 = C_1; C_2 = C_1q; C_3 = C_1q^2; C_1 - C_3 = 66500; I_1 + I_2 + I_3 = 62405$$

1°) Calculons la raison de la progression

$$C_1 - C_1q^2 = 66500 \Rightarrow C_1 = \frac{66500}{1 - q^2}; \frac{C_1 \times 12 \times 1}{1200} + \frac{C_1q \times 12 \times 7}{1200} + \frac{C_1q^2 \times 12 \times 13}{1200} = 62405 \Rightarrow C_1 = \frac{6240500}{1 + 7q + 13q^2}$$

$$C_1 = C_1 \Rightarrow \frac{66500}{1 - q^2} = \frac{6240500}{1 + 7q + 13q^2} \Rightarrow 66500(1 + 7q + 13q^2) = 6240500(1 - q^2) \Rightarrow$$

$$7105000q^2 + 465500q - 6174000 = 0 \text{ simplifions par } 500000; \text{ on a}$$

$$14,21q^2 + 0,931q - 12,348 = 0; \Delta = 702,727081; q = \frac{25,578}{28,42} = 0,9; \text{seulement la valeur positive}$$

2°) Calculons les capitaux, C_1 , C_2 et C_3

$$C_1 = \frac{66500}{1 - 0,9^2} = 350000F; C_2 = 350000 \times 0,9 = 315000F; C_3 = 350000 \times 0,9^2 = 283500F$$

$$\boxed{C_1 = 350\,000F}; \boxed{C_2 = 315\,000F}; \boxed{C_3 = 283500F}$$

Solution 8

$$C_1 + C_2 = 500000; I_1 = 17000; I_2 = 28500;$$

Calculons $t_1; t_2; C_1$ et C_2 .

$$I_1 = 17000 \Rightarrow \frac{C_1 \times t}{100} = 17000 \Rightarrow C_1 = \frac{1700000}{t}; I_2 = 28500 \Rightarrow \frac{C_2(t+1)}{100} = 28500 \Rightarrow C_2 = \frac{2850000}{t+1}$$

$$\frac{1700000}{t} + \frac{2850000}{t+1} = 500000 \Rightarrow 1700000(t+1) + 2850000t = 500000(t^2+t) \text{ simplifions par } 10000;$$

On obtient $50t^2 + 50t - 455t - 170 = 0 \Rightarrow 50t^2 - 405t - 170 = 0$; simplifions par 50 ;

$$t^2 - 8,1t - 3,4 = 0 ; \Delta = (-8,1)^2 + 4 \times 3,4 = 79,21 ; t = \frac{-(-8,1) \pm \sqrt{79,21}}{2} = 8,5 ; \boxed{t_1 = 8,5\%} \text{ Carla valeur négative est}$$

à rejeter

$$t_2 = 8,5 + 1 = 9,5\% ; C_1 = \frac{1700000}{8,5} = 200000 ; \boxed{C_1 = 200000F} ; C_2 = \frac{2850000}{9,5} = 300000 ; \boxed{C_2 = 300000F}$$

solution9

$$VA = 285040 ; n = 90 \text{ jrs} ; t = 7,2\%$$

Calculons le capital

$$C = \frac{D \times VA}{D + n} ; D = \frac{36000}{7,2} = 5000 ; C = \frac{5000 \times 285040}{5000 + 90} = 280000 ; \boxed{C = 280000F}$$

Solution10

$$C = 5000000F ; t = 7,2\% ; n = \text{Du 17mars au 11mai} = 55 \text{ jours} ; I = \frac{5000000 \times 7,2 \times 55}{36000} = 55000F$$

Solution 11

Calculons I par la méthode des nombres et des diviseurs fixes

$$C = 648000, D = \frac{36000}{7,2} = 5000 ; N = C \times n = 648000 \times 60 = 38880000 ; I = \frac{N}{D} = \frac{38880000}{5000} = 7776F$$

Solution12

Calculons l'intérêt produit par chaque capital par la méthode de soixante

$$1^\circ) C = 540000F ; n = 48 \text{ jrs}, t = 3,5\% ; I = \frac{540000}{100} = 5400$$

n=60	I=5400	Explications
30	2700	½ de n et I
15	1350	¼ de n et I
3	270	1/20 de n et I
48	4320	somme

t=3,5%	I=4320	Explications
3	2160	½ de t et I
0,5	360	1/12 de t et I
3,5	2520	somme

$$\boxed{I = 2520F}$$

2°) 480000F à 8%

$$\text{pendant 72 jours. , } I = \frac{480000}{100} = 4800$$

n=60	I=4800	Explications
60	4800	100% de n et I
12	960	1/5 de n et de I
72	5760	somme

$$\boxed{I = 7680F}$$

Solution 13

$$C = 960000F ; n = 75 \text{ jrs} ; I = 9000F.$$

Calculons le taux de placement et
placement

$$t = \frac{36000 \times I}{C \times n} = \frac{36000 \times 9000}{960000 \times 75} = 4,5\% ;$$

t=6%	I=5760	Explications
6	5760	100% de t et I
2	1920	1/3 de t et I
8	7680	Somme

le taux effectif de

$$te = \frac{36000t}{36000 - tn} = \frac{36000 \times 4,5}{36000 - 4,5 \times 75} = 4,54\%$$

Capitaux	durées	taux	cini	citini
75000	30	6	2250000	13500000
48000	50	7	2400000	16800000
66000	90	9	5940000	53460000
SOMME	X	X	10590000	83760000

solution14

Calculons le taux moyen des capitaux

$$T_m = \frac{\sum citini}{\sum cini}; T_m = \frac{83760000}{10590000} = 7,91\%; \boxed{T_m = 7,91\%}$$

Solution15

1°) $3I + 4I' = 60840$; calculons t et te

$$t = \frac{36000I}{Cn}; te = \frac{36000t}{36000 - tn}$$

$$\frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{3I}{3 \times 73} = \frac{4I'}{4 \times 72} = \frac{3I + 4I'}{219 + 288} = \frac{60840}{507} = 120 \Rightarrow I = 120 \times 73 = 8760F$$

$$t = \frac{36000 \times 8760}{328500 \times 80} = 12\%; te = \frac{36000 \times 12}{36000 - 12 \times 80} = 12,33\%; \boxed{t = 12\%}; \boxed{te = 12,33\%}$$

2°) $5I - 3I' = 22350$. Calculons C

$$C = \frac{36000I}{t \times n}; \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = \frac{5I}{5 \times 73} = \frac{3I'}{3 \times 72} = \frac{5I - 3I'}{365 - 216} = \frac{22350}{149} = 150 \Rightarrow I = 150 \times 73 = 10950F ; d'où$$

$$C = \frac{36000 \times 10950}{9 \times 146} = \frac{394200000}{1314} = 300000F; \boxed{C = 300000F}$$

3°) $I \times I' = 131400$; $I' = \frac{72I}{73}$, remplaçons I' par sa valeur on aura $\frac{72I^2}{73} = 131400 \Rightarrow$

$$I^2 = \frac{131400 \times 73}{72} = 133225 \Rightarrow I = \sqrt{133225} = 365F ; n = \frac{36000I}{C \times n} = \frac{36000 \times 365}{29400 \times 5} = 89 \text{ jours}$$

solution16

$$C_1 + C_2 + C_3 = 859352 ; \frac{C_1}{C_2} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{C_2}{C_3} = \frac{5}{23} \Rightarrow C_1 = 4/3 C_2 \text{ et } C_3 = 23/5 C_2.$$

1°) Calculons les trois parts.

$$C_1 + C_2 + C_3 = 859352 \Rightarrow C_2 + 4/3 C_2 + 23/5 C_2 = 859352 \Rightarrow \frac{15C_2 + 20C_2 + 69C_2}{15} = 859352 \Rightarrow$$

$$104C_2 = 859352 \times 15 \Rightarrow C_2 = \frac{859352 \times 15}{104} = 123945F; C_1 = \frac{4 \times 123945}{3} = 165260F;$$

$$C_3 = \frac{23 \times 123945}{5} = 570147F$$

$$2°) \frac{t_1}{2} = \frac{t_2}{2,5} = \frac{t_3}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2t_2}{2,5} \text{ et } t_3 = \frac{3t_2}{2,5}; I_1 + I_2 + I_3 = 49164,85.$$

a- Calculons les différents taux.

$$\frac{165260 \times 15 \times t_1}{1200} + \frac{123945 \times 4 \times t_2}{1200} + \frac{570147 \times 5 \times t_3}{1200} = 49164,85 \Rightarrow$$

$$\frac{2478900 \times 2 \times t_2}{2,5} + 495780t_2 + \frac{2850735 \times 3 \times t_2}{2,5} = 58997820 \Rightarrow$$

$$1983120t_2 + 495780t_2 + 3420882t_2 = 58997820 \Rightarrow 5899782t_2 = 58997820 \Rightarrow t_2 = \frac{58997820}{5899782} = 10\%$$

$$t_1 = \frac{2t_2}{2,5} = \frac{2 \times 10}{2,5} = 8\%; \quad t_3 = \frac{3t_2}{2,5} = \frac{3 \times 10}{2,5} = 12\%$$

b-Calculons la valeur acquise totale

$$VA = C + I$$

Capitaux	durées	Taux %	cini	citini
165260	15	8	2478900	19831200
123945	4	10	495780	4957800
570147	5	12	2850735	34208820
somme	X	X	5825415	58997820

$$VA = 859352 + 49164,85 = 908516,85 \text{ F}$$

c-Calculons le taux moyen de placement

$$T_m = \frac{\sum Citini}{\sum cini}; \quad T_m = \frac{58997820}{5825415} = 10,13\%$$

Solution 17

$$C_1 = 96000 \text{ F}; \quad C_2 = 98000 \text{ F}; \quad t_1 = 6\%; \quad t_2 = 4,5\%$$

a-Exprimons les valeurs acquises y_1 et y_2 en fonction de x le nombre de jour

$$y_1 = 96000 + \frac{96000 \times 6 \times x}{36000} = 96000 + 16x; \quad y_1 = 96000 + 16x$$

$$y_2 = 98000 + \frac{98000 \times 4,5 \times x}{36000} = 98000 + 12,25x; \quad y_2 = 98000 + 12,25x$$

b-Déterminons algébriquement puis graphiquement le temps au bout duquel $y_2 - y_1 = 1550$

$$98000 + 12,25x - 96000 - 16x = 1550 \Rightarrow 2000 - 3,75x = 1550 \Rightarrow 2000 - 1550 = 3,75x \Rightarrow x = \frac{450}{3,75} = 120 \text{ jours}$$

Graphiquement : traçons dans un repère les droites d'équations $a = y_2 - y_1$ et $b = 1550$; le point d'intersection détermine $x = 120$ jours

c-Déterminons le temps tel que $\frac{y_2}{y_1} = 1,0175$

$$\Rightarrow y_2 = 1,0175y_1 \Rightarrow 98000 + 12,25x = 97680 + 16,28x \Rightarrow$$

$$16,28x - 12,25x = 98000 - 97680 \Rightarrow 4,03x = 320 \Rightarrow x = \frac{320}{4,03} = 79 \text{ jours}$$

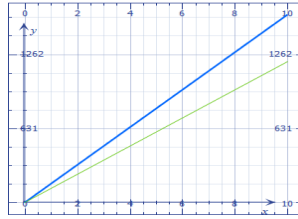
Solution 18

$$C_1 = 800000 \text{ f}; \quad C_2 = 900000 \text{ f}; \quad t_1 = 7,2\%; \quad t_2 = 4,8\%$$

1°) Exprimons I_1 et I_2 en fonction de n

$$I_1 = \frac{800000 \times 7,2 \times n}{36000} = 160n; \quad \boxed{I_1 = 160n}; \quad I_2 = \frac{900000 \times 4,8 \times n}{36000} = 120n; \quad \boxed{I_2 = 120n}$$

2°) représentation graphique pour $0 \leq n \leq 60$



3°) la durée pour que $I_1=4800$ et $I_2=4800$;

$$I_1=4800 \Rightarrow 160n=4800 \Rightarrow n=\frac{4800}{160}=30 \text{ jours} ; I_2=4800 \Rightarrow 120n=4800 \Rightarrow n=\frac{4800}{120}=40 \text{ jours}$$

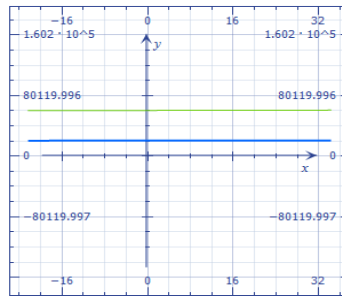
Solution 19

$C_1=20000F$; $C_2=60000F$; $t_1=9\%$; $t_2=6\%$.

1°) Exprimons les valeurs acquises y_1 et y_2 ;

$$y_1=20000+\frac{20000 \times 9 \times n}{36000} ; y_2=60000+\frac{60000 \times 6 \times n}{36000}=60000+10n ;$$

2°) Représentation graphique



3°) la durée pour que $y_2-y_1=41000$

$$y_2-y_1=41000 \Rightarrow 60000+10n-20000-5n=41000 \Rightarrow 4000+5n=41000 \Rightarrow$$

$$5n=1000 \Rightarrow n=\frac{1000}{5}=200 \text{ jours} ; \boxed{n=200 \text{ jours}}$$

Solution 20

A- Calculons C_1 ; C_2 et C_3

$$\frac{C_1}{50}=\frac{C_2}{49}=\frac{C_3}{48} ; 2(C_1+C_2)-3C_3=324000 \Rightarrow 2C_1+2C_2-3C_3=324000 ;$$

$$\frac{C_1}{50}=\frac{C_2}{49}=\frac{C_3}{48}=\frac{2C_1}{2 \times 50}=\frac{2C_2}{2 \times 49}=\frac{3C_3}{3 \times 48}=\frac{2C_1+2C_2-3C_3}{100+98-144}=\frac{324000}{54}=6000$$

$$\frac{C_1}{50}=6000 \Rightarrow C_1=6000 \times 50=300000F ; \frac{C_2}{49}=6000 \Rightarrow C_2=6000 \times 49=294000F ; \frac{C_3}{48}=6000 \Rightarrow$$

$$\boxed{C_3=6000 \times 48=288000F} ; \boxed{C_1=300000F} ; \boxed{C_2=294000F} ; \boxed{C_3=288000F}$$

B . Calculons le taux t

$$7,005=\frac{300000 \times 6 \times 90+294000 \times 7,2 \times 60+288000 \times t \times 36}{300000 \times 90+294000 \times 60+288000 \times 36}=\frac{162000000+127008000+10268000t}{27000000+17640000+10368000}$$

$$7,005=\frac{289008000+10368000t}{55008000} \Rightarrow 7,005 \times 55008000=289008000+10368000t \Rightarrow$$

$$96323040=10368000t \Rightarrow t=\frac{96323040}{10368000}=9,29\%$$

Solution 21

$C_1=400000F$; $t_1=18\%$; $C_2=600000F$; $t_1=15\%$

A)

1°) Calculons I_1 et I_2 pour $n=120$ jours

$$I_1=\frac{400000 \times 18 \times 120}{36000}=24000F ; I_2=\frac{600000 \times 15 \times 120}{36000}=30000F$$

2°) Calculons les valeurs acquises y_1 et y_2

$$y_1=400000+24000=424000F ; y_2=600000+30000=630000F$$

Ci	ni	ti	cini	citini
400000	120	18	48000000	864000000
600000	120	15	72000000	1080000000
Σ	x	x	120000000	1944000000

après 120 jours de placement

3°) Le taux moyen de placement

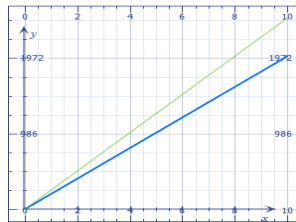
$$T_m = \frac{\Sigma citini}{\Sigma cini} = \frac{1944000000}{120000000} = 16,20\% ; \boxed{T_m = 16,20\%}$$

B)

1°) Exprimons I_1 et I_2 en fonction de n

$$I_1 = \frac{400000 \times 18 \times n}{36000} = 200n ; I_2 = \frac{600000 \times 15 \times n}{36000} = 250n$$

2°) Représentation graphique $0 \leq n \leq 120$



C)

1°) Calculons C_1 et C_2

$$n_1 = 8 \text{ mois} ; t_1 = 3\% ; n_2 = 18 \text{ mois} ; t_2 = 5\% ; C_2 = 3/2 C_1, I_1 + I_2 = 31800 \Rightarrow \frac{C_1 \times 8 \times 3}{1200} + \frac{C_2 \times 18 \times 5}{1200} = 31800$$

$$24C_1 + 90C_2 = 31800 \times 1200 \Rightarrow 24C_1 + 90 \times 3/2 C_1 = 318160000 \Rightarrow 159C_1 = 38160000 \Rightarrow$$

$$C_1 = \frac{38160000}{159} = 240000F ; C_2 = \frac{3 \times 240000}{2} = 360000F$$

2°) $C = 80000F$; Calculons le taux

$$VA_1 = 80000 + \frac{80000 \times 2 \times t}{100} = 80000 + 1600t ; V_{at} = 80000 + 1600t + \frac{(80000 + 1600t)(t+2) \times 3}{100} = 130560$$

$$2400t + 4800 + 48t^2 + 96t + 80000 + 1600t = 130560 \Rightarrow$$

$$48t^2 + 4096t + 84800 - 130560 = 0 \Rightarrow$$

$$48t^2 + 4096t - 45760 = 0 ; \text{on simplifie par 16 ; on aura } 3t^2 + 256t - 2860 = 0$$

$$3t^2 + 256t - 2860 = 0$$

$$\Delta = (256)^2 - 4 \times 3(-2860) = 99856$$

$$t = \frac{-256 + \sqrt{99856}}{2 \times 3} = \frac{-256 + 316}{6} = \frac{60}{6} = 10\% ; \boxed{t=10\%}$$

Date de placement	Durée en jours	Echéance	Capitaux	Taux	Intérêts	Valeur acquise
12/5	59	10juillet(1)	20000	3,6	118	20118
31/7	117	25novembre	200000	7,2	4680	204680
14AOUT	64	17/10	86000	18	2752	88752
09/4	90	8juillet	8000	6	120	8120
10AOUT	120	08/12	3000	15	150	3150

Solution

22

Complétons le tableau

Date de placement le 12/5 { 31-12=19

Juin = 30

Juillet = 10

N = 59

$$C = \frac{36000va}{36000 + n \cdot t} = \frac{36000 \times 20118}{36000 + 3.6 \times 59} = \frac{724248000}{36212.4} = 20000 ; I = 20118 - 20000 = 118$$

$$C = \frac{36000 \times I}{t \times n} = \frac{36000 \times 4680}{7.2 \times 117} = 200000 ; VA = 200000 + 4680 = 204680$$

$$C = \frac{VA \times D}{D + n} ; D = \frac{36000}{18} = 2000 ; C = \frac{88752 \times 2000}{2000 + 64} = \mathbf{86000F}$$

$$n = \frac{36000 \times 120}{8000 \times 6} = \mathbf{90 \text{ jours}}$$

Solution 23

1°) Calculons en de C_1 , r , q et n_1 les intérêts produits par chaque capital.

$$C_2 = C_1 \times q ; C_3 = C_1 \times q^2 ; n_2 = n_1 + r ; n_3 = n_1 + 2r$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times 6 \times n_1}{36000} = \frac{C_1 \times n_1}{6000} ; I_2 = \frac{C_1 \times q \times 6 \times (n_1 + r)}{36000} = \frac{C_1 \times q \times (n_1 + r)}{6000} ; I_3 = \frac{C_1 \times q^2 \times (n_1 + 2r)}{6000}$$

2°) Calculons la raison q

$$C_1 = 120000F ; C_1 + C_2 + C_3 = 436800 ; C_1 + C_1 \times q + C_1 \times q^2 = 436800 ;$$

$$C_1 (1 + q + q^2) = 436800 \Rightarrow 1 + q + q^2 = \frac{436800}{120000} = 3.64 \Rightarrow q^2 + q - 2.64 = 0 ; \Delta = 11,56 ; \boxed{q=1,2} ; \boxed{C_2=144000F} ;$$

$$\boxed{C_3=172800F}.$$

3°) Calculons la raison r

$$n_1=20\text{jours} ; I_1+I_2+I_3 =2680 ;$$

$$\frac{C_1 \times n_1}{6000} + \frac{C_1 \times q \times (n_1+r)}{6000} + \frac{C_1 \times q^2 \times (n_1+2r)}{6000} = 2680 \Rightarrow 2400000 + 144000(20+r) + 172800(20+2r) = 16080000$$

$$\Rightarrow 2400000 + 2880000 + 144000r + 3456000 + 345600r = 16080000 \Rightarrow 8736000 + 489600r = 16080000$$

$$\Rightarrow 489600r = 16080000 - 8736000 = 7344000 \Rightarrow r = \frac{734400}{489600} = 15 ; \boxed{r=15\text{jours}} ; \boxed{n_1=20\text{jours}} ;$$

$$\boxed{n_2=35\text{jours}} ; \boxed{n_3=50\text{jours}} ; \text{valeur acquise définitive va}$$

$$V_a = C + I = 436800 + 2680 = 439480F$$

Solution 24

1°) Déterminons les capitaux ;

$$C_1 + C_2 = 500000 ; \frac{C_1}{4} = \frac{C_2}{6} = \frac{C_1 + C_2}{4+6} = \frac{500000}{10} = 50000 ;$$

$$\frac{C_1}{4} = 50000 \Rightarrow C_1 = 50000 \times 4 = 200000F ; \frac{C_2}{6} = 50000 \Rightarrow C_2 = 50000 \times 6 = 300000F$$

2°) Calculons les intérêts en fonction de n

$$I_1 = \frac{200000 \times 6 \times n}{1200} = 1000n ; I_2 = \frac{300000 \times 4 \times n}{1200} = 1000n$$

En déduisons les valeurs acquises en fonction de n

$$\boxed{VA_1 = 200000 + 1000n} ; \boxed{VA_2 = 300000 + 1000n}$$

3°) Déterminons les durées de placement dans les cas suivants :

$$a- VA_2 + VA_1 = 524000 \Rightarrow 300000 + 1000n + 200000 + 1000n = 524000 \Rightarrow$$

$$500000 + 2000n = 524000 \Rightarrow 2000n = 24000 \Rightarrow n = \frac{24000}{2000} = 12\text{mois},$$

$$b- \frac{VA_2}{VA_1} = \frac{31}{21} \Rightarrow 21VA_2 = 31VA_1 \Rightarrow 21(300000 + 1000n) = 31(200000 + 1000n) \Rightarrow$$

$$6300000 + 21000n = 6200000 + 31000n \Rightarrow 6300000 - 6200000 = 31000n - 21000n \Rightarrow$$

$$100000 = 10000n \Rightarrow n = \frac{100000}{10000} = 10\text{mois}$$

Solution 25

1°) Déterminons les trois capitaux

$$C_2 = C_1 + r ; C_2 = C_1 + 2r ; C_1 + C_2 + C_3 = 81000 \Rightarrow C_2 = \frac{81000}{3} = 27000F ; \boxed{C_2 = 27\ 000F}$$

$$T_m = \frac{\sum Citini}{\sum Cini} \Rightarrow 5,7375 = \frac{C_1 \times 6 \times 90 + C_2 \times 4,5 \times 60 + C_3 \times 7,2 \times 30}{90C_1 + 60C_2 + 30C_3} \Rightarrow 5,7375 = \frac{540C_1 + 270C_2 + 216C_3}{90C_1 + 60C_2 + 30C_3} \Rightarrow$$

$$516,375C_1 + 344,25C_2 + 172,125C_3 = 540C_1 + 270C_2 + 216C_3 \Rightarrow$$

$$23,625C_1 - 74,25C_2 + 43,875C_3 = 0 ; \text{remplaçons } C_2 \text{ par sa valeur on a}$$

$$23,625C_1 + 43,875C_3 = 2004750 \Rightarrow 67,5C_1 + 87,75r = 2004750(1) ; \text{on sait que}$$

$$C_1 + r = 27000 \Rightarrow C_1 = 27000 - r(2), \text{remplaçons } C_1 \text{ par sa valeur dans (1)}$$

$$67,5(27000 - r) + 87,75r = 2004750 \Rightarrow 1822500 - 67,5r + 87,75r = 2004750 \Rightarrow$$

$$20,25r = 2004750 - 1822500 \Rightarrow r = \frac{182250}{20,25} = 9000F ; C_1 = 27000 - 9000 = 18000F ;$$

$$C_3 = 18000 + 2 \times 9000 = 36000F ; \boxed{r = 9000F} ; \boxed{C_1 = 18\ 000F} ; \boxed{C_3 = 36\ 000F}$$

Solution 26

Calcul des capitaux

$$\text{Soient } 84000 ; 84000 + r ; 84000 + 2r \text{ les capitaux ; } I_1 + I_2 - I_3 = 516$$

$$\frac{84000 \times 2 \times 6}{1200} + \frac{(84000 + r) \times 2 \times 7,2}{1200} - \frac{(84000 + 2r) \times 2 \times 9}{1200} = 516 \Rightarrow -0,018r = 516 - 588 = -72 \Rightarrow r = \frac{-72}{-0,018} = 4000 ;$$

$$\boxed{r = 4000F} ; \boxed{C_1 = 84000F} ; \boxed{C_2 = 88000F} ; \boxed{C_3 = 92000F}$$

Solution 27

$$C_1 = 300000F ; C_2 = 240000F ; t_1 = 8\% \text{ et } t_2 = 10\%$$

1°) Calculons I_1 et I_2 et montrons que $I_1=I_2$

$$I_1 = \frac{300000 \times 8 \times n}{1200} = 2000n; I_2 = \frac{240000 \times 10 \times n}{1200} = 2000n; \text{ on constate que } I_1=I_2$$

Les valeurs acquises en fonction de n ;

$$VA_1 = 300000 + 2000n; VA_2 = 240000 + 2000n$$

Déterminons n pour que :

$$a- VA_1 + VA_2 = 572000 \Rightarrow 540000 + 4000n = 572000 \Rightarrow n = \frac{32000}{4000} = 8 \text{ mois ; } n = 8 \text{ mois}$$

$$b- \frac{VA_1}{VA_2} = \frac{51}{41} \Rightarrow 41VA_1 = 51VA_2 \Rightarrow 12300000 + 82000n = 12240000 + 102000n \Rightarrow$$

$$12300000 - 12240000 = 102000n - 82000n \Rightarrow 60000n = 20000n \Rightarrow n = \frac{60000}{20000} = 3 \text{ mois}$$

$$n = 3 \text{ mois}$$

Solution 28

$n_1 = 5 \text{ mois} ; t_1 = 6\% ; n_2 = 3 \text{ mois} ; I_1 - 2I_2 = 300 ; C_1 + C_2 = 300000 \text{ F}$

$$\frac{C_1 \times 6 \times 5}{1200} - 2 \frac{C_1 \times 7 \times 3}{1200} = 300 \Rightarrow 30C_1 - 42C_2 = 360000 \Rightarrow C_1 - 1,4C_2 = 12000 ; \text{ résolvons système}$$

$$\begin{cases} C_1 - 1,4C_2 = 12000 \\ C_1 + C_2 = 300000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -C_1 + 1,4C_2 = -12000 \\ C_1 + C_2 = 300000 \end{cases} \Rightarrow 2,4C_2 = 288000 \Rightarrow$$

$$C_2 = \frac{288000}{2,4} = 120000 \text{ F}; C_1 = 300000 - 120000 = 180000 \text{ F}; C_2 = 120000 \text{ F}; C_1 = 180000 \text{ F}$$

$$I_1 = 45000 \text{ F}; I_2 = 21000 \text{ F}.$$

2°) Déterminons l'échéance de chaque capital

$$6,58 = \frac{180000 \times 6 \times 60 + 120000 \times 7 \times x}{180000 \times 60 + 120000x} \Rightarrow 71064000 + 789600x = 64800000 + 84000x \Rightarrow$$

$$50400x = 6264000 \Rightarrow x = \frac{6264000}{50400} = 124 \text{ jours ; } x = 124 \text{ jours}$$

$$1/1/2000 = 31 - 1 = 30$$

Février = 29

Mars = 31

Avril = 30

Mai = 4

$n = 124 \text{ jours}$; la date d'échéance du 2^{ème} capital est donc le 4 mai ; celle du premier est le 01 Mars

Solution 29

1. Soient $C_1 ; C_2$ et C_3 les trois capitaux

IP DP

$$C_1 \frac{1}{100} \quad 100$$

$$C_2 \frac{1}{99} \quad 99$$

$$C_3 \frac{1}{98} \quad 98 \Rightarrow \frac{C_1}{100} = \frac{C_2}{99} = \frac{C_3}{98} ; \text{ on a aussi } 3C_1 - (C_2 + C_3) = 412000 ; \text{ donc}$$

$$\frac{C_1}{100} = \frac{C_2}{99} = \frac{C_3}{98} = \frac{3C_1 - (C_2 + C_3)}{300 - 99 - 98} = \frac{412000}{103} = 4000 \text{ F}; \frac{C_1}{100} = 4000 \Rightarrow C_1 = 400000 \text{ F}; \frac{C_2}{99} = 4000 \Rightarrow C_2 = 99 \times 4000 = 396000 \text{ F}; C_2 = 396000 \text{ F}$$

$$\frac{C_3}{98} = 4000 \Rightarrow C_3 = 98 \times 4000 = 392000 \text{ F}; C_3 = 392000 \text{ F}$$

2°) Calculons les taux

$$I = \frac{400000 \times 180 \times t}{36000} = 2000t ; I'_2 = \frac{396000 \times 73 \times t}{36500} = 792t ; I'_3 = \frac{392000 \times 146 \times t}{36500} = 1568t ;$$

$$I + 2880 = I'_2 + I'_3 \Rightarrow 2000t + 2880 = 792t + 1568t \Leftrightarrow 2000t - 792t - 1568t = -2880 \Rightarrow -360t = -2880 \Rightarrow$$

$$t = \frac{-2880}{-360} = 8\% ; \boxed{t = 8\%}$$

CHAPITRE II : ESCOMPTE COMMERCIAL

1°) **Définition** : l'escompte commercial est la somme retenue par un banquier sur la valeur nominale d'un effet à cause du temps qui reste à courir.

$$E = \frac{Vtn}{36000} = \frac{Vn}{D}, \text{ avec } D = \frac{36000}{t} ; V = \frac{36000 \times e}{t \times n}, t = \frac{36000 \times t}{V \times n} ; n = \frac{36000 \times e}{V \times t}$$

V = valeur nominale de l'effet ; t = le taux d'escompte en pourcentage ; n = le nombre de jours restant à courir par l'effet, e = l'escompte commercial ;

2°) **Valeur actuelle commerciale** : la valeur actuelle d'un effet est le prix de l'effet au jour de la négociation. Elle est notée a ; $a = V - e = \frac{V(D-n)}{D}$.

3°) **Escompte rationnel** : on appelle escompte rationnel noté e', l'escompte qui se calcule sur la somme effectivement avancée par la banque ; la valeur actuelle rationnelle notée a' est la nominale diminuée de l'escompte rationnel ; $a' = V - e' = \frac{36000V}{36000 + t \times n}$; $e' = V - a' = \frac{V \times t \times n}{36000 + tn}$.

Par la méthode des diviseurs et des nombres fixes on a $e' = \frac{V \times n}{D + n}$.

4°) **Relation entre les deux escomptes**

$$e = \frac{V \times n}{D} ; e' = \frac{V \times n}{D + n}. e > e' \text{ parce que le dénominateur de } e \text{ est le plus petit}$$

- **Différence des deux escomptes** : $e - e' = e \times \frac{n}{D + n} = e' \times \frac{n}{D}$
- **Le rapport des deux escomptes** : $\frac{e}{e'} = \frac{D + n}{D}$
- **Relation entre la valeur nominale et les deux escomptes** : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{e \times e'}{e - e'} = V$

5°) **Equivalence d'effet** :

- **Equivalence de deux effets** : Deux effets sont dits équivalents, si escomptés à une date donnée, au même taux et dans le même système d'escompte, leurs valeurs actuelles sont égales.

Soient n₁ et n₂, jours respectivement à courir par l'effet 1 et l'effet 2 de valeur nominale V₁ et V₂. La notion d'équivalence s'exprime par l'égalité suivante : $a_1 = a_2 ; V_1 - e_1 = V_2 - e_2 \Rightarrow$

$$V_1 - \frac{V_1 \times n_1}{D} = V_2 - \frac{V_2 \times n_2}{D} \Rightarrow V_1 (D - n_1) = V_2 (D - n_2).$$

- **Equivalence d'un effet à plusieurs effets** :

$$V(D-n) = V_1(D-n_1) + V_2(D-n_2) + \dots + V_i(D-n_i)$$

• **Equivalence d'un ensemble d'effets à un ensemble d'effets**

L'ensemble des effets $A_1, A_2 ; \dots ; A_i$ est équivalent à l'ensemble des effets $B_1 ; B_2 ; \dots ; B_i$, si escomptés à une même date et au même taux, les valeurs actuelles de chacun des ensemble sont égales.

$$A_1(D-n_1) + A_2(D-n_2) + \dots + A_i(D-n_i) = B_1(D-n'_1) + B_2(D-n'_2) + \dots + B_i(D-n'_i)$$

6°) **Echéance commune et échéance moyenne**

- **Echéance commune** : est déterminée par l'équation suivante :

$V(D-n) = V_1(D-n_1) + V_2(D-n_2) + \dots + V_i(D-n_i)$; c'est n qui représente l'échéance commune des effets.

- **Echéance moyenne** : Elle est déterminée par la même équation

$$V(D-n) = V_1(D-n_1) + V_2(D-n_2) + \dots + V_i(D-n_i) ; \text{ mais avec } V = V_1 + V_2 + \dots + V_i$$

$$n = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i} ; \sum V_i = V_1 + V_2 + \dots + V_i.$$

7°) **Achat ou vente à crédit** : D'une façon générale les problèmes de crédit se résolvent en écrivant à la date de l'achat, l'équivalence entre le montant du crédit et les sommes qui assureront le règlement de ce crédit. Autrement dit l'égalité entre le montant du crédit consenti et la somme des valeurs actuelle des effets de commerces qui assureront le règlement de ce crédit.

$$\text{Dette} = V_1 - \frac{V_1 \times t \times n_1}{1200} + V_2 - \frac{V_2 \times t \times n_2}{1200} + \dots + V_i - \frac{V_i \times t \times n_i}{1200}$$

$$\text{Si } V = V_i, \text{ on aura ; } \text{Dette} = n \times V - \frac{V \times t}{1200} (1 + 2 + 3 + \dots + n) = nV - \frac{V \times t}{1200} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]$$

$$\text{Si } V \neq V_i ; \text{ Dette} = (V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_i) - \frac{t}{1200} (1 \times V_1 + 2 \times V_2 + 3 \times V_3 + \dots + n \times V_i)$$

Négociation d'effets

Définition : L'agio est l'ensemble des retenus effectuées par le banquier sur les valeurs nominales des effets remis à l'escompte.

Agio = escompte commercial + les commissions et TVA.

Nous pouvons distinguer deux sortes de commissions :

1°) **Les commissions proportionnelles au temps** : qui se calculent comme l'escompte. Donc, elles sont proportionnelles à la valeur nominale de l'effet escompté, à la durée qui sépare la date de négociation de la date de l'échéance de l'effet ainsi qu'au taux attaché à ces commissions. Il

s'agit de : commission d'endossement, com. Endos = $\frac{V \times t \times n}{36000}$;

Commission d'endossement sur le minimum de jours 30 = $\frac{V \times t \times n}{100}$ ou $\frac{V \times t \times n}{1000}$

Selon que le taux soit exprimé en tant pour cent ou en tant pour mille.

Le nombre de jour est arrondi au nombre entier de mois immédiatement supérieur.

$0 < n \leq 30 = 1 \text{ mois ;}$

$30 < n \leq 60 = 2 \text{ mois ;}$

$60 < n \leq 90 = 3 \text{ mois ;}$

$90 < n \leq 120 = 4 \text{ mois}$

2°) **Les commissions indépendantes du temps** : qui sont proportionnelles seulement à la valeur nominale de l'effet et au taux. Il s'agit des commissions :

- Commission bordereau ;
- Commission d'acceptation ;
- Commission de manipulation

- **Commission d'encaissement**

- $\text{COM} = \frac{V \times K}{100} \text{ ou } \frac{V \times K}{1000}.$

Ajoutons que certaines **commissions sont fixes**, donc indépendantes du nominal de l'effet et du nombre de jours restant à courir.

3°) Généralisation du calcul de l'agio :

Agio hors taxe = $\frac{V \times t \times n}{36000} + \frac{V \times t' \times n}{36000} + \frac{V \times k}{100} + F$; **V** est la valeur nominale de l'effet ayant **n jours** à courir ; **t**, le taux d'escompte ; **t'**, le taux de la commission d'endossement ; **k**, le taux de la commission indépendante ; **F**, le montant des commissions fixes.

$$\text{Agio HT} = \frac{V}{36000} [n(t + t') + 360k] + F.$$

4°) Le taux réel d'escompte :

Le taux réel d'escompte est le taux unique auquel il faut calculer l'escompte pour qu'il soit égal à l'agio hors taxe.

$T = \frac{36000 \times \text{AGIO HT}}{V \times n}$; $T = t + t' + \frac{360k}{n} + \frac{36000F}{Vn}$. Il est souvent utile pour faire des comparaisons.

5°) Le taux de rendement ou taux de placement pour le banquier

C'est le taux au quel il faut calculer l'intérêt sur la somme effectivement prêtée.

$$i = \frac{36000 \times \text{AGIO HT}}{n(V - \text{AGIO HT})}$$

6°) Le taux de revient pour le client : C'est le taux auquel il faut calculer l'escompte pour qu'il soit égale à l'AGIO TTC (agio toute taxe comprise). $\text{Tr} = \frac{36000 \times \text{Agio TTC}}{n(V - \text{Agio TTC})}$

7°) Le bordereau d'escompte : Généralement on porte à la négociation plusieurs effets de commerce. La remise de ces effets à l'escompte donne lieu à l'établissement d'un document appelé bordereau d'escompte qui fait ressortir :

La date de remise ; la valeur nominale ; l'échéance des effets ; des escomptes, les commissions et la valeur net escomptée à remettre au client ou à porter à son compte. Les banques fixent les conditions de négociation. C'est ainsi qu'elle détermine un minimum de jours, pour l'escompte, pour l'endossement et certaines commissions. Elle fixe les maxima pour certaines commissions et ajoute un jour de banque à certaines durées. La banque fait la différence entre les effets bancaables **B** Emis dans une localité ou la banque fait des opérations et les effets déplacés **D** Provenant des localités ou la banque ne fait aucune opération. Le taux appliqué aux effets bancaables est différent de celui appliqué aux effets déplacés.

Le tracé :

N°	Capitaux	Echéances	Jours	escomptes	COMMISSIONS			
					ENDOSS	BORD	Com-	Com.
1								
2								
	X	Totaux		X	X	X	X	X
	X	Agio TTC		Escompte =				
	X	VNE		détail commissions $\left\{ \begin{array}{l} Endoss \\ Bord \\ com \end{array} \right. :$				
AGIO HT :								
TAXE :								

Exercices

Exercice : 1

Calculer la valeur nominale d'un effet qui, escompté au taux de 12% pendant 69 jours, a une valeur actuelle commerciale de 1 504 580 F.

Exercice : 2

Un effet de 3120 000 a été escompté à 9 % et a donné une valeur actuelle commerciale de 3 088 800 F au 16 avril. Combien de jours l'effet avait-il à courir ? En déduire son échéance.

Exercice : 3

Quel est le taux d'escompte d'un effet de 1 496 000 F, échéant le 28 juin et ayant donné une valeur actuelle, au 2 avril, de 1 452 616 F ?

Exercice4:

Un effet de commerce de 306000F est remis à l'escompte à 20jours de son échéance. La différence entre l'escompte commercial et l'escompte rationnel est de 120F. Calculer le taux d'escompte.

Exercice5 :

La différence entre l'escompte commercial et l'escompte rationnel d'un effet de nominal V est égal à $3F$ et leur rapport est de $\frac{76}{75}$. Calculer

1°) Les deux escomptes e et e'

2°) Le taux d'escompte sachant que son échéance est dans 40 jours.

3°) La valeur nominale V de l'effet.

Exercice6:

Un effet de commerce a été négocié à 40 jours de son échéance. Les escomptes obtenus sont dans le rapport 1,008. Calculer le taux.

Exercice7:

Un effet de commerce a un escompte commercial et un escompte rationnel dont la somme est 90,50F et le produit 2047,5F. Le taux d'escompte est de 8%. Calculer :

1. L'escompte commercial e et escompte rationnel e'
2. La valeur nominale V .
3. Le nombre de jours restant à courir par l'effet ;

Exercice8:

Deux effets sont négociés à 6% pour 50 jours. L'escompte commercial du premier effet est égal à l'escompte rationnel du second. Trouver les valeurs nominales de ces billets sachant que leur somme est 8435F

Exercice9:

Les valeurs nominales de trois effets sont proportionnelles respectivement à 5 ; 4 ; 6. La somme des valeurs nominales des deux premiers effets dépasse celle du troisième de 90000F. Calculer les valeurs nominales des trois effets.

Exercice10:

Les montants de deux effets sont dans le rapport $\frac{8}{7}$. Le premier est escompté à 6% pendant 30 jours et le deuxième à 7,2% pendant 40 jours. Sachant que la somme des escomptes est 7200F. Calculer le montant de chaque effet.

Exercice11:

Deux effets sont escomptés le même jour et au même taux l'un de valeur nominale 360000F échéant dans 90 Jours et l'autre de 640000F de valeur nominale échéant dans n jours. Le total des escomptes des effets est 20400F et l'escompte du premier effet est supérieur de 1200F à celui du deuxième

1°) Quel est le taux de placement ?

2°) Combien le deuxième effet a-t-il de jours à courir ?

Exercice12

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression géométrique ont leurs échéances respectives au 16 mars, 11 avril et 20 mai. La valeur nominale du premier est 240000F. L'échéance moyenne est le 24 avril. Calculer les valeurs nominales des deuxième et troisième effets.

Exercice13

1°) Montrer que l'escompte commercial e , l'escompte rationnel e' et la valeur nominale V d'un effet de commerce vérifient la relation suivante : $V = \frac{e \times e'}{e - e'}$; relation indépendante du taux d'escompte.

2°) **Application** : un effet de valeur nominale V a 40 jours à courir. La somme de son escompte commercial et de son escompte rationnel s'élève à 181F et leur produit à 8190F. Déterminer la valeur nominale de l'effet puis le taux d'escompte.

Exercice14

Un commerçant détient trois effets de commerce :

200000F échéant le 11/03.

300000F échéant le 31/03 et **450000F**.

1°) Le débiteur propose de remplacer le 10 janvier les trois effets par un effet unique de valeur nominale **956500F** échéant le 10 mai, taux 7,2%.

- Déterminer l'échéance du troisième effet.
- Déterminer l'échéance moyenne des trois effets

2°) Le commerçant après avoir négocié les effets, complète la somme perçue pour acheter un matériel qu'il met à la vente en offrant aux clients les modes de règlement suivants :

1^{er} mode : paiement au comptant de **1000000F**

2^{ème} mode : paiement d'une traite de **1600F** le jour de l'achat et de deux traites qui sont dans le rapport $\frac{10}{7}$ et qui ont pour échéance 3 mois et 6 mois, taux 6%.

- Calculer la valeur nominale des deux traites. Quel est le montant total payé ?

3^{ème} mode : payer **22000F** le jour de l'achat et trois traites en progression arithmétique de raison 150000F et de somme **1050000F** échéant respectivement dans 3 mois, 6 mois et 9 mois.

- Calculer le taux

4^{ème} mode : Le client propose de payer 5 traites de **205000F** échéant de 2 mois en 2 mois, la 1^{ère} payable 1 mois après l'achat : taux **12%**.

3°) Le commerçant acceptera-t-il cette offre ? Si non quelle avance devra-t-il payer le jour de l'achat pour accepter cette modalité.

Exercice15

Deux effets de commerce, **64000F** échéant le 30/06 et **64322,42F** échéant le 09/08 ont été négocié au taux de 4,5%. Déterminer la date à laquelle les deux effets sont équivalents. Déterminer l'échéance moyenne des deux effets.

Exercice16 :

Un négociant a tiré sur un de ses clients trois effets :

- Le 1^{er} à échéance de 30 jours,
- Le 2^{ème} à échéance de 45 jours,
- Le 3^{ème} à échéance de 70 jours.

Les valeurs nominales des deux premiers effets sont inversement proportionnelles aux nombres 5 et 7. La 3^{ème} est le double de la 1^{ère}. Le négociant accepte de remplacer les trois effets par un effet unique de valeur nominale **20517F** à 90 jours d'échéance de telle sorte que le jour du remplacement, au taux de 9%, cet effet unique soit équivalent aux trois autres effets initiaux. Calculer les valeurs nominales de ces trois effets.

Exercice17 :

Trois effets de commerce ont des valeurs nominales en progression arithmétique. Les échéances sont respectivement le **01/09**, le **01/10** et le **31/10**.

La somme des valeurs nominales des traites est **270000F** et leur échéance moyenne est le 11/10. Calculer les valeurs nominales des trois effets.

Exercice18

Un effet de commerce a été escompté à **30** jours de son échéance au taux de **12%**. L'escompte commercial et l'escompte rationnel ont une différence de **10,8F**.

1°) Calculer l'escompte commercial et l'escompte rationnel.

2°) Calculer la valeur nominale de l'effet.

Exercice19 :

Un commerçant dispose de quatre effets de commerce dont les valeurs nominales sont en progression géométrique de raison q .

1°) Calculer la raison de la progression sachant que la première valeur nominale est **150000F** et la dernière valeur nominale est **506250F**.

2°) Calculer les deux autres valeurs nominales.

Exercice20 :

Un débiteur doit :

109200F échéant le 20/03 ;

81000F échéant le 12/04 ;

27000F échéant le 06/05 ;

210000F échéant le 15/05 ;

450000F échéant le 20/05 ;

Il convient avec son fournisseur de :

1°) Remplacer les cinq effets par un effet unique de valeur 877200F. Quelle doit être l'échéance de ce nouvel effet ?

2°) Remplacer les cinq effets par un effet unique au 1^{er} mai, date de remplacement 10 mars au taux d'escompte de 7,2%. Quelle est la valeur de l'effet unique ?

3°) Remplacer le 25 avril les cinq effets par un effet unique au taux de 6% ; date d'échéance du nouvel effet 10 mai. Quel est la valeur nominale de l'effet ?

Exercice21 :

Mr. KONE achète un matériel qu'il met immédiatement à la vente suivant les modes ci-après :

1^{er} mode : paiement comptant **6000000F** ;

2^{ème} mode : versement de **150000F** à l'achat et le reste par 4 traites de même valeur nominale échéant de mois en mois la première 1 mois après l'achat ;

3^{ème} mode : paiement de **276000F** le jour de l'achat et le solde par 3 traites dont les valeurs nominales sont proportionnelles à 2 ; 3 ; 5 et échéant respectivement dans 2 mois, 4 mois et 6 mois après l'achat.

4^{ème} mode : versement de **220000F** à l'achat et acceptation de trois traites dont les montants sont en progression arithmétique de 1^{er} terme **100000F** et échéant respectivement dans 1 mois, 3 mois et 5 mois après l'achat.

5^{ème} mode : paiement de **279500F** le jour de l'achat et le solde par 3 traites dont les valeurs nominales sont en progression géométrique de raison 2 et échéant respectivement dans 1 mois, 3 mois et 5 mois après l'achat.

6^{ème} mode : versement de **270000F** à l'achat et le reste par des traites de **750000F** chacune échéant de mois en mois, la première 1 mois après l'achat.

N.B : les 6 modes de règlement sont équivalents au de 12% le jour de l'achat.

Calculer :

1. Les valeurs nominales des traites du 2^{ème} mode

2. Les valeurs nominales des traites du 3^{ème} mode
3. La raison de la progression du 4^{ème} mode
4. Les valeurs nominales des traites du 5^{ème} mode
5. Le nombre de traites du 6^{ème} mode

7^{ème} mode : Un client opte pour le 3^{ème} mode. Après le paiement de la 1^{ère} traite, il change d'avis et voudrait se libérer du reste de la dette par un paiement unique dans 10 mois.

6. Calculer le reste de la dette à la date de paiement de la 1^{ère} traite
7. Calculer le montant unique à payer dans 10 mois.

8^{ème} mode : Un autre client désire acheter le matériel en payant une somme unique de 5500000F dans 5 mois, au taux de 12%.

8. Combien doit-il payer le jour de l'achat pour que Mr. KONE

Exercice22 :

Mr. BERTHE remet le 01/03, quatre effets à l'escompte ; 270000F au 5 mars ; 180 000F au 10/03 ; 420000F au 30/03 ; 600 000F au 29/04.

Conditions : escompte : 6% ; endos : 1,2% ; commission proportionnelle : 1/2‰ ; commission fixes 100F part effet taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours et ajouter un jour supplémentaire aux effets dépassant le minimum de jours.

Etablir le bordereau d'escompte et calculer la valeur nette escomptée.

Exercice23 :

Mr. KONE remet à l'escompte le 1/03, trois effets : 720 000F au 10/03 ; 900 000F au 15/04 ; 480 000F au 10/06.

Conditions : escompte 6% minimum d'escompte 2000F ; endos 3,3% endos minimum 1000F ; Commission proportionnelle 1/5% minimum 980F, maximum 1700F ; commission fixe 1500F sur l'ensemble des effets. Taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours et ajouter un jour supplémentaire aux effets dépassant le minimum de jours.

Etablir le bordereau d'escompte des effets remis le 01/03 et calculer la valeur nette escomptée

Exercice 24 :

Un commerçant fait escompter un billet de 90000f payable dans n jours. L'escompte supporté est égal à 1312,5F. S'il avait escompté le billet 10 jours plus tôt avec un taux supérieur au premier de 2%, l'escompte aurait été de 1912,5F. Calculer la première durée et le premier taux.

Exercice 25 :

Un effet de 150 000F est escompté au taux de 6%. S'il avait été escompté 10 jours plus tard au taux 9%, l'escompte aurait augmenté de 150F. Déterminer la date d'échéance (date de négociation le 25 avril).

Exercice26 :

Un effet de 54000F est escompté au taux de 9%. S'il avait été escompté 20 jours plus tôt au taux 6%, l'escompte aurait diminué de 360F. Déterminer la date d'échéance (date de négociation le 1/5)

Exercice 27 :

La différence entre l'escompte commercial et l'escompte rationnel d'un effet de 38250F pour un taux de 6% est 15F.

Combien de jours cet effet a-t-il à courir ? Déterminer son échéance s'il a été escompté le 21 janvier.

Exercice 28 :

Le 14/04 un commerçant remet à l'escompte trois effets : le premier de 87000F de valeur nominale échéant dans 24 jours, le deuxième de 80842F de valeur actuelle, échéant le 5/06, le troisième de 100 000F. Calculer l'escompte du premier et du 2^{ème} effet. Sachant que l'escompte total s'élève à 4 502F ; déterminer la date d'échéance du 3^{ème} effet. Quelle est la somme totale perçue par le commerçant en échéance des effets ? Taux : 18%.

Exercice 29 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique, sont escomptés au taux de 9%, à la date du 18 mai. S'ils avaient tous les trois 36 jours à courir, c'est le cas du premier, le total des trois valeurs actuelles serait 267 570F. Le nominal du premier effet est de 105000f. Les nombres de jours à courir par les trois effets sont en progression géométrique. L'escompte total effectif s'élève à 3678,75F.

Déterminer les valeurs nominales des deuxièmes et troisièmes effets, et les échéances respectives des trois effets.

Exercice 30 :

- a) Les escomptes d'un effet s'élèvent respectivement à 10,68F et 10,58F. Sachant que l'échéance est dans 50 jours, calculer le taux appliqué
- b) Les deux effets d'un effet ont pour rapport 0,98. Calculer le taux d'escompte si l'effet a encore 100 jours à courir.
- c) Les deux escomptes d'un effet ont pour différence 0,30F et pour produit 891. Calculer les deux escomptes

Exercice 31 :

- a) Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression géométrique de raison 1,2, sont escomptés aux taux respectifs de 6% ; 5% et 4% pendant respectivement 70 jours, 80 jours et 100 jours. L'escompte total s'élève à 7380F. Calculer les trois valeurs nominales.
- b) Même question si les valeurs nominales sont en progression arithmétique de 3000F et le taux est constant 6%, charge totale supportée 2640F ; les durées sont maintenues.

SOLUTIONS DES EXERCICES

Exercice1

$$A = V - \frac{V \times 12 \times 69}{36000} = 1\,504\,580 \Rightarrow \boxed{V = 1\,504\,000 \text{ F}}$$

Exercice 2 :

$$A = 3\,088\,800 \text{ F} ; V = 3\,120\,000 \text{ F}$$

16 avril ; n jours ?

$$\text{Escompte : } 3\,120\,000 - 3\,088\,800 = 31\,200 \text{ F}$$

$$D' \text{ où } \frac{3\,120\,000 \times 9 \times n}{36000} = 31\,200 \Rightarrow \boxed{n = 40 \text{ jours}}$$

L'échéance de l'effet est **le 26 mai**

Exercice 3

$$\text{Du 2 avril au 28 juin} = 87 \text{ jours } (28 + 31 + 28)$$

$$\text{Escompte : } 1\,496\,000 - 1\,452\,616 = 43\,384 \text{ F}$$

$$D' \text{ où } \frac{1\,496\,000 \times t \times 87}{36000} = 43\,384 \text{ F} \Rightarrow \boxed{t = 12\%}$$

Exercice4

$$V = 306\,000 \text{ F} ; n = 20 \text{ jours} ; e - e' = 120 \text{ F}$$

Calculons t

$$e - e' = \frac{Vn^2}{D^2 + nD} \Rightarrow 120 = \frac{306\,000 \times 20^2}{D^2 + 20D} \Rightarrow 120 (D^2 + 20D) = 122400000 \Rightarrow D^2 + 20D = \frac{122400000}{120} = 1\,020\,000$$

$$D^2 + 20D - 1\,020\,000 = 0 ; \Delta = 20^2 + 4 \times 1\,020\,000 = 4\,080\,400 ; D = \frac{-20 + \sqrt{4\,080\,400}}{2 \times 1} = \frac{-20 + 2020}{2} = \mathbf{1000} ; \text{ car la valeur négative est à rejeter.}$$

$$D = 1000 = \frac{36000}{t} \Rightarrow t = \frac{36000}{1000} = 36\% ; \boxed{t = 36\%}$$

Exercice5

$$e - e' = 3 ; \frac{e}{e'} = \frac{76}{75} \Rightarrow \frac{e}{76} = \frac{e'}{75}$$

1°) Calculons e et e'

$$\frac{e}{76} = \frac{e'}{75} = \frac{e - e'}{76 - 75} = 3 \Leftrightarrow \frac{e}{76} = 3 \Rightarrow e = 76 \times 3 = 228 \text{ F} ; \mathbf{e = 228 \text{ F}} ; e' = 75 \times 3 = 225 \text{ F}$$

2°) Calculons le taux d'escompte sachant que n=40 jours.

$$\frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D} \Rightarrow \frac{D+40}{D} = \frac{76}{75} \Rightarrow 75D + 3000 = 76D \Rightarrow 76D - 75D = 3000 \Rightarrow \mathbf{D = 3000} \Rightarrow$$

$$t = \frac{36000}{3000} = 12\% ; \boxed{t = 12\%}$$

3°) Calculons la valeur nominale V de l'effet

$$e = \frac{V \times t \times n}{36000} \Rightarrow V = \frac{36000 \times e}{t \times n} ; V = \frac{36000 \times 228}{12 \times 40} = \mathbf{17100 \text{ F}} ; \boxed{V = 17100 \text{ F}}$$

Exercice6

$$\frac{e}{e'} = 1,008 ; n = 40 \text{ jours.}$$

Calculons le taux d'escompte.

$$\frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D} = 1,008 \Rightarrow D+40=1,008D \Rightarrow 1,008D-D=40 \Rightarrow 0,008D=40 \Rightarrow D=\frac{40}{0,008}=5000 ;$$

$$D=5000 \Rightarrow t=\frac{36000}{5000}=7,2\% ; \boxed{t=7,2\%}$$

Exercice7

$$e+e'=90,50 ; e \times e'=2047,5$$

1°) Calculons e et e'.

Réolvons l'équation $X^2-90,50X+2047,5=0$; $\Delta=8190,25-8190=0,25$;

$$X_1=\frac{90,50-\sqrt{0,25}}{2}=\frac{90,50-0,50}{2}=45 ; X_1=45$$

$$X_2=\frac{90,50+0,50}{2}=\frac{91}{2}=45,50 ; X_2=45,50. \text{ D'où } \boxed{e=45,50F} \text{ et } \boxed{e'=45F}$$

2°) Calculons la valeur nominale V.

$$V=\frac{e \times e'}{e-e'} ; V=\frac{45,50 \times 45}{45,50-45}=4095F ; \boxed{V=4095F}.$$

3°) Calculons le nombre de jours restant à courir par l'effet

$$n=\frac{36000 \times e}{V \times t} ; n=\frac{36000 \times 45,50}{4095 \times 8}=50 \text{ jours} ; \boxed{n=50 \text{ jours}}.$$

Exercice8

$$T=6\% ; n=50 \text{ jours} ; e_1=e'_2 ; V_1+V_2=8435F.$$

Calculons V_1 et V_2 .

$$\frac{V_1 \times n}{D} = \frac{V_2 \times n}{D+n} ; D=\frac{36000}{6}=6000 ; \text{ on a donc } ; \frac{50 \times V_1}{6000} = \frac{50 \times V_2}{6050} \Rightarrow$$

$$\frac{V_1}{6000} = \frac{V_2}{6050} = \frac{V_1+V_2}{6000+6050} = \frac{8435}{12050}=0,7 \text{ alors } \frac{V_1}{6000}=0,7 \Rightarrow V_1=6000 \times 0,7=4200F ; \frac{V_2}{6050}=0,7 \Rightarrow$$

$$V_2=0,7 \times 6050=4235F ; \boxed{V_1=4200F} ; \boxed{V_2=4235F}.$$

Exercice9

Calculons V_1 ; V_2 et V_3

$$V_1+V_2-V_3=90000 ; \frac{V_1}{5} = \frac{V_2}{4} = \frac{V_3}{6} = \frac{V_1+V_2-V_3}{5+4-6} = \frac{90000}{3} = 3000 \text{ alors}$$

$$\frac{V_1}{5}=3000 \Rightarrow V_1=5 \times 3000=15000F ; V_2=3000 \times 4=12000F ; V_3=6 \times 3000=18000F.$$

$$\boxed{V_1=15000F} ; \boxed{V_2=12000F} ; \boxed{V_3=18000F}$$

Exercice10

$$e_1+e_2=7200 ; \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{7}$$

Calculons V_1 et V_2 .

$$e_1+e_2=7200 \Rightarrow \frac{V_1 \times 6 \times 30}{36000} + \frac{V_2 \times 7,2 \times 40}{36000} = 7200 \Rightarrow \frac{180V_1+288V_2}{36000} = 7200 \Rightarrow 180V_1+288V_2=259200000 ;$$

simplifions par 180 ; on aura $V_1+1,6V_2=1440000$;

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{7} \Rightarrow V_1=\frac{8}{7} \times V_2 ; \text{ remplaçons } V_1 \text{ par sa valeur dans 1 ; } \frac{8}{7} \times V_2 + 1,6V_2=1440000 ;$$

$$\frac{8V_2+11,2V_2}{7}=1440000 \Rightarrow 19,2V_2=10080000 \Rightarrow V_2=\frac{10080000}{19,2}=525000F ; V_1=\frac{8 \times 525000}{7}=600000F.$$

Exercice11

Calculons le taux t.

$$e_1+e_2=20400 ; e_1-e_2=1200 ; V_1=360000 ; V_2=640000 ; n_1=90 \text{ jours}$$

$$\begin{cases} e_1 + e_2 = 20400 \\ e_1 - e_2 = 1200 \end{cases} \Rightarrow 2 \times e_1 = 21600 \Rightarrow e_1 = \frac{21600}{2} = 10800F ; e_2 = 20400 - 10800 = 9600F$$

$$t = \frac{36000 \times 10800}{360000 \times 90} = 12\% ; \boxed{t=12\%}$$

2°) Calculons la durée n_2

$$n_2 = \frac{36000 \times 9600}{12 \times 640000} = 45 \text{ jours ; } \boxed{n_2 = 45 \text{ jours}}$$

Exercice12

Calculons V_1 ; V_2 et V_3 .

Prenons le 16 mars comme date d'équivalence.

$$n_1 = 16 - 16 = 0 ; n_2 = (31 - 16) + 11 = 26 \text{ jrs} ; n_3 = (31 - 16) + 30 + 20 = 65 \text{ jrs} ; n = (31 - 16) + 24 = 39 \text{ jrs.}$$

$$n = \frac{\sum V_i \times n_i}{\sum V_i} \Rightarrow 39 = \frac{0 \times V_1 + 26 \times V_2 + 65 \times V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Rightarrow 39 = \frac{26V_2 + 65V_3}{V_1 + V_2 + V_3} ; V_2 = qV_1 ; V_3 = q^2V_1 ; 39 = \frac{26qV_1 + 65q^2V_1}{V_1 + qV_1 + q^2V_1}$$

$$39V_1(1 + q + q^2) = V_1(26q + 65q^2) \Rightarrow 39 + 39q + 39q^2 = 26q + 65q^2 \Rightarrow 65q^2 - 39q^2 + 26q - 39q - 39 = 0$$

$$26q^2 - 13q - 39 = 0 ; \Delta = 169 + 2496 = 4225 \Rightarrow q = \frac{-(-13) + \sqrt{4225}}{2 \times 26} = \frac{13 + 65}{32} = 2,4375 ; \boxed{q = 2,4375} ;$$

$$V_1 = 240000F ; V_2 = 240000 \times 2,4375 = 585000F ; V_3 = 240000 \times (2,4375)^2 = 1425937,5F$$

Exercice13

$$1^\circ) \text{ Montrons que } V = \frac{e \times e'}{e - e'}$$

$$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{e - e'}{e \times e'} = \frac{1}{V} \Rightarrow V = \frac{e \times e'}{e - e'}$$

2°) Calculons la valeur nominale de l'effet

$$e + e' = 181 ; e \times e' = 8190 ; n = 40 \text{ jours. Résolvons l'équation ; } X^2 - 181X + 8190 = 0 ;$$

$$\Delta = 32761 - 32760 = 1 ; X_1 = \frac{181 - 1}{2} = 90 ; X_2 = \frac{181 + 1}{2} = 91 ;$$

- La valeur nominale ;

$$V = \frac{e \times e'}{e - e'} ; V = \frac{91 \times 90}{91 - 90} = 8190F ; \boxed{V = 8190F}$$

- Le taux d'escompte

$$t = \frac{36000 \times e}{V \times n} ; t = \frac{36000 \times 91}{8190 \times 40} = 10\% ; \boxed{t = 10\%}.$$

Exercice14

1°) a- Détermination de l'échéance du troisième effet

$$V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) ;$$

$$n_1 = 10/01 \text{ au } 11/03 = 21 + 28 + 11 = 60 \text{ jours} ; n_2 = 10/01 \text{ au } 31/03 = 80 \text{ jours} ; n = 10/01 \text{ au}$$

$$10 \text{ mai} = 21 + 28 + 31 + 30 + 10 = 120 \text{ jours} ; D = \frac{36000}{7,2} = 5000$$

$$956500(5000 - 120) = 200000(5000 - 60) + 300000(5000 - 80) + 450000(5000 - n_3)$$

$$4667720000 = 988000000 + 1476000000 + 2250000000 - 450000n_3 ;$$

$$4667720000 - 4714000000 = -450000n_3 \Rightarrow -46280000 = -450000n_3 \Rightarrow$$

$$n_3 = \frac{-46280000}{-450000} = 10 \text{ jours après le } 10/01 \text{ soit le } 20/01$$

b- Détermination de l'échéance moyenne des trois effets.

$$n = \frac{V_1 \times n_1 + V_2 \times n_2 + V_3 \times n_3}{V_1 + V_2 + V_3} ; n = \frac{200000 \times 60 + 300000 \times 80 + 4500000}{950000} = \frac{40500000}{950000} = 43 \text{ jours après le } 10/01 \text{ soit le}$$

22/02

2°) a- Calculons la valeur nominale

$$Pc = A + V_1 - \frac{V_1 \times t \times n_1}{1200} + V_2 - \frac{V_2 \times t \times n_2}{1200} ; 1000000 = 1600 + V_1 - \frac{V_1 \times 6 \times 3}{1200} + V_2 - \frac{V_2 \times 6 \times 6}{1200}$$

$$998400 = 0,985V_1 + 0,97V_2 ; \frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{7} \Rightarrow \frac{V_1}{10} = \frac{V_2}{7} = \frac{0,985V_1}{9,85} = \frac{0,97V_2}{6,79} = \frac{0,985V_1 + 0,97V_2}{16,64} =$$

$$\frac{998400}{16,64} = 60000 = k ; \frac{V_1}{10} = 60000 \Rightarrow V_1 = 60000 \times 10 = 600000F ; \boxed{V_1 = 600000F}$$

$$\frac{V_2}{7} = 60000 \Rightarrow V_2 = 60000 \times 7 = 420000F ; \boxed{V_2 = 420000F}$$

Le montant total payé est :

$$MP=1600+600000+420000=1021600F ; \boxed{MP = 1021600F}$$

3^{ème} mode : b- Calculons le taux

$$1000000=22000+V_1-\frac{V_1 \times t \times 3}{1200}+V_2-\frac{V_2 \times t \times 6}{1200}+V_3-\frac{V_3 \times t \times 9}{1200}$$

$$978000=V_1+V_2+V_3-\frac{t}{1200}(3V_1+6V_2+9V_3) ; V_1+V_2+V_3=1050000 ; \boxed{r=150000} ;$$

$$V_1+V_1+150000+V_1+300000=1050000 \Rightarrow 3V_1+450000=1050000 \Rightarrow$$

$$V_1=\frac{1050000-450000}{3}=600000F ; V_2=600000+150000=750000F ; V_3=600000+300000=900000F$$

$$\boxed{V_1= 600000F} ; \boxed{V_2= 750000F} ; \boxed{V_3= 900 000F}$$

$$978000=1050000-\frac{t}{1200}(3*600000+6*750000+9*900000);$$

$$978000-1050000=-t \left(\frac{180000+450000+810000}{1200} \right) \Rightarrow -72000=-1200t \Rightarrow t=\frac{-72000}{-12000}=6\%$$

$$\boxed{T=6\%}$$

4^{ème} mode : c- Calculons le montant de la dette

$$Md=nv-\frac{V*t}{1200}(1+3+5+7+9) ; Md=5*205000-\frac{20500*12*25}{1200}=1025000-51250=973750F$$

Md=973750F<1000000 ; alors le commerçant n'acceptera pas cette offre

L'avance sera donc : A=1000000- 973750=26250F

Exercice15

La date d'équivalence

$$V_1=64000F ; V_2=64322,43F, n_1=n ; n_2=n+31+9=n+40$$

$$D=\frac{36000}{4,5}=8000 ; 64000(8000-n)=64322,43(8000-n-40)$$

$$51200000-64000n=512006542,8-64322,43n \Rightarrow -6542,8=-322,45n \Rightarrow n=\frac{-6542,8}{-322,45}=20 \text{ jours après}$$

30/06 soit le 20/7

L'échéance moyenne des deux effets

$$n=\frac{\sum Vi*ni}{\sum vi} ; n=\frac{64000 \times 20 + 64322,43 \times 60}{128322,43}=\frac{5139345,8}{128322,43}=40 \text{ jours, après le 30/06 soit le 09/08}$$

Exercice16

Calculons les valeurs nominales des effets

$$\frac{V_1}{\frac{1}{5}} = \frac{V_2}{\frac{1}{7}} \Rightarrow \frac{V_1}{7} = \frac{V_2}{5} \Rightarrow V_2 = \frac{5 \times V_1}{7} ; V_3 = 2V_1 ; D = \frac{36000}{9} = 4000.$$

$$20517(4000 - 90) = V_1(4000-30) + V_2(4000-45) + V_3(4000-70)$$

$$80221470 = 3970V_1 + 3955V_2 + 3930V_3 ; 80221470 = 3970V_1 + 3955 \times \frac{5V_1}{7} + 3930 \times 2V_1 \Rightarrow$$

$$80221470 = 3970V_1 + 2823V_1 + 7860V_1 \Rightarrow 80221470 = 14655V_1 \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{80221470}{14655} = 5474F ; V_2 = \frac{5 \times 5474}{7} = 3910F ; V_3 = 2 \times 5474 = 10948F$$

$$\boxed{V_1= 5474F} ; \boxed{V_2= 3910F} ; \boxed{V_3= 10948F}$$

Exercice17

Calculons les valeurs nominales des trois effets

Prenons le 01/09 comme date d'équivalence (origine)

$$n_1=0 ; n_2=01/09 \text{ au } 01/10=30 \text{ jrs} ; n_3=01/09 \text{ au } 31/10=60 \text{ jrs} ;$$

$$n=01/09 \text{ au } 11/10=40 \text{ jrs} ; V_2=V_1+r ; V_3=V_1+2r$$

$$40 = \frac{30V_2+60V_3}{V_1+V_2+V_3} ; V_1+V_2+V_3=270000 ; 40 = \frac{30V_2+60V_3}{270000} \Rightarrow 10800000=30V_2+60V_3$$

$$V_1+V_1+r+V_1+2r=270000 \Rightarrow 3V_1+3r=270000 \Rightarrow V_1+r=\frac{270000}{3}=90000F=V_2$$

$$V_2 = V_1 + r = 90000F \Rightarrow V_1 = 9000 - r ; 10800000 = 30V_1 + 30r + 60V_1 + 120r$$

10800000 = 90V_1 + 150r, remplaçons V_1 par sa valeur.

$$10800000 = 90(90000 - r) + 150r \Rightarrow 10800000 = 8100000 - 90r + 150r \Rightarrow$$

$$10800000 - 8100000 = 60r \Rightarrow r = \frac{2700000}{60} = 45000F ; V_1 = 90000 - 45000 = 45000F ;$$

$$V_2 = 45000 + 45000 = 90000F ; V_3 = 45000 + 90000 = 135000F$$

Remarque : en progression arithmétique ; $V_1 + V_2 + V_3 = 3V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}$

Exercice 18

1°) Calculons e et e'

$$n = 30 \text{ jrs} ; e - e' = 10,8F ; t = 12\% ; \text{ alors } D = \frac{36000}{12} = 3000$$

$$e - e' = \frac{e' \times n}{D} = 10,8 \Rightarrow e' = \frac{10,8 \times D}{n} = \frac{10,8 \times 3000}{30} = 1080F ; \boxed{e' = 1080F} ; e = e' + 10,8 = 1080 + 10,8 = 1090,8F$$

2°) Calculons la valeur nominale V

$$V = \frac{e \times e'}{e - e'} ; V = \frac{1090,8 \times 1080}{10,8} = 109080F ; \boxed{V = 109080F}$$

Exercice 19

1°) Calculons la raison de la progression géométrique

$$V_1 = 150000F ; V_2 = 150000q ; V_3 = 150000q^2 ; V_4 = 150000q^3 = 506250 \Rightarrow$$

$$q^3 = \frac{506250}{150000} = 3,375 \Rightarrow q = \sqrt[3]{3,375} = 1,5 ; \boxed{q = 1,5}$$

2°) Calculons V_2 et V_3

$$V_2 = 1,5 \times 150000 = 225000F ; V_3 = 150000 \times 1,5^2 = 337500F$$

$$\boxed{V_2 = 225000F} ; \boxed{V_3 = 337500F}$$

Exercice 20

$$V_1 = 109200F ; V_2 = 81000F ; V_3 = 27000F ; V_4 = 210000F ; V_5 = 450000F ;$$

1°) L'échéance de l'effet unique

Prenons le 20/03 comme date de remplacement

$$n_1 = 0 ; n_2 = 20/03 \text{ au } 12/04 = 11 + 12 = 23 \text{ jrs} ; n_3 = 20/03 \text{ au } 06/05 = 11 + 30 + 6 = 47 \text{ jrs} ;$$

$$n_4 = 20/03 \text{ au } 15/05 = 11 + 30 + 15 = 56 \text{ jrs} ; n_5 = 20/03 \text{ au } 20/05 = 11 + 30 + 20 = 61 \text{ jrs}$$

On remarque que $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 877200F = V$; on a un problème d'échéance moyenne

$$n = \frac{109200 \times 0 + 81000 \times 23 + 27000 \times 47 + 210000 \times 56 + 450000 \times 61}{877200} = \frac{1863000 + 1269000 + 11760000 + 27450000}{877200}$$

$$= \frac{42342000}{877200} = 48 \text{ jrs} ; \text{ après le 20/03 soit le 07/05}$$

2°) La valeur de l'effet unique

$$n_1 = 10/03 \text{ au } 20/03 = 10 \text{ jrs} ; n_2 = 10/03 \text{ au } 12/04 = 21 + 12 = 33 \text{ jrs} ;$$

$$n_3 = 10/03 \text{ au } 06/05 = 21 + 30 + 6 = 57 \text{ jrs} ; n_4 = 10/03 \text{ au } 15/05 = 21 + 30 + 15 = 66 \text{ jrs}$$

$$n_5 = 10/03 \text{ au } 20/05 = 21 + 30 + 20 = 71 \text{ jrs} ; n = 10/03 \text{ au } 01/05 = 21 + 30 + 1 = 52 \text{ jrs}$$

$$D = \frac{36000}{72} = 5000 ;$$

$$V(5000 - 52) = 109200(5000 - 10) + 81000(5000 - 33) + 27000(5000 - 57) + 210000(5000 - 66) + 450000(5000 - 71) ;$$

$$4948V = 544908000 + 402327000 + 133461000 + 1036140000 + 2218050000$$

$$4948V = 4334886000 \Rightarrow V = \frac{4334886000}{4948} = 876089 ; \boxed{V = 876089F}$$

3°) L a valeur nominale de l'effet unique

Date de remplacement est **25/04**

$n_1 = \text{du } 25/04 \text{ au } 20/03 = -36 \text{ jrs}$; $n_2 = 25/04 \text{ au } 12/04 = -13 \text{ jrs}$; $n_3 = 25/04 \text{ au } 06/05 = 11 \text{ jrs}$

$n_4 = 25/04 \text{ au } 15/05 = 5 + 15 = 20 \text{ jrs}$; $n_5 = 25/04 \text{ au } 20/05 = 5 + 20 = 25 \text{ jrs}$;

$n = 25/04 \text{ au } 10/05 = 5 + 10 = 15 \text{ jrs}$; $D = \frac{36000}{6} = 6000$

$V(6000-15) = 109200(6000+36) + 81000(6000+13) + 27000(6000-11) +$

$210000(6000-20) + 450000(6000-25)$

$5985V = 659131200 + 487053000 + 161703000 + 1255800000 + 2688750000$

$5965V = 5252437200 \Rightarrow V = \frac{5252437200}{5965} = 877600F$; **$V = 877600F$**

Exercice 21

1°) Calculons les valeurs nominales des traites du 2^{ème} mode.

$$Pc = A + nV - \frac{V \times t}{1200}(1+2+3+4)$$

$$6000000 = 150000 + 4V - \frac{V \times t}{1200}(1+2+3+4) \Rightarrow 6000000 - 150000 = \frac{12 \times 10V}{1200} \Rightarrow 5850000 = 4V - \frac{120V}{1200}$$

$$5850000 = 4V - 0, 1V \Rightarrow 3, 9V = 5850000 \Rightarrow V = \frac{5850000}{3,9} = 1500000F ; \mathbf{V = 1500000F}$$

2°) Calculons les valeurs nominales du 3^{ème} mode

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_2}{3} = \frac{V_3}{5} = k \Rightarrow V_1 = 2k ; V_2 = 3k ; V_3 = 5k.$$

$$Pc = A + V_1 + V_2 + V_3 - \frac{t}{1200}(2V_1 + 4V_2 + 6V_3) \Rightarrow$$

$$6000000 = 276000 + 2k + 3k + 5k - \frac{12}{1200}(2 \times 2k + 4 \times 3k + 6 \times 5k) \Rightarrow 5724000 = 10k - 0,46k \Rightarrow$$

$$9, 54k = 5724000 \Rightarrow k = \frac{5724000}{9,54} = 600000F \Rightarrow \mathbf{V_1 = 2 \times 600000 = 1200000F ; V_2 = 3 \times 600000 = 1800000F ;}$$

$$\mathbf{V_3 = 5 \times 600000 = 3000000F.}$$

3°) Calculons la raison de la progression

$$V_1 = 1000000F ; V_2 = 1000000 + r ; V_3 = 1000000 + 2r ;$$

$$6000000 = 220000 + V_1 + V_2 + V_3 - \frac{t}{1200}(V_1 + 3V_2 + 5V_3) \Rightarrow$$

$$5780000 = (3000000 + 3r) - \frac{12}{1200}(1000000 + 3000000 + 3r + 5000000 + 10r)$$

$$5780000 = (3000000 + 3r) - 0, 01(9000000 + 13r) \Rightarrow 5780000 = 3000000 + 3r - 90000 - 0,13r$$

$$\Rightarrow 5780000 - 2910000 = 2,87r \Rightarrow r = \frac{2870000}{2,87} = \mathbf{1000000F} ; \mathbf{V_2 = 2000000F} ; \mathbf{V_3 = 3000000F}$$

4°) Calculons les valeurs nominales des traites du 5^{ème} mode

$$6000000 = 279500 + V_1 + 2V_1 + 4V_1 - \frac{12}{1200}(V_1 + 6V_1 + 20V_1)$$

$$5720500 = 7V_1 - 0, 27V_1 \Rightarrow 5720500 = 6,73V_1 \Rightarrow \mathbf{V_1 = \frac{5720500}{6,73} = 850000F ; V_2 = 2 \times 850000 = 1700000F ;}$$

$$\mathbf{V_3 = 4 \times 850000 = 3400000F ;}$$

5°) Calculons le nombre des traites du 6^{ème} mode

$$Pc = A + nV - \frac{V \times t}{1200}(\frac{n^2 + n}{2}) ; 6000000 = 270000 + 750000n - \frac{750000 \times 12}{1200}(\frac{n^2 + n}{2}) \Rightarrow$$

$$5730000 = 750000n - 3750n^2 - 3750n \Rightarrow 3750n^2 - 746250n + 5730000 = 0 ; \text{ simplifions par } 3750, \text{ on}$$

$$\text{aura : } n^2 - 199n + 1528 = 0 ; \Delta = (-199)^2 - 4 \times 1528 = 39601 - 6112 = 33489$$

$$N = \frac{-(-199) - \sqrt{33489}}{2} = \frac{199 - 183}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ mois} ; \mathbf{n = 8 \text{ mois} ; n_2 \text{ a une valeur trop élevée donc impossible.}}$$

6°) Calculons le reste de la dette.

$$\text{Reste} = V_2 + V_3 - \frac{12}{12000}(2V_2 + 4V_3). \text{ Remarque } n_2 = 2 \text{ mois et } n_3 = 4 \text{ mois,}$$

$$\text{Reste} = 1800000 + 3000000 - 0,01(3600000 + 12000000) = 4800000 - 156000 = 4644000\text{F}$$

Reste=4644000F.

7°) Calculons le montant unique à payer dans 10 ans.

$$\text{Reste} = V - \frac{V \times t \times n}{1200} \Rightarrow 4644000 = V - \frac{12 \times 10 \times V}{1200} \Rightarrow 4644000 = V - 0,1V \Rightarrow 0,9V = 4644000 \Rightarrow$$

$$V = \frac{4644000}{0,9} = 5160000\text{F} ; \boxed{V=5160000\text{F}}.$$

8^{ème} mode :

8°) Le montant à payer le jour de l'achat pour que M.BERTHE accepte l'offre.

$$6000000 = A + 5500000 - \frac{5500000 \times 5 \times 12}{1200} \Rightarrow 6000000 = A + 5500000 - 275000 \Rightarrow$$

$$6000000 = A + 5225000 \Rightarrow A = 6000000 - 5225000 = 775000\text{F} ; \boxed{V=775000\text{F}}.$$

Exercice22 :

Etablissons le bordereau d'escompte et calculons la valeur nette escomptée

$V_1 = 270\,000\text{F}$; $n_1 = \text{du } 1/03 \text{ au } 05/03 = 5-1 = 4\text{jrs}$; $V_2 = 180\,000\text{F}$;

$n_2 = 01/03 \text{ au } 10/03 = 10-1 = 9\text{jrs}$; $V_3 = 420\,000\text{F}$; $n_3 = 29\text{jrs}$ (30-1) ; $V_4 = 600\,000\text{F}$;

$n_4 = 31-1 + 29 = 30 + 29 = 59\text{jrs}$

NB : n_1 et n_2 sont tous inférieurs à 15 minimum de jours ; on prendra alors 15. On ajoutera 1jour à n_3 et n_4 ; car ils sont tous supérieurs à 15jours. On a donc $n_3 = 30\text{jrs}$ et $n_4 = 60\text{jrs}$

N°	Capitaux	Echéances	Jours	Escomptes 6%	Commissions		
					Endos 1,2%	Com pro 1/2‰	Com fixe
1	270 000	05/03	15	675	135	135	100
2	180 000	10/03	15	450	90	90	100
3	420 000	30/03	30	2100	420	210	100
4	600 000	29/04	60	6000	1200	300	100
	1470000	totaux	X	9225	1845	735	400
	14035,75	Agio TTC		Escompte = 9225			

	1455964,25	VNE		détails commissions	$\left\{ \begin{array}{l} \text{endos} = 1845 \\ \text{prop} = 735 \\ \text{fixe} = 400 \end{array} \right.$
	Agio HT= E+Com				
	Taxes= Agio HT*15/100				
	AgioTTC= Agio HT+ TAXES			AGIO HT =	12205
	VNE= V- Agio TTC			TAXE =	1830,75

Com.Pro1= $\frac{270000}{2000}$ =135; **com.Pro2**= $\frac{180000}{2000}$ =90; car le taux est exprimé en pour mille

Exercice23 :

Etablissons le bordereau d'escompte et calculons la valeur nette escomptée

V₁=720 000F ; N₁=du 01/03 au 10/03 =9-1=8 on prend N₁= 15 ; car **8 < 15**

V₂= 900 000F ; N₂= du 01/03 au 15/04 = 31-1+15= 45 on ajoute 1 à N₂. Car **45 > 15**

N₂=45+1=46jrs.

V₃= 480 000F ; N₃= du 01/03 au 10/06 = 31-1+30+31+10= 101+1= 102jrs

$E = \frac{V \cdot t \cdot n}{36000}$; $\text{endos} = \frac{V \cdot t' \cdot n}{36000}$; $\text{com. Pro} = \frac{V \cdot K}{100}$; car le taux est exprimé en pourcentage

N°	Capitaux	Echéances	Jours	Escomptes 6%	COMMISSIONS		
					Endos 3,3%	Com pro 1/5%	Com fixe
1	720000	10/03	15	2000¹	1000²	1440	1500
2	900000	15/04	46	6900	3795	1700³	
3	480000	10/06	102	8160	4488	980	
	2100000	TOTAUX	X	17060	9283	4120	1500
	36757,45	Agio TTC	Bord	Escompte = 17060			

¹ On prend 2000 à la place de 1800

² On prend 1000 au lieu de 990

³ On prend 1700 au lieu de 1800

	2063242,55	VNE	de Mr berthe	détails commissions	$\begin{cases} \text{Endos} = 9283 \\ \text{com. pro} = 4120 \\ \text{com. fixe} = 1500 \end{cases}$
Agio HT= E+Com				AGIO HT = 31963	
Taxes= Agio HT*20/100				TAXE = 4794,45	
Agio TTC= Agio HT+ TAXES					
VNE= V- Agio TTC					
E1=1800 ; on prend 2000F					
Commission fixe =1500F					

$$\text{Com.pro}_1 = \frac{720000}{500} = 1440; \text{com.Pro}_2 = \frac{900000}{500} = 1800; \text{com.pro}_3 = \frac{480000}{500} = 960$$

Exercice24:

Déterminons la première durée et le premier taux

V= 90 000F payable dans n jours ; $e_1=1312,5$; si l'effet avait été escompté 10 jours plus tôt c'est-à-dire dans (n+10) jours au taux (t+2)% ; $e_2=1912,5$

$$e_1 = \frac{90000 \times t \times n}{36000} = 1312,5 \Rightarrow 2,5tn = 1312,5 \Rightarrow t \cdot n = \frac{1312,5}{2,5} = 525 ;$$

$$e_2 = \frac{V(t+2)(n+10)}{36000} = \frac{90000(t \cdot n + 10t + 2n + 20)}{36000} = 1912,5 \Rightarrow t \cdot n + 10t + 2n + 20 = \frac{1912,5}{2,5} = 765$$

$$525 + 10t + 2n + 20 = 765 \Rightarrow 10t + 2n = 765 - 545 = 220 ; 10t + 2n = 220 ; n = \frac{525}{t} ; 10t + \frac{525 \cdot 2}{t} = 220$$

$$10t^2 - 220t + 1050 = 0 \text{ simplifions par 10 on a } t^2 - 22t + 105 = 0$$

$$\Delta = (-22)^2 - 4 \cdot 105 = 484 - 420 = 64 = 8^2 ; t = \frac{-(-22) - \sqrt{64}}{2} = \frac{22-8}{2} = \frac{14}{2} = 7\% \text{ ou } t' = \frac{22+8}{2} = \frac{30}{2} = 15\%$$

$$\text{Si } t_1 = 7\% \text{ alors } n_1 = \frac{525}{7} = 75 \text{ jours. Si } t_1 = 15\% \text{ alors } n_1 = \frac{525}{15} = 35 \text{ jours}$$

Exercice 25

V= 150 000F ; $t_1=6\%$. Si l'effet avait été escompté 10 jours plus tard c'est-à-dire à (n- 10) jours au taux $t_2= 9\%$ on a e +150 ; $e_2=e_1+150$

$$\frac{V \cdot t_2 \cdot (n-10)}{36000} = \frac{V \cdot t_1 \cdot n}{36000} + 150 \Rightarrow \frac{150000 \cdot 9 \cdot (n-10)}{36000} = \frac{150000 \cdot 6 \cdot n}{36000} + 150 ; 37,5(n-10) = 25n + 150 \text{ on a}$$

$$37,5n - 375 = 25n + 150 \Rightarrow 37,5n - 25n = 150 + 375 \Rightarrow 12,5n = 525 \Rightarrow n = \frac{525}{12,5} = 42 \text{ jours après le 25}$$

avril soit le 06 juin ; le mois d'avril a 5 jours (30-25)=5 ; mai =31 jrs ; juin prend 6jours

Exercice26

V= 54 000 ; $t_1=9\%$; $t_2=6\%$; si l'effet avait été escompté 20 jours plus tôt au taux de 9% : signifie que la durée est (n+20) ; $e_2= e_1-360$

Déterminons l'échéance

$$\frac{V \cdot t_2 \cdot (n+20)}{36000} = \frac{V \cdot t_1 \cdot n}{36000} - 360 \Rightarrow \frac{54000 \cdot 6 \cdot (n+20)}{36000} = \frac{54000 \cdot 9 \cdot n}{36000} - 360 \Rightarrow 9n + 180 = 13,5n - 360 \Rightarrow$$

$$180 + 360 = 13,5n - 9n \Rightarrow 540 = 4,5n \Rightarrow n = \frac{540}{4,5} = 120 \text{ jours après le 01/05 soit 29 Aout}$$

Exercice27

V= 38250F ; $t=6\%$; e - e'=15

Calculons n

$$e - e' = \frac{vn^2}{D^2 + nD} ; D = \frac{36000}{6} = 6000 ; 15 = \frac{38250n^2}{(6000)^2 + 6000n} \rightarrow 15(36000000 + 6000n) = 38250n^2$$

$$540000000 + 90000n = 38250n^2 \text{ simplifions par 6000, on aura } 6,375n^2 - 15n - 9000 = 0$$

$$\Delta = 225 + 2295000 = 2295225 = (1515)^2$$

$$n = \frac{15 \pm 1515}{2 \times 6,375} = \frac{1530}{12,75} = 120 \text{ jours après le 21 janvier, soit le 21 mai}$$

Chapitre3 : LES INTERETS COMPOSES

1°) Définition : Un placement est fait à intérêts composés lors que à la fin de chaque période choisie comme unité de temps, les intérêts produits pendant la période sont ajoutés au capital pour constituer un nouveau capital qui à son tour produira des intérêts dans la période suivante. On dit que les intérêts sont capitalisés.

2°) Formule fondamentale :

Appelons : **C** : le montant du capital placé exprimé en francs

n : la durée du placement exprimée en année

i : le taux d'intérêt pour 1F de capital et pour une durée de 1 an. $i = \frac{t}{100}$

L'intérêt en un an du capital C placé au taux annuel i pour 1F est : **I = C*i**

Ainsi, la valeur acquise par le capital C après n années de placement, donc après n capitalisations de l'intérêt est donnée par la formule : **C_n = C (1+i)ⁿ**

3°) Taux équivalents – taux proportionnels

a) Taux équivalents

Deux taux sont équivalents si pour un même placement à intérêts composés, ils conduisent pour un même capital et pendant une même durée à des valeurs acquises égales.

Appelons : **i_a** : le taux annuel équivalent ; **i_s** : le taux semestriel équivalent **i_t** : le taux trimestriel équivalent ; **i_m** : le taux mensuel équivalent

Alors on a **(1+i_a) = (1+i_s)² = (1+i_t)⁴ = (1+i_m)¹²**

b) Taux proportionnels

On dit que deux ou plusieurs taux sont proportionnels quand leur rapport est égal au rapport de leurs périodes de capitalisation respectives

Appelons : i_{ap} : le taux annuel proportionnel ; i_{sp} : le taux semestriel proportionnel ; i_{tp} : le taux trimestriel proportionnel ; i_{mp} : le taux mensuel proportionnel :

Alors : $i_{ap} = 2i_{sp} = 4i_{tp} = i_{mp} = 12i_{mp}$

4°) Calcul de la valeur acquise, dans le cas de n non entier

a) Procédé commercial

$$C_{n+p/q} = C (1+i)^{n+p/q} \text{ ou } C(1+i)^n(1+i)^{p/q}$$

Application: Calculer la valeur acquise par un capital de 5000 000F, placé au taux de 6% par an pendant 8ans 11 mois

$$C_{8+11/12} = 5000000(1,06)^{8+11/12} = 5000000(1,06)^8(1,06)^{11/12} = \mathbf{8406475F}$$

b) Procédé rationnel

$$C_{n+p/q} = C_n + C_n * i * p/q$$

Même application: $C_{8+11/12} = C_8 + C_8 * 0,06 * 11/12 = 7969240 + 7969240 * 0,06 * 11/12 = \mathbf{8407548, 2F}$

c) Procédé par interpolation

$$C_{n+p/q} = C_n + (C_{n+1} - C_n) * p/q$$

Même application:

$$C_{8+11/12} = C_8 + (C_9 - C_8) * 11/12; C_8 = 5000000(1,06)^8 = \mathbf{7969240F}; C_9 = 5000000(1,06)^9 = \mathbf{8447395F}$$

$$C_{8+11/12} = 7969240 + (8447395 - 7969240) * \frac{11}{12} = \mathbf{8407548, 75F}$$

d) Procédé de logarithme

$$\text{Log } C_{n+p/q} = \text{Log } C (1+i)^{n+p/q} \text{ or } \text{Log } A = B \rightarrow A = 10^B$$

Même application:

$$\text{Log } C_{8+11/12} = \text{Log } C + (8+11/12) \text{Log}(1,06) =$$

$$\text{Log } 5000000 + (8+11/12) \text{Log}(1,06) = 6,69897 + (8+11/12)(0,02531) = 6,69897 + 0,22568$$

$$\text{Log } C_{8+11/12} = 6,92465 \rightarrow C_{8+11/12} = 10^{6,92465} = \mathbf{8407173,30F}$$

NB: $\text{Log } a * b = \text{Log } a + \text{Log } b$; $\text{Log } \frac{a}{b} = \text{Log } a - \text{Log } b$; $\text{Log } a^n = n \text{Log } a$

5°) Calcul de la valeur acquise à taux variable

Lorsque le taux est variable i_1 ; i_2 ; i_3 pendant les durées respectives n_1 ; n_2 ; n_3

$$C_n = C (1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} (1+i_3)^{n_3}$$

Application: Un capital de **100000F** est placé à intérêts composés pendant **10** ans

- Au taux **6%** l'an les 5 premières années
- Au taux **7%** l'an les 3 années suivantes
- Au taux **8%** l'an les deux dernières années.
- Calculer la valeur acquise

Solution

$$C_{10} = 100000(1,06)^5(1,07)^3(1,08)^2 = 100000 * 1,338226 * 1,225043 * 1,1664 = \mathbf{191218F}$$

6°) Calcul de l'intérêt composés

L'intérêt composé produit est égal à la différence des valeurs acquises

- L'intérêt produit **au bout** d'une période n est égal à $I_t = C_n - C$
- L'intérêt produit **au cours** d'une période ou **pendant** une période est :

$$I = C_n - C_{n-1} = C_{n-1} * i = C (1+i)^{n-1} * i$$
- L'intérêt produit au cours des p dernières années

$$I = C_n - C_{n-p}$$

EXERCICES

Exercice 1

- a) Calculer le taux semestriel équivalent au taux annuel de 10%
- b) Calculer le trimestriel équivalent au taux annuel de 8%
- c) Calculer le taux mensuel équivalent au taux annuel de 9%
- d) Calculer le taux mensuel équivalent au taux semestriel de 6%
- e) Calculer le taux annuel équivalent au taux mensuel de 1,5%
- f) Calculer le taux trimestriel équivalent au taux mensuel de 2%

Exercice 2

Calculer la valeur acquise par un capital de **1 000 000F** placé à un taux $i = 0,115$; capitalisation annuelle des intérêts pendant

- a) 7 ans
- b) 11 ans et 5 mois (quatre solutions)

Exercice 3

Un capital de **500 000F** pendant **10** ans au taux de **12%** l'an. Calculer les intérêts produits :

- a) Au bout de **10** ans
- b) Au cours de la **5^{ème}** année
- c) Pendant les **4** dernières années

Exercice 4

On place un capital de **5 000 000F** pendant **10** ans dans les conditions suivantes : taux de **10%** l'an les **6%** premières années et **12%** l'an les **4** dernières années.

- a) Calculer la valeur acquise au bout de **10** ans.
- b) Quelle serait la valeur acquise si la capitalisation était trimestrielle les **6** premières années et semestrielle les 4 dernières.

Exercice 5

On place les capitaux suivants

1200 000F le 31/12/1999

3 450 000F le 31/12/2004

2 600 000F le 31/12/2007

1 850 000F le 31/12/2008

Le taux d'intérêt étant de **9%** l'an jusqu'au **31/12/2005** et **10%** après ;

- 1) Calculer la valeur acquise par ces capitaux au **31/12/2014**
- 2) Déterminer les intérêts composés du premier capital pendant les 7 premières années et les 7 dernières années

Exercice 6

Une personne effectue les placements suivants au taux de **6%** l'an

- **3 500 000F le 1/1/2002**
- **2 000 000F le 1/7/2005**
- **4 000 000F le 1/1/2010**

Calculer la valeur acquise le **1/1/2014**

Exercice 7

Deux capitaux **X** et **Y** sont tels que :

$$\begin{cases} \text{Log}X - \text{Log}Y = 0,17609 \\ \text{Log}X + \text{Log}Y = 9,73239 \end{cases}$$

1°) Calculer X et Y

2°) Au bout de combien de temps leurs valeurs acquises seraient égales si l'on plaçait le plus petit à 9% et le plus grand à 3,6%.

Exercice8

- Calculer la valeur acquise à intérêt composé par un capital de **10 000F** au bout de **10** ans au taux annuel de **i = 0,09** ; capitalisation annuelle des intérêts.
- Même question en intérêt simple
- Au bout de combien de temps la valeur acquise en intérêt simple serait égale à la valeur acquise obtenue en **a)** ; capital et taux demeurant inchangés ?
- Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt composé était-elle égale à la valeur acquise obtenue en **b)** ? même capital et même taux
- A quel taux un capital de **10 000F**, placé à intérêt simple atteindra-t-il en **10** ans la valeur acquise obtenue en **a)**

Exercice9

Deux capitaux dont le total est **10 000F** sont placés :

- L'un à intérêts simple au taux de **10%** ;
- L'autre à intérêt composé au taux de **8%**.

Au bout de 9 ans ils ont acquis la même valeur.

Calculer les montants respectifs des deux capitaux

Exercice10

Deux capitaux X et Y dont le montant total s'élève à **80 000F** sont placés le même jour pour une durée de **6** ans à intérêt composé.

Le capital X est placé au taux annuel de **8%** ; capitalisation annuelle des intérêts.

Le capital Y est placé au semestriel de **3,75%** ; capitalisation semestrielle des intérêts.

A l'expiration des **6** années, le total des intérêts produits s'élève à **46 007,32F**.

Calculer X et Y

Exercice 11

Un capital C est placé à intérêt composé au taux annuel de **8%** ; capitalisation annuelle des intérêts. Au bout d'une certaine durée x, la capitalisation devient trimestrielle et se fera désormais au taux trimestriel de **2%**.

Au bout de **10** ans, comptés à partir du début du placement, le capital placé s'est accru de **118,826%** de sa valeur initiale. Calculer x

Exercice12

Une personne place à intérêt composé une de **20 000F** à un taux i et une somme de **50 000F** à un taux i'. Elle dispose après a ans (les taux sont annuels et la capitalisation annuelle) d'une valeur acquise de **109199,13F**. Si le capital de **20000F** avait été placé au taux i' et le capital de **50000F** au taux i, la valeur acquise totale serait de **112 159,56F**. Calculer les deux taux i et i'

Exercice 13

On partage une somme de **300 000F** entre 3 personnes A, B, C âgées respectivement de **12** ans, **13** ans et **16** ans.

Le partage est effectué de façon à ce que chaque bénéficiaire dispose à sa majorité (**18 ans**) de la même somme capitalisation annuelle au taux de **7,5%** de la fraction des **300 000F** qui lui a été dévolue. Effectuer le partage des **300 000F**.

Exercice14

Un capital **C** est placé à intérêt composé pendant 5 ans, capitalisation annuelle des intérêts

sachant que :
$$\begin{cases} C + C_1 = 125\,700 \\ C_4 + C_5 = 180\,714 \end{cases}$$

Calculer le taux de placement et le capital placé.

Exercice 15

Un capital de **1 000 000F** est placé à intérêt composé. On appelle **C_n** la valeur acquise après **n** années de placement. **C₁**, **C₂**, **C₅** vérifient les relations

$$\begin{cases} C_1 + C_5 = 2\,398\,226 \\ C_2 + C_3 = 2461\,826 \end{cases}$$

- Calculer le taux **i**
- Calculer l'intérêt produit la **7^{ème}** année.
- L'intérêt produit la dernière année est de **101 368,74F**
Calculer la durée de placement.

Exercice 16

Un **C** est placé à intérêt composé au taux de **8%** L'an. Le rapport entre la valeur acquise au bout de **n** ans et la valeur acquise au bout de **2** ans est **1,850930**

- Calculer **n**
- Calculer le capital **C** sachant que l'intérêt de la première année est **160 000F**

Exercice17

Dans le but de constituer le **1/1/2014** un capital de **5500 000F**, une personne effectue les placements suivants : le **1/1/2010 : 2 500 000F** ; le **1/1/2012 : 1 500 000F**

Le **1/1/2014** il se rend compte qu'il lui manque **505 660F** pour constituer le capital prévu

- Calculer le taux annuel pratiqué
- Quel le taux triannuel équivalent

Exercice18

Un capital **C** est placé à intérêt composé pendant **n** années au taux **i**. Sa valeur acquise est de **1 085 946,64F**. S'il avait été placé pendant un an, sa valeur acquise pendant **(n+2)** années, sa valeur acquise aurait été de **1 290 213,20F**. S'il avait été placé pendant un an, sa valeur acquise aurait été de **545 000F**. Calculer :

- Le taux de placement ;
- Le capital placé ;
- La durée **n**

Exercice 19

On place un capital à intérêt composé au taux **i** pour **1F** pendant **n** années. L'intérêt produit au cours de la **2^{ème}** année est **42 000F** et l'intérêt au cours de la **5^{ème}** année est **48 620,25F**. L'intérêt total après **n** années de placement est **636 684,8F**. Calculer **i**, **C**, **n**.

Exercice 20

Un capital **C** est placé à intérêt composé pendant **10ans**. La somme de la première et de la dernière valeur acquise est **211 292F**, tandis que leur différence est **99 292F**. Calculer

- Le taux de placement
- Le capital placé

3) La valeur acquise à la fin de la $10^{\text{ème}}$ année.

Exercice 21

On désigne par C_k la valeur acquise par ce capital à la fin de l'année k . On désigne par I_k l'intérêt produit pendant la $k^{\text{ème}}$ année. On pose $C_n = 5187484,92F$; $I_n = 471589,5382F$; $I_2 = 220\,000F$.
Calculer le taux i , la durée n et le capital C