

BEMBUS-MALI

Au service de la Nation

« Le savoir est la plus grande des richesses : on le donne sans réussir à l'épuiser »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant Chercheur, Tél : (00223) 69 - 50-23-20/ 76 - 43-95-33 mël : bbtraoremali@yahoo.fr

Mathématiques Financières

TS éco

Bamako, décembre 2024.

Mathématiques financières TSECO

Intérêts simples

Formule de l'intérêt $I = \frac{\text{Capital} \times \text{Taux} \times \text{Durée en jours}}{36\,000}$

$$I = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000} \Rightarrow \text{Capital } C = \frac{36\,000 \cdot I}{T \cdot N} \Rightarrow \text{Taux } T = \frac{36\,000 \cdot I}{C \cdot N} \Rightarrow \text{Durée } N = \frac{36\,000 \cdot I}{C \cdot T}$$

Formule Valeur acquise $VA = C + I \Rightarrow I = VA - C$

$$VA = C + \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000} = \frac{C(36\,000 + T \cdot N)}{36\,000} \Rightarrow C = \frac{36\,000 \cdot VA}{36\,000 + T \cdot N}$$

Formule du taux moyen $Tm = \frac{\sum C_i \cdot T_i \cdot N_i}{\sum C_i \cdot N_i} = \dots$

Formule du taux effectif $Tep = \frac{36\,000 \cdot I}{(C - I) \cdot N} = \frac{36\,000 \cdot T}{36\,000 - T \cdot N}$

Intérêt commercial $I = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000}$ et Intérêt civil $I' = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,500}$

$$\Rightarrow \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \quad I = 73k \text{ et } I' = 72k$$

Formule de l'intérêt global $\sum I = \frac{\sum C_i \cdot T_i \cdot N_i}{36\,000}$

Le solde du compte = $\sum C + \sum I$

Expressions à retenir ?

- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont en progression arithmétique de raison R
 - $C_1 = C ; C_2 = C + R ; C_3 = C + 2R ; C_4 = C + 3R$
- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont en progression géométrique de raison Q
 - $C_1 = C ; C_2 = C \cdot Q ; C_3 = C \cdot Q^2 ; C_4 = C \cdot Q^3$
- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont proportionnels aux nombres $a ; b, c, d$
 - $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = \frac{C_4}{d} = k ; C_1 = a k ; C_2 = b k ; C_3 = c k ; C_4 = d k$

Escompte et équivalence : actualisation

Escompte commercial $e = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000}$

Valeur actuelle commerciale $a = V - e = V - \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000} = \frac{V(36\,000 - t \cdot n)}{36\,000}$

Escompte rationnel $e' = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000 + t \cdot n}$ ou $e' = \frac{a' \cdot t \cdot n}{36\,000}$

$e = \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000} = \frac{V \cdot n}{D}$	$e' = \frac{V \cdot n}{D + n}$
$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V}$	$e - e' = \frac{e' \cdot t \cdot n}{36\,000}$
$e - e' = \frac{e' \cdot t \cdot n}{36\,000}$	$e - e' = \frac{e \cdot t \cdot n}{36\,000 + t \cdot n}$
$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t \cdot n}{36\,000}$	

Exercices sur les Intérêts simples

Exercice 1 : effectuez les décomptes de jours :

	Date de placement	Date d'échéance	Durée du placement en jours
1	Le 05 mars	Le 22 mars	
2	Le 16 janvier 2000	26 avril 2000	
3	Le 24 janvier 2001	03 mai 2001	
4	Le 08 nov 2007	03 mars 2008	
5	Le 07 février	09 juin	
6	14 mai	20 septembre	

Exercice 2 : Complétez le tableau suivant :

	Date de placement	Durée du placement en jours N	Date d'échéance
1	Le 05 mars	90 jours	
2	Le 16 janvier 2000	103 jours	
3	Le 24 janvier 2001	75 jours	
4		80 jours	03 mars 2008
5		45 jours	09 juin
6		33 jours	20 septembre

Exercice 3 : Un capital de 810 000F est placé au taux de 7,2% l'an. Calculez l'intérêt simple dans les cas suivants :

- a/ Durée = 45 jours b/ Durée = 2 mois c/ Durée = 3 ans
 d/ Durée = 23 quinzaine e/ Du 20 février au 07 juin f.-/ 1 an 3 mois 25 jours

Exercice 4 : Un capital de 90 000F est placé le 22 mai au taux t%. L'intérêt produit au 26 août est de 1 680 F. Calculez le taux.

Exercice 5 : Un capital de 270 000F placé le 24 mai est devenu 274 770F le 07 septembre. Calculez le taux.

Exercice 6 : Un capital placé le 16 juin a acquis une valeur de 607 920F le 21 août au taux de 7,2%. Calculez le capital.

Exercice 7 : un opérateur chargé de calculer l'intérêt d'un capital au taux de 6% pendant 45 jours s'est trompé de calculer sur la base de 365 jours. La différence dégagée est de 27F. Calculer le capital.

Exercice 8 :

Le produit de l'intérêt civil et commercial égal à 27 247 104 F. Calculer l'intérêt commercial

b. Cet intérêt a été produit par un capital de 394 200F pendant 80 jours. Calculer le taux.

Exercice 9 : Calculez le taux moyen des capitaux :

- 400 000 F placé à 5% pendant 1 mois et 5 jours ;
- 350 000 F placé à 6% pendant 2 mois
- 380 000 F placé à 7% pendant 2 mois et 15 jours.

Exercice 10 : Trois capitaux sont placés :

- C placé à 4,5% pendant 15 jours ;
- 75 000 F placé à 6,3% pendant 30 jours
- 90 000 F placé à 7,2% pendant 45 jours.

Le taux moyen de placement de ces capitaux est de 6,58125%. Calculez le montant du 1^{er} capital.

Exercice 11 :: Mr X détient trois capitaux dont les montants sont en progression arithmétique et de somme 81 000F. ils sont placés, le 1^{er} à 6% pendant 90 jours, le 2^{ème} à 4,5% pendant 60 jours, le 3^{ième} à 7,2% pendant 30 jours. Le taux moyen de ces placements est de 5,7375%.

Déterminez les trois capitaux

Exercice 12 : Mr X détient trois capitaux dont les montants sont en progression arithmétique et de somme 81 000F. ils sont placés, le 1^{er} à 6% pendant 90 jours, le 2^{ème} à 4,5% pendant 60 jours, le 3^{ième} à 7,2% pendant 30 jours. Le taux moyen de ces placements est de 5,7375%.

Déterminez les trois capitaux

Solution : R = 9 000 F et les capitaux : 18 000F ; 27 000F et 36 000F

Exercice 13 : calculez l'intérêt total des capitaux placé au taux 7,2% : 75 000 F pendant 80 jours ; 90 000 F pendant 90 jours et 150 000F pendant 60 jours.

Solution : Intérêt total = $\frac{\sum C \cdot n}{D} = \frac{75.000 \cdot 80 + 90.000 \cdot 90 + 150.000 \cdot 60}{5.000} = 4.620$

Exercice 14 : un capital de 90 000 F est placé au taux 6% pendant n jours.

a. Calculez l'intérêt produit en fonction de n ($0 < n < 90$ jours)

b. Représentez graphiquement en fonction de n

Solution : Intérêt $I = \frac{90.000 \cdot 6 \cdot n}{36.000} = 15n$

Exercice 15 :

Une somme de 690 000 est divisée en trois capitaux en progression arithmétique de raison 15 000F.

1/ Calculez les trois capitaux

2/ Une personne place ces trois capitaux, le 1^{er} mars, à intérêts simples au taux 6%. Calculer la somme totale recueillie le 30 avril.

Solution : 215 000 ; 230 000 et 245 000 F. 2.-/ La somme recueillie = $\sum VA$

Exercice 16 :

Deux capitaux dans le rapport 2/3 sont tels que le triple du 2^{ième} dépasse le double du 1^{er} de 25 000F.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés au même taux, ont rapporté en 75 jours 375F. Calculer le taux.

Réponse : a. 10 000F et 15 000F **b.** 7,2%

Exercice 18 :

Deux capitaux dans le rapport 7 / 5 sont tels que le triple du 2^{ième} dépasse le 1^{er} dépasse de 8.000.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés le 15 mars, ont rapporté 1 056F, au taux de 6%. Déterminer l'échéance commune des deux capitaux.

Réponse : a. 56 000F et 40 000F **b.** le 20 mai.

Exercice 19 :

On fait un capital C en trois capitaux inversement proportionnels aux 2/3 ; 3/7 ; 4/5. Les trois capitaux, placés le 10 février au taux 9%, ont acquis ensemble 224 321,4F au 07 mai. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 64 800F ; 100 800F et 54 000F.

Exercice 20 :

Trois capitaux sont en progression géométrique croissantes tels que le 1^{er} et le dernier diffèrent de 26 250 F.

1.-/ Calculez les trois capitaux

2.-/ Une personne place, ces trois capitaux, le 1^{er} février, aux taux respectifs de 6% ; 8

% et t%. Au 01^{er} juillet elle constate que son placement a augmenté de 3937,5F. Calcule le taux t%.

Réponse : 1.-/ 21 000 ; 31 500 et 47 250 2.-/ 12%

Exercice 21 :

Un capital placé à 9% pendant une certaine durée (annuelle) a acquis une valeur de 17 400 F. placé à 10% pendant un an de moins ce même aurait fourni un intérêt de 4 800F. Calcule ce capital et la première durée de placement.

Réponse : $\rightarrow VA = C + \frac{C*9*N}{100} = 17\,400$ et $\rightarrow I = \frac{C*10*(N-1)}{100} = 4\,800$

On trouve n = 5 ans et C = 12 000 F.

Exercice 22 :

Une personne place les trois quarts d'un capital à 8% pendant 10 mois et le reste 10% pendant 8 mois. Le total des intérêts s'élève à 1 680 F.

Calculer le montant du capital.

A quel taux aurait-elle pu placer la totalité du capital pour obtenir 11680 F d'intérêt en 18 mois ?

Réponse : $\rightarrow$ on trouve C = 25 200 F et le taux = 4,44%

Exercice 23 :

Un capital de 10 000 F est placé à intérêt simple à 8% l'an. Un autre capital de montant 9 600, est placé à la même date, intérêt simple à 10%.

Déterminer au bout de combien de temps ces deux capitaux auront acquis la même valeur ?

Réponse : $n = 2,5$ ans ou 30 mois ou 900 jours

Exercice 24 :

Un capital de 80 000 F est placé à intérêt simple à un taux $t\%$. Au bout de 2 ans le prêteur retire capital et intérêt et replace le tout à intérêt simple à un taux $(t+2)\%$. Trois ans après ce nouveau placement le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 130 560F. Déterminer le taux t .

Réponse : on trouve taux $t = 10\%$.

Exercice 25 :

Un capital de 90 000 F est placé à intérêt simple à un taux $t\%$. Au bout de 3 ans le prêteur retire capital et intérêt et replace le tout à intérêt simple à un taux $(t+1)\%$. Cinq ans après (à compter de la date du premier placement) le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 131 688F. Déterminer le taux t .

Réponse : on trouve taux $t = 8\%$. 9% 111 600

Exercice 26 :

Deux capitaux dont le total est de 20 000 F sont placés : le 1^{er} à $t\%$ le second à $(t+1)\%$. Le revenu annuel du 1^{er} capital est de 1080 F et celui du second est de 800F. Calculer les deux capitaux et les deux taux.

Réponse : ➔ on trouve $t = 9\%$. Les deux capitaux sont : 12 000 F et 8 000 F.

Exercice 27 : Une personne place 30 000 F à $t\%$, déterminer en fonction de t la valeur acquise au bout d'un an de placement.

Le nouveau capital ainsi obtenu est placé à $(t+3)\%$ l'intérêt annuel est de 3 210F. Calculer le taux t .

Réponse : taux $t = 7\%$

Exercice 28 : Trois capitaux sont proportionnels aux nombres 2 ; 5 et 7 et placés à la Banque à intérêts simples :

- Premier au taux de 5% l'an, placé le 15 mars
- Deuxième au taux de 6% l'an, placé le 20 mars
- Troisième au taux de 7% l'an, placé le 31 mars.

Le solde du compte au 31 août serait de 1 036 214F.

Calcule les 3 capitaux.

Réponses : on trouve 144 000F 360 000F 504 000F

Exercice 29 : Trois capitaux sont en progression géométrique ; ils sont placés : le 1^{er} à $t\%$, le 2^{ème} à 4,5% et le 3^{ème} à 3%. Ces capitaux sont placés tous pendant la même durée n et les intérêts obtenus sont égaux.

1/ Calculer la raison de la progression géométrique et le taux du 1^{er} placement.

2/ Après 6 mois de placement, les trois capitaux ont produits une valeur acquise de 970 250F. Calculer ces capitaux.

Exercices sur les escomptes

Exercice 1: escompte à intérêt simple

Un commerçant négocie, le 20 mars, un effet de valeur nominale 500 000F à échéance le 30 juin, à la Banque au taux de 12% l'an.

Calculer l'escompte (commercial) supporté et la valeur actuelle commerciale.

Calculer l'escompte (rationnel) supporté et la valeur actuelle rationnelle.

Rép : 1.-) $E = 17\,000$ $a = V - E = 483\,000$; 2.-) $E' = 16\,441$ $a' = 483\,559$

Exercice 2: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale V à échéance le 12-09-N est escompté le 15-04-N au taux de 15%. L'escompte (commercial) supporté est de 45 000F.

Calculer la valeur nominale.

Rép : 720 000F

Exercice 3 : escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 840 000F à échéance le 15-11-N est escompté le 31-03-N.

L'escompte (commercial) supporté est de 48 090 F.

Calculer le taux d'escompte.

Rép : 9%.

Exercice 4 : escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 540 000F est escompté le 01^{er} mars N au taux de 12%. La somme perçue est de 523 800 F. Déterminer la date d'échéance.

Rép : 30-05-N.

Exercice 5 : escompte à intérêt simple

Un effet à échéance le 16 juin N est escompté le 22 février N au taux de 12%. La somme perçue est de 773 448 F. Calculer la valeur nominale.

Rép : 804 000 F.

Exercice 5 : escompte à intérêt simple

Un effet à échéance le 30 mai N est escompté le 1^{er} mars N au taux de 10%. La valeur actuelle rationnelle perçue est de 20 000 F. Calculer la valeur nominale.

Rép : 20 500 F.

Exercice 6 : escompte à intérêt simple

L'escompte supporté par un effet négocié à « n » jours avant son échéance au taux de 6% est de 6 060 F. S'il est négocié à 30 jours avant son échéance au taux 8%, l'escompte serait de 2 020 F. Calculer la valeur nominale et « n »

Rép : 303 000F et 120 jours

Exercice 7: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Solution : $\frac{120\,000 \times 7,2 \times (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \times 9 \times n}{36\,000} = 120$ on trouve $n = 60$ jrs

Exercice 8: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{120\,000 \cdot 7,2 \cdot (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000} = 120 \text{ on trouve } n = 60 \text{ jrs}$$

Exercice 9: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{180\,000 \cdot 7,2 \cdot n}{36\,000} - \frac{180\,000 \cdot 9 \cdot (n-20)}{36\,000} = 270 \text{ on trouve } n = 70 \text{ jrs}$$

Exercice 10:

Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t. Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux (t+1), l'escompte aurait augmenté de 525 F. Calculer t ?

Solution :
$$\frac{210\,000 \cdot t \cdot (90+30)}{36\,000} - \frac{210\,000 \cdot (t+1) \cdot 90}{36\,000} = 525 \text{ on trouve } t = 6 \%$$

Exercice 11: Un effet de commerce à 40 jours à courir. La somme $e + e' = 90,50$ et le produit $e \times e' = 2\,047,50$.

Déterminer la valeur nominale puis le taux de l'escompte.

Réponse : $e + e' = 90,50$ et $e \times e' = 2\,047,50$ on trouve $V = 4\,095$ F et taux = 10%

Exercice 12:

Les escomptes commercial et rationnel s'élèvent respectivement à 10,68 F et 10,58F. Quel est le taux qui a été utilisé pour les déterminer sachant que l'effet a encore 50 jours ?

Réponse : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \rightarrow$ on trouve $V = 1\,129,944$ F et taux = 6,81%

Exercice 13 : Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 14 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ? **Réponse : 2 400 F.**

Exercice 15: Un effet de valeur nominale V est escompté à 60 jours avant son échéance. Le rapport des deux escomptes (commercial et rationnel) est 1,012. Calculer le taux t ?

Réponse :
$$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t \cdot n}{36\,000} = 1,012 \rightarrow \text{taux} = 7,2\%$$