MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

+ corrigés

T. SCIENCES ÉCO



SEYDOU DIALLO

Promoteur de
S. Diallo académie

S DIALLO
ACADÉMIE

COURS DE SOUTIEN EN LIGNE AS 2022-2023
Discipline : Mathématiques Financières — **Série** : TS ECO
Enseignant : DIALLO Seydou — **Edition : 3**
TEL : (00223) 65 38 85 46 / 82 42 53 97 — **YouTube** : https://youtube.com/@T.SciencesEco



LES INTERETS SIMPLES

DEFINITIONS ET FORMULES

Définitions	Formules
Intérêts simples : Un intérêt I est dit simple lorsqu'il est payé en une seule fois et proportionnel à la durée du placement $\begin{cases} t: \text{ le taux d'intérêt}, \\ n: \text{la durée de placement}, \\ C: \text{le capital}, \\ k: \text{le sous période dans l'année}. \end{cases}$	Formule de base : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{k}$ **Si la durée de placement (n) est :** en année : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{1} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{100}}$ en mois : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{12} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{1200}}$ en jours : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{36\,000}}$ en trimestre : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{4} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{400}}$ en semestre : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{2} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{200}}$ en quinzaine : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{24} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{2400}}$ en quadrimestre : $I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{3} \Rightarrow \boldsymbol{I = \frac{C \times t \times n}{300}}$
La valeur acquise (Va) : La valeur acquise d'un capital placé est le capital augmenté de son intérêt.	$Va = C + I \Leftrightarrow \begin{cases} C = Va - I \\ I = Va - C \end{cases}$ On peut exprimer C en fonction de n, Va, et de t : $C = \frac{100Va}{100+tn}$ *ou* $\frac{1200Va}{1200+tn}$ *ou* $\frac{36\,000Va}{36\,000+tn}$
Intérêts post-comptés : Les intérêts sont dits post-comptés quand ils sont payés en fin de période. **Les intérêts précomptés :** Les intérêts sont dits précomptés quand ils sont payés en début de période. **Le taux effectif de placement (Tep):** On appelle taux effectif d'intérêt simple, le taux d'intérêt simple avec règlement des intérêts lors du remboursement du prêt. Le taux effectif (vu comme une opération à intérêt post compté) d'une opération à intérêt précompté est donc supérieur au taux d'intérêt annoncé.	**Intérêts précomptés :** L'emprunteur paiera les intérêts I au moment même du déblocage du capital. Il ne recevra donc en fait que $C - I$. Somme réellement reçue et est notée : $\boldsymbol{C' = C - I}$ **Le taux effectif de placement (Tep):** $\frac{C' \times Tep \times n}{100} = \frac{C \times t \times n}{100} \Rightarrow \boldsymbol{Tep = \frac{C \times t}{C'}}$ On peut aussi exprimer le Tep fonction de n et du taux t : $Tep = \frac{100 \times t}{100 - tn}$ *ou* $\frac{1200 \times t}{1200}$ *ou* $\frac{36\,000 \times t}{36\,000 - tn}$
Taux Moyen de Placement : C'est le taux unique résultant de l'ensemble des placements.	$\boldsymbol{Tm = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3} \Rightarrow Tm = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i}}$

DIALLO Seydou

Intérêt civil (I') – Intérêt commercial (I) : L'intérêt commercial et l'intérêt calculé sur la base de 360 jours et l'intérêt civil est l'intérêt calculé sur la base de 365 jours	$I = \frac{C \times t \times n}{36\,000}$; $I = \frac{C \times t \times n}{36\,500}$ $I' - I = \frac{I}{73} = \frac{I'}{72}$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

EXERCICE 1 : Un capital dont le montant est 2 929 500 F CFA est partagé en trois parts qui sont placées à des taux directement proportionnels aux nombres 2 ; 3 et 4. Le rapport de la première part à la seconde est $\frac{5}{3}$ et celui de la seconde à la troisième est $\frac{8}{51}$. L'intérêt total produit est 179 550 F CFA

1. Calculez les montants des trois parts sachant que leurs durées de placement sont respectivement 7 mois, 4 mois et 16 mois.
2. Déterminez les taux respectifs des trois placements

SOLUTION :

Soient C_1, C_2 et C_3 ces trois parts

(t_1, t_2, t_3) DP (2 ; 3 et 4) ; $\frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{3}$; $\frac{C_2}{C_3} = \frac{8}{51}$; $I_1 + I_2 + I_3 = 179\,550\ F\ CFA$

$n_1 = 7\ mois$; $n_2 = 4\ mois$; $n_3 = 16\ mois$; $C_1 + C_2 + C_3 = 2\,929\,500$

1. **Les trois parts sachant que leurs durées de placement sont respectivement 7 mois, 4 mois et 16 mois.**

$\frac{t_1}{2} = \frac{t_2}{3} = \frac{t_3}{4} = k \iff t_1 = 2k$; $t_2 = 3k$; $t_3 = 4k$

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{3} \implies C_1 = \frac{5C_2}{3}$; $\frac{C_2}{C_3} = \frac{8}{51} \implies C_3 = \frac{51C_2}{8}$

$C_1 + C_2 + C_3 = 2\,929\,500 \iff \left(\frac{5C_2}{3}\right) + C_2 + \left(\frac{51C_2}{8}\right) = 2\,929\,500$

$\frac{5C_2+3C_2}{3} + \frac{51C_2}{8} = 2\,929\,500 \iff \frac{8(5C_2+3C_2)+3(51C_2)}{3\times 8} = 2\,929\,500$

$217C_2 = 2\,929\,500 \times 24 \iff C_2 = \frac{2\,929\,500\times 24}{217} \implies \mathbf{C_2 = 324\,000\ F\ CFA}$

$C_3 = \frac{51C_2}{8} \iff C_3 = \frac{51\times 324\,000}{8} \implies \mathbf{C_3 = 2\,065\,500\ F\ CFA}$

$C_1 = \frac{5C_2}{3} \iff C_1 = \frac{5\times 324\,000}{3} \implies \mathbf{C_1 = 540\,000\ F\ CFA}$

2. **Les taux respectifs des trois placements**

$I_1 + I_2 + I_3 = 179\,550 \iff \frac{C_1\times t_1\times n_1}{1200} + \frac{C_2\times t_2\times n_2}{1200} + \frac{C_3\times t_3\times n_3}{1200} = 179\,550$

$\frac{C_1\times t_1\times n_1 + C_2\times t_2\times n_2 + C_3\times t_3\times n_3}{1200} = 179\,550$

$C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 = 179\,550 \times 1200$

$540\,000 \times 2k \times 7 + 324\,000 \times 3k \times 4 + 2\,065\,500 \times 4k \times 16 = 215\,460\,000$

$7\,560\,000k + 3\,888\,000k + 132\,192\,000k = 215\,460\,000$

$143\,640\,000k = 215\,460\,000 \iff k = \frac{215\,460\,000}{143\,640\,000} \implies k = 1{,}5$

$t_1 = 2k \iff t_1 = 2(1{,}5) \implies \mathbf{t_1 = 3\%}$

DIALLO Seydou

$t_2 = 3k \iff t_3 = 3(1{,}5) \implies \boldsymbol{t_2 = 4{,}5\%}$
$t_3 = 4k \iff t_3 = 4(1{,}5) \implies \boldsymbol{t_1 = 6\%}$

EXERCICE 2 :

A. Deux capitaux dans le rapport 5/7, sont tels qu'ils diffèrent de 6 000F.
   1. Calculez ces deux capitaux.
   2. Les deux capitaux, placés ensemble au taux de 8,1%, ont rapporté 283,5F au 24 juin. Déterminez la date de placement des deux capitaux.

B. On fait un capital C en trois capitaux inversement proportionnels aux nombres suivants : 2/3 ; 3/7 ; 4/5. Les trois capitaux, placés le 10 février au taux 9%, ont acquis ensemble 224 321,4F au 07 mai. Calculez les trois capitaux.

SOLUTION :

A. Soient $C_1 et\ C_2$ ces deux capitaux

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{7} \iff C_2 - C_1 = 6\,000\ F$

1. **Les deux capitaux.**

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{7} \iff C_2 = \frac{7C_1}{5} \implies C_2 = 1{,}4C_1$

$1{,}4C_1 - C_2 = 6\,000 \iff 0{,}4C_1 = 6000 \iff C_1 = \frac{6000}{0{,}4} \implies \boldsymbol{C_1 = 15\,000\ F\ CFA}$

$C_2 = 1{,}4C_1 \iff C_2 = 1{,}4(15\,000) \implies \boldsymbol{C_2 = 21\,000\ F\ CFA}$

2. **La date de placement des deux capitaux**

$I_1 + I_2 = 283{,}5\ F \iff \frac{C_1 \times t \times n}{36\,000} + \frac{C_2 \times t \times n}{36\,000} = 283{,}5$

$\frac{15\,000 \times 8{,}1 \times n}{36\,000} + \frac{21\,000 \times 8{,}1 \times n}{36\,000} = 283{,}5 \iff 3{,}375n + 4{,}725n = 283{,}5$

$8{,}1n = 283{,}5 \iff n = \frac{283{,}5}{8{,}1} \implies \boldsymbol{n = 35\ jours}$

Recherche de la date de placement (35 jours avant le 24 juin)
Mai : 31-11 =20 $\implies$ ***La date de placement est le 20 mai***
Juin =24

B. Soient C_1, C_2 et C_3 ces trois parts

(C_1, C_2, C_3) IP $\left(\frac{2}{3} ; \frac{3}{7} ; \frac{4}{5}\right)$; $Va_1 + Va_2 + Va_3 = 224\,321{,}4$; $t_1 = t_2 = t_3 = 9\%$

n : du 10/02 au 07/05 $\iff n = (28 - 10) + 31 + 30 + 7 \implies n = 86\ jours$

Les trois capitaux

$\frac{C_1}{\frac{3}{2}} = \frac{C_2}{\frac{7}{3}} = \frac{C_1}{\frac{5}{4}} = k \iff \frac{C_1}{3\times3\times4} = \frac{C_2}{7\times2\times4} = \frac{C_3}{2\times3\times5} = k \iff \frac{C_1}{36} = \frac{C_2}{56} = \frac{C_1}{30} = k$

$C_1 = 36k$; $C_2 = 56k$; $C_3 = 30k$

$Va_1 + Va_2 + Va_3 = 224\,321{,}4$

$\left(C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{36\,000}\right) + \left(C_1 + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36\,000}\right) + \left(C_1 + \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{36\,000}\right) = 224\,321{,}4$

$\left(36k + \frac{36k \times 9 \times 86}{36\,000}\right) + \left(56k + \frac{56k \times 9 \times 86}{36\,000}\right) + \left(30k + \frac{30k \times 9 \times 86}{36\,000}\right) = 224\,321{,}4$

$36{,}774k + 57{,}204k + 30{,}645k = 224\,321{,}4 \iff 124{,}623k = 224\,321{,}4$

DIALLO Seydou

$k = \frac{224\,321{,}4}{124{,}623} \Rightarrow k = 1\,800$

$C_1 = 36k \Leftrightarrow C_1 = 36(1\,800) \Rightarrow \boldsymbol{C_1 = 64\,800}$

$C_2 = 56k \Leftrightarrow C_2 = 56(1\,800) \Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 100\,800}$

$C_3 = 30k \Leftrightarrow C_3 = 30(1\,800) \Rightarrow \boldsymbol{C_3 = 54\,000}$

EXERCICE 3 : Un capital est partagé entre trois personnes :

- La première personne a reçu le tiers du capital ;
- La deuxième personne a reçu le quart du capital ;
- La troisième a reçu le cinquième du capital.

Après il est resté une somme de 26 000F.

1. Détermine le capital ;
2. Quelle est la part de chacune des trois personnes ?

SOLUTION :

Soient C_1, C_2 et C_3 ces trois parts

$C_1 = \frac{1}{3}C \;\; ; \; C_2 = \frac{1}{4}C \;\; ; \;\; C_3 = \frac{1}{5}C \; ; \;\; Reste = 26\,000\,F$

1. **Le capital**

$C = C_1 + C_2 + C_3 + Reste$

$C = \frac{1}{3}C + \frac{1}{4}C + \frac{1}{5}C + 26\,000 \Leftrightarrow C = \frac{4C+3C}{3\times4} + \frac{1}{5}C + 26\,000 \Leftrightarrow C = \frac{7C}{12} + \frac{1}{5}C + 26\,000$

$C = \frac{5\times7C+1\times12C}{12\times5} + 26\,000 \Leftrightarrow 60C = 47C + 26\,000 \times 60 \Leftrightarrow 13C = 1\,560\,000$

$C = \frac{1\,560\,000}{13} \Rightarrow \boldsymbol{C = 120\,000}$

2. **La part de chacune des trois personnes**

$C_1 = \frac{1}{3}C \Leftrightarrow C_1 = \frac{1}{3}(120\,000) \Rightarrow \boldsymbol{C_1 = 40\,000}$

$C_2 = \frac{1}{5}C \Leftrightarrow C_2 = \frac{1}{4}(120\,000) \Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 30\,000}$

$C_3 = \frac{1}{3}C \Leftrightarrow C_3 = \frac{1}{5}(120\,000) \Rightarrow \boldsymbol{C_3 = 24\,000}$

EXERCICE 4 : Un capital est partagé en trois parts dont les montants sont en progression géométrique. La somme des trois parts s'élève à 182 000 F et le rapport de la première part à la deuxième part est 5/6. On place ces trois parts à des taux respectifs t_1, t_2, t_3 en progression géométrique dont la somme est 24,4%. Les intérêts produits par les deux premières parts après 72 jours de placement sont directement proportionnels aux nombres 100 et 96. Calculez:

1. Les trois parts.
2. Les trois taux.
3. Et le taux moyen auquel le capital a-t-il été placé ?

Avec $n_1 = n_2 = n_3$

SOLUTION :

Soient C_1, C_2, C_3 ces trois parts en PG et t_1, t_2, t_3 les trois taux en PG

$C_1 + C_2 + C_3 = 182\,000 \;\; ; \;\; \frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{6} \;\; ; \;\; t_1 + t_2 + t_3 = 24{,}4\% \;\; ;$ si $n_1 = n_2$ alors $\frac{I_1}{100} = \frac{I_2}{96}$

DIALLO Seydou



1. Les trois parts.

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{C_1}{C_1 q} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 6C_1 = 5C_1 q \Leftrightarrow 6 = 5q \Leftrightarrow q = \frac{6}{5} \Rightarrow q = 1{,}2$

$C_1 + C_2 + C_3 = 182\,000 \Leftrightarrow C_1 + C_1 q + C_1 q^2 = 182\,000 \Leftrightarrow C_1(1 + q + q^2) = 182\,000$

$C_1(1 + 1{,}2 + 1{,}2^2) = 182\,000 \Leftrightarrow 3{,}64C_1 = 182\,000 \Leftrightarrow C_1 = \frac{182\,000}{3{,}64}$

$\boldsymbol{C_1 = 50\,000\ F}$

$C_2 = C_1 q \Leftrightarrow C_2 = 50\,000(1{,}2) \Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 60\,000}$

$C_3 = C_1 q^2 \Leftrightarrow C_3 = 50\,000(1{,}2)^2 \Rightarrow \boldsymbol{C_3 = 72\,000}$

2. Les trois taux.

$\frac{I_1}{100} = \frac{I_2}{96} \Leftrightarrow 96I_1 = 100I_2 \Leftrightarrow 96\left(\frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{36\,000}\right) = 100\left(\frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36\,000}\right)$

$96(C_1 \times t_1 \times n_1) = 100(C_2 \times t_2 \times n_2) \Leftrightarrow 96(50\,000 \times t_1 \times 72) = 100(60\,000 \times t_2 \times 72)$

$345\,600\,000t_1 = 432\,000\,000t_2 \Leftrightarrow 345\,600\,000t_1 = 432\,000\,000t_1 \times q$

$q = \frac{345\,600\,000}{432\,000\,000} \Rightarrow q = 0{,}8$

$t_1 + t_2 + t_3 = 24{,}4\% \Leftrightarrow t_1 + t_1 q + t_1 q^2 = 24{,}4\% \Leftrightarrow t_1(1 + q + q^2) = 24{,}4\%$

$t_1(1 + q + q^2) = 24{,}4\% \Leftrightarrow t_1(1 + 0{,}8 + 0{,}8^2) = 24{,}4\% \Leftrightarrow 2{,}44t_1 = 24{,}4\%$

$t_1 = \frac{24{,}4\%}{2{,}44} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 10\%}$

$t_2 = t_1 q \Leftrightarrow t_2 = 10\%(0{,}8) \Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 8\%}$

$t_3 = t_1 q^2 \Leftrightarrow t_3 = 10\%(0{,}8)^2 \Rightarrow \boldsymbol{t_3 = 6{,}4\%}$

3. Le taux moyen auquel le capital a-t-il été placé ? (Avec $n_1 = n_2 = n_3$)

$\boldsymbol{Tm} = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3} \Leftrightarrow \boldsymbol{Tm} = \frac{50\,000 \times 10 \times n + 60\,000 \times 8 \times n + 72\,000 \times 6{,}4 \times n}{50\,000 \times n + 60\,000 \times n + 72\,000 \times n}$

$\boldsymbol{Tm} = \frac{1\,440\,800n}{182\,000n} \Rightarrow \boldsymbol{Tm = 7{,}9164\ldots\%}$

EXERCICE 5 : Deux capitaux dont la somme s'élève à 150 000 F sont placés : le 1er à t% et le second à (t-1)%. L'intérêt annuel du premier capital étant de 5 400 F et celui du second est de 7 200 F.

1) Exprimer en fonction de t les deux capitaux.
2) Calculer les deux taux puis les deux capitaux.

SOLUTION :

Soient $C_1 et\ C_2$ ces deux capitaux

$C_1 + C_2 = 150\,000 \ ; \ t_1 = t\% \ ; \ t_1 = (t-1)\% \ ; I_1 = 5\,400\ F \ ; \ I_2 = 7\,200\ F$

1) Les deux capitaux en fonction de t

$I_1 = 5\,400\ F \Leftrightarrow \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} = 5\,400 \Leftrightarrow \frac{C_1 \times t}{100} = 5\,400 \Rightarrow \boldsymbol{C_1 = \frac{540\,000}{t}}$

$I_2 = 7\,200\ F \Leftrightarrow \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{100} = 7\,200 \Leftrightarrow \frac{C_2 \times (t-1)}{100} = 7\,200 \Rightarrow \boldsymbol{C_1 = \frac{720\,000}{(t-1)}}$

2) Les deux taux et les deux capitaux

$C_1 + C_2 = 150\,000 \Leftrightarrow \frac{540\,000}{t} + \frac{720\,000}{(t-1)} = 150\,000$

$\frac{540\,000t - 540\,000 + 720\,000t}{t(t-1)} = 150\,000 \Leftrightarrow 1\,260\,000t - 540\,000 = 150\,000t^2 - 150\,000t$

DIALLO Seydou

$150\,000t^2 - 1\,410\,000t + 540\,0000 = 0 \iff \triangle = b^2 - 4ac$

$\triangle = (-1\,410\,000)^2 - 4(150\,000)(540\,0000) \iff \triangle = 1\,664\,100\,000$

$\sqrt{\Delta} = 1\,290\,000$

$t = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \iff t = \frac{-(-1\,410\,000)-1\,290\,000}{2(150\,000)} \implies t = 0{,}4$ *à rejeter*

$t' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \iff t' = \frac{-(-1\,410\,000)+1\,290\,000}{2(150\,000)} \implies t' = 9$ *à recevoir*

$\boldsymbol{t = 9\% \implies t_1 = 9\%}$; $t_2 = (9-1) \implies \boldsymbol{t_2 = 8\%}$

$C_1 = \frac{540\,000}{t} \iff C_1 = \frac{540\,000}{9} \implies \boldsymbol{C_1 = 60\,000\ F}$

$C_2 = \frac{720\,000}{(t-1)} \iff C_2 = \frac{720\,000}{8} \implies \boldsymbol{C_2 = 90\,000\ F}$

EXERCICE 6 : Un héritage est partagé en trois capitaux et placés dans les conditions suivantes : la moitié de cet héritage est placé à 7% pendant 18 mois ; les 3/5 du reste sont placés à 5% pendant 15 mois et le reste final soit 160 000F à 4% pendant un temps n en mois. Ces différents placements ont rapportés un intérêt total de 60 200F.

1) Calculer le montant de cet héritage.
2) En déduire les montants des deux autres capitaux placés.
3) Quelle était la durée du troisième placement.

SOLUTION :

Soient C_1, C_2, C_3 ces trois capitaux et H le montant de l'héritage

$C_1 = \frac{1}{2}H$; $n_1 = 18\ mois$; $t_1 = 7\%$

$C_2 = \frac{3}{5}Reste$; $n_2 = 15\ mois$; $t_2 = 5\%$

$C_3 = 160\,000\ F$; $n_3 = n\ mois$; $t_3 = 4\%$; $I_1 + I_2 + I_3 = 60\,200\ F$

1) Le montant de cet héritage

$C_2 = \frac{3}{5}Reste \iff Reste = H - C_1 \iff Reste = H - \frac{1}{2}H \iff Reste = \frac{2H-H}{2}$

$Reste = \frac{1}{2}H \iff C_2 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}H \implies C_2 = \frac{3}{10}H$

$C_1 + C_2 + C_3 = H \iff \frac{1}{2}H + \frac{3}{10}H + 160\,000 = H \iff \frac{10H+6H}{20} + 160\,000 = H$

$16H + 3\,200\,000 = 20H \iff 20H - 16H = 3\,200\,000 \iff H = \frac{3\,200\,000}{4}$

$\boldsymbol{H = 800\,000\ F}$

2) Les deux autres capitaux placés

$C_1 = \frac{1}{2}H \iff C_1 = \frac{1}{2}(800\,000) \implies \boldsymbol{C_1 = 400\,000\ F}$

$C_2 = \frac{3}{10}H \iff C_2 = \frac{3}{10}(800\,000) \implies \boldsymbol{C_2 = 240\,000}$

3) La durée du troisième placement

$I_1 + I_2 + I_3 = 60\,200\ F \iff \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{1200} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{1200} + \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{1200} = 60\,200$

$\frac{400\,000 \times 7 \times 18}{1200} + \frac{240\,000 \times 5 \times 15}{1200} + \frac{160\,000 \times 4 \times n}{1200} = 60\,200 \iff 57\,000 + 533{,}3n = 60\,200$

$n = \frac{3\,200}{533{,}3} \implies \boldsymbol{n = 6\ mois}$

DIALLO Seydou

EXERCCICE 7 : Trois capitaux en progression arithmétique sont placés pendant 2 ans à 11% et ont produit un intérêt total de 13.860F. Le 1er capital est inférieur au 3ème de 2.400F. Calculer :

1) La raison de la progression arithmétique.
2) Le montant de chacun des capitaux

SOLUTION :

Soient C_1, C_2, C_3 ces trois capitaux en progression arithmétique.

$I_1 + I_2 + I_3 = 13\,860\ F \quad ; \quad C_3 - C_1 = 2\,400\ F \quad ; \quad t = 11\% \quad ; \quad n = 2\ ans.$

1) La raison de la progression arithmétique.

$C_3 - C_1 = 2\,400 \quad \Leftrightarrow \quad (C_1 + 2r) - C_1 = 2\,400 \quad \Leftrightarrow \quad 2r = 2\,400$

$r = \frac{2\,400}{2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{r = 1\,200}$

2) Le montant de chacun des capitaux

$I_1 + I_2 + I_3 = 13\,860\ F \quad \Leftrightarrow \quad \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{1200} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{1200} + \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{1200} = 13\,860$

$\frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{100} + \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{100} = 13\,860 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{C_1 \times 11 \times 2}{100} + \frac{C_2 \times 11 \times 2}{100} + \frac{C_3 \times 11 \times 2}{100} = 13\,860$

$0{,}22C_1 + 0{,}22C_2 + 0{,}22C_3 = 13\,860 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}22C_1 + 0{,}22(C_1 + r) + 0{,}22(C_1 + 2r) = 13\,860$

$0{,}22C_1 + 0{,}22C_1 + 0{,}22r + 0{,}22C_1 + 0{,}44r = 13\,860 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}66C_1 + 0{,}66r = 13\,860$

$0{,}66C_1 + 0{,}66(1\,200) = 13\,860 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}66C_1 = 13\,860 - 792 \quad \Leftrightarrow \quad C_1 = \frac{13\,068}{0{,}66}$

$\boldsymbol{C_1 = 19\,800\ F}$

$C_2 = C_1 + r \quad \Leftrightarrow \quad C_2 = 19\,800 + (1\,200) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C_2 = 21\,000\ F}$

$C_3 = C_1 + 2r \quad \Leftrightarrow \quad C_3 = 19\,800 + 2(1\,200) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C_3 = 22\,200\ F}$

EXERCICE 8 : Un prêt de 30.000F est consenti à un taux $t\%$. Au bout de 4 mois l'emprunteur rembourse à son prêteur 12.000F de capital ; somme que le prêteur replace immédiatement à 9%. Au bout d'un an (*à partir de l'opération initiale*) le prêteur se voit verser l'ensemble de son capital et intérêt et constate que ce capital a été finalement placé à un taux moyen égale à $(t - 0{,}8)\%$.

1) Calculer t ?
2) Quelle somme totale le prêteur aura-t-il reçue au bout d'un an

SOLUTION :

À CHERCHER

EXERCICE 9 : Deux capitaux dont la somme totale est 16 800F sont placés pendant un an à des taux respectifs qui diffèrent de 0,40 *(les taux sont donnés pour 100).* L'intérêt total est 1651,20F. Si le premier capital avait été placé au taux du second et le second capital au taux du premier, l'intérêt annuel aurait été de 1641,60F. Calculer les deux capitaux et les deux taux

SOLUTION :

À CHERCHER

DIALLO Seydou

INTERETS SIMPLES

EXERCICES D'APPLICATIONS :

EXERCICE 1 : Un capital est partagé en trois parts dont les montants sont en progression géométrique. La somme des trois parts s'élève à 182 000 F et le rapport de la première part à la deuxième part est 5/6. On place ces trois parts à des taux respectifs t_1, t_2, t_3 en progression géométrique dont la somme est 24,4%. Les intérêts produits par les deux premières parts après 72 jours de placement sont directement proportionnels aux nombres 100 et 96. Calculer :

1. Les trois parts et les trois taux ;
2. Le taux moyen auquel le capital a-t-il été placé ? (Avec $n_1 = n_2 = n_3$).

EXERCICE 2 : Trois capitaux ont rapportés en un an 13.680F, leur somme donne 324.000F. Le troisième est le double du deuxième. Les intérêts sont proportionnels à 48 ; 32 et 72. Le taux est le même pour les deux premiers capitaux.
Calculer les capitaux et les taux.

EXERCICE 3 : Trois capitaux en progression géométrique décroissante ont pour somme 244.000F. La différence entre le premier capital et le troisième est de 36.000 F. Ces capitaux ont rapportés un intérêt total de 2.340F dans les conditions suivantes : le premier capital est placé à 3,6% pendant n jours, le deuxième à 6% pendant 60 jours ; le troisième à 7,2% pendant 50 jours.

1. Calculer la raison de cette progression géométrique et la valeur de chacun de ces capitaux ;
2. Déterminer la durée de placement du premier capital ainsi que sa valeur acquise.

EXERCICE 3 : Deux capitaux dont la somme est 500.000F sont placés : le premier au taux de t% et le deuxième au taux de (t+1)%. Le revenu annuel du premier capital est 8.000F celui du deuxième capital est 15.000F. a) Calculer les deux taux et les deux capitaux. b) Au bout de combien d'année la différence entre les valeurs acquises de ces capitaux placés à la même date sera-telle égale à 135.000F ?

EXERCICE 4 : Un capital de 80.000F est placé à intérêts simples à un taux t%, au bout de 2 ans le préteur retire, capital et intérêt et place le tout à intérêts simples au taux de (t+2)%, 3 ans après ce nouveau placement le préteur dispose capital et intérêts réunis de 130.560F. Calculer le taux t.

EXERCICE 5 : Un capital placé à 9% pendant une durée n a produit une valeur acquise de 174.000F. Placé à 10% pendant un an de moins, ce même capital aurait fourni un intérêt de 48.000F. Calculer ce capital et la durée n.

EXERCICE 6 : Trois capitaux en progression arithmétique sont placés pendant 2 ans à 11% et ont produit un intérêt total de 13.860F. Le premier capital est inférieur au troisième de 2.400F. Calculer la raison de la progression arithmétique et le montant de chacun des capitaux.

EXERCICE 7 : Deux capitaux sont proportionnels à 6 et 48 leur somme est 1.728.000F. Quels sont ces deux capitaux ? Le premier capital est placé au taux de 4%, 4 mois après le 2ème capital est placé à 6%. Au bout de combien de temps (en année) les intérêts produits par ces deux capitaux auront-ils la même valeur ?

EXERCICE 8 : Un capital de 51.000F est partagé en 3 parts dont les montants sont en progression arithmétique. La première part étant égale au 7/10 de la 3ème ; calculer les trois parts ? Ces parts ont été placées à des taux respectifs t1 ; t2 ; t3 en progression géométrique décroissante dont la somme est 36,4. Les revenus annuels des deux premières parts sont directement proportionnels aux nombres 84 et 85. Calculer les trois de placements ?

EXERCICE 9 : Deux capitaux dont la somme totale est 16.800F sont placés pendant un an à des taux respectifs qui diffèrent de 0,40 (les taux sont donnés pour 100). L'intérêt total est 1651,20F. Si le premier capital avait été placé au taux du second et le second capital au taux du premier, l'intérêt annuel aurait été de 1641,60F. Calculer les deux capitaux et les deux taux.

EXERCICE 10 : Un prêt de 30.000F est consenti à un taux t%. Au bout de 4 mois l'emprunteur rembourse à son prêteur 12.000F de capital ; somme que le prêteur replace immédiatement à 9%. Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale) le prêteur se voit verser l'ensemble de son capital et intérêt et constate que ce capital a été finalement placé à un taux moyen égale à (t-0,8)%.

1. Calculer t ?
2. Quelle somme totale le prêteur aurait-il reçue au bout d'un an ?



L'ESCOMPTE À INTERETS SIMPLES

DEFINITIONS ET FORMULES :

Définitions	Formules
L'escompte commercial ou en dehors : L'escompte commercial d'un effet est l'intérêt simple (*retenu pour le client*) calculé sur la valeur nominale depuis le jour de la négociation d'un effet jusqu'au jours de l'échéance. $\begin{cases} V = valeur\ nominale\ de\ l'effet; \\ a = valeur\ actuelle\ commerciale; \\ e = escompte\ commercial\ ; \\ t = taux\ pour\ 100\ F; \\ n = nombre\ de\ jours\ à\ courir\ avant\ l'échéance \end{cases}$	$\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{36\,000}}$ Si la durée de placement (n) est en jour $\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{1\,200}}$ Si la durée de placement (n) est en mois $\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{100}}$ Si la durée de placement (n) est en année $\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{400}}$ Si la durée de placement (n) est en trimestre $\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{200}}$ Si la durée de placement (n) est en semestre $\boldsymbol{e = \frac{v \times t \times n}{2\,400}}$ Si la durée de placement (n) est en quinzaine Avec diviseur fixe où $\boldsymbol{D = \frac{36\,000}{t}}$ on a aussi $\boldsymbol{e = \frac{Vn}{D}}$
La valeur actuelle commerciale : La valeur actuelle est la valeur à laquelle se négocie, aujourd'hui l'effet, c'est-à-dire la valeur par laquelle l'effet est remplacé. La valeur actuelle, notée a, d'un effet négocié est égale à sa valeur nominale diminuée du montant de l'escompte.	$a = V - e \quad \Leftrightarrow \quad a = V - \frac{Vn}{D} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{VD - Vn}{D}$ $\boldsymbol{a = \frac{V(D-n)}{D}}$ Ou $\boldsymbol{a = V\left(1 - \frac{n}{D}\right)}$ $\boldsymbol{V = a + e}$ Ou $\boldsymbol{V = \frac{36000 \times a}{36000 - tn}}$ Ou $\boldsymbol{V = \frac{D \times a}{D - n}}$
Escompte Rationnel ou en dedans : L'escompte rationnel ou en dedans d'un effet est la retenue calculée sur la valeur actuelle. $\begin{cases} V = valeur\ nominale\ ; \\ a' = valeur\ actuelle\ rationnelle; \\ e' = escomte\ rationnelle. \end{cases}$	$\boldsymbol{e' = \frac{V \times t \times n}{36\,000 + tn}}$; $\boldsymbol{e' = \frac{a' \times t \times n}{36\,000}}$ $\boldsymbol{e' = \frac{Vn}{D+n}}$; $\boldsymbol{e' = \frac{a'n}{D}}$ **avec** $\boldsymbol{D = \frac{36\,000}{t}}$
La valeur actuelle rationnelle : La valeur actuelle rationnelle est la valeur nominale de l'effet diminué de l'escompte rationnel.	$\boldsymbol{a' = V - e'} \quad \Leftrightarrow \quad a' = V - \frac{Vn}{D+n} \quad \Leftrightarrow \quad a' = \frac{VD + Vn - Vn}{D+n}$ $\boldsymbol{a' = \frac{VD}{D+n}}$; $\boldsymbol{a' = \frac{36\,000V}{36\,000 + tn}}$
Relation entre l'escompte commercial et escompte rationnel :	**Différence entre e et e' :** $\boldsymbol{e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)} = \frac{e \times n}{D+n} = \frac{e' \times n}{D}}$ Conséquence : $\boldsymbol{\frac{e \times n}{D+n} = \frac{e \times n}{D} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e}{D+n} = \frac{e'}{D}}$ **Rapport des escomptes e et e' :** *Lorsque le rapport est* > 1 : $\boldsymbol{\frac{e}{e'} = \frac{D+n}{D}}$ *Lorsque le rapport est* < 1 : $\boldsymbol{\frac{e'}{e} = \frac{D}{D+n}}$ **La différence de l'inverse de e' et de e :** $\boldsymbol{\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{D+n}{Vn} - \frac{D}{Vn} = \frac{n}{Vn} = \frac{1}{V}}$ $\boldsymbol{\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e - e'}{e \times e'} = \frac{1}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{e \times e'}{e - e'}}$
Échéance commune : L'échéance commune consiste à poser l'équivalence d'un effet avec un groupe d'effets. L'échéance commune est la date d'échéance (ou le nombre de jours à courir) de l'effet unique équivalent à un ensemble d'effets.	$V(D-n) = V_1(D-n_1) + V_2(D-n_2) + \cdots + V_k(D-n_k)$ $V(36000 - tn) = V_1(36000 - tn_1) + V_2(36000 - tn_2) + V_3(36000 - tn_3) + \cdots + V_k(36000 - tn_k)$

DIALLO Seydou



Échéance moyenne : L'échéance moyenne est le cas particulier de l'échéance commune où la valeur de l'effet unique est égale à la somme de valeurs nominales des effets à remplacer.	$N = \frac{V_1n_1+V_2n_2+V_3n_3+\cdots V_kn_k}{V_1+V_2+V_3+\cdots+V_k}$
Commissions d'endossement : Les banques en réescomptant à la banque centrale une partie des effets qu'elles escomptent	$Endos = \frac{V\times t'\times n}{36\,000}$
Autres commissions : Ce sont les commissions qui se calculent en pourcentage généralement sur la valeur nominale, elles sont alors indépendantes du temps il peut s'agir : *les commissions de bordereau ; les commissions d'encaissement et des commissions fixes.*	$Commission = \frac{V\times k}{100}\ ou \frac{V\times k}{1000}$
La banque récupère la taxe qu'elle reverse au trésor. Elle prélève donc au total **l'agio hors taxes** plus la taxe c'est-à-dire **l'agio toutes taxes comprises** (Agio TTC). En définitive elle remet au client **la valeur nette escomptée** (VNE). *Lorsque les effets atteignent trois, on établit un bordereau d'escompte.* **Le bordereau d'escompte** est un document qui résume l'ensemble d'effets remis à l'escompte par ordre des dates.	$Agio\ HT = Escomptes + commissions$ $TAF = \frac{Agio\ HT\times taux\ de\ TAF}{100}$ $Agio\ TTC = Agio\ HT + TAF$ $VNE = Valeur\ nominale - Agio\ TTC$
Taux réel d'escompte : C'est un taux unique T qu'il faut appliquer à la valeur nominale pendant la durée de l'effet pour obtenir un escompte égal à l'agio hors taxes.	$Agio\ HT = \frac{V\times T\times n}{36\,000} \Rightarrow Tr = \frac{36\,000\times Agio\ HT}{V\times n}$ $T = t + t' + \frac{360K}{n} + \frac{36\ 000F}{Vn}$
Taux de placement du banquier : Dans l'opération d'escompte, l'intérêt prélevé par le banquier est égal à l'agio hors taxes. Pour obtenir cet intérêt, le banquier a prêté la valeur nominale moins l'agio HT. Le taux auquel il faut placer cette valeur prêtée pendant la durée de l'effet pour obtenir un intérêt égal à l'agio HT est appelé taux de placement du banquier.	$Tp = \frac{36\,000\times Agio\ HT}{(V-Agio\ HT)\times n}$
Taux de revient de l'opération d'escompte : Le client perçoit la valeur nette escomptée : Valeur nominale moins agio TTC. Pour obtenir cette somme, il a payé l'agio TTC. Le taux auquel il faut placer la somme perçue par le client (VNE) pendant la durée de l'effet pour obtenir un escompte égal au coût de revient et appelé taux de revient.	$Tr = \frac{36\,000\times Agio\ TTC}{(V-Agio\ TTC)\times n}$

DIALLO Seydou



EXERCICES D'APPLICATIONS :

EXERCICE 1 :

A. La valeur actuelle rationnelle d'un effet de 1 221 F est 1 209,90 F. calculez sa valeur actuelle commerciale.
B. Déterminez la date d'échéance d'un effet de 75 150 F sachant que si l'on escompte à 3% le 30 juin, on retient 0,30 de plus par la méthode commerciale que par la méthode rationnelle.
C. On escompte au même taux deux effets l'un de 48 000 F à 72 jours et l'autre de 50 000 F à 90 jours. La valeur actuelle du deuxième surpasse celle du premier de 1 826 F. Quel est le taux de l'escompte.

SOLUTION :

A. Soient a' et a, la valeur actuelle rationnelle et la valeur actuelle commerciale.

$V = 1\,221\ F$; a'$= 1\,209{,}90\ F$

Calcul de la valeur actuelle commerciale.

$a' = V - e' \iff 1\,209{,}90 = 1\,221 - e' \iff -e' = 1\,209{,}90 - 1\,221 \implies \boldsymbol{e' = 11{,}10\ F}$

$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \iff \frac{1}{11{,}10} - \frac{1}{e} = \frac{1}{1\,221} \iff \frac{e-11{,}10}{11{,}10e} = \frac{1}{1\,221}$

$1\,221(e - 11{,}10) = 11{,}10e \iff 1\,221e - 13\,553{,}1 = 11{,}10e$

$1\,209{,}9e = 13\,553{,}1 \iff e = \frac{13\,553{,}1}{1\,209{,}9} \implies \boldsymbol{e = 11{,}20F}$

$a = V - e \iff a = 1\,221 - 11{,}20 \implies \boxed{\boldsymbol{a = 1\,209{,}80\ F}}$

B. Calcul de la date d'échéance

$\boldsymbol{e - e' = 0{,}30}$; $V = 75\,150\ F$; $t = 3\%$; Date d'escompte : 30 juin

$e - e' = 0{,}30 \iff \frac{Vn^2}{D(D+n)} = 0{,}30 \iff \frac{75\,150 \times n^2}{12\,000(12\,000+n)} = 0{,}30$

$75\,150n^2 = (12\,000^2 + 12\,000n) \times 0{,}30 \iff 75\,150n^2 = 43\,200\,000 + 3\,600n$

$75\,150n^2 - 3\,600n - 43\,200\,000 = 0$

$a = 75\,150$; $b = -3\,600$; $c = -43\,200\,000$

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \iff \Delta = (-3\,600)^2 - 4(75\,150)(-43\,200\,0000)$

$\Delta = 12\,985\,932\,960\,000 \implies \sqrt{\Delta} = \boldsymbol{3\,603\,600}$

$n' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \iff n' = \frac{-(-3\,600)-3\,603\,600}{2\times 75\,150} \implies n' = -23{,}395\,209 \ldots$ *à rejeter*

$n'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \iff n'' = \frac{-(-3\,600)+3\,603\,600}{2\times 75\,150} \implies n'' = 24\ jours$ *à recevoir*

$\boxed{\boldsymbol{n = 24\ jours}}$ ***soit 24 jours après le 30 juin.***

Juin : $30 - 30 = 0$

Juillet : $= 24 \implies$ ***La date d'échéance est le 24 juillet***

C. Calcul du taux d'escompte.

$V_1 = 48\,000$; $n_1 = 72\ jours$; $V_2 = 50\,000$; $n_2 = 90\ jours$ $a_2 - a_1 = 1\,826.$

$a_2 - a_1 = 1\,826 \iff \frac{V_2(D-n_2)}{D} - \frac{V_1(D-n_1)}{D} = 1\,826 \iff \frac{50\,000(D-90)}{D} - \frac{48\,000(D-72)}{D} = 1\,826$

$\frac{50\,000D - 4\,500\,000 - 48\,000D + 3\,456\,000}{D} = 1\,826 \iff 2\,000D - 1\,044\,000 = 1\,826\,D$

$2\,000D - 1\,826D = 1\,044\,000 \iff 174D = 1\,044\,000 \iff D = \frac{1\,044\,000}{174}$

$\boldsymbol{D = 6\,000} \iff \frac{36\,000}{t} = 6\,000 \iff t = \frac{36\,000}{6\,000} \implies \boxed{\boldsymbol{t = 6\%}}$

DIALLO Seydou



EXERCICE 2 :

Une remise à l'escompte effectuée le 30 avril comprend trois effets dont le total des valeurs nominales s'élève à 19 800 F. L'escompte, calculé au taux de 12% s'élève pour cette remise à 430,50 F ; dont 156 F pour le deuxième effet. Les escomptes des 1er et 2ème effet sont dans le rapport $\frac{3}{4}$. Sachant que l'échéance du 1er effet est le 29 juin et celle du 3ème est le 9 juillet. On demande de calculer :

1. Les escomptes relatifs au 1er et du 3ème effet.
2. Les valeurs nominales.
3. L'échéance du 2ème effet.

SOLUTION :

Soient V_1 ; V_2 et V_3 ; les trois valeurs nominales.

$V_1 + V_2 + V_3 = 19\,800$; $t_1 = t_2 = t_3 = t = 12\%$; $e_1 + e_2 + e_3 = 430{,}50$; $e_2 = 156$; $\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{4}$

Date de remis à l'escompte : le 30 avril ; échéance 1 : le 29 juin ; échéance 3 : 9 juillet

1. **Calcul des escomptes du 1er et du 3ème effet.**

$\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{4} \iff \frac{e_1}{156} = \frac{3}{4} \iff 4e_1 = 3 \times 156 \iff e_1 = \frac{3\times156}{4} \implies \boxed{e_1 = 117\ F}$

$e_1 + e_2 + e_3 = 430{,}50 \iff 117 + 156 + e_3 = 430{,}50 \iff e_3 = 430{,}50 - 273$

$\boxed{e_3 = 157{,}5\ F}$

2. **Calcul des valeurs nominales.**

$n_1 = (30 - 30) + 31 + 29 \implies n_1 = 60\ jours$

$n_3 = (30 - 30) + 31 + 30 + 9 \implies n_3 = 70\ jours$

$e_1 = 117 \iff \frac{V_1\times t_1\times n_1}{36\,000} = 117 \iff \frac{V_1\times12\times60}{36\,000} = 117 \iff 0{,}02V_1 = 117 \iff V_1 = \frac{117}{0{,}02}$

$\boxed{V_1 = 5\,850\ F}$

$e_3 = 157{,}5 \iff \frac{V_3\times t_3\times n_3}{36\,000} = 157{,}5 \iff \frac{V_3\times12\times70}{36\,000} = 157{,}5 \iff 840V_3 = 5\,670\,00$

$\boxed{V_3 = 6\,750\ F}$

$V_1 + V_2 + V_3 = 19\,800 \iff 5\,850 + V_2 + 6\,750 = 19\,800 \iff V_2 = 19\,800 - 12\,600$

$\boxed{V_2 = 7\,200\ F}$

3. **L'échéance du 2ème effet.**

$e_2 = 156 \iff \frac{V_2\times t_2\times n_2}{36\,000} = 156 \iff \frac{7\,200\times12\times n_2}{36\,000} = 156 \iff 2{,}4n_2 = 156 \implies n_2 = \frac{156}{2{,}4}$

$\boxed{n_2 = 65\ jours}$ ***soit 65 jours après le 30 avril***

$Avril : 30 - 30 = 0$

$Mai = 31$

$Juin = 30$

$Juillet = 4 \implies$ ***La date d'échéance est le 4 juillet***

EXERCICE 3 :

Une traite à échéance le 30/06 a été remise à l'escompte du 19/05 au taux de 9,2%, autre traite de même échéance a été négociée le 02/06 au taux de 9,5%. Si on intervertit les deux d'escompte, le total des valeurs actuelles demeure inchangé. Calculez les valeurs nominales respectives des deux effets sachant que leur total est de 85 000 F.

DIALLO Seydou

SOLUTION :

Soient V_1 et V_2 les deux valeurs nominales

$V_1 + V_2 = 85\,000$; n_1: (*du 19 mai au 30 juin*) ; n_2: (*du 02 juin au 30 juin*)

$t_1 = 9{,}2\%$; $t_2 = 9{,}5\%$; Si $t_1 = 9{,}5\%$ et $t_2 = 9{,}2\%$ alors $a_1 + a_2 = a_1'' + a_2''$

Calcul des valeurs nominales.

$n_1 = (31 - 19) + 30 \Rightarrow \boldsymbol{n_1 = 42\ jours}$; $n_2 = 30 - 2 \Rightarrow \boldsymbol{n_2 = 28\ jours}$

Si $t_1 = 9{,}5\%$ et $t_2 = 9{,}2\%$ alors $a_1 + a_2 = a_1'' + a_2''$

$a_1 + a_2 = a_1'' + a_2'' \Leftrightarrow \left(V_1 - \frac{V_1 \times t_1 \times n_1}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \times t_2 \times n_2}{36\,000}\right) = \left(V_1 - \frac{V_1 \times t_1 \times n_1}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \times t_2 \times n_2}{36\,000}\right)$

$\left(V_1 - \frac{V_1 \times 9{,}2 \times 42}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \times 9{,}5 \times 28}{36\,000}\right) = \left(V_1 - \frac{V_1 \times 9{,}5 \times 42}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \times 9{,}2 \times 28}{36\,000}\right)$

$\frac{36\,000V_1 - 386{,}4V_1}{36\,000} + \frac{36\,000V_2 - 266V_2}{36\,000} = \frac{36\,000V_1 - 399V_1}{36\,000} + \frac{36\,000V_2 - 257{,}6V_2}{36\,000}$

$(36\,000V_1 - 386{,}4V_1) + (36\,000V_2 - 266V_2) = (36\,000V_1 - 399V_1) + (36\,000V_2 - 257{,}6V_2)$

$(35\,613{,}6V_1) + (35\,734V_2) = (35\,601V_1) + (35\,742{,}4V_2)$

$35\,613{,}6V_1 - 35\,601V_1 = 35\,742{,}4V_2 - 35\,734V_2 \Leftrightarrow 12{,}6V_1 = 8{,}4V_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{12{,}6}{8{,}4}V_1$

$\boldsymbol{V_2 = 1{,}5V_1}$

$V_1 + V_2 = 85\,000 \Leftrightarrow V_1 + 1{,}5V_1 = 85\,000 \Leftrightarrow 2{,}5V_1 = 85\,000 \Leftrightarrow V_1 = \frac{85\,000}{2{,}5}$

$\boldsymbol{V_1 = 34\,000\ F}$

$V_2 = 1{,}5V_1 \Leftrightarrow V_2 = 1{,}5(34\,000) \Rightarrow \boldsymbol{V_2 = 51\,000\ F}$

EXERCICE 4:

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression géométrique ont pour échéances respectives 16 mars ; 11 avril ; 20 mai. La valeur nominale du premier effet est 240 000 F leur échéance moyenne a lieu le 24 avril.

Calculer les valeurs nominales des 2ème et 3ème effets escomptés.

SOLUTION :

Soient V_1 ; V_2 et V_3 ; les trois valeurs nominales en progression géométrique.

échéance $1 = 16\ mars$; *échéance* $2 = 11\ avril$; *échéance* $3 = 20\ mai$; $V_1 = 240\,000\ F$

Les valeurs nominales.

$n_1 = (16 - 16) = 0\ jours$; $n_2 = (31 - 16) + 11 = 26\ jours$

$n_3 = (31 - 16) + 30 + 20 = 65\ jours$; $N = (31 - 16) + 24 = 39\ jours$

$N = \frac{V_1 n_1 + V_2 n_2 + V_3 n_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Leftrightarrow 39 = \frac{(0 \times V_1) + (26 \times V_2) + (65 \times V_3)}{V_1 + V_2 + V_3} \Leftrightarrow 39V_1 + 39V_2 + 39V_3 = 26V_2 + 65V_3$

$39V_1 + 13V_2 - 26V_3 = 0 \Leftrightarrow 39V_1 + 13(V_1 q) - 26(V_1 q^2) = 0 \Leftrightarrow V_1(39 + 13q - 26q^2) = 0$

$240\,000(39 + 13q - 26q^2) = 0 \Leftrightarrow -6\,240\,000q^2 + 3\,120\,000q + 9\,360\,000 = 0$

$-624q^2 + 312q + 936 = 0$

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \Leftrightarrow \Delta = (312)^2 - 4(-624)(936) \Leftrightarrow \Delta = 2\,433\,600 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \mathbf{1\,560}$

$q' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow q' = \frac{-312 + 1\,560}{2(-624)} \Rightarrow q' = -1$ à ***rejeter***

$q'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow q'' = \frac{-312 - 1\,560}{2(-624)} \Rightarrow q'' = 1{,}5$ à ***recevoir***

$\boldsymbol{q = 1{,}5}$

$V_2 = V_1 \times q \Leftrightarrow V_2 = 240\,000 \times 1{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{V_2 = 360\,000\ F}$

$V_3 = V_2 \times q \Leftrightarrow V_3 = 360\,000 \times 1{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{V_3 = 540\,000\ F}$

DIALLO Seydou



EXERCICE 5 :

A. Trois effets sont en progression géométrique de raison $\frac{2}{3}$. Calculer les valeurs nominales sachant que leur somme est de 1 900 000 F.

B. Le 31/03/2020, un entrepreneur remet à l'escompte ces trois effets à la banque échéants respectivement 10 avril ; 30 avril ; 10 mai aux conditions suivantes :
- Minimum de jours : 22 jours
- Escompte 9% (min d'escompte 3 400 F)
- Endos 4,5% (min 1 450 F)
- Commission fixe 175 F par bordereau
- Commission de bordereau $\frac{3}{8}$% (min 2 050 F, max 3 000 F)
- Taxes sur les activités financières 15%.

1) Etablir le bordereau d'escompte puis calculer la valeur nette escomptée.
2) Calculer les agios HT et TTC de l'effet échéant le 30/04.
3) Calculer le taux réel d'escompte, le taux de placement du banquier et le taux de revient de l'opération d'escompte de l'effet échéant le 30/04.

SOLUTION :

A. Soient V_1 ; V_2 et V_3 ; les trois valeurs nominales en progression géométrique.

$V_1 + V_2 + V_3 = 1\,900\,000\ F \quad ; \quad q = \frac{2}{3}$

Les valeurs nominales.

$V_1 + V_2 + V_3 = 1\,900\,000\ F \iff V_1 + V_1 q + V_1 q^2 = 1\,900\,000$

$V_1 + V_1\left(\frac{2}{3}\right) + V_1\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1\,900\,000 \iff V_1 + \frac{2V_1}{3} + \frac{4V_1}{9} = 1\,900\,000$

$\frac{3V_1+2V_1}{3} + \frac{4V_1}{9} = 1\,900\,000 \iff \frac{(5V_1\times 9)+(4V_1\times 3)}{3\times 9} = 1\,900\,000 \iff 57V_1 = 1\,900\,000 \times 27$

$V_1 = \frac{51\,300\,000}{57} \implies \boxed{\boldsymbol{V_1 = 900\,000\ F}}$

$V_2 = V_1 q \iff V_2 = 900\,000\left(\frac{2}{3}\right) \implies \boxed{\boldsymbol{V_2 = 600\,000\ F}}$

$V_3 = V_2 q \iff V_3 = 600\,000\left(\frac{2}{3}\right) \implies \boxed{\boldsymbol{V_3 = 400\,000\ F}}$

B. 1) Le bordereau d'escompte au 31/03/2020.

$n_1 = (31-31) + 10 = 10\ jours$ min de jours est 22 *jours* alors $\boldsymbol{n_1 = 22\ jours}$

$n_2 = (31-31) + 30 = 30\ jours \implies \boldsymbol{n_2 = 30\ jours}$

$n_3 = (31-31) + 30 + 10 = 40\ jours \implies \boldsymbol{n_3 = 40\ jours}$

N°	Valeurs nominales	Échéance	Nbre de jrs	Escompte 9%	Endos 4,5%	Com. Bord $\frac{3}{8}$%	Com. Fixes
1	900 000	10/04	22	4 950	2 475	3 000	175
2	600 000	30/04	30	4 500	2 250	2 250	175
3	400 000	10/05	40	4 000	2 000	2 050	175
	1 900 000	×××××	×××××	**13 450**	**6 725**	**7 300**	**525**

DIALLO Seydou

Escompte Endos Commission de Bordereau Commission fixes	13 450 +6 725 +7 300 + 525
Agio Hors Taxes $(Escompte + Commissions)$ Taxes sur les activités financières (15% de 28 000)	= 28 000 +4 200
Agio toutes taxes comprises	= 32 200
Net escompté $(Valeurs\ nominles - Agio\ toutes\ taxes\ comprises)$ $\boldsymbol{Net\ escompté = 1\ 900\ 000 - 32\ 200}$	 **1 867 800 F**

2) Les agios de l'effet échéant le 30/04.

$Agio\ HT = 4\ 500 + 2\ 250 + 2\ 250 + 175 \implies \boldsymbol{Agio\ HT = 9\ 175\ F}$

$Agio\ TTC = 9\ 175 \times 1{,}15 \implies \boldsymbol{Agio\ TTC = 10\ 551\ F}$

Les différents taux de l'effet dont l'échéance est le 30/04.

$Taux\ réel\ d'escompte = \frac{36\ 000 \times Agio\ HT}{V \times n} \iff Taux\ réel\ d'escompte = \frac{36\ 000 \times 9\ 175}{600\ 000 \times 30}$

$\boldsymbol{Taux\ réel\ d'escompte = 18{,}35\%}$

$Taux\ de\ placement\ du\ banquier = \frac{36\ 000 \times Agio\ HT}{(V - Agio\ HT) \times n}$

$Taux\ de\ placement\ du\ banquier = \frac{36\ 000 \times 9\ 175}{(600\ 000 - 10\ 551) \times 30}$

$\boldsymbol{Taux\ de\ placement\ du\ banquier = 18{,}63\%}$

$Taux\ de\ revient\ du\ client = \frac{36\ 000 \times Agio\ TTC}{(V - Agio\ TTC) \times n}$

$Taux\ de\ revient\ du\ client = \frac{36\ 000 \times 10\ 551}{(600\ 000 - 10\ 551) \times 30}$

$\boldsymbol{Taux\ de\ revient\ du\ client = 21{,}48\%}$

EXERCICE 6 :

Le 01er mai, M. DIALLO décide de rembourser ses trois dettes :

- 50 000F payable au 31 mai ;
- 60 000F payable au 30 juin ;
- 75 000F payable au 30 juillet.

Par un paiement unique au 20 juillet, au taux 9%.

1. Quel est le montant unique à payer ?
2. S'il décide de payer une somme unique de 185 000F. Quelle est l'échéance ?

SOLUTION :

Soient V_1 ; V_2 ; V_3 les trois valeurs nominales et V le montant de l'effet unique

$V_1 = 50\ 000\ F \quad ; \quad n_1 = (31 - 1) \implies \boldsymbol{n_1 = 30\ jours}$

$V_2 = 60\ 000\ F \quad ; \quad n_2 = (31 - 1) + 30 \implies \boldsymbol{n_2 = 60\ jours}$

$V_3 = 75\ 000\ F \quad ; \quad n_3 = (31 - 1) + 30 + 30 \implies \boldsymbol{n_3 = 90\ jours}$

$V = \ ? \quad ; \quad n = (31 - 1) + 30 + 20 \implies \boldsymbol{n = 80\ jours}$

$D = \frac{36000}{t} \iff D = \frac{36\ 000}{9} \implies \boldsymbol{D = 4\ 000}$

DIALLO Seydou



1. **Le montant unique à payer.**
$V(D-n) = V_1(D-n_1) + V_2(D-n_2) + V_3(D-n_3)$
$V(4\,000-80) = 50\,000(4\,000-30) + 60\,000(4\,000-60) + 75\,000(4\,000-90)$
$V(3\,920) = 50\,000(3\,970) + 60\,000(3\,940) + 75\,000(3\,910)$
$3\,920V = 198\,500\,000 + 236\,400\,000 + 293\,250\,000 \iff 3\,920V = 728\,150\,000$
$V = \frac{728\,150\,000}{3\,920} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{V = 185\,752,5510\ldots F}}$
2. **L'échéance de l'effet unique , s'il décide de payer une somme unique de 185 000F.**
$V_1 = 50\,000\,F \;;\; n_1 = (31-1) \Rightarrow \boldsymbol{n_1 = 30\ jours}$
$V_2 = 60\,000\,F \;;\; n_2 = (31-1)+30 \Rightarrow \boldsymbol{n_2 = 60\ jours}$
$V_3 = 75\,000\,F \;;\; n_3 = (31-1)+30+30 \Rightarrow \boldsymbol{n_3 = 90\ jours}$
$V = 185\,000\,F \;;\; n = ?$
Vérifions si $\boldsymbol{V_1 + V_2 + V_3 = V}$
$V_1 + V_2 + V_3 = 50\,000 + 60\,000 + 75\,000 \Rightarrow \boldsymbol{V_1 + V_2 + V_3 = 185\,000}$
$V_1 + V_2 + V_3 = V \iff 185\,000 = 185\,000$. ***Alors il s'agit de l'échéance moyenne***

$n = \frac{V_1n_1+V_2n_2+V_3n_3}{V_1+V_2+V_3} \iff n = \frac{(50\,000\times30)+(60\,000\times60)+(75\,000\times90)}{50\,000+60\,000+75\,000} \iff n = \frac{6\,750\,000}{185\,000} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{n = 36\ jours}}$

$Mai : (31-1) = 30$
$Juin \qquad\quad = 6 \Rightarrow$ ***l'échéance de l'effet unique est le 6 juin***

EXERCICE 7 :

Un effet de valeur nominale 120 000 F CFA est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 9%, l'escompte aurait augmenté de 960 F CFA. Calculer la durée d'escompte (n).

SOLUTION :

$V = 120\,000 \;;\; n_1 = n\ jours \;;\; t_1 = 7{,}2\% \;;\; n_2 = (n+20)\ jours \;;\; t_2 = 9\% \;;\; e_2 = e_1 + 960$

Calcul de la durée d'escompte.

$e_2 = e_1 + 960 \iff \frac{V\times t_2\times n_2}{36\,000} = \frac{V\times t_1\times n_1}{36\,000} + 960 \iff \frac{120\,000\times9\times(n+20)}{36\,000} = \frac{120\,000\times7{,}2\times n}{36\,000} + 960$

$30n + 600 = 24n + 960 \iff 30n - 24n = 960 - 600 \iff 6n = 360 \iff n = \frac{360}{6}$

$\boxed{\boldsymbol{n = 60\ jours}}$

EXERCICE 8 :

La valeur nominale de 4 effets sont proportionnelles aux nombres 2 ; 3 ; 4 ; 6. La somme des deux derniers effets dépasse la somme des deux premiers effets de 50 000 F.
Calculez la valeur nominale de chaque effet.

SOLUTION :

$(V_1; V_2; V_3; V_4) \quad DP \quad (2\,;\,3\,;\,4\,;\,6) \quad ; \quad (V_4 + V_3) - (V_1 + V_2) = 50\,000$

Calcul des valeurs nominales.

$V_1 = 2K \;;\; V_2 = 3K \;;\; V_3 = 4K \;;\; V_4 = 6K$

$(6K + 4K) - (2K + 3K) = 50\,000 \iff 5K = 50\,000 \iff k = \frac{50\,000}{5} \Rightarrow \boldsymbol{k = 10\,000}$

$V_1 = 2K \iff V_1 = 2(10\,000) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{V_1 = 20\,000\ F}}$
$V_2 = 3K \iff V_2 = 3(10\,000) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{V_2 = 30\,000\ F}}$
$V_3 = 4K \iff V_3 = 4(10\,000) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{V_3 = 40\,000\ F}}$
$V_4 = 6K \iff V_4 = 6(10\,000) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{V_4 = 60\,000\ F}}$

DIALLO Seydou



EXERCICE 9 :

Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculez la durée d'escompte (n).

SOLUTION :

$V = 180\,000$; $n_1 = n\ jours$; $t_1 = 7{,}2\%$; $n_2 = (n-20)\ jours$; $t_2 = 9\%$; $e_2 = e_1 - 270\ F$

La durée d'escompte (n).

$$e_2 = e_1 - 270 \iff \frac{V\times t_2\times n_2}{36\,000} = \frac{V\times t_1\times n_1}{36\,000} - 270 \iff \frac{180\,000\times 9\times(n-20)}{36\,000} = \frac{180\,000\times 7{,}2\times n}{36\,000} - 270$$

$$45n - 900 = 36n - 270 \iff 45n - 36n = -270 + 900 \iff 9n = 630 \iff n = \frac{630}{9}$$

$$\boldsymbol{n = 70\ jours}$$

EXERCICE 10 :

Un effet de 4 500 000 F est escompté le 01/01/2022 à n jours avant son échéance aux conditions suivantes : escompte 7,2% ; endos 3% ; commission proportionnelle à la valeur nominale 0,25% ; commission fixe 2 400 F ; taxe 15%.
La valeur nette escomptée est de 4 352 340 F. Déterminez la date d'échéance de l'effet.

SOLUTION :

$V = 4\,500\,000\ F$; $VNE = 4\,352\,340\ F$

Déterminons la date d'échéance.

Valeur nominale	Échéance	Nombre de jours	Escompte 7,2%	Endos 3%	Com. Pro 0,25%	Com. Fixe
4 500 000	?	n	$900n$	$375n$	11 250	2 400

Commission proportionnelle à la valeur nominale	$+11\,250$
Commission fixe	$+2\,400$
Agio Hors Taxes	$1\,275n + 13\,650$
Taxes sur les activités financières 15% de $(1\,275n + 13\,650)$	$+191{,}25n + 2\,047{,}5$
Agio Toutes Taxes Comprises	$1\,466{,}25n + 15\,697{,}5$

Net escompté = Valeur nominale – Agio Toutes Taxes Comprises

$$4\,352\,340 = 4\,500\,000 - (1\,466{,}25n + 15\,697{,}50)$$

$$-13\,196{,}50 = -1\,466{,}25n \iff n = \frac{13\,196{,}50}{1\,466{,}25n} \implies \boldsymbol{n = 90\ jours}$$

Soit 90 jours après le 01/01/2022

$Janv : (31-1) = 30$
$Fev \quad = 28$
$Mar \quad = 31$
$Avril \quad = 1 \implies$ ***L'échéance de l'effet est le 01 avril 2022***

DIALLO Seydou



EXERCICE 11 :

On présente à l'escompte trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnelles aux nombres 2, 5 et 9. Le total des effets est 512 000 F. Les trois effets ont respectivement à courir : 30 jours, 45 jours, et 60 jours, ils sont escomptés aux même taux t% ; commission proportionnelle à la durée 0,6% ; commission indépendante du temps $\frac{1}{1000}$. Sur le 1er effet seulement une commission supplémentaire de 1,4% également indépendante de la durée est accordée. Le net de la négociation s'élève à504 288 F. Pas de taxe.

Calculez le taux d'escompte de ces effets.

SOLUTION :

Soient V_1 ; V_2 ; V_3 les trois valeurs nominales.

$n_1 = 30\ jours$; $n_2 = 45\ jours$; $n_3 = 60\ jours$; $t_1 = t_2 = t_3 = t\%$; $VNE = 504\,208$

$(V_1; V_2; V_3)\ DP\ (2; 5; 9) \implies (V_1 = 2K\ ;\ V_2 = 5K\ ;\ V_3 = 9K).\ V_1 + V_2 + V_3 = 512\,000$

Les valeurs nominales.

$V_1 + V_2 + V_3 = 512\,000 \iff 2K + 5K + 9K = 512\,000 \iff 16K = 512\,000 \iff k = \frac{512\,000}{16}$

$\boldsymbol{K = 32\,000}$

$V_1 = 2K \iff V_1 = 2(32\,000) \implies \boldsymbol{V_1 = 64\,000\ F}$

$V_2 = 5K \iff V_2 = 5(32\,000 \implies \boldsymbol{V_2 = 160\,000\ F}$

$V_3 = 9K \iff V_3 = 9(32\,000) \implies \boldsymbol{V_3 = 288\,000\ F}$

Calcul du taux d'escompte.

Escomptes en fonction du taux t	Commission endos 0,6%
$Escompte\ 1 = \frac{600\,000 \times t \times 30}{36\,000} \implies escompte\ 1 = \frac{160t}{3}$	$Endos\ 1 = \frac{64\,000 \times 0{,}6 \times 30}{36\,000} = 32$
$Escompte\ 2 = \frac{160\,000 \times t \times 45}{36\,000} \implies escompte\ 2 = 200t$	$Endos\ 2 = \frac{160\,000 \times 0{,}6 \times 45}{36\,000} = 120$
$Ecompte\ 3 = \frac{288\,000 \times t \times 60}{36\,000} \implies escompte\ 3 = 480t$	$Endos\ 3 = \frac{288\,000 \times 0{,}6 \times 60}{36\,000} = 288$
$\boldsymbol{Total\ escompte = \frac{160t}{3} + 680t \implies Te = \frac{2\,200t}{3}}$	$\boldsymbol{Total\ endos = 440}$

Commission indépendante du temps (tous les effets) $= \frac{512\,000 \times 1}{1000} = 512$

Commission supplémentaire (Effet N°1) $= \frac{64\,000 \times 0{,}25}{1000} = 160$

Commission total $= 440 + 512 + 160 \implies$ Commission total $= 1\,112$

Agio Hors Taxes = Agio TTC

VNE = Valeur nominale − Agio TTC

$504\,288 = 512\,000 - \frac{2\,200t + 3\,36}{3} \iff 1\,512\,864 = 1\,536\,000 - 2\,200t - 3\,336$

$1\,512\,864 = 1\,532\,664 - 2\,200t \iff -19\,800t = 2\,200t \iff t = \frac{-19\,800}{-2\,200} \implies \boldsymbol{t = 9\%}$

DIALLO seydou



EXERCICE 12 :

Trois effets de commerce ont des nominaux V_1 ; V_2 ; V_3 en progression géométrique de somme 39 000 F et de raison 3. On négocie ces trois effets à la même date au taux de 9%. Les trois effets ont à courir respectivement des nombres de jours n_1 ; n_2 ; n_3 qui sont en progression géométrique de somme 104 jours ; et de produits 13 824 jours.

1. Calculer les valeurs nominales.
2. Déterminer les échéances respectives n_1 ; n_2 ; n_3
3. Calculer le montant net de la négociation.

SOLUTION :

À CHERCHER

EXERCICE 13 :

Trois capitaux de même échéance sont escomptés. La valeur nominale du 1er est inférieure de 12 000 F à la valeur du second. La valeur nominale du 3ème effet est supérieure à 6 000 F à celle du second. Le premier effet est escompté à 12% ; le 2ème à t% ; le 3ème à3%.
Les effets escomptés sont égaux, leur valeur commune est la centième partie de la valeur du second effet.

1. Calculer la valeur nominale de ces trois effets.
2. A quel taux le second a-t-il été escompté.
3. Le souscripteur propose le jour de la négociation et les remplacer par deux effets de même valeur nominale payables l'un dans 60 jours et l'autre dans 90 jours. Calculer la valeur nominale commune sachant que le taux d'escompte est de 4,5%.

SOLUTION :

À CHERCHER

DIALLO Seydou

L'ESCOMPTE A L'INTERETS SIMPLES

EXERCICE 1 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique sont escomptés commercialement au taux de 9% à la date du 18 Mai. S'ils avaient tous les 36 jours à comme c'est le cas du premier, le total des valeurs actuelles serait de 1 783 800 F. Le nominal 1er effet est de 700 000 F, les nombres de jour à courir par ces trois sont en progression géométrique. L'escompte total sur ces effets s'élève à 24 525 F. Déterminer :

1) Les valeurs nominales des 2è et 3è effets ;
2) Les échéances respectives des trois effets.

EXERCICE 2 :

Un effet de commerce de valeur nominale A, a été négocié à 40 jours de son échéance. On calcule l'escompte commercial et l'escompte rationnel et on constate que leur différence est de 3 F et leur rapport de 76/75

1. Calculer les deux escomptes de cet effet.
2. A quel taux l'effet à t – il été escompte ?
3. Calculer la valeur nominale de l'effet.

EXERCICE 3 :

Deux effets de commerce, 64 000 F échéant le 30/06/ et 64 322,42 F échéant le 09/08 ont négocié au taux de 4,5%.

1. Déterminer la date à laquelle les deux effets sont équivalents.
2. Déterminer l'échéance moyenne des deux effets.

EXERCICE 4 :

On escompte au même taux deux effets, l'une de **48 000 F** à **72 jours**, l'autre de **50 000F** à **90** jours. La valeur actuelle du deuxième surpasse celle du premier de **1 826 F**.

Quel est le taux de l'escompte ?

EXERCICE 5 :

Une remise à l'escompte effectuée le 30 Avril comprend trois effets dont le total des valeurs nominales s'élève à 19 800 F. L'escompte, calculé au taux de 12% s'élève pour cette remise à 430,50 : dont 156 F pour le 2ème effet. Les escomptes des 1er et 2ème effets sont dans le rapport ¾ sachant que l'échéance du 1er effet est le 29 Juin et celle 3èmele 9 Juillet : on demande de calculer :

a) Les escomptes relatifs au 1er et du 3ème effet.

b) Les valeurs nominales.

c) L'échéance du 2ème effet.

Une traite à échéance le **30/06** a été remise à l'escompte du **19 / 05** au taux de **9,2%,** autre traite de même échéance a été négocié le **02/06** au taux **9,5%** si on intervertit les deux taux d'escompte, le total des valeurs actuelles demeure inchangé.

Calculer les valeurs nominales respectives des 2 effets sachant que leur total est de **85 000.**

EXERCICE 6 :

On demande à un agent de la BDM – sa d'escompter deux effets, l'un payable dans 50 jours et l'autre dans 70 jours. Le banquier escompte à 6% et retient en tout 2 900F d'escompte. Si les deux effets avaient été escomptés dix jours plus tard, la retenue faite sur le deuxième effet aurait été égale à la retenue faite sur le premier effet.

Quelle est la valeur nominale de chacun de ces effets ?

EXERCICE 7 :

Un commerçant tire trois traites dont le total des valeurs nominales s'élève à 648 000 F et le total des valeurs actuelles à 644 580 F.

Les escomptes sont proportionnels aux nombres de 4,8, 3,2 et 7,2, Les nombres de jours d'échéances sont proportionnels aux nombres 12,16 et 24.

Sachant que le taux est de 9%, calculer les escomptes, les valeurs nominales et les échéances respectives.

EXERCICE 8 :

La valeur actuelle au 25 Août d'un effet escompté commercialement à 9% s'élève à 7 868 F. Si l'effet avait été escompté 30 jours avant échéance, l'escompte aurait été intérieur à 72F à l'escompte supporté dans la première hypothèse.

Retrouver la valeur nominale de l'effet et son échéance.

EXERCICE 9 :

Le 30/04 un commerçant remet en escompte trois effets de valeur nominale total 680 000 F. L'escompte total au taux 12% s'élève à 14 350 F dont 5 200 F pour le 2ème effet. Ils ont pour échéances respectivement 45 jours, 60 jours et 90 jours. Calculer les valeurs nominales.

EXERCICE 10 :

DIALLO Seydou

Un effet de valeur nominale 180 000 F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7.2 %. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n.

EXERCICE 11 :

Un effet de nominale 210 000 F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t. si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux $(t+1)\%$, l'escompte aurait augmenté de 1 050 F. Calculer t.

EXERCICE 12 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression géométrique de raison 1,2 sont escomptés au taux respectifs 6% ; 5% et 4% pendant les durées respectives 70 jours, 80 jours et 100 jours. Le total des escomptes est 2 460 F. Calculer les trois valeurs nominales.

EXERCICE 13 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique de raison 3 000 F et le taux est constant 6% pendant les durées respectives 70 jours, 80 jours et 100 jours. Le total des escomptes est de 2 640 F.
Calculer les trois valeurs nominales.

EXERCICE 14 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux nombres 3 ; 7 et 9 sont escomptés au taux de 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027 F. Calculer les trois valeurs nominales.

EXERCICE 15 :

Le 06/09/ un a débiteur a trois effets : 100 000 F échéant le 31/10/ ; 300 000 F échéant le 30/11 ; 200 000 F échéant le 31/12. Il demande à son créancier de remplacer les trois effets par un seul effet échéant le 15/12. Calculer la valeur nominale de l'effet unique taux d'escompte 4,5%.

EXERCICE 16 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression géométrique ont leurs échéances respectives aux 16 Mars, 11 Avril et 20 Mai. La valeur nominale du 1er effet est 240 000 F, leur échéance moyenne a lieu le 24 Avril.

Calculer la valeur nominale du 2ème et 3ème effets.

EXERCICE 17 :

Deux effets ont à courir respectivement 91 et 147 jours. On les remplace par un effet unique

équivalent dont la valeur nominale 819 000 F est égale à la somme des valeurs nominales des deux effets et dont l'échéance est à 115 jours.

1) Calculer les valeurs nominales des deux effets ;
2) L'effet unique est escompté 15 jours plus tard et son escompte commercial est supérieur de 100 F à son escompte rationnel. Quel est le taux d'escompte ?

EXERCICE 18 :

Un débiteur désire remplacer le 1er Mai une traite de 600 000 F payable le 30/06 par deux effets de 300 000 F chacun dont l'un serait payable le 31/05.

1) A quelle date devrait être fixée l'échéance du second ?
2) On suppose maintenant que le nominal du 2ème effet est inconnu et que son échéance est fixée au 24 Août.

Déterminer sa valeur nominale, le taux d'escompte étant de 6%.

3) Le 30/06 le débiteur propose à son créancier de remplacer l'effet de 600 000 F par trois effets en progression arithmétique de somme de 600 000 F. Sachant que le rapport du 3ème au 1er effet est de 3/2 ; calculer les valeurs nominales des 3 effets.

Le créancier accepte et le même jour 30/06 il négocie à la banque les 3 effets dans les conditions suivantes : escompte t% ; endos 0,6% commission de bordereau 0,5% ; commission fixe 380 F par effet. Une commission supplémentaire de 140 F sur l'effet dont l'échéance la plus éloignée est retenue ; TAF 15%.

Les échéances des effets dans l'ordre du plus petit effet au plus grand effet sont 14/08 ; le 10/09 et 28/09.

a) Etablir le bordereau des effets
b) Sachant que le créancier a perçu la valeur nette escomptée de 583 900 F, calculer le taux d'escomptes appliqué par le banquier.
4) On suppose que le créancier utilise la somme obtenue du banquier pour acheter un appareil dont le prix comptant est 869 500 F. Cette somme ne suffit pas pour l'appareil. Le vendeur accepte de prendre comme avance le jour de l'achat, la somme apportée par le créancier et lui demande de payer le reste par des versements mensuels de 20 000 F, le 1er ayant lieu un mois après l'achat.

Au taux de 7,2% combien doit-il effectuer de versement si ce mode paiement est équivalent au paiement comptant ?

EXERCICE 19 :

A. Un commerçant qui doit payer les effets suivants :

150 000 F échéant le 18/02, 100 000 F échéant le 10/03, 365 000 F échéant le 20/03, 185 00 F échéant le 14/04

1) Il remplace les deux premiers par un effet unique A ayant pour valeur nominale 250 000 F. Quel doit être l'échéance de A ?
2) Il remplace les deux derniers par un effet unique au 31/03, quelle est sa valeur nominale B, taux d'escompte : 6% ?
3) Les effets A et B sont remis à l'escompte à la banque le 20/02 dans les conditions suivantes : Escompte 6% endos 0,6% minimum de jour 15,1 jour supplémentaire est rajouté aux effets ayant ou dépassement le minimum de jour commission indépendant du temps 1/8% ; TAF 15%.

Etablir le bordereau d'escompte.

B. Un fonds de commerce dont la valeur au comptant est estimée à 1 130 000 F est payé, une partie au comptant, une partie au moyen de trois traites, de même valeur nominale, payable respectivement dans 6 mois, 1 an et 2 ans. Ce mode de règlement devant être équivalent au règlement au comptant si l'on adopte un taux d'escompte de 5%.

Si la valeur nominale de chaque traite est 300 000 F, quel est montant du versement au comptant ?

Quelle est la valeur nominale de chaque traite, si on serait au comptant la moitié de la valeur du fonds ?

Déterminer l'échéance moyenne des trois traites.

EXERCICE 20 :

A. Trois effets ayant des valeurs nominales en progression arithmétique de raison 300F ont respectivement pour échéance le 24 Février, le 26 Mars, le 19 Avril, sachant qu'ils sont équivalents à un effet de valeur nominale 284 540 F échéant le 20 Mars, calculer le montant de chaque effet, taux d'escompte 5%.

B. Un commerçant détient trois effets de commerce 200 000 F échéance le 11 /03 ; 300 000 F échéance le 31/03 et 450 000 F.

1) Le débiteur propose de remplacer le 10 Janvier les trois effets par un effet de valeur nominale 956 500 F.
   a) Déterminer l'échéance du 3ème effet.

b) Déterminer l'échéance moyenne des trois effets.

2) Le Commerçant, après avoir négocié les effets, complètes la somme perçue pour acheter un matériel qu'il met à la vente en offrant aux clients les modes de règlement suivants :

1er Mode : paiement comptant 1 000 000 F

2ème Mode : paiement d'une traite de 1 600 F le jour de l'achat et de deux traite qui sont dans le rapport $\frac{10}{7}$ et qui ont une échéance de 3 mois et 6 mois ; taux 6%.

Calculer la valeur nominale des deux traites. Quem est le montant total payé.

3ème Mode : payer 22 000 F le jour de l'achat et 3 traites en progression arithmétique de raison 150 000 F et de somme 1 05 000 F échéance respectivement dans 3 mois, 6 mois et 9 mois. Calculer le taux.

4ème Mode : le client propose de payer 5 traites de 205 000 F échéant de 2 mois en 2, la 1ère payable 1 mois, 6 mois et 9 mois.

Le commerçant acceptera – t- il cette offre ? Si non, quelle avance devra – t – il payer le jour de l'achat pour accepter cette modalité ?

EXERCICE 21 :

Un industriel qui désire faire l'acquisition d'une nouvelle machine le 1er Juillet à la choix entre les 2 modalités suivantes :

1ère modalité versé :

- 20 000 F d'avance le 1er Janvier et le 1er Avril.
- 20 000 F à la livraison.
- Le solde le 31 décembre

Sachant que le fabricant détruit les intérêts au taux de 3% sur le montant des vacances et majore le solde à verser au 31 Décembre des intérêts à 5% sur le montant des sommes lui restant dues, calculer le montant du versement à effectuer le 31 Décembre pour une facture de 72 750 F exigible le 1er Juillet.

2ème modalité :

Règlement en 3 traites d'égale valeur nominale à échéance trimestrielle, la 1ère échéance le 1er Octobre taux 6%.

Calculer la valeur nominale de chaque traite.

Sachant que le fabricant réinvestit immédiatement les sommes perçus dans son entreprise où elles lui rapportent 5% déterminé en se plaçant au moment du paiement de la dernière traite, la solution la plus avantageuse pour lui.

EXERCICE 22 :

Un commerçant dispose de deux traites de valeur nominale 3 000 F et 242 800 F.

1. Il voudrait négocier la première traite de 3 000 F auprès de 3 banques A, B, C qui offrent les conditions suivantes :
   Banque A : taux d'escompte 18% ; commission proportionnelle 1,5%
   Banque B : taux d'escompte 22% ; commission proportionnelle 1%
   Banque C : taux d'escompte 30%, pas de commission

a. Exprimer en fonction du nombre de jours x à courir par effet les agios Y_1 ; Y_2 ; Y_3 ; retenus par les trois banques.

b. Représenter graphiquement en fonction de x les agios Y_1 ; Y_2 ; Y_3, retenus par banque.

Echelle : axe des abscisses : 1/2cm pour 2 jours : axe des ordonnés : 1cm pour 10F.

c. Utiliser le graphique obtenu pour compter les 3 banques du point de vue des avantages qu'elles offrent.

On remarquera que les trois droites représentant les agios sont concourantes en un même point 1 (45, 112, 5).

2. Il amène le 2ème effet de 242 800 F chez un commerçant pour l'achat d'un mobilier courant comptant 242 000 F. Le commerçant se rend compte qu'il s'agit d'un effet impayé. Il propose alors à l'acheteur qui l'accepte, de créer une nouvelle traite de valeur nominale 250 000 F avant x jour (s à courir et qui, négociée à la banque dans les conditions ci-dessous procure une valeur nette escomptée permettant de recouvrir :

a. Le nominale de l'effet impayé 242 800 F.

b. Des frais et intérêts de retard s'élevant à 1 800 F.

Conditions : Escompte : 7,2%, Commission de service : 300 F, Commission de prorogation : 900 F, T.P.S : 20%.

Quelle est l'échéance de cette nouvelle traite ?

3. Un autre acheteur se propose d'acheter à crédit en payant 58 000 F à l'achat et le reste en 4 traites de valeurs nominales égales échéant de 2 mois en 2 mois ; la première 2 mois après l'achat.

DIALLO Seydou

- Au taux de 9%, quelle doit être la valeur nominale commune des traites si ce mode de paiement est équivalent au paiement comptant 242 800 F.
- Combien ce client paye – t – il en définitive ?

EXERCICE 23 :

Les conditions de deux banques A et B sont les suivantes ;

Banque A : Escompte 5% : commission indépendant du temps 3% : condition fixe 250F.

Banque B : Escompte 4% ; CI. Du temps 4% ; endos 0,6%.

On veut négocier un effet de 900 000 F n jours avant sont échéance.

a) Exprimer en fonction de n, les agios prélevés par les 2 banques.
b) Pour quelle valeur de n les agios sont – ils égaux ?
c) Indiquer suivant les valeurs de n, à quelle banque il est préférable de s'adresser ?

EXERCICE 24 :

Un commerçant veut négocier un effet de 1 200 000 F ayant n jours à courir. Il s'adresse à 2 banques A et B qui lui font les conditions suivantes :

Banque A : escompte 6% ; commission 1/10%

Banque B : escompte 4,5% ; commission 0,5%

Sachant que le commerçant constate qu'il gagne 900F en négociant l'effet à la banque A, déterminer le nombre de jours que l' effet a encore à courir.

Vérifier ce résultat en représentant graphiquement l'agio chez A et B en fonction du nombre n de jours que l'effet a encore à courir.

Echelle : Abscisses 1 cm : 50 jours ; ordonnées : 1 cm : 600F.

EXERCICE 25 :

1. Un négociant a tiré un de ses clients trois effets ;
   - Le 1er à échéance de 30 jours
   - Le 2ème à échéance de 45 jours
   - Le 3ème à échéance de 70 jours.

Les valeurs nominales des deux premiers, effets sont inversement proportionnelles aux nombres 5 et 7. La 3ème est le double de la 1ère. Le négociant accepte de remplacer les trois effets par un effet unique de valeur nominale 20 517 F à 90 jours d'échéance de telle sorte que

DIALLO Seydou

le jour du remplacement, au taux de 9% cet effet unique soit équivalent aux trois autres effets initiaux. Calculer les valeurs nominales de ces 3 effets.

2. Le négociant N. DIARRA, détenteur des 3 effets suivants, les présente à la négociant à la Banque le 1/3.
    - 5 474 F échéant le 31 Mars
    - 3 910 F échéant le 15 Avril
    - 10 948 F échéant le 10 Mai.

Les conditions de la banque sont :

- Escompte 8,2% minimum 30F
- Endos 0,9%
- Commission proportionnelle 0,3% minimum 15 F, maximum 50F
- Commission fixe 30F par effet
- Taxe 20%

Calculer le net de la négociation.

3. M. DIARRA récupère 19 775 F pour acheter du matériel à crédit et met aussitôt en vente suivant le mode de règlement :

1er mode : paiement au comptant 500 000 F

2ème mode : paiement d'une somme S le jour de l'achat et le reste en quatre traites de valeurs égales à 75 000 F échéant de mois en mois, la première un moi après l'achat. Le mode est équivalent au taux de 8% le jour de l'achat.

3ème mode : paiement d'une somme de 204 000 F le jour de l'achat et le reste en 5 traites de valeur nominale chacun 60 000 F échéant de mois en mois. Ce mode de règlement est équivalent au paiement au comptant à un certain taux t le jour de l'achat.

a. Déterminer le montant S payé dans le second mode de règlement.
b. Déterminer le taux de règlement du 3ème mode.
c. Quel est le mode de règlement le plus avantageux ?

DIALLO Seydou

INTERETS COMPOSES

DEFINITIONS ET FORMULES :

Définitions	Formules
La valeur acquise : En intérêts composés la valeur acquise se calcule d'année en année et les valeurs acquise ou intérêts successivement calculés jusqu'à la fin de la durée forment une progression géométrique de raison $(1+i)$ C_n est notée la valeur acquise ; C_0 est le capital initialement placé ; i est le taux d'intérêt pour 1 f (c'est-à-dire $\frac{t}{100}$) n est le nombre de période (année, semestre, trimestre…).	$au\ bout\ de\ 1\ an\ C_1 = C_0 + C_0 i$ $C_1 = C_0(1+i)^1$ $au\ bout\ de\ 2\ ans\ C_2 = C_0(1+i)^1 + C_0(1+i)$ $C_2 = C_0(1+i)^2$ $au\ bout\ de\ 3\ ans\ C_3 = C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)$ $C_3 = C_0(1+i)^3$ ***au bout de n années de placements*** $\boldsymbol{C_n = C_0(1+i)^n}$
L'intérêt produit au bout de n années : Il représente l'intérêt total produit à la fin du placement ou des n premières années de placement. **L'intérêt produit au cours de la n^{ième} année :** Il représente l'intérêt produit d'une seule année. A ne pas confondre avec la formule précédente qui calcule l'intérêt de plusieurs années. **L'intérêt produit entre k et p périodes :** Il représente l'intérêt total produit entre deux années données ou des n dernières années de placement.	$I_n = C_n - C_0 \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{I_n = C_0[(1+i)^n - 1]}$ $I_{n^{ième}} = C_n - C_{n-1} \quad => \boldsymbol{I_{n^{ième}} = C_0 i(1+i)^{n-1}}$ $I_{k\,à\,p} = C_p - C_k \quad => \boldsymbol{I_{k\,à\,p} = C_0(1+i)^p - C_0(1+i)^k}$
Taux équivalent : On appelle taux équivalent le taux correspondant à des périodes de capitalisations différents, mais produisant le même intérêt total ou la même valeur acquise pour un capital C_0 pendant une durée bien déterminée.	$1\ an \quad = 2\ semestres = 4\ trimestres = 12\ mois = 360\ jours$ $(1+ia)^1 = (1+is)^2 \quad = (1+it)^4 \quad = (1+im)^{12} = (1+iq)^{360}$
Taux proportionnel : On dit que deux taux sont proportionnels quand leur rapport est égal au rapport des durées de leurs périodes de capitalisation respectives.	$1\ an \quad = 2\ semestres = 4\ trimestres = 12\ mois = 360\ jours$ $ia \quad = 2 \times iap \quad = 4 \times itp \quad = 12 \times imp \quad = 360 \times iqp$
La valeur acquise selon la méthode commerciale : Pour cette méthode, il faut convertir la durée de placement conformément à la période de capitalisation. **La valeur acquise selon la méthode logarithmique :** Elle est appliquée à partir de la formule fondamentale	$C_{n+\frac{p}{q}} = C_0(1+i)^{n+\frac{p}{q}}$ $logC_{n+\frac{p}{q}} = logC_0 + \left(n+\frac{p}{q}\right)\log(1+i)$

La valeur acquise selon la méthode rationnelle : Elle consiste à calculer d'abord la valeur acquise par le capital à intérêt composé au bout de n périodes (la partie entière), puis considérer cette valeur acquise comme un nouveau capital et placer celle-ci à intérêt simple pendant le reste du temps (partie décimale). Tout se passerait comme si la durée n'est à intérêts composés et $\frac{p}{q}$ à intérêts simples	$C_{n+\frac{p}{q}} = C_n + C_n \times i \times \frac{p}{q}$ $C_{n+\frac{p}{q}} = C_0(1+i)^n + C_0(1+i)^n \times i \times \frac{p}{q}$
La valeur acquise selon la méthode d'interpolation linéaire : Elle consiste à écarter la durée $n+\frac{p}{q}$ par les nombres entiers n et $n+1$ après avoir calculé les valeurs acquises correspondantes à ces durées, on procède par extrapolation linéaire pour calculer le $C_{n+\frac{p}{q}}$ *Les procédés commercial et logarithmique donnent le même résultat et les procédés rationnel et interpolation donnent le même résultat.*	$n < n+\frac{p}{q} < n+1$ $C_n < C_{n+\frac{p}{q}} < C_{n+1}$ $C_{n+\frac{p}{q}} = C_n + \frac{p}{q}[C_{n+1} - C_n]$ *ou encore* $C_{n+\frac{p}{q}} = C_0(1+i)^n + \frac{n}{p}[C_0(1+i)^{n+1} - C_0(1+i)^n]$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

EXERCICE 1 :

Soit un capital de 2 000 000 F CFA placé à intérêts composés à 6 % de la 1ère à la 5ème année et de 8% de la 6ème à la 12ème année ; capitalisation annuelle.

1. Calculer la valeur acquise par le capital à la fin de 12 ans de placement ;
2. Calculer l'intérêt du capital ;
   a) Pendant les 7 premières années ;
   b) Au cours de la 9ème année ;
   c) Pendant les 4 dernières années.

SOLUTION :

$C_0 = 2\,000\,000$; $taux\ variables = 6\%\ et\ 8\%$; $n_1 = 5\ ans$; $n_2 = 7\ ans$

1. Calculons la valeur acquise au bout de 12 ans placement

$C_n = C_0(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} \Leftrightarrow C_{12} = 2\,000\,000(1+0{,}06)^5(1+0{,}08)^7$

$C_{12} = 4\,586\,966{,}67\ F\ CFA$

2. Calculons l'intérêt du capital

a) Pendant les 7 premières années :

$I_7 = 2\,000\,000[(1{,}06)^5(1{,}08)^2 - 1]$ => $\boxed{I_7 = 1\,121\,812{,}627\ FCFA}$

b) Au cours de la 9ème année

Ne pas confondre avec l'intérêt de 9 ans, ici il s'agit de calculer produit au cours de la 9ème seulement et non l'intérêt produit pendant les 9 années de placement.

$I_{n^{ième}} = C_n - C_{n-1}$ $\Leftrightarrow$ $I_{9ième} = C_9 - C_8$

$C_9 = 2\,000\,000(1{,}06)^5(1{,}08)^4$ => $C_9 = 3\,641\,282{,}249$

$C_9 = 2\,000\,000(1{,}06)^5(1{,}08)^3$ => $C_8 = 3\,371\,557{,}638$

$I_{9ième} = 3\,641\,282{,}249 - 3\,371\,557{,}638$ => $\boxed{I_{9ième} = 269\,724{,}611\ F\ CFA}$

c) Pendant les 4 dernières années $(I_{12} - I_9)$

$I_{4\ dernières} = 2\,000\,000[(1{,}06)^5(1{,}08)^7 - 1] - 2\,000\,000[(1{,}06)^5(1{,}08)^3 - 1]$

$\boxed{I_{4\ dernières} = 1\,215\,410\ F\ CFA}$

EXERCICE 2 :

Un capital de 100 000 est placé pendant 12 ans. Calculer la valeur acquise sachant que le taux est variable à 5 % pour les 4 premières années, 6,5% les 5 années suivantes, 6% le reste du temps

SOLUTION :

$C_0 = 100\,000$; $i_1 = 0{,}05$ $n_1 = 4\ ans$;

$i_2 = 0{,}065$ $n_2 = 5\ ans$;

$i_3 = 0{,}06$ $n_3 = 3\ ans.$

$C_{12} = 100\,000(1{,}05)^4(1{,}065)^5(1{,}06)^3$ => $\boxed{C_{12} = 198\,346}$

EXERCICE 3 :

M. Bréhima place à l'intérêt composé un capital C à un certain taux i. Le rapport entre les deux valeurs acquises à la fin de la 10ème année et la valeur acquise à la fin de la 5ème année est de 1,538624. La valeur acquise à la fin de la première année s'élève à 3 270 0000 F.

Calculer :

1. Le taux annuel et le taux semestriel équivalent ;
2. Le capital placé ;
3. L'intérêt produit au cours de 6 derniers mois.

SOLUTION :

$C_0 = ?$; $\frac{C_{10}}{C_5} = 1{,}538624$; $C_1 = 3\,270\,000$

1. Le taux annuel de capitalisation et le taux semestriel

$\frac{C_{10}}{C_5} = 1{,}538624 \Leftrightarrow \frac{C_0(1+i)^{10}}{C_0(1+i)^5} = 1{,}538624 \Leftrightarrow \frac{C_0(1+i)^5(1+i)^5}{C_0(1+i)^5} = 1{,}538624$

$(1+i)^5 = 1{,}538624 \Leftrightarrow i = (1{,}538624)^{\frac{1}{5}} - 1$ => $\boxed{i = 0{,}09}$

Taux semestriel équivalent

$(1+ia)^1 = (1+is)^2 \Leftrightarrow is = (1+ia)^{\frac{1}{2}} - 1$ => $\boxed{is = (1{,}09)^{\frac{1}{2}} - 1}$ soit 0,04403

2. **Le capital placé**

$C_1 = C_0(1+i) \Leftrightarrow C_0 = \frac{C_1}{1+i} \Leftrightarrow C_0 = \frac{3\,270\,000}{1+0{,}09}$ => $\boxed{C_0 = 3\,000\,000}$

3. **L'intérêt produit au cours de 6 derniers mois.**

La durée totale est de 10 ans soit $(10 \times 2 = 20)$ semestres

Alors l'intérêt de 6 derniers mois est $C_{20} - C_{19}$ $avec\ i = 0{,}04403$

$I_{6\ derniers\ mois} = 3\,000\,000(1{,}04403)^{20} - 3\,000\,000(1{,}04403)^{19}$

$\boxed{I_{6\ derniers\ mois} = 299\,514}$

EXERCICE 4 :

Compléter le tableau suivant :

C_n	C_0	i	I_n	n
? 749 406,3235 F ?	400 000 F ? 1 000 000 F	10% l'an ? le semestre ? l'an	? 189 406,3235 F 967 151,3570 F	60 mois 2 ans 6 mois 40 trimestres

NB : Les calculs doivent être justifiés.

SOLUTION :

A CHERCHER

EXERCICE 5 :

Un capital est placé à intérêts composés. Les valeurs acquises à la fin de la 8ème année et celle de la 3ème année sont dans le rapport 1,276282.

1. Calculer le taux i ;

2. Quel est le capital placé si à la fin de la 8ème année il est devenu 1 181 964 F ;
3. Calculer l'intérêt produit la 1ère année, la 8ème année ;
4. Calculer l'intérêt total produit à la fin du placement.

SOLUTION :

A CHERCHER

ESERCICE 6 :

Un capital de 1 000 000 F est placé à intérêts composés. On appelle C_n la valeur acquise après une année de placement. C_1, C_2, C_5 vérifient les relations suivantes :

$C_1 + C_5 = 2\,398\,226$ et $C_2 + C_5 = 2\,461\,826$

1) Calculer le taux i.
2) Calculer l'intérêt produit la 7ème année, sachant que l'intérêt produit la dernière année est de 101 368,74 ; calculer la durée du placement.

SOLUTION :

A CHERCHER

DIALLO Seydou

Seydou DIALLO

INTERETS COMPOSES

EXERCICE 1 :

Calculer la valeur acquise par un capital de 1 000 F, placé à un taux annuel $i = 0{,}115$; capitalisation annuelle des intérêts pendant :

a) 7 ans.

b) 11 ans 5 mois

EXERCICE 2 :

a) Calculer la valeur acquise, à intérêt composé, par un capital de 10 000 F, au bout de 10 ans, Taux annuel $i = 0{,}09$, capitalisation annuelle des intérêts.

b) Même calcul en intérêt simple.

c) Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt simple serait-elle égale à la valeur acquise obtenue en question a), capital et taux demeurant inchangés ?

d) Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt composé était-elle égale à la valeur obtenue en b) même capital, même taux.

e) A quel taux un capital de 10 000 F, placé à intérêt simple, atteindra-t-il en 10 ans la valeur acquise obtenue en a) ?

EXERCICE 3 :

Calculer le capital qui, au taux trimestriel de 2%, et au bout de 3 ans, est devenu 10 000 F ; Capitalisation trimestrielle et intérêts.

EXERCICE 4 :

Deux capitaux dont le total est 10 000 F sont placés :

- L'un à intérêt simple au taux de 10% ;
- L'autre à intérêt composé au taux de 8%.

Au bout de 9 ans ils ont acquis la même valeur. Calculer les montants respectifs des deux capitaux.

EXERCICE 5 :

On dépose en banque 10 000 F productifs d'intérêts composés. Un an après on retire 10 000 F. Un an après ce retrait on dispose en banque, compte tenu des intérêts produits, de 806,25 F.

DIALLO Seydou

Calculer le taux de capitalisation annuelle.

EXERCICE 6 :

Un capital est placé au taux annuel i pendant 8 ans. Capitalisation annuelle des intérêts. Le quotient du total des intérêts produits au cours des trois premières années de placement, par le total des intérêts produits au cours des trois dernières années est 0,635228.

Calculer le taux de placement.

EXERCICE 7 :

Deux capitaux x et y dont le montant s'élève à 80 000 F sont placés le même jour, pour une durée de 6 ans, à intérêt composé.

Le capital x est placé au taux annuel de 8% ; capitalisation annuelle des intérêts.

Le capital y est placé au taux semestriel de 3,75% ; capitalisation semestrielle des intérêts.

A l'expiration des 6 années le total des intérêts produits s'élève à 46 007,32 F.

Calculer x et y.

EXERCICE 8 :

Les mesures annuelles d'un phénomène économique, la première mesure ayant été effectuée à la date zéro, font apparaître chaque année un taux d'accroissement annuel constant par rapport à l'année précédente.

Sachant :

- que la mesure du phénomène considéré s'est accrue de 303,88 entre la date 4 et la date 5 ;
- que la mesure de ce phénomène s'est accrue de 335,03 entre la date 6 et la date 7 ;
- que la mesure de ce phénomène s'est accrue de 1 444 entre la date 6 et la date n.

Calculer :

a) Le taux constant d'accroissement annuel.

b) La mesure initiale du phénomène étudié.

c) La durée n.

DIALLO Seydou

EXERCICE 9 :

Trois capitaux de même montant sont placés à intérêt composé, pendant 3 ans, aux conditions suivantes :

Premier capital : taux annuel 10%, capitalisation annuelle des intérêts.

Deuxième capital : taux semestriel 5%, capitalisation semestrielle des intérêts.

Troisième capital : taux trimestriel 2,5%, capitalisation trimestrielle des intérêts.

a) Au bout de 3 années de placement, les intérêts produits par les deux premiers capitaux présentent une différence de 272,88 F. Calculer la valeur commune des trois capitaux.

b) Calculer la différence entre les intérêts produits par les placements des deuxièmes et troisièmes capitaux.

c) A quel taux d'intérêt simple le premier capital devrait-il être placé pour que, après 3 années de placement, la valeur acquise à intérêt simple soit égale à la valeur acquise à intérêt composé, les intérêts composés étant calculés au taux annuel de 10%.

d) Au bout de combien de temps le premier capital placé à intérêt simple au taux de 10% donnerait-il une valeur acquise égale à la valeur acquise du même capital placé à intérêt composé au même taux annuel de 10% pendant 3 ans ?

EXERCICE 10 :

Une personne place à intérêt composé une somme de 20 000 F à un taux i et une somme de 50 000 F à un taux i'. Elle dispose après 4 ans (les taux sont annuels et la capitalisation annuelle), capitaux et intérêts réunis, d'une somme totale de 109 199,13 F. Si le capital de 20 000 F avait été placé au taux i' et le capital de 50 000 F au taux i, le total des valeurs acquises aurait été de 112 159,56 F.

Calculer les deux taux i et i'.

EXERCICE 11 :

On place 10 000 000 F au taux de 2% par trimestre.

Calculer la valeur acquise :

a) Au bout de 34 mois, capitalisation trimestrielle.

b) Au bout de 17 semestres, capitalisation biannuelle.

c) Au bout de 10 ans sachant que la capitalisation est annuelle les 7 premières années et semestrielle les 3 dernières années.

EXERCICE 12 :

Une société immobilière met à la vente le 01/01/2000 un immeuble qui coûte à cette date 20 000 000 F.

M. SYLLA se porte acquéreur et de ce fait retire le 01/01/2000 le capital qu'il a constitué avec les placements effectués dans trois banques :

Banque A : 4 250 000 F placés le 01/01/1992 au taux de 6% l'an, capitalisation annuelle.

Banque B : 5 250 000 F placés le 01/07/1994 au taux de 6% l'an, capitalisation annuelle.

Banque C : 2 500 000 F placés le 01/04/1998 au taux de 2,10% par trimestre, capitalisation trimestrielle.

a) De quelle somme Mr SYLLA disposera-t-il le 01/01/2000 ?

b) Cette somme ne suffit pas pour acheter l'immeuble. Combien manque-t-il ?

EXERCICE 13 :

Deux capitaux sont placés à intérêts composés au taux de 8% l'an : 5 000 000 F pendant 8 mois, 8 000 000 F pendant n années.

L'intérêt produit par le 1er placement dépasse celui du deuxième de 500 026 F.

1) Déterminer l'échéance du deuxième capital.

2) On place la somme des deux capitaux à intérêts composés au taux de 8% l'an pendant 15 trimestres, capitalisation semestrielle, taux équivalent. Calculer la valeur acquise.

EXERCICE 14 :

Un capital de 1 000 000 F est placé à intérêts composés au taux de 7% pendant n années. La valeur acquise obtenue est placée à son tour à intérêts composés à 8% pendant (n-2) années.

La valeur acquise définitive étant 1 766 812 F.

Calculer la durée des deux placements.