

BEMBUS MALI

Au service de la nation

« Tabarakalézi Bi-yadihil – Mouloukou WaHouWa Allah-kouli-ché-ine Kadirou »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant Chercheur, économètre, gestionnaire de la politique économique
Tél : (00223) 69 - 50-23-20/ 76 - 43-95-33 mël : bbtraoremali@yahoo.fr

Sujets et Corrigés

2014 à 2020

Mathématiques

TS éco

« Nulle œuvre humaine n'est parfaite »
« Cheick Mohamed Chaffi Laraby Ibrahima Niasse »

2 000 FCFA

Mode paiement par Orange Money 76 43 95 33

Tabarakalézi Bi-yadihil – Mouloukou WaHouWa
Allah-kouli-ché-ine Kadirou

Bamako, août 2021

Sujet de Mathématique TS éco 2014

Exercice 1 (5 points)

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année de 5% la quantité de déchets qu'elle rejette par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a alors $r_0 = 40\,000$.

1-/

a-/ Calculer r_1 et r_2 . (0,5pt)

b-/ Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $r_{n+1} = 0,95 r_n + 200$. (0,5pt)

2-/ Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = r_n - 4\,000$

a-/ Démontrer que la suite (S_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

b-/ Pour tout entier naturel n , exprimer (S_n) en fonction de n . En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $r_n = 36\,000 \times 0,95^n + 4\,000$. (1 pt)

c-/ La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier. (1 pt)

d-/ Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini. (1 pt)

e-/ Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011. (0,5pt)

Exercice 2 (5 points)

1-/ Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ?

Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ? (1 pt)

2-/ Un boulanger qui fabrique 5 200 baguettes de pain quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de baguettes qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes.

3-/ La robe de FADIMA mesurait 1,68m. Après le premier lavage, il mesurait 3% de moins et après le deuxième lavage, il mesurait 1,5% de moins. Calculer la longueur de cette robe après le deuxième lavage.

4-/ Dans chacun des trois cas ci-dessus, nommer le type de pourcentage utilisé.

Exercice 3 (5 points)

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha » fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.

Le coût marginal de fabrication du produit « alpha » par l'entreprise est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par :

$$C_m(q) = 4 + (0,2q^2 - 2q)e^{-0,2q}$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers de francs CFA.

1-/ La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par : $C_T(q) = 4q - q^2e^{-0,2q}$. Vérifier que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[1 ; 20]$. (1 pt)

2-/ La fonction coût moyen, notée C_M est la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par :

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}$$

a-/ Vérifier que $C_M(q) = 4 - qe^{-0,2q}$. (0,5 pt)

b-/ Déterminer la fonction dérivée C'_M de la fonction C_M . (1 pt)

c-/ Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonne) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal ? (1 pt)

Quel est ce coût ? Pour cette production q_0 , quelle est la valeur du coût marginal ? (1,5 pt)

Exercice 4 (5 points)

Le prix d'un article augmente régulièrement sur le marché depuis maintenant quinze ans. On observe les résultats suivants sur les huit dernières années :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix y_i en francs	1 650	1 725	1 740	1 750	1 825	1 850	1 950	1 960

1-/ Tracer le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère d'unités graphiques. (1 pt)

1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ;

2 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées (graduer l'axe des ordonnées à partir de 1 600 F).

2-/ a-/ Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent. (1 pt)

b-/ Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés : les coefficients de l'équation seront arrondis à l'unité. (1 pt)

c-/ Tracer cette droite d'ajustement dans le repère de la question 1-/. (0,5 pt)

3-/ On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 2022.

a-/ Estimer, à l'aide du graphique, le prix moyen annuel de l'article en 2017. (0,5 pt)

b-/ Le prix de l'article atteindra-t-il 2400 F avant 2022 ? Justifier la réponse. (1 pt)

Correction Bac 2014 Série TS ECO

Exercice 1 :

Comprendre le sujet : les déchets diminuent de 5% puis augmentent de 200

X_0 diminue de 5% et augmente de 200 :

$$1^{\text{ère}} \text{ année : } X_1 = X_0 - 0,05X_0 + 200 = 0,95 X_0 + 200$$

$$2^{\text{ème}} \text{ année : } X_2 = X_1 - 0,05 X_1 + 200 = 0,95 X_1 + 200$$

On note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$, $r_0 = 40\,000$.

1° a) Calculons r_1 et r_2

- $R_1 = R_0 - 0,05R_0 + 200 = 0,95 R_0 + 200 = 0,95 \times 40\,000 = 38\,200$
- $R_2 = R_1 - 0,05R_1 + 200 = 0,95 R_1 + 200 = 0,95 \times 38\,200 = 36\,490$
- $R_3 = R_2 - 0,05R_2 + 200 = 0,95 R_2 + 200 = 0,95 \times 36\,490 = \dots\dots\dots$

b) Justifions que $r_{n+1} = 0,95 r_n + 200$

- $R_1 = R_0 - 0,05R_0 + 200$
- $R_2 = R_1 - 0,05R_1 + 200$
- $R_3 = R_2 - 0,05R_2 + 200$

.....

- $R_{n+1} = R_n - 0,05R_n + 200 = 0,95 R_n + 200$

2° Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = r_n - 4\,000$.

a) Démontrons que (S_n) est une suite géométrique.

$$S_n = r_n - 4\,000$$

$$S_{n+1} = r_{n+1} - 4\,000 = 0,95 r_n + 200 - 4000 = 0,95 r_n - 3\,800 = 0,95(r_n - 3800/0,95)$$

Soit $S_{n+1} = 0,95 (r_n - 4\,000) = 0,95 S_n$. Donc (S_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $S_0 = r_0 - 4000 = 36000$

b) Exprimons S_n en fonction de n et déduisons r_n en fonction de n .

$$S_n = S_0 \times q^n = 36000 (0,95)^n$$

On sait que $S_n = r_n - 4000$, donc $r_n = S_n + 4000$. Soit $r_n = 36\,000 (0,95)^n + 4\,000$

c) Diminution de la quantité de déchets rejetée d'une année à l'autre.

Rappelons que : Un est décroissante ssi : $U_{n+1} - U_n < 0$

On a $r_{n+1} - r_n = 36\,000 (0,95)^n (0,95 - 1) < 0$, alors la suite (r_n) est strictement décroissante, donc la quantité de déchets diminue d'une année à l'autre.

d) Déterminons la limite de la suite (r_n) .

On sait que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (36\,000 \times 0,95^n + 4000) = 4\,000 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = 4\,000$

Rappelons que :

$$\begin{array}{lll} \text{Si } \lim_{n \rightarrow +\infty} (X)^n = 0 & \text{si } 0 < X < 1 & \text{Si } \lim_{n \rightarrow +\infty} (X)^n = +\infty \quad \text{si } X > 1 \\ \text{Si } \lim_{n \rightarrow -\infty} (X)^n = +\infty & \text{si } 0 < X < 1 & \text{Si } \lim_{n \rightarrow -\infty} (X)^n = 0 \quad \text{si } X > 1 \end{array}$$

Exemple : Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} (0,95)^n = 0$

e) Calculons une estimation, en tonnes près, de la quantité de rejets en 2011.

On a : $2007 + 4 = 2011$, donc $r_4 = 36\,000 (0,95)^4 + 4\,000 = 33\,322,225$.

la quantité de rejets en 2011 est estimée à 33 322 tonnes

Exercice 2

1° Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées.

- **Déterminons le pourcentage des filles déplacées**

Le pourcentage des filles déplacées est : $55\% \times 25\% = 13,75\%$

Le pourcentage des filles déplacées est 13,75%

- **Nombre de filles déplacées si le lycée compte 225 élèves au total.**

$N = 225 \times 13,75\% = 30,9375$. On prend $N = 31$

2° Un boulanger qui fabrique 5200 pains quotidiennement, sait que pendant les fêtes il doit augmenter de 15% sa production.

Calculons le nombre de pains qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine. La production quotidienne sera $P_1 = P_0 + 15\% P_0 = 1,15 P_0 = 1,15 \times 5200 = 5980$

Le nombre de pains fabriqués au bout d'une semaine est $5980 \times 7 = 41\,860$ (1,5pt)

3° Soit $l = 1,68$ m, la longueur de la robe de Fadima.

Calculons la longueur de cette robe après le deuxième lavage.

- Longueur = $1,68 \times \frac{100-3}{100} \times \frac{100-1,5}{100} = 1,61$ mètres

4° Type de pourcentage utilisé dans chacun des cas :

1-Pourcentage de pourcentage. 2-Pourcentage additif . 3- Pourcentage d'évolution

Exercice 3

Le coût marginal C_m définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par : $C_m(q) = 4 + (0,2 q^2 - 2q)e^{-0,2q}$

1.-) La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle $[1 ; 20]$ par : $C_T(q) = 4q - q^2 e^{-0,2q}$.

Vérifions que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur $[1 ; 20]$.

$$C_T(q) = 4q - q^2 e^{-0,2q}$$

C_T est dérivable sur $[1 ; 20]$ et $\forall q \in [1 ; 20]$, $C'_T(q) = 4 - (2q e^{-0,2q} - 0,2 e^{-0,2} \times q^2)$

$$C'_T(q) = 4 + (0,2 q^2 - 2q) e^{-0,2q} = C_m(q).$$

$C'_T(q) = C_m(q)$, donc C_T est une primitive de C_m sur $[1 ; 20]$

2° la fonction coût moyen, est la fonction définie sur $[1 ; 20]$ par $C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}$

a) Vérifions que $C_M(q) = 4 - q e^{-0,2q}$

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q} = \frac{q(4 - q e^{-0,2q})}{q} = 4 - q e^{-0,2q}. \text{ Donc } C_M(q) = 4 - q e^{-0,2q}$$

b) Déterminons la fonction dérivée C'_M de la fonction C_M

$$C_M(q) = 4 - q e^{-0,2q}$$

$$C'_M(q) = - (e^{-0,2q} - 0,2 q e^{-0,2q}) = - e^{-0,2q} + 0,2 q e^{-0,2q} = (0,2 q - 1) e^{-0,2q}.$$

c) La production mensuelle q_0 , pour laquelle l'entreprise a un coût moyen minimal.

$$C'_M(q) = (0,2 q - 1) e^{-0,2q}$$

$\forall q \in [1 ; 20]$; $e^{-0,2q} > 0$ donc le signe de $C'_M(q)$ est celui de $0,2q - 1$.

Posons $0,2q - 1 = 0$.

$0,2q - 1 = 0 \Leftrightarrow q = 5 \rightarrow C_M$ admet un minimum en $q = 5$. Donc

$$C_M(5) = 4 - 5 e^{-0,2 \times 5} = 4 - 5 e^{-1} = 2,16060 ; C_m(5) = 4 + (0,2 \times 25 - 10) e^{-1} \approx 0,50515$$

Ce coût moyen minimal est environ 2 160, 60 F CFA

La valeur du coût marginal est environ 505,15 F CFA

Exercice 4 :

Le prix d'un article augmente régulièrement sur le marché depuis maintenant quinze ans. On observe les résultats suivants sur les huit dernières années :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépenses y_i	1650	1725	1740	1750	1825	1850	1950	1960

1° Traçons le nuage de points associé à cette série statistique.

Unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ; 2cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées gradué à partir de 1 600 F.

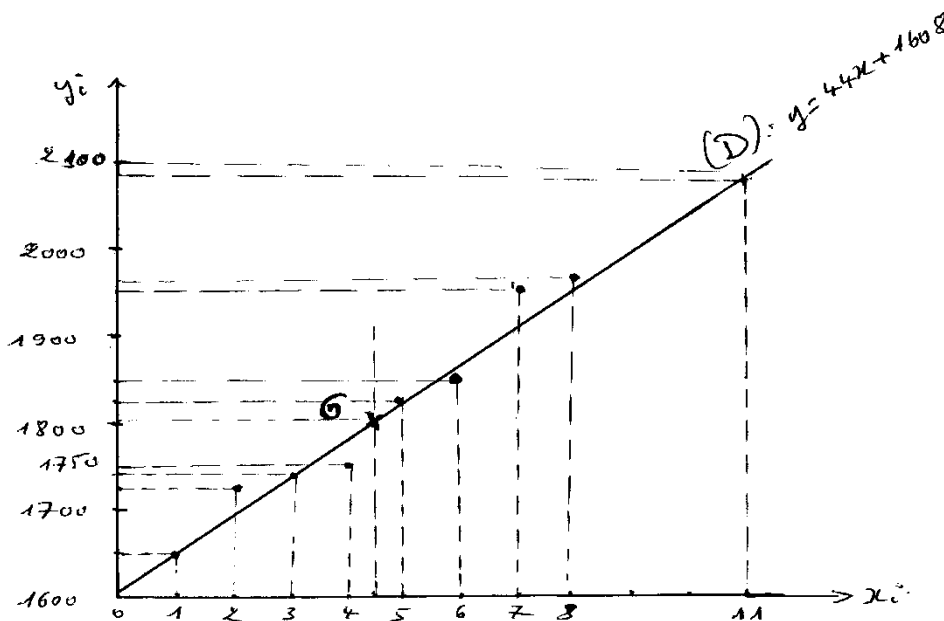
BAC 2014 - SÉRIE T.S.Eco - CORRIGÉ

Figure 2

Unités graphiques :

1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ,

2 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées gradué à partir de 1 600 F.



2° a) Déterminons les coordonnées du point moyen G et plaçons G.

$$x_G = \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4,5$$

$$y_G = \bar{y} = \frac{1650+1725+1740+1750+1825+1850+1950+1960}{8} = 1806,25$$

donc

G (4,5 ; 1806,25) et plaçons G	1 point
----------------------------------	---------

b) Déterminons une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.

Soit D : $y = ax + b$, la droite d'ajustement affine.

On a : $a = \frac{\text{Cov}(x,y)}{V(x)}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$ ($G \in D$)

$$\text{Cov}(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^8 x_i y_i - \bar{x}\bar{y} = \frac{68875}{8} - (4,5 \times 1806,25) = 231,25.$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^8 x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{204}{8} - 4,5^2 = 5,25 .$$

Alors $a = \frac{231,25}{5,25} = 44,04 \approx 44$ et $b = 1806,25 - 44 \times 4,5 = 1608,25 \approx 1608$. Donc

D a pour équation : $y = 44x + 1608$	1 point
--------------------------------------	---------

b) traçons D

Tracé de D (voir figure 2)	0,5 point
-----------------------------	-----------

3° On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 2022.

a) Estimons, à l'aide du graphique , le prix moyen annuel de l'article en 2017.

L'année 2017 correspond au rang $x = 11$, la lecture graphique donne environ $y = 2092$.

le prix moyen annuel de l'article en 2017 est estimé à 2 092 F	0,5 point
--	-----------

b) le prix de l'article atteindra-t-il 2400 F avant 2022 ? Justifions la réponse.

L'année 2022 correspond au rang $x = 16$.

Pour $x = 16$, $y = 44 \times 16 + 1608 = 2\,312 < 2\,400$. Donc

le prix de l'article n'atteindra pas 2 400 F avant 2022	1 point
---	---------

Ministère de l'Éducation Nationales		République du Mali Un Peuple – Un But – Une Foi		
EXAMEN :	<i>Baccalauréat malien</i>	SESSION :		JUIN 2014
ÉPREUVE DE :	<i>Mathématiques</i>	<i>I.</i>		
SÉRIES :	<i>TSEco</i>	DURÉE :	<i>3 heures</i>	COEF :3

Le sujet est composé de trois exercices tous obligatoires. Il comprend une seule page. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (4 points)

Mme Touré place 2 500 000 Fcfa en 2010 dans une banque au taux d'intérêt composé annuel de 10%.

1-/ Déterminer l'avoir de Mme Touré dans son compte en 2011 (au bout d'une année) ; en 2012 (au bout de deux ans); en 2013 (au bout de trois ans).

2-/ Soit U_n le montant que Mme Touré aura au bout de n (n est le nombre d'années écoulées après 2010). Exprimer U_n en fonction de n .

Exercice 2 (8 points)

Le tableau suivant donne les dépenses en millions de francs cfa des ménages en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1999.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1285	1427	1490

1-/ Dessiner le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal avec pour unités graphiques, 1cm pour un rang en abscisse, 1cm pour 200 millions de francs en ordonnée.

2-/ Déterminer un ajustement affine de la série par la méthode de MAYER.

3-/ En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision des dépenses pour l'année 2005.

Exercice 3 (8 points)

1-/ Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ?

Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ?

2-/ Un boulanger qui fabrique 5 200 pains quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de pains qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes.

3-/ La robe de FADIMA mesurait 1,68m. Après le premier lavage, il mesurait 3% de moins et après le deuxième lavage, il mesurait 1,5% de moins. Calculer la longueur de cette robe après le deuxième lavage.

4-/ Dans chacun des trois cas ci-dessus, nommer le type de pourcentage utilisé.

BAC 2014 - SERIE T.S.Eco - CORRIGÉ

EXERCICE 1 4 Points

Soit $C_0 = 2\,500\,000$ F cfa, le placement de Mme TOURÉ au taux d'intérêt composé annuel de 10 %.

1° Déterminons l'avoir de Mme TOURÉ :

- en 2011

Soit C_1 l'avoir de Mme TOURÉ en 2011

$$C_1 = C_0 + \frac{10}{100} C_0 = 1,1 C_0 = 2\,500\,000 \times 1,1 = 2\,750\,000.$$

$C_1 = 2\,750\,000$ F cfa	1 point
---------------------------	---------

- en 2012

Soit C_2 l'avoir de Mme TOURÉ en 2012

$$C_2 = C_1 + \frac{10}{100} C_1 = 1,1 C_1 = 2\,750\,000 \times 1,1 = 3\,025\,000$$

$C_2 = 3\,025\,000$ F cfa	1 point
---------------------------	---------

- En 2013

Soit C_3 l'avoir de Mme TOURÉ en 2013

$$C_3 = C_2 + \frac{10}{100} C_2 = 1,1 C_2 = 3\,025\,000 \times 1,1 = 3\,327\,500$$

$C_3 = 3\,327\,500$ F cfa	1 point
---------------------------	---------

2° Soit U_n le montant que Mme TOURÉ aura au bout de n années.

Exprimons U_n en fonction de n .

L'avoir de Mme TOURÉ au bout de $(n+1)$ années : $U_{n+1} = U_n + \frac{10}{100} U_n = 1,1 U_n$

Donc (U_n) est une suite géométrique de raison

$q = 1,1$ et de premier terme $U_0 = 2\,500\,000$	0,5 point
---	-----------

et par conséquent $U_n = U_0 \times q^n$

$U_n = 2\,500\,000 (1,1)^n$	0,5 point
-----------------------------	-----------

EXERCICE 2 8 Points

Le tableau suivant donne les dépenses en millions de francs cfa des ménages en produits informatiques de 1990 à 1999.

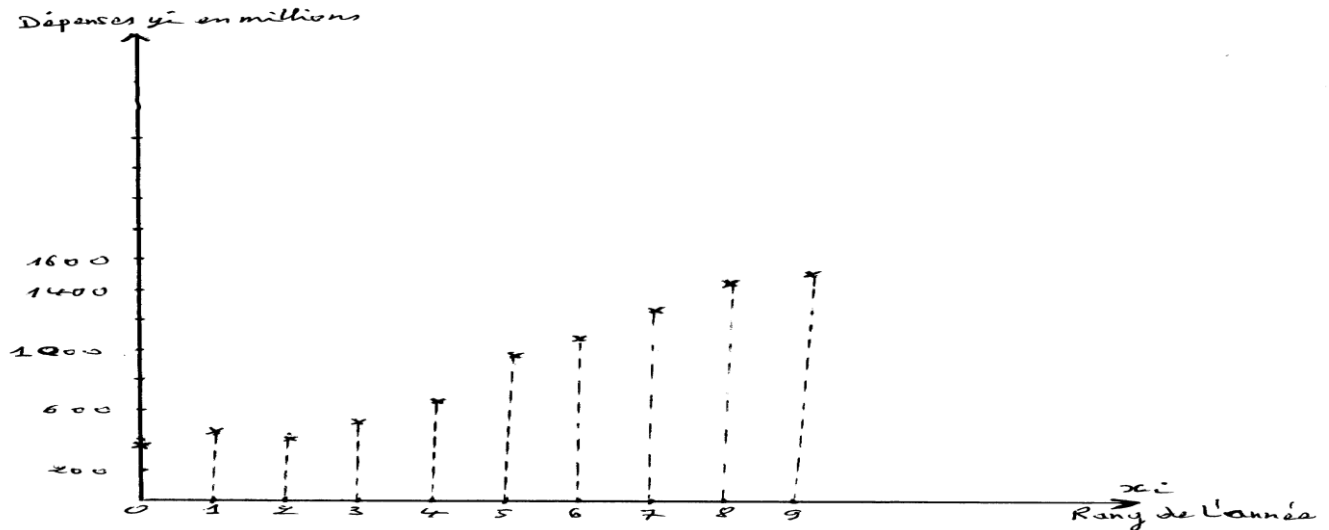
Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1285	1427	1490

1° Dessinons le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$

1cm pour un rang en abscisse

1cm pour 200 millions de francs en ordonnée.

Figure 1
 Unités graphiques : 1 cm pour un rang en abscisse, 1 cm pour 200 millions de francs en ordonnée.



2° Déterminons la droite d'ajustement par la méthode de MAYER.

Soit E_1 le sous nuage formé des 5 premiers points du nuage

TOTAL					
x_i	0	1	2	3	4
y_i	398	451	423	501	673
					10
					2446

Soit G_1 le point moyen de E_1

$$x_{G_1} = \frac{10}{5} = 2 \quad \text{et} \quad y_{G_1} = \frac{2446}{5} = 489,2 \quad \text{donc}$$

$G_1(2 ; 489,2)$	1 point
------------------	---------

Soit E_2 le sous nuage formé des 5 derniers points du nuage

TOTAL					
x_i	5	6	7	8	9
y_i	398	451	423	501	673
					35
					6235

Soit G_2 le point moyen de E_2

$$x_{G_2} = \frac{35}{5} = 7 \quad \text{et} \quad y_{G_2} = \frac{6235}{5} = 1247, \quad \text{donc}$$

$G_2(7 ; 1247)$	1 point
-----------------	---------

Soit $\Delta : y = ax + b$, la droite d'ajustement affine.

$$\text{On a : } \begin{cases} G_1 \in \Delta \\ G_2 \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 489,2 = 2a + b \\ 1247 = 7a + b \end{cases}$$

On obtient $a = 151,56$ et $b = 186,08$. Donc la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode de MAYER a pour équation :

$y = 151,56x + 186,08$	2 points
------------------------	----------

3° Prévision des dépenses pour l'année 2005.

L'année 2005 correspond au rang

$x = 15$	0,5 point
----------	-----------

Pour $x = 15$, $y = 151,56 \times 15 + 186,08 = 2\,459,48$

La prévision des dépenses en 2005 est estimée à 2 459,48 millions	0,5 point
---	-----------

EXERCICE 3	8 Points
-------------------	-----------------

1° Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées.

- **Déterminons le pourcentage des filles déplacées**

Le pourcentage des filles déplacées est : $\frac{55}{100} \times \frac{25}{100} \times 100 = 13,75 \%$

Le pourcentage des filles déplacées est : 13,75 %	1 point
---	---------

- **Nombre de filles déplacées si le lycée compte 225 élèves au total.**

$$N = 225 \times \frac{25}{100} \times \frac{55}{100} = 30,9375$$

On prend

N= 31	1 point
-------	---------

2° Un boulanger qui fabrique 5200 pains quotidiennement, sait que pendant les fêtes il doit augmenter de 15% sa production.

Calculons le nombre de pains qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine.

Soit $P_0 = 5200$, nombre de pains fabriqués le premier jour

$$P_1 = P_0 + \frac{15}{100} P_0 = 1,15 P_0 \text{ le nombre de pains au } 2^{\text{ème}} \text{ jour.}$$

$$\text{Soit } P_{n+1} = P_n + \frac{15}{100} P_n = 1,15 P_n \text{ le nombre de pains au bout de } (n+1) \text{ jours.}$$

(P_n) est une suite géométrique de raison

q = 1,15 et de premier terme $P_0 = 5200$	1,5 point
---	-----------

Soit N le nombre de pains fabriqués au bout d'une semaine.

$$N = P_0 + P_1 + \dots + P_6 = P_0 \frac{1 - (1,15)^7}{1 - 1,15} = 5200 \frac{1 - (1,15)^7}{1 - 1,15}.$$

Soit $N = 57\,547,35$

N= 5748	1 point
---------	---------

3° Soit $l = 1,68$ m, la longueur de la robe de Fadima.

Calculons la longueur de cette robe après le deuxième lavage.

- Soit l_1 la longueur de la robe après le 1^{er} lavage

$$l_1 = l - \frac{3}{100} l = 0,97 l = 0,97 \times 1,68 = 1,6296. \text{ Soit}$$

l ₁ = 1,62 m	1,5 points
-------------------------	------------

- Soit l_2 la longueur de la robe après le 2^e lavage

$$l_2 = l_1 - \frac{1,5}{100} l_1 = 0,985 l_1 = 0,985 \times 1,6296 = 1,605156. \text{ Soit}$$

l ₂ = 1,60 m	1 point
-------------------------	---------

Remarque : $l_2 = l \times (1 - \frac{3}{100})(1 - \frac{1,5}{100}) = 1,68 \times 0,97 \times 0,985 = 1,60516$

4° Type de pourcentage utilisé dans chacun des cas :

1- Pourcentage de pourcentage. 2-Pourcentage successif.3- Pourcentage d'évolution	1 point
---	---------

Ministère de l'Éducation Nationale Centre National des Examens et Concours de l'Éducation			République du Mali Un Peuple – Un But – Une Foi	
EXAMEN :	Baccalauréat malien			BAC 2015
SÉRIE :	TSEco	SESSION :	Juin 2015	
ÉPREUVE :	Mathématiques	DURÉE :	3 heures	COEF : 3

Exercice 1 / [6 points]

Une somme de 3 000 000 F est placée pendant 5 ans au taux annuel de 10%.

- 1-/ Quelle somme obtient-on à l'issue de ce placement ? (2pts)
- 2-/ Si au bout de cette période de placement on souhaite obtenir 7 247 295 F, quelle somme doit-on placer aujourd'hui, au taux de 10% ? (1pt)
- 3-/ La somme d'aujourd'hui, 3 000 000 F au taux de 10%, après combien de temps disposera-t-on d'une somme égale à 7 781 227 F ? (1pt)
- 4-/ Si au bout de 3 ans la valeur acquise du placement est de 3 149 280 F à quel taux le placement a été effectué ? (2pts)

Exercice 2 / [6 points]

Dans cet exercice tous les résultats seront donnés sous forme de fractions.

Une urne contient 30 boules numérotées de 1 à 30 indiscernables au toucher.

- 1-/ Indiquer les numéros qui sont multiples de 3 et de 5. (1pt)
- 2-/ On tire au hasard une boule de l'urne. Calculer :
 - a-/ La probabilité que le numéro de la boule tirée soit multiple de 3 et de 5. (1,5pt)
 - b-/ La probabilité que le numéro de la boule tirée soit multiple de 3 ou de 5. (1,5pt)
- 3-/ On tire au hasard 3 boules successivement et avec remise.
Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois un numéro multiple de 3 et de 5. (2pts)

Exercice 3 / [8 points]

A-//

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = (2x+10)e^{-0,5x+1}$

1-/ On note f' sa fonction dérivée.

a-/ Justifier que pour tout x de $[0 ; +\infty[$: $f'(x) = (-x - 3)e^{-0,5x+1}$ (0,5pt)

b-/ Étudier le sens de variation de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$. (1pt)

2-/ Justifier que la fonction F définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $F(x) = (-4x - 28)e^{-0,5x+1}$ est une primitive de f sur le même intervalle. (0,5pt)

3-/ Calculer l'intégrale

$$I = \int_4^6 f(x)dx \text{ (on donnera la valeur arrondie à 0,01 près)} \quad (1pt)$$

B-//

La demande de produits à base du beurre de karité fabriqués par une association féminine est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A-//. Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers de produits, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines de francs cfa.

- 1-/ a-/ Calculer le nombre de produits demandés, à l'unité près lorsque le prix unitaire est fixé à 400 fcfa. (0,5pt)
- b-/ Calculer le nombre de produits demandés, à l'unité près lorsque le prix unitaire est fixé à 600 fcfa. (0,5pt)

2-/ Déterminer la demande moyenne à une unité près, lorsque le prix unitaire est compris entre 400 et 600 fcfa. (1pt)

C-//

L'élasticité de la demande est exprimée par la fonction E définie par :

$$E(x) = x \frac{f'(x)}{f(x)}$$

(En économie, l'élasticité de la demande exprime l'effet des variations du prix de vente d'un produit sur le niveau de demande de ce produit)

1-/ Vérifier que, pour tout x de $[0 ; +\infty[$,

$$E(x) = -\frac{x^2 + 3x}{2x + 10} \quad (2pt)$$

2-/ Calculer le prix pour lequel l'élasticité est égale à -2 , c'est-à-dire qu'il s'agit de Résoudre

$$E(x) = -2 \quad (1pt)$$

Correction du Bac Session de Juin 2015 Série : TSEco

Exercice 1 :

Une somme de 3 000 000F est placée pendant 5ans au taux annuel de 10%.

C_0 ou $C = 3\,000\,000\,F$; $n = 5ans$; $t = 10\%$ soit $i = 0,1$

1. La somme obtenue à l'issue de ce placement est :

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \Leftrightarrow C_5 = 3\,000\,000 \times (1,1)^5 \Leftrightarrow \boxed{C_5 = 4\,831\,530\,F}$$

2. $C_5 = 7\,247\,295\,F$; $n = 5ans$; $i = 0,1$; C_0 ?

Soit C_0 la somme qu'il faut placer aujourd'hui pour obtenir $7\,247\,295\,F$:

$$C_5 = 7\,247\,295 \Leftrightarrow C_0 (1,1)^5 = 7\,247\,295 \Leftrightarrow C_0 = \frac{7\,247\,295}{(1,1)^5} \Leftrightarrow \boxed{C_0 = 4\,500\,000\,F}$$

3. $C_n = 7\,781\,277F$; $n = ?$; $i = 0,1$; $C_0 = 3\,000\,000$

Soit n la durée au bout de laquelle on obtiendra $7\,781\,277$:

$$C_n = 7\,781\,277 \Leftrightarrow 3\,000\,000(1,1)^n = 7\,781\,277 \Leftrightarrow (1,1)^n = 2,593759 \Leftrightarrow$$

$$n = \frac{\ln 2,593759}{\ln 1,1} = \boxed{10\,ans}$$

Il faut donc placer aujourd'hui 3000 000 F au taux de 10% pendant 10 ans pour obtenir 7 781 277 F.

4. $C_3 = 3\,149\,280F$; $n = 3ans$; $i = ?$; $C_0 = 3\,000\,000$

Soit i le taux utilisé :

$$C_3 = C_0 (1 + i)^3 \Leftrightarrow 3\,149\,280 = 3\,000\,000 \times (1 + i)^3 \Leftrightarrow$$

$$(1 + i)^3 = \frac{3\,149\,280}{3\,000\,000} = 1,04976 \Leftrightarrow i = \sqrt[3]{1,04976} - 1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i = 0,01632 \text{ soit } 1,63\%}$$

Le taux utilisé est de 1,63% .

Exercice 2 :

Une urne contient 30 boules numérotés de 1 à 30

1-/ Les numéros qui sont multiples de 3 et de 5 sont : $\{15 ; 30\}$

2-/ Calculons :

a-/ la probabilité que le numéro de la boule tirée soit multiple de 3 et de 5 est : $P_1 = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

b-/ la probabilité que le numéro de la boule tirée soit multiple de 3 ou de 5 est :

les numéros qui sont multiples de 3 ou de 5 sont :

$$\{3; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 21; 24; 25; 27; 30\} \quad P_2 = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

3-/ Calculons la probabilité d'obtenir au moins une fois un numéro multiple de 3 et de 5 :

$$P_3 = \frac{3(2^1 \times 28^2 + 2^2 \times 28^1) + 2^3 \times 28^0}{30^3} = \frac{5\,048}{27\,000} = \frac{631}{3\,375}$$

Exercice 3 :

A-// On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = (2x + 10)e^{-0,5x+1}$

1-/ a-/ Justifions que $\forall x \in [0 ; +\infty[$ par : $f'(x) = (-x - 3)e^{-0,5x+1}$

$$f'(x) = 2e^{-0,5x+1} - 0,5(2x + 10)e^{-0,5x+1} = (2 - x - 5)e^{-0,5x+1} = (-x - 3)e^{-0,5x+1}$$

b-/ Etudions le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$:

$$\forall x \in [0 ; +\infty[; e^{-0,5x+1} > 0 \text{ donc } f'(x) \text{ a même signe que } -x - 3$$

$$\text{posons } -x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

$$\forall x \in [0 ; +\infty[f'(x) < 0 \text{ d'où } f \text{ est strictement décroissante.}$$

2-/ Justifions que F est une primitive de f sur $[0 ; +\infty[$:

$$\begin{aligned} \forall x \in [0 ; +\infty[F'(x) &= -4e^{-0,5x+1} - 0,5(-4x - 28)e^{-0,5x+1} \\ &= (-4 + 2x + 14)e^{-0,5x+1} = (2x + 10)e^{-0,5x+1} \end{aligned}$$

$$\forall x \in [0 ; +\infty[F'(x) = f(x) \text{ d'où } F \text{ est une primitive de } f \text{ sur } [0 ; +\infty[.$$

3-/ Calculons l'intégrale :

$$I = \int_4^6 f(x)dx = [F(x)]_4^6 = F(6) - F(4) = -52e^{-2} + 44e^{-1} = 9,15.$$

B-//

1-/ a-/ Calculons le nombre de produits demandés à l'unité près lorsque le prix unitaire est fixé à 400 *f c f a* :

$$f(4) = (2 \times 4 + 10)e^{-0,5 \times 4 + 1} = 18e^{-1} = 6,622$$

$$\text{le nombre de produit demandés est } 6,622 \times 1\,000 = 6\,622 .$$

b-/ Calculons le nombre de produits demandés à l'unité près lorsque le prix unitaire est fixé à 600 *f c f a* :

$$f(6) = (2 \times 6 + 10)e^{-0,5 \times 6 + 1} = 22e^{-2} = 2,977$$

$$\text{le nombre de produit demandés est } 2,977 \times 1\,000 = 2\,977$$

2-/ Déterminons la demande moyenne à une unité près, lorsque le prix unitaire est compris entre 400 et 600 *f c f a* :

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{6-4} \int_4^6 f(x)dx = \frac{1}{2} \times 9,15 = 4,575$$

$$\text{la demande moyenne à une unité près, lorsque le prix unitaire est compris entre 400 et 600 } f c f a \text{ est : } 4,575 \times 1\,000 = 4\,575.$$

$$\text{C-// } E(x) = x \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\text{1-/ Vérifions que : } \forall x \in [0 ; +\infty[\quad E(x) = -\frac{x^2+3x}{2x+10}$$

$$E(x) = x \frac{(-x-3)e^{-0,5x+1}}{(2x+10)e^{-0,5x+1}} \Rightarrow E(x) = \frac{-(x^2+3x)}{2x+10}$$

2-/ Calculons le prix pour lequel l'élasticité est égale à -2 :

$$E(x) = -2 \Leftrightarrow -(x^2+3x) = -2(2x+10) \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$\Delta = 81 ; x_1 = -4 \notin [0 ; +\infty[; x_2 = 5 \in [0 ; +\infty[$$

$$\text{le prix pour lequel l'élasticité est égale à } -2 \text{ est : } 500 f c f a.$$

BAC- 2016 / Mathématiques / TS éco

Exercice 1 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

1°/ La population d'une ville était de 650 000 habitants début 2010 qui a augmenté de 8% la 1^{ère} année et de 10% l'année suivante. Quel a été le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ? (2 pts)

2°/ La population de cette ville est passée de 650 000 en 2010 à 721 500 en 2013. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est la taux d'évolution ? (1,5 pt)

3°/ Dans un aliment pour bébé, il a 75% de légumes dont 60% de carottes. Quel pourcentage de carottes dans cet aliment ?

Exercice 2 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

Le 1^{er} janvier 2010 Mamadou a placé 120 000F à intérêts composés, au taux de 9%. On note C_n le capital au 1^{er} janvier (2010 + n)

1°/ Calculer C_1 puis établissez la relation entre C_n et C_{n+1} . Déduisez en C_n en fonction de n (1 pt)

2°/ Au 1^{er} janvier 2017 Mamadou aura besoin de 400 000F pour acheter une moto. Le capital qu'il possèdera sera-t-il suffisant pour subvenir à cette dépense ? Sinon combien devra-t-il emprunter ? (1,5 pt)

3°/ A quel taux aurait-il dû placer son capital le 01^{er} janvier 2010 pour disposer des 400 000F au 01^{er} janvier 2017 ? (1,5 pt)

Exercice 3 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

Le 15 juin trois effets :

- 87 000 F à échéance du 21 juillet ;
- 99 000 F à échéance du 04 août ;
- 109 000F à échéance du 03 juillet,

Sont remplacés par un effet à échéance du 13 juillet ; taux 9%

Quelle est la valeur nominale de l'effet unique ?

Exercice 4 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

On se propose d'étudier les effets du volume de la récolte mondiale d'un produit agricole sur les prix atteints par ce produit. Par la suite, x désigne la quantité récoltée en millions de tonnes. La recette totale en millions de francs CFA est donnée par la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $R(x) = -0,4x^2 + 8x$.

1°/ Etudiez la fonction R et la représenter graphiquement (2 points)

2°/ L'ensemble des charges totales (entraînées par la récolte) est donné par la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$.

a.- / Déterminez les points d'intersection de cette droite avec la parabole précédente représentant la recette totale (1pt)

b.-/ Déterminez graphiquement la zone correspondant à un gain (2 pts)

3°/ déterminez la fonction bénéfice B et la représenter graphiquement. Déterminez la valeur de x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum (3 points)

Corrigés / Exercice 1 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

1°/ Le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ? (2 pts)

- La population en fin 2010 = 650 000 + 8% * 650 000 = 702 000 habitants
- La population en fin 2011 = 702 000 + 10% * 702 000 = 772 200 habitants
- La population en fin 2012 = 772 200 + 10% * 772 200 = 849 420 habitants

2°/ Le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution (1,5 pt)

$$\text{coefficient Multiplicateur } m = \frac{VA}{VD} = \frac{721\,500}{650\,000} = 1,11$$

$$\text{Taux d'évolution } T = \frac{VA-VD}{VD} * 100 = (m - 1) * 100 = 11\%$$

3°/ Le pourcentage de carottes dans cet aliment = 0,75 * 0,60 = 0,45 = 45%

Corrigés / Exercice 2 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

1°/ Calculer C_1 puis établissez la relation entre C_n et C_{n+1} . (1 pt)

$$C_1 = C(1,09) = 120\,000 * 1.09 = 130\,800$$

$$C_n \text{ et } C_{n+1} \rightarrow C_2 = C_1(1,09); C_3 = C_2(1,09); C_4 = C_3(1,09); \dots; C_{n+1} = C_n(1,09);$$

$$C_n \text{ en fonction de } n : C_n = C_0(1,09)^n = 120\,000 * 1.09^n$$

2°/

$$\text{Le capital qu'il possèdera au } 01^{\text{er}} / 01 / 2017 : C_7 = 120\,000 * 1.09^7 = 219\,365$$

Ce capital ne sera pas suffisant pour subvenir à cette dépense (0,5 pt)

$$\text{Il devra emprunter : } 400\,000 - 219\,365 = 180\,635 \text{ F (0,5 pt)}$$

3°/ Le taux qu'il aurait dû placer son capital (1,5 pt)

$$C_n = C(1+i)^n \rightarrow C_n = 120\,000(1+i)^7 = 400\,000 \rightarrow (1+i)^7 = 3,333333$$

$$\Rightarrow i = \sqrt[7]{3,3333} - 1 = 0,187673 \text{ soit } 18,77\%.$$

Corrigés / Exercice 3 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

Décompte de jours (2 points)

Date d'équivalence : 15 juin

- L'effet de $V_1 = 87\,000\text{F}$; n_1 (15/06 au 21/07) = 36 jours
- L'effet de $V_2 = 99\,000\text{F}$; n_1 (15/06 au 04/08) = 50 jours
- L'effet de $V_3 = 103\,000\text{F}$; n_1 (15/06 au 03/07) = 18 jours
- L'effet de $V = ?$; n (15/06 au 13/07) = 28 jours

Rappels de cours sur l'équivalence d'effets

Un effet V remplace trois effets V_1 ; V_2 ; V_3 lorsque la valeur actuelle de l'effet V égale à la somme des valeurs actuelles de V_1 , V_2 et V_3

$$V - \frac{V*t*n}{36\,000} = \left(V_1 - \frac{V_1*t*n_1}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2*t*n_2}{36\,000}\right) + \left(V_3 - \frac{V_3*t*n_3}{36\,000}\right)$$

Calcul de la valeur nominale (1 pt)

$$V - \frac{V*9*28}{36\,000} = \left(87\,000 - \frac{87\,000*9*36}{36\,000}\right) + \left(99\,000 - \frac{99\,000*9*50}{36\,000}\right) + \left(103\,000 - \frac{103\,000*9*18}{36\,000}\right)$$

On trouve $V = 294\,551 \text{ F}$

Corrigés / Exercice 4 : BAC - 2016 / Mathématiques / TS éco

1°/ Etudiez la fonction R et la représenter graphiquement (2 points)

La fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $R(x) = -0,4x^2 + 8x$.

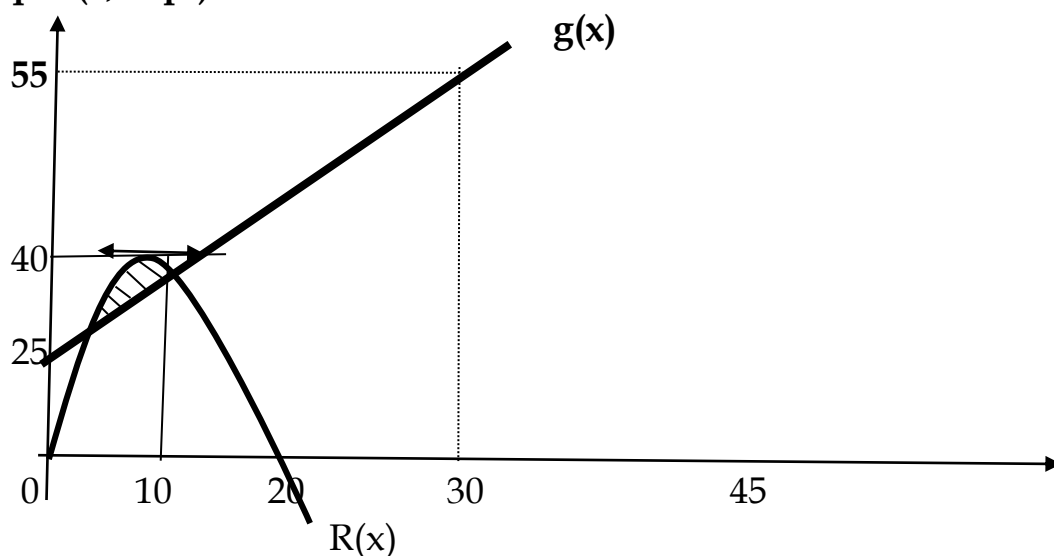
- Les limites aux bornes : (0,25 pt)
 $\lim_{x \rightarrow 0} R(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} R(x) = -\infty$
- La dérivée (0,25 pt)
 $R'(x) = -0,8x + 8$.
- L'extremum (0,25 pt)
 $R'(x) = -0,8x + 8 = 0 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow R(10) = 40$
- Le tableau de variation (0,25)

X	0	10	$+\infty$
R'(x)		+	-
R(x)	0	40	$-\infty$

Tableau des valeurs (0,25 pt)

X	0	1	5	8	10	20	30	
R(x)	0	7,6	30	38,4	40	0	-120	

Graphique (0,75 pt)



2°/ L'ensemble des charges totales : g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$.

a.- / Les points d'intersection de R(x) et g(x) 1 pt

$$R(x) = g(x) \Rightarrow -0,4x^2 + 8x = 25 + x \Rightarrow -0,4x^2 + 7x - 25 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 * 0,4 * 25 = 9 = 3^2$$

$$x = \frac{-7-3}{2(-0,4)} = 12,5 \text{ ou } x = \frac{-7+3}{2(-0,4)} = 5$$

Pour $x=5 \Rightarrow g(5) = 25 + 5 = 30 \Rightarrow$ le point A (5 ; 30)

Pour $x=12,5 \Rightarrow g(12,5) = 25 + 12,5 = 37,5 \Rightarrow$ le point B(12,5 ; 37,5)

Les points d'intersection A (5 ; 30) et B (12,5 ; 37,5)

b.-/ La graphiquement la zone correspondant à un gain (2 pts)
 voir graphique la partie hachurée.

3°/ 3 points

- La fonction bénéfice B (x) = R(x) - g(x) = $-0,4x^2 + 8x - 25 - x$
 $B(x) = -0,4x^2 + 7x - 25$ (1 pt)
- $B'(x) = -0,8x + 7 = 0 \Rightarrow x = 8,75$
 Pour $x = 8,75$ le bénéfice atteint son maximum (1 pt)

La représentation graphique de B(x).

Sujet de mathématique TS éco BAC – juin 2017

Exercice 1 : BAC – juin 2017

Un capital est partagé entre trois personnes :

- La première personne a reçu le tiers du capital ;
- La deuxième personne a reçu le quart du capital ;
- La troisième a reçu le cinquième du capital.

Après il est resté une somme de 26 000F.

1.-) Détermine le capital ;

2.-) Quelle est la part de chacune des trois personnes ?

3.-) Le 31/03/2017, on place la part de la première personne à 6,5% échéant le 15/05/2017, la part de la deuxième personne à 7,2% échéant le 20/06/2017 et la part de la troisième à 8% échéant le 29/06/2017.

a.-) Calcule l'intérêt total produit.

b.-) Calcule la valeur acquise totale produite

Solution exercice 1 TS éco juin 2017

1.-) soit C le capital : $\frac{1}{3}C + \frac{1}{4}C + \frac{1}{5}C + 26\,000 = C \Rightarrow$ on trouve $C = 120\,000F$

2.-) 1^{ère} part $C_1 = 40\,000F$; 2^{ème} part $C_2 = 30\,000F$ et 3^{ème} part $C_3 = 24\,000F$

3.-) a) l'intérêt total

$$I_{total} = \frac{40\,000 \cdot 6,5 \cdot 45}{36\,000} + \frac{30\,000 \cdot 7,2 \cdot 81}{36\,000} + \frac{24\,000 \cdot 8 \cdot 90}{36\,000} = 1\,291 F$$

b) La valeur acquise totale produite

$$VA_{totale} = (40\,000 + 30\,000 + 24\,000) + 1\,291 F = 95\,291F$$

Exercice 2 : BAC – juin 2017

Une usine fabrique des ampoules électriques ; 75% sont conformes aux normes et 25% non conformes. Un contrôle qui n'est pas infallible accepte 10% des ampoules non conformes et rejette 4% des ampoules conformes.

1.-) Calcule la probabilité qu'une ampoule soit acceptée par le contrôle ;

2.-) Sachant qu'une ampoule est acceptée, quelle est la probabilité qu'elle soit conforme aux normes ?

Solution exercice 2 TS éco juin 2017

L'arbre de solution

		Accepté A	96%	$\Rightarrow P(C \cap A) = 0,75 \cdot 0,96$
	Conforme 75% C			
		Non accepté $\bar{A}$	4%	$\Rightarrow P(C \cap \bar{A}) = 0,75 \cdot 0,04$
Ampoule				
		Accepté A	10%	$\Rightarrow P(\bar{C} \cap A) = 0,25 \cdot 0,10$
	Non conforme 25% $\bar{C}$			
		Non accepté $\bar{A}$	90%	$\Rightarrow P(\bar{C} \cap \bar{A}) = 0,25 \cdot 0,90$

1.-) soit P1 la probabilité pour qu'une ampoule soit acceptée

$$P_1 = P(C \cap A) + P(\bar{C} \cap A) = 0,75 \cdot 0,10 + 0,75 \cdot 0,96 = 0,745$$

2.-) Sachant qu'une ampoule est acceptée, la probabilité qu'elle soit conforme

$$P(C/A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{0,75 \cdot 0,96}{0,745} = 0,966$$

Problème de maths TS éco BAC – juin 2017

Une ébénisterie fabrique entre 10 et 40 bibliothèques par mois. On estime le coût de fabrication de q bibliothèques est : $C(q) = 10 q^3 + 5\,000 q + 20\,000$ en FCFA.

Chaque bibliothèque est vendue à 32 000 FCFA.

1.-)

a.-) Détermine le coût de fabrication de 12 bibliothèques.

b.-) L'ébéniste dégage-t-il des bénéfices pour la fabrication et la vente de q bibliothèques ?

2.-) On note $B(q)$ le bénéfice en FCFA obtenu par la fabrication et la vente de « q » bibliothèque.

a.-) Montre que $B(q) = -10 q^3 + 27\,000 q - 20\,000$

b.-) Etudie les variations de B sur l'intervalle $[10 ; 40]$

c.-) Dresse le tableau de variation de B sur $[10 ; 40]$

d.-) En déduis le nombre de bibliothèques que l'ébénisterie doit fabriquer et vendre par mois pour dégager un bénéfice maximal.

Quel est ce bénéfice maximal ?

Solution problème de maths TS éco

1.-)

a.-) $C(12) = 10 \cdot 12^3 + 5\,000 \cdot 12 + 20\,000 = 97\,280$

b.-) Recette totale $RT = 12 \cdot 32\,000 = 384\,000$ et coût total $CT = 97\,280$
il y a bénéfice lorsque la RT dépasse le CT .

$RT - CT = 384\,000 - 97\,280 = 286\,720 > 0$ alors il dégage des bénéfices.

2.-)

a)

$$B(q) = RT - CT = 32\,000 q - (10 q^3 + 5\,000 q + 20\,000)$$

$$B(q) = -10 q^3 + 27\,000 q - 20\,000$$

b.-) $B'(q) = -30 q^2 + 27\,000 = 0 \rightarrow q = 30$

Q	10	30	40
$B'(q)$	+	0	-
$B(q)$	240 000	520 000	420 000

$Q^* = 30$ et $B^* = 520\,000$.

Baccalauréat Malien Série TS éco 2018

Epreuve de Mathématique

Exercice 1

- 1.- Une mère de 37 ans a trois enfants âgés de 8 ans, 10 ans et 13 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ? Détermine alors les âges respectifs de chacun d'eux.
- 2.- Le total des valeurs nominales de trois effets s'élève à 540 000F, le total des valeurs actuelles à 535 710F. Sachant que les valeurs nominales sont proportionnelles à 4 ; 8 et 6 et que les échéances sont 45 jours, 30 jours et 60 jours. Calcule :
 - a.- Les valeurs nominales.
 - b.- Le taux d'escompte.
- 3.- Détermine la date d'échéance d'un effet de 14 320F qui se substituerait, le 10 novembre, à un effet de 14 200F payable le 30 novembre. Taux d'escompte 10%.

Exercice 2 :

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que, chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5% par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000.

On note U_n le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année 2015 + n. on a donc $U_0 = 600$.

- 1.- Montre, que pour tout entier n, $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$
- 2.- On pose $V_n = U_n - 200$.
 - a.- Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .
 - b.- Exprime V_n en fonction de n. En déduis l'expression de U_n en fonction de n.
 - c.- D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

Problème : 10 points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$$

- 1.- Détermine le domaine de définition de f .
- 2.- Détermine trois nombres réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$
- 3.- Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de f . Déduis – en les équations des asymptotes.
- 4.- Calcule $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f .
- 5.- Etudie le signe de $f'(x)$. Déduis-en le sens de variations de f .
- 6.- Construis la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O ; i ; j) avec OI = 2 cm et OJ = 1 cm.
- 7.- Calcule l'aire en cm^2 de la portion du plan comprise entre la courbe de f , l'asymptote oblique et les droites d'équations $x = 4$ et $x = 6$.

Solution exercice 1 Mathématique TS éco BAC – 2018

Partie 1 : soit x le nombre d'année

$$37 + x = (8 + x) + (10 + x) + (13 + x) \rightarrow x = 3 \text{ ans}$$

Dans combien 3 ans :

- l'âge de la mère = 40 ans
- les âges des trois enfants : 11 ans ; 13 ans et 16 ans.

Partie 2 :

a.- Les valeurs nominales.

Soient V1, V2 et V3 les trois valeurs nominales

$$\frac{V_1}{4} = \frac{V_2}{8} = \frac{V_3}{6} = \frac{540\,000}{18} = 30\,000$$

$$V_1 = 4 \times 30\,000 = 120\,000$$

$$V_2 = 8 \times 30\,000 = 240\,000$$

$$V_3 = 6 \times 30\,000 = 180\,000$$

b.- Le taux d'escompte

$$\left(V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot 45}{36\,000}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot 30}{36\,000}\right) + \left(V_3 - \frac{V_3 \cdot t \cdot 60}{36\,000}\right) = 535\,710$$

$$\left(120\,000 - \frac{120\,000 \cdot t \cdot 45}{36\,000}\right) + \left(240\,000 - \frac{240\,000 \cdot t \cdot 30}{36\,000}\right) + \left(180\,000 - \frac{180\,000 \cdot t \cdot 60}{36\,000}\right) = 535\,710$$

$$540\,000 - 150t - 200t - 300t = 535\,710 \rightarrow \text{taux} = 6,6\%$$

Partie 3 :

Date d'équivalence : 10 novembre

$$V_1 = 14\,320 \rightarrow n_1 ?$$

$$V_2 = 14\,200 \rightarrow n_2 (10 \text{ nov au } 30 \text{ nov}) = 20 \text{ jours}$$

$$\left(V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot n_1}{36\,000}\right) = \left(V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot n_2}{36\,000}\right)$$

$$\rightarrow \left(14\,320 - \frac{14\,320 \cdot 10 \cdot n_1}{36\,000}\right) = \left(14\,200 - \frac{14\,200 \cdot 10 \cdot 20}{36\,000}\right)$$

On trouve n = 50 jours échéance le 30 juin

Solution Exercice 2 BAC – TS éco juin 2018

1.- Montre, que pour tout entier n, $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$

$$2015 \rightarrow U_0 = 600$$

$$2016 \rightarrow U_1 = U_0 + U_0 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_0 - 10$$

$$2017 \rightarrow U_2 = U_1 + U_1 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_1 - 10$$

$$2018 \rightarrow U_3 = U_2 + U_2 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_2 - 10$$

.....

$$2015 + n \rightarrow U_{n+1} = U_n + U_n \times 0,05 - 10 = 1,05 U_n - 10$$

2.- On pose $V_n = U_n - 200$.

a.- Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .

V_n est une suite géométrique ssi $V_{n+1} = q V_n$

$$V_n = U_n - 200 \rightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 200 = 1,05 U_n - 10 - 200 = 1,05 U_n - 210$$

$$V_{n+1} = 1,05 U_n - 210 = 1,05 (U_n - 200) = 1,05 V_n$$

$$V_{n+1} = 1,05 V_n$$

Alors V_n est géométrique de raison $q = 1,05$ et de $V_0 = 400$

b.- Exprime V_n en fonction de n . En déduis l'expression de U_n en fonction de n .

$$V_n = 1,05^n \times 400 \Rightarrow U_n = 1,05^n \times 400 + 200$$

c.- D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

$$2025 = 2015 + 10 \Rightarrow U_{10} = 1,05^{10} \times 400 + 200 = 851,558 \text{ milliers}$$

Le nombre de calculatrices que cette entreprise vendra en 2025 est de : 851 558.

Solution Problème TS éco BAC – 2018

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x-2}$$

1.- Détermine le domaine de définition de f .

$$x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \Rightarrow D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

2.- Détermine trois nombres réels a , b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} = \frac{ax^2 + bx - 2ax - 2b + c}{x-2} = \frac{ax^2 + (b-2a)x - 2b + c}{x-2} = \frac{2x^2 - 3x}{x-2}$$

Par identification : $a = 2$; $b - 2a = -3$ et $-2b + c = 0$

Après résolution on trouve : $a = 2$; $b = 1$ et $c = 2$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} \Rightarrow f(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x-2}$$

3.- Les limites aux bornes du domaine de définition de f .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

Les équations des asymptotes : $x = 2$ et $y = 2x + 1$

4.- $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{(4x-3)(x-2) - (2x^2-3x)}{(x-2)^2} = \frac{4x^2 - 8x - 3x + 6 - 2x^2 + 3x}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 8x + 6}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{(x-2)^2}$$

5.- Le signe de $f'(x)$.

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0 \Rightarrow x' = 1 \text{ et } x'' = 3$$

Le sens de variations de $f \Rightarrow$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$	9	$+\infty$	

6.- La courbe représentative de f dans un repère orthogonal (0 ; i ; j)

7.- L'aire en cm^2 de la portion du plan comprise entre la courbe de f , l'asymptote oblique et les droites d'équations $x=4$ et $x=6$.

$$\int_4^6 [f(x) - (2x + 1)] dx = \int_4^6 \frac{2}{x-2} dx = 2 [\ln|x-2|]_4^6 = 2 \ln 4 - 2 \ln 2 = 2 \ln 2$$

$$\int_4^6 [f(x) - (2x + 1)] dx = 2 \ln 2 \text{ cm}^2.$$

Baccalauréat Malien Série TS éco 2019

Exercice 1..... (5 pts)

Un capital de 510000 F est partagé en trois parts dont les montants sont en progression

arithmétique croissante. La première est égale à $\frac{7}{10}$ de la troisième. On place ces parts à des

taux respectifs : t_1 ; t_2 et t_3 en progression géométrique décroissante dont la somme est 36,4. Les revenus annuels des deux premières parts sont directement proportionnels aux nombres 84 et 85.

Calcule :

1. Les trois capitaux et les taux de placement.
2. Le taux moyen auquel le capital de 510000 F a été placé.

Exercice 2..... (5 pts)

Un article paru dans le quotidien «Le Monde» en novembre 2014 indique que le Brésil est parvenu à réduire la déforestation de l'Amazonie. Elle était de 27000 km^2 en 2004 et d'environ 4600 km^2 en 2011.

1. La ministre brésilienne de l'environnement déclarait que la déforestation avait baissé de 83% sur cette période. Est-ce vrai?
2. Soit t le taux de diminution moyen annuel, exprimé en pourcentage, de la déforestation entre 2004 et 2011.
 - a. Montre que $\left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{23}{135}$.
 - b. Détermine t . Interprète le résultat obtenu.
 - c. Estime la surface de déforestation en 2018 si cette évolution se poursuit à l'identique.

Problème..... (10 pts)

Les coûts de production d'un bien de grande consommation sont calculés par l'expression $CT(x) = 0,1x^2 + 16000$, où x est le nombre d'unités produites et $CT(x)$ le coût total en francs de la production de x unités. Chaque article étant vendu 100F pièce. On désigne par $RT(x)$ la recette totale de l'entreprise. L'entreprise peut produire au maximum 1000 unités.

1. Montre que la fonction bénéfice notée BT est définie par :

$$BT(x) = -0,1x^2 + 100x - 16000$$
2. Etudie le sens de variation de la fonction $CT(x)$ sur l'intervalle $I = [0; 1000]$ et représente graphiquement cette fonction dans un repère orthogonal où 1 cm représente 100 unités sur l'axe des abscisses et 10000 F sur l'axe des ordonnées.
3. Représente graphiquement la fonction $RT(x)$ dans le même repère. D'après le graphique, sur quel intervalle la courbe de RT est-elle au-dessus de CT ?
4. Etudie le signe de $BT(x)$. A quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice?

Solution

Exercice 1 :

1. Calculons les trois capitaux et leurs taux respectifs de placement :

Les trois capitaux sont : 140 000 F ; 170 000 F et 200 000 F

2.- Taux moyen = 11,87%

Exercice 2

Taux -83%

Mathématique TSECO BAC – 2020

Exercice 1 :

Trois capitaux, en progression arithmétique, ont pour somme 81 000 000F.

1.- Calculer ces capitaux sachant que le 3^e capital est le double di 1^{er} capital.

2.- On place ces capitaux dans les conditions suivantes :

18 000 000 F CFA à 6% pendant 90 jours

27 000 000 F CFA à 4,5% pendant 60 jours

36 000 000 F CFA à t% pendant 30 jours

Le taux moyen de ces placements est : 5,735%.

Calcule le taux du troisième capital.

Exercice 2 :

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$U_0 = 3/5 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n - 3}{6}$$

Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $V_n = 5U_n + 3$

1.- Démontre que (V_n) est géométrique. En déduire une expression de U_n , en fonction de n .

2.- Démontre que (U_n) est une suite décroissante.

3.-

a.-) Calcule $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$ et

$$S'_n = U_0 + U_1 + U_2 \dots + U_{n-1}$$

b.-) Détermine les limites de S_n et S'_n quand $n \rightarrow +\infty$.

Problème :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$. Soit f la fonction définie par

$$f: x \mapsto (\ln x)^2 - 1$$

1.-

a.- Détermine l'ensemble de définition de f

b.- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2.-

a.- Calcule la fonction dérivée f' de f .

b.- Etudie le signe de $f'(x)$

c.- Dresse le tableau de variation de f .

3.-

a.- Reproduis et complète le tableau ci-dessous :

x	e^{-1}	1	2	e	3	4	5
$f(x)$							

b.- Construis la courbe représentative (C) de f .

Corrigé de Mathématique TSECO BAC – 2020

Solution exercice 1 / Mathématique TSECO octobre 2020

1.-/ Soient C_1, C_2, C_3 les 3 capitaux en PA de raison R : $C_1 = C_1$; $C_2 = C_1 + R$; $C_3 = C_1 + 2R$
 $C_1 + C_2 + C_3 = 81\,000\,000 \Rightarrow C_1 + C_1 + R + C_1 + 2R = 81\,000\,000 \Rightarrow C_1 + R = 27\,000\,000$
 $C_3 = 2C_1 \Rightarrow$ Résoudre le système : $C_1 = \frac{1}{2}R$ et $C_1 + R = 27\,000\,000$

On trouve : $C_1 = 18\,000\,000$ $C_2 = 27\,000\,000$ $C_3 = 36\,000\,000$

Les trois capitaux sont : $C_1 = 18\,000\,000$ $C_2 = 27\,000\,000$ $C_3 = 36\,000\,000$

2.-/ le taux t

$$TM = \frac{18\,000\,000 \cdot 6 \cdot 90 + 27\,000\,000 \cdot 4.5 \cdot 60 + 36\,000\,000 \cdot t \cdot 30}{18\,000\,000 \cdot 90 + 27\,000\,000 \cdot 60 + 36\,000\,000 \cdot 30} = 5,735$$

$$17\,010\,000\,000 + 1\,080\,000\,000 t = 24\,775\,200\,000 \Rightarrow \text{taux} = 7,19\%$$

Solution exercice 2 / Mathématique TSECO octobre 2020

$$U_0 = 3/5 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n - 3}{6} \quad V_n = 5U_n + 3$$

1.-/ V_n est une suite géométrique ssi $V_{n+1} = q \cdot V_n$

$$V_{n+1} = 5U_{n+1} + 3 = 5 \cdot \frac{U_n - 3}{6} + 3 = \frac{5U_n - 15}{6} + 3 = \frac{5U_n + 3}{6} = \frac{1}{6} (5U_n + 3) = \frac{1}{6} V_n$$

Alors V_n est une suite géométrique de raison $q = 1/6$ et $V_0 = 6$

$$V_0 = 5U_0 + 3 = 5 \cdot \frac{3}{5} + 3 = 6$$

$$\text{L'expression de } V_n \text{ alors } V_n = \left(\frac{1}{6}\right)^n \cdot 6$$

$$\text{L'expression de } U_n \text{ alors } U_n = \frac{\left(\frac{1}{6}\right)^n \cdot 6 - 3}{5}$$

2.-/ U_n est une suite décroissante ssi : $U_{n+1} < U_n$

$$\frac{\left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} \cdot 6 - 3}{5} < \frac{\left(\frac{1}{6}\right)^n \cdot 6 - 3}{5} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} \cdot 6 - 3 < \left(\frac{1}{6}\right)^n \cdot 6 - 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} < \left(\frac{1}{6}\right)^n \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^n \left(\frac{1}{6}\right) < \left(\frac{1}{6}\right)^n \Leftrightarrow \frac{1}{6} < 1 \text{ vrai alors } U_{n+1} < U_n$$

$$3.-/ \text{ a.-/ } S_n = V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{n-1} = 6 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n}{1 - \frac{1}{6}} = 36 \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n}{5}$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} \text{ avec } U_n = \frac{V_n - 3}{5}$$

$$S'_n = \frac{V_0 - 3}{5} + \frac{V_1 - 3}{5} + \frac{V_2 - 3}{5} + \dots + \frac{V_{n-1} - 3}{5} = \frac{1}{5} [V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} - 3n]$$

$$S'_n = \frac{1}{5} \left[36 \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n}{5} - 3n \right] \text{ ou } S'_n = \frac{1}{5} \left[36 \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n - 15n}{25} \right]$$

$$\text{b.-/ limite de } S_n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 36/5$$

$$\text{limite de } S'_n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n = +\infty$$

Mathématique TSECO BAC – 2020 page 2

Solution Problème / Mathématique TSECO octobre 2020

$$f(x) = (\ln x)^2 - 1$$

1.-/

a.-/ $f(x)$ est définie ssi $x > 0 \Rightarrow Df =]0; +\infty[$

b.-/ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\ln x)^2 - 1 = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow 0} (\ln x)^2 - 1 = +\infty$

2.-/ Dérivée

$$f(x) = (\ln x)^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2 * \frac{1}{x} * (\ln x)^1 = \frac{2 \ln x}{x}$$

b.-/ Signe de $f'(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{2 \ln x}{x} = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$
 si $0 < x < 1 \Rightarrow f'(x) > 0$ si $1 < x < +\infty \Rightarrow f'(x) < 0$

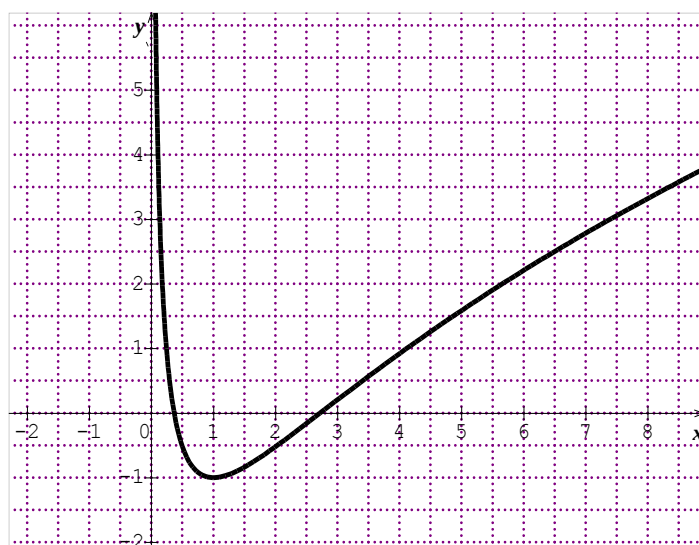
c.-/ Tableau de variation

X	0	1	$+\infty$
F'(x)		0	
F(x)	$+\infty$	-1	$+\infty$

3.-/ a.-/

X	e^{-1}	1	2	e	3	4	5
f(x)	0	-1		0	0,21	0,92	1,59

b.-/ construire



Sujets préparatoires BAC – 2021

Série 1

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice 1 : résous dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

a.-) $(2x + 1)^7 - 30 = 19\,487\,141$ b.-) $(x + 3)^5 - 7 = 16\,800$

c.-) $121^{x^2} * \frac{1}{(14161^4)^x} = 11^{30}$ d.-) $\sqrt[6]{x-1} = 2$

e.-) $(x-2)^2 - 3(x-2) = 10$ f.-) $(2x+1)^6 + (2x+1)^3 - 750 = 15000$

g.-) $(3^{x-1})^3 = 9 \cdot 3^{x-2}$ h.-) $(27)^{x+2} = 3^{5x+8}$ i.-) $9^x * 2^{2x} = 216^{-1}$

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} (2^6)^{-x} * \frac{1}{(16)^y} = 4 \\ (13^{-x}) * \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} * 25^{-5} \\ \frac{1}{(6^{-2})^x} * 6^y = 6^5 \end{cases}$$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} (2^6)^{-x} * \frac{1}{(16)^y} = 4 \\ (13^{-x}) * \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} * 25^{-5} \\ \frac{1}{(6^{-2})^x} * 6^y = 6^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (27)^x * \frac{1}{(81)^{-y}} = 3^{10} \\ 2^x * 4^y = \frac{1}{2^{-4}} \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{-x} * 4^y = \sqrt{2^{10}} \\ \frac{8^x}{4^y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Exercice 4.

Trouver trois nombres X ; Y ; Z tels qu'ils sont :

- proportionnels aux 2 ; 3 ; 5.
- Inversement proportionnels aux 7 ; 11 ; 13
- Proportionnels aux 10 ; 20 ; 30
- La somme des deux derniers dépasse le quintuple du 1^{er} de 815 000F.

Réponses :

$(X; Y; Z) DP (2; 3; 5) DP \left(\frac{1}{7}; \frac{1}{11}; \frac{1}{13}\right) DP (10; 20; 30)$

$\Rightarrow DP \left(\frac{2*10}{7}; \frac{3*20}{11}; \frac{5*30}{13}\right) \Rightarrow DP (2860; 5\,460; 11\,550) \Rightarrow \frac{X}{2860} = \frac{Y}{5\,460} = \frac{Z}{11\,550} = k$

$\Rightarrow X = 2860\,k ; Y = 5460\,k \text{ et } Z = 11\,550\,k.$

$(Y + Z) - 5X = 815\,000 \Rightarrow (5460\,k + 11\,550\,k) - 5 * 2860\,k = 813\,000$

On trouve $X = 858\,000$; $Y = 1\,638\,000$; $Z = 3\,465\,000$.

Série 2

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »Session 2021 Spécialité : **T.S.ECO**Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...**Exercice 1 :**

1.-/ une gratification de 44 220 000F est partagée entre 4 ouvriers proportionnelle aux heures supplémentaires effectuées respectivement 2h 15mn ; 3h 20mn ; 5h et 6h 10mn.

2.-/ Trois personnes s'associent pour créer une entreprise. La 1^{ère} apporte 27 000€, la 2^{ème} 54 000 € et la 3^{ème} 81 000 €. A la fin de l'exercice, ils se partagent 9 000€ proportionnellement à leur apport initial. Combien le premier doit-il recevoir ?

Réponse

1.-/ 5 940 000 ; 8 800 000F ; 13 200 000F et 16 280 000F. 2.-/ 1 500€

Exercice 2 :

La commune de Mandé prévoit dans son budget 25 000€ au titre des activités culturelles et sociales. La répartition doit s'effectuer ainsi :

- 10% sont attribués à la coopérative scolaire ;
- 24% du reste sont affectés à la caisse d'Entraide.
- Le reste est distribué entre 3 clubs de loisirs inversement proportionnel aux nombres d'années d'activités de chacun soit respectivement 4 ans, 3 ans et 1 an. Effectuer le détail de cette répartition.

Réponses : on trouve A= 2700 € ; B = 3 600€ ; C = 10 800€

Exercice 3 :

On veut partager une somme d'argent en deux parts inversement proportionnelles à 6 et 11, mais en réalité on partage en deux parts directement proportionnelles à 6 et 11. La première part diminue de 640F. Quelle est la somme que l'on partage ?

Réponse : S = 2176

Exercice 4 :

Au cours d'une année, messieurs Coulibaly, Keita et Traoré salariés d'une entreprise ont travaillé respectivement 5, 8 et 12 mois.

Calculer le nombre de jours de congés rémunérés auquel peut prétendre chaque salarié sachant que ce nombre de jours de congé est proportionnel au nombre de mois de travail et que le nombre total des jours de congé alloués est de 50 jours.

Réponse : 10 jours, 16 jours, 24 jours

Exercice 5 :

Une gratification est partagée entre trois ouvriers proportionnellement à leurs âges : 28 ans ; 40 ans ; 30 ans et inversement proportionnelle au nombre d'enfants : 7 ; 4 et 15 enfants.

Sachant que le 1^{er} et le 2^{ème} touchent ensemble 322 000F, calculer la part de chaque ouvrier et le montant de la gratification.

Réponses : 92 000F; 230 000F; 46 000 F

Série 3

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

Deux écoles se sont regroupées pour le transport scolaire. Le coût est de 600 000F par mois. Elles décident de supporter les $\frac{3}{4}$ des frais, le reste étant à la charge des élèves. Il y a 100 élèves dans la 1^{ère} école et 200 élèves dans la 2^{ème} école.

- 1.- Quel est le montant des frais supportés par les deux écoles ?
- 2.- Les deux écoles partagent le montant des frais proportionnellement au nombre d'élèves. Combien paye chacune des écoles ?
- 3.- Combien paye chaque élève ?

Réponse :

1.- Le montant des frais supportés par les deux écoles : $600\,000 \times \frac{3}{4} = 450\,000$ F

Le montant des frais à la charge des enfants = $600\,000 \times \frac{1}{4} = 150\,000$ F

2.- A et B proportionnels aux 100 et 200

$$\frac{A}{100} = \frac{B}{200} = \frac{150\,000}{300} = 500 \quad \text{on trouve } A = 50\,000 ; B = 100\,000$$

Exercice 2 :

On veut partager une somme de 73 500FCFA entre trois ouvriers proportionnellement aux nombres 10 ; 14 et 18.

- 1.- Faites ce partage ;
- 2.- On diminue 284 FCFA du montant à partager et le reste est réparti proportionnellement à l'inverse de 5 ; 7 et 9. Déterminer la part de chacun.
- 3.- Si on partageait la somme de 73 500FCFA proportionnellement aux nombres : a-1 ; a et a+1, la dernière part dépassera la première de 1960 FCFA. Déterminer :

a.-/ La valeur de a

b.-/ Les valeurs des parts dans ce cas.

Solution :

1.-/ soient A ; B ; C les parts proportionnelles aux 10 ; 14 ; 18 tel que $A + B + C = 73\,500$

$$\frac{A}{10} = \frac{B}{14} = \frac{C}{18} = \frac{73\,500}{42} = 1\,750 \quad \text{on trouve } A = 17\,500\text{F} ; B = 24\,500\text{F} ; C = 31\,500\text{F}$$

2.-/ le reste = $73\,500 - 284 = 73\,216$

$$\frac{A}{\frac{1}{5}} = \frac{B}{\frac{1}{7}} = \frac{C}{\frac{1}{9}} \Rightarrow \frac{A}{63} = \frac{B}{45} = \frac{C}{35} = \frac{73\,216}{143} = 512$$

On trouve $A = 32\,256\text{F} ; B = 23\,040\text{F} ; C = 17\,920\text{F}$

$$3.-/ \frac{A}{a-1} = \frac{B}{a} = \frac{C}{a+1} = \frac{73\,500}{3a} = \frac{24\,500}{a}$$

$$\text{La part de la 1}^{\text{ère}} : \frac{24\,500(a-1)}{a}$$

$$\text{La part de la 1}^{\text{ère}} : \frac{24\,500(a-1)}{a}$$

$$\text{La part de la 2}^{\text{ème}} : \frac{24\,500 \cdot a}{a} = 24\,500$$

$$\text{La part de la 3}^{\text{ème}} : \frac{24\,500 \cdot (a+1)}{a}$$

$$\frac{24\,500 \cdot (a+1)}{a} - \frac{24\,500(a-1)}{a} = 1\,960$$

$$\frac{49\,000}{a} = 1960 \quad \text{on trouve } a = 25$$

$$\text{La part de la 1}^{\text{ère}} = 23\,5720 \text{ F}$$

$$\text{La part de la 2}^{\text{ème}} = 24\,500\text{F}$$

$$\text{La part de la 3}^{\text{ème}} = 25\,480 \text{ F}$$

Série 4

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

Une marchandise revenant à 1 000 000 FCFA au fabricant est vendue par celui-ci à un grossiste en réalisant un bénéfice de 20% sur le prix de revient. Le grossiste supporte des frais représentant 15% du prix d'achat et vend la marchandise à un détaillant en appliquant un taux de marque de 60%.

Le détaillant supporte les frais de 2% du prix d'achat et vend la marchandise à un consommateur en appliquant un taux de marque de 25%.

Travail à faire : Calculer le prix de vente du détaillant au consommateur ;

Fabricant	PR = 1 000 000 FCFA → Bénéfice = 20% * 1 000 000 = 200 000 Prix de vente = 1 000 000 + 200 000 = 1 200 000
Grossiste	PR = 1 200 000 + 15% * 1 200 000 = 1 380 000 → $PV = \frac{100 \cdot PR}{100 - \text{taux de marque}} = \frac{100 \cdot 1\,380\,000}{100 - 60} = 3\,450\,000 \text{ F}$
Détaillant	PR = 3 450 000 + 3 450 000 * 2% = 3 519 000 → $PV = \frac{100 \cdot PR}{100 - \text{taux de marque}} = \frac{100 \cdot 3\,519\,000}{100 - 25} = 4\,692\,000 \text{ F}$

Exercice 2 :

Lors d'une élection, les candidats A, B, et C ont obtenu par rapport aux suffrages exprimés les pourcentages suivants : A : 32,4% ; B : 38,2% ; C : 29,4%.

1.- Sachant que le candidat B a obtenu 151 081 voix, quel est le nombre de voix obtenues par les autres candidats et quel est le nombre de suffrages exprimés ?

2.- Quel était le nombre d'électeurs inscrits sachant que le pourcentage des non votants et de bulletins nuls correspond à 20,9% du nombre des électeurs inscrits ?

Solution :

Candidats	Suffrages exprimés en %	Suffrages exprimés en nombre	
A	32,4%	128 142	
B	38,2%	151 081	
C	29,4%	116 277	
Total	100%	395 500	

On calcule d'abord le nombre de suffrages exprimés :

B -----→ 38,2% -----→ 151 081

Total-----→ 100 % -----→ X → $x = \frac{100 \cdot 151\,081}{38,2} = 395\,500$ électeurs

Nombre de suffrages exprimés pour A : 395 500 * 32,4% = 128 142

Nombre de suffrages exprimés pour C : 395 500 * 29,4% = 116 277

Retenons cette équation en matière d'élection :

Le nombre d'électeurs inscrits = nombre de suffrages exprimés + nombre de non votants + bulletins nuls → $I = SE + (NV + BN)$

Le pourcentage des non votants et de bulletins nuls = 20,9% du nombre des électeurs inscrits → $(NV + BN) = 20,9\% \cdot I$

On sait que le suffrage exprimé SE = 395 500

$I = SE + (NV + BN) \rightarrow I = 395\,500 + 20,9\% \cdot I \rightarrow$ on trouve $I = 500\,000$

Le nombre d'inscrit est de 500 000.

Série 5

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

Une somme de S francs envoyée par l'intermédiaire de « Orange Money » doit être répartie de la façon suivante : 10% de S sont donnés au Père ; 20% du reste à la Mère ; $\frac{1}{4}$ du nouveau reste à Souleymane puis 25% de ce qui reste à Dramane. Le reliquat est partagé entre les trois petits frères de proportionnement à leurs âges : 4 ans ; 6 ans et 10 ans.

Sachant que le moins âgé a reçu 19926FCFA, déterminer :

- 1.-/ La valeur de S ;
- 2.-/ La somme reçue par chaque membre de la famille.

Réponse : on trouve $S = 246\ 000F$.

Exercice 2 : BAC – 2016 / Mathématiques / TS éco

1°/ La population d'une ville était de 650 000 habitants début 2010 qui a augmenté de 8% la 1^{ère} année et de 10% l'année suivante. Quel a été le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ?

2°/ La population de cette ville est passée de 650 000 en 2010 à 721 500 en 2013. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est la taux d'évolution ?

3°/ Dans un aliment pour bébé, il a 75% de légumes dont 60% de carottes. Quel pourcentage de carottes dans cet aliment ?

Exercice 3 : BAC – 2014

1-/ Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ?

Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ?

2-/ Un boulanger qui fabrique 5 200 pains quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de pains qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes.

3-/ La robe de FADIMA mesurait 1,68m. Après le premier lavage, il mesurait 3% de moins et après le deuxième lavage, il mesurait 1,5% de moins. Calculer la longueur de cette robe après le deuxième lavage.

4-/ Dans chacun des trois cas ci-dessus, nommer le type de pourcentage utilisé.

Exercice 4 :

Une somme S doit être partagée entre deux personnes proportionnelles aux nombres 2 et 5. L'agent chargé du partage se trompe. Il a effectué le partage en partie inversement proportionnelle aux mêmes nombres. Ainsi une personne a vu sa part diminué de 19 200F.

Laquelle a vu sa part diminué ? Quel est le montant à partager ? Quelles sont les parts des deux personnes ?

Série 6

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

Soit U_n la suite arithmétique de raison R et de 1^{er} terme. On dispose de U_p et U_n

$$U_5 = 95 \text{ et } U_{30} = 220$$

Calcule U_0 et R

Calcule la somme S_n en fonction de n : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

Calcule la somme $S_{50} = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{50}$

Indication de solution

$U_5 = 95$ et $U_{30} = 220$ on calcule R et U_0 puis $U_n \rightarrow R = 5 \quad U_0 = 70.$

U_n en fonction de n : $U_n = U_0 + n * R \rightarrow U_n = 70 + 5.n$

$$\rightarrow S_n = \frac{(n+1)(U_0+U_n)}{2} = \frac{(n+1)(70+70+5n)}{2} \rightarrow S_n = \frac{(n+1)(140+5n)}{2}$$

$$S_{50} = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{50} = \frac{(n+1)(U_0+U_{50})}{2} = \frac{(50+1)(140+5 \times 50)}{2}$$

$$S_{50} = \frac{(50+1)(140+5 \times 50)}{2} = 9\,945$$

Exercice 2 : On donne $\begin{cases} U_0 = 13 \\ U_n = \frac{7U_{n-1}+27}{4} \end{cases}$

1/ Calculer U_1 ; U_2 ; U_3

2/ On pose $V_n = U_n + 9$

a.-) Montrer que V_n est une Suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.

b.-) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Exercice 3 :

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$

a) Déterminez le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017.

b) Exprimez X_{n+1} en fonction de X_n .

c) On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 60\,000 - X_n$

Montrez que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1^{er} terme. Exprimer U_n en fonction de n , en déduire X_n en fonction de n .

Série 7

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

On place le 01/01/2015 une somme de 1 000 FCFA l'intérêt annuel est 4%.
Les intérêts acquis au cours d'une année sont capitalisés de plus, tous les 1^{er} janvier à partir de 2016, on rajoute 100 FCFA au capital.

Soit U_n la somme disponible à l'an 2015+n avec $n \geq 0$.

1.-/ Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .

2.-/ En posant $V_n = U_n + 2500$. Montrer que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Solution :

1.-/ $U_{n+1} = 1,04 U_n + 100$

2.-/ $V_n = U_n + 2500 \rightarrow V_n = 1,04^n * 3 500$

Exercice 2 :

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que, chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5% par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000.

On note U_n le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année 2015 + n. on a donc $U_0 = 600$.

1.- Montre, que pour tout entier n, $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$

2.- On pose $V_n = U_n - 200$.

a.- Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .

b.- Exprime V_n en fonction de n. En déduis l'expression de U_n en fonction de n.

c.- D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

Solution

1.- Montre, que pour tout entier n, $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$

2015 $\rightarrow U_0 = 600$

2016 $\rightarrow U_1 = U_0 + U_0 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_0 - 10$

2017 $\rightarrow U_2 = U_1 + U_1 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_1 - 10$

2018 $\rightarrow U_3 = U_2 + U_2 \times 0,05 - 10 = 1,05 U_2 - 10$

.....

2015 + n $\rightarrow U_{n+1} = U_n + U_n \times 0,05 - 10 = 1,05 U_n - 10$

2.- On pose $V_n = U_n - 200$.

a.- Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .

V_n est une suite géométrique ssi $V_{n+1} = q V_n$

$V_n = U_n - 200 \rightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 200 = 1,05 U_n - 10 - 200 = 1,05 U_n - 210$

$V_{n+1} = 1,05 U_n - 210 = 1,05 (U_n - 200) = 1,05 V_n$

$V_{n+1} = 1,05 V_n$

Alors V_n est géométrique de raison $q = 1,05$ et de $V_0 = 400$

b.- Exprime V_n en fonction de n. En déduis l'expression de U_n en fonction de n.

$V_n = 1,05^n \times 400 \rightarrow U_n = 1,05^n \times 400 + 200$

c.- D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

2025 = 2015 + 10 $\rightarrow U_{10} = 1,05^{10} \times 400 + 200 = 851,558$ milliers

Le nombre de calculatrices que cette entreprise vendra en 2025 est de : 851 558.

Série 8

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 : calcule

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-3x-10}{x^2-4x-5}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}$
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-5x-6}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{3-x^2}{x-\sqrt{3}}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x^2-1}$

Exercice 2 : calculer la dérivée de $f(x)$

1.- $f(x) = \frac{3x+2}{7x-1}$	6.- $f(x) = (5x+3)^2$
2.- $f(x) = \frac{x^2-x+3}{x^2-1}$	7.- $f(x) = (x^2-2x+3)^4$
3.- $f(x) = \sqrt{3x^2-4x+1}$	8.- $f(x) = \frac{1}{(3x^2-7x)}$
4.- $f(x) = 5x+6 + \frac{2}{x-3}$	9.- $f(x) = \frac{4x-5}{1-x}$
5.- $f(x) = (2x^2-x+3)^7$	10.- $f(x) = \frac{x^2-5x}{3x-1}$

Exercice 3 :

 On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

 1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .

 2-/ Calculez la fonction dérivée de f .

 3-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 1$
Solution :

 1.-/ La fonction $f(x) = x^2 - 2x + 3$ est définie sur $\mathbb{R}$ $Df =]-\infty; +\infty[$

 2.-/ $f(x) = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow f'(x) = 2x - 2$

 3.-/ Equation de la tangente T : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$f(1) = 1^2 - 2 * 1 + 3 = 2 \text{ et } f'(1) = 2 * 1 - 2 = 0$$

$$T: y = 0 * (x - 1) + 2 \Rightarrow T: y = 2$$

Série 9

RECHAUFFEMENT « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : T.S.ECO

Epreuve de : MATHÉMATIQUES Coef.: 03 | Durée : 3 Heures Date : ...

Exercice 1 :

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .

2-/ Calculez la fonction dérivée de f .

3-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 0$

Solution :

1.-/ La fonction $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ est définie si $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$$Df =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

$$2.-/ f(x) = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$$

3.-/ Equation de la tangente T : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$f(0) = \frac{0-1}{0+1} = -1 \text{ et } f'(0) = \frac{2}{(0+1)^2} = 2$$

$$T: y = (2) * (x - 0) + (-1) \Rightarrow T: y = 2x - 1$$

Exercice 2

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{x^2-x-1}{x+1}$

1. Détermine l'ensemble de définition de f .

2. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

3. Montre qu'il existe trois réels a , b et c telle que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

4. Montre que la droite (D) d'équation $y = x-2$ est asymptote à (Cf) .

5. Calcule la dérivée f' de f puis étudie son signe.

6. Dresse le tableau de variation de f .

7. Trace la courbe (Cf) dans un repère orthonormé $(O; i; j)$.

Solution

$$1.-) Df =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

2. les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{x^2}{x} = x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{x^2}{x} = x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{+1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{+1}{0^+} = +\infty$$

$$3.-/ f(x) = x - 2 + \frac{1}{x+1}$$

4.-) $y = x - 2$ est asymptote à (Cf) ?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \Rightarrow \text{alors } y = ax + b \text{ est asymptote à } (Cf)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{x+1} \right] = \frac{1}{\infty} = 0$$

Série 10

SUJET « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice1..... (5 pts)

Un capital de 510000 F est partagé en trois parts dont les montants sont en progression

arithmétique croissante. La première est égale à $\frac{7}{10}$ de la troisième. On place ces parts à des

taux respectifs : $t_1; t_2$ et t_3 en progression géométrique décroissante dont la somme est 36,4. Les revenus annuels des deux premières parts sont directement proportionnels aux nombres 84 et 85.

Calcule :

3. Les trois capitaux et les taux de placement.
4. Le taux moyen auquel le capital de 510000 F a été placé.

Exercice 2..... (5 pts)

Un article paru dans le quotidien «Le Monde» en novembre 2014 indique que le Brésil est parvenu à réduire la déforestation de l'Amazonie. Elle était de 27000 km^2 en 2004 et d'environ 4600 km^2 en 2011.

3. La ministre brésilienne de l'environnement déclarait que la déforestation avait baissé de 83% sur cette période. Est-ce vrai?
4. Soit t le taux de diminution moyen annuel, exprimé en pourcentage, de la déforestation entre 2004 et 2011.

d. Montre que $\left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{23}{135}$.

e. Détermine t . Interprète le résultat obtenu.

f. Estime la surface de déforestation en 2018 si cette évolution se poursuit à l'identique.

Problème..... (10 pts)

Les coûts de production d'un bien de grande consommation sont calculés par l'expression $CT(x) = 0,1x^2 + 16000$, où x est le nombre d'unités produites et $CT(x)$ le coût total en francs de la production de x unités. Chaque article étant vendu 100F pièce. On désigne par $RT(x)$ la recette totale de l'entreprise. L'entreprise peut produire au maximum 1000 unités.

5. Montre que la fonction bénéfice notée BT est définie par :

$$BT(x) = -0,1x^2 + 100x - 16000$$

6. Etudie le sens de variation de la fonction $CT(x)$ sur l'intervalle $I = [0; 1000]$ et représente graphiquement cette fonction dans un repère orthogonal où 1 cm représente 100 unités sur l'axe des abscisses et 10000 F sur l'axe des ordonnées.
7. Représente graphiquement la fonction $RT(x)$ dans le même repère. D'après le graphique, sur quel intervalle la courbe de RT est-elle au-dessus de CT ?
8. Etudie le signe de $BT(x)$. A quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice?

Série 11

SUJET « BAC BLANC »

Session 2021

Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice 1

1.- Une mère de 37 ans a trois enfants âgés de 8 ans, 10 ans et 13 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ? Détermine alors les âges respectifs de chacun d'eux.

2.- Le total des valeurs nominales de trois effets s'élève à 540 000F, le total des valeurs actuelles à 535 710F. Sachant que les valeurs nominales sont proportionnelles à 4 ; 8 et 6 et que les échéances sont 45 jours, 30 jours et 60 jours. Calcule :

a.- Les valeurs nominales.

b.- Le taux d'escompte.

3.- Détermine la date d'échéance d'un effet de 14 320F qui se substituerait, le 10 novembre, à un effet de 14 200F payable le 30 novembre. Taux d'escompte 10%.

Exercice 2 :

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que, chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5% par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000.

On note U_n le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année 2015 + n. on a donc $U_0 = 600$.

1.- Montre, que pour tout entier n, $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$

2.- On pose $V_n = U_n - 200$.

a.- Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .

b.- Exprime V_n en fonction de n. En déduis l'expression de U_n en fonction de n.

c.- D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

Problème : 10 points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x-2}$$

1.- Détermine le domaine de définition de f .

2.- Détermine trois nombres réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$

3.- Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de f . Déduis – en les équations des asymptotes.

4.- Calcule $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f .

5.- Etudie le signe de $f'(x)$. Déduis-en le sens de variations de f .

6.- Construis la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (0 ; i ; j) avec OI = 2 cm et OJ = 1 cm.

7.- Calcule l'aire en Cm^2 de la portion du plan comprise entre la courbe de f , l'asymptote oblique et les droites d'équations $x=4$ et $x=6$.

Série 12

SUJET « BAC BLANC »

Session 2021

Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice 1 :

Un capital est partagé entre trois personnes :

- La première personne a reçu le tiers du capital ;
- La deuxième personne a reçu le quart du capital ;
- La troisième a reçu le cinquième du capital.

Après il est resté une somme de 26 000F.

1.-) Détermine le capital ;

2.-) Quelle est la part de chacune des trois personnes ?

3.-) Le 31/03/2017, on place la part de la première personne à 6,5% échéant le 15/05/2017, la part de la deuxième personne à 7,2% échéant le 20/06/2017 et la part de la troisième à 8% échéant le 29/06/2017.

a.-) Calcule l'intérêt total produit.

b.-) Calcule la valeur acquise totale produite

Problème

Une ébénisterie fabrique entre 10 et 40 bibliothèques par mois. On estime le coût de fabrication de q bibliothèques est : $C(q) = 10 q^3 + 5\,000 q + 20\,000$ en FCFA.

Chaque bibliothèque est vendue à 32 000 FCFA.

1.-)

a.-) Détermine le coût de fabrication de 12 bibliothèques.

b.-) L'ébéniste dégager-t-il des bénéfices pour la fabrication et la vente de q bibliothèques ?

2.-) On note $B(q)$ le bénéfice en FCFA obtenu par la fabrication et la vente de « q » bibliothèque.

a.-) Montre que $B(q) = -10 q^3 + 27\,000 q - 20\,000$

b.-) Etudie les variations de B sur l'intervalle $[10 ; 40]$

c.-) Dresse le tableau de variation de B sur $[10 ; 40]$

d.-) En déduis le nombre de bibliothèques que l'ébénisterie doit fabriquer et vendre par mois pour dégager un bénéfice maximal.

Quel est ce bénéfice maximal ?

Série 13

SUJET « BAC BLANC »

Session 2021 Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice 1 :

1°/ La population d'une ville était de 650 000 habitants début 2010 qui a augmenté de 8% la 1^{ère} année et de 10% l'année suivante. Quel a été le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ? (2 pts)

2°/ La population de cette ville est passée de 650 000 en 2010 à 721 500 en 2013. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est la taux d'évolution ? (1,5 pt)

3°/ Dans un aliment pour bébé, il a 75% de légumes dont 60% de carottes. Quel pourcentage de carottes dans cet aliment ?

Exercice 2 :

Le 1^{er} janvier 2010 Mamadou a placé 120 000F à intérêts composés, au taux de 9%. On note C_n le capital au 1^{er} janvier (2010 + n)

1°/ Calculer C_1 puis établissez la relation entre C_n et C_{n+1} . Déduisez en C_n en fonction de n (1 pt)

2°/ Au 1^{er} janvier 2017 Mamadou aura besoin de 400 000F pour acheter une moto. Le capital qu'il possèdera sera-t-il suffisant pour subvenir à cette dépense ? Sinon combien devra-t-il emprunter ? (1,5 pt)

3°/ A quel taux aurait-il dû placer son capital le 01^{er} janvier 2010 pour disposer des 400 000F au 01^{er} janvier 2017 ? (1,5 pt)

Exercice 3 : BAC – 2016/ Mathématiques/ TS éco

Le 15 juin trois effets :

- 87 000 F à échéance du 21 juillet ;
- 99 000 F à échéance du 04 août ;
- 109 000F à échéance du 03 juillet,

Sont remplacés par un effet à échéance du 13 juillet ; taux 9%

Quelle est la valeur nominale de l'effet unique ?

Exercice 4 :

On se propose d'étudier les effets du volume de la récolte mondiale d'un produit agricole sur les prix atteints par ce produit. Par la suite, x désigne la quantité récoltée en millions de tonnes. La recette totale en millions de francs CFA est donnée par la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $R(x) = -0,4x^2 + 8x$.

1°/ Etudiez la fonction R et la représenter graphiquement (2 points)

2°/ L'ensemble des charges totales (entraînées par la récolte) est donné par la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$.

a.- / Déterminez les points d'intersection de cette droite avec la parabole précédente représentant la recette totale (1pt)

b.-/ Déterminez graphiquement la zone correspondant à un gain (2 pts)

3°/ déterminez la fonction bénéfice B et la représenter graphiquement. Déterminez la valeur de x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum (3 points)

Série 13

SUJET « BAC BLANC »

Session 2021

Spécialité : **T.S.ECO**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES** Coef.: **03** | Durée : **3 Heures** Date : ...

Exercice 1 :

1.-) Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$g(x) = \frac{x-3}{x^2-7x+10}$$

2.-) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{x^2+x+5}$$

3.-) Calcule la dérivée de f dans les cas suivants :

a.-) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$

b.-) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + x + 1\right)^3$

Exercice 2 :

Un fournisseur fait une étude sur la fidélité de sa clientèle depuis l'année 2010, où il avait 200 clients. Chaque année, sa clientèle est composée de 50% de clients de l'année précédente auxquels s'ajoutent 400 nouveaux clients. Un désigne le nombre de clients de l'année 2010 + n.

1.-) Justifier que $U_{n+1} = 0,5 U_n + 400$, pour tout n élément de N

2.-) Calculer U_1 ; U_2 et U_3 . A quoi correspond chacune de ces valeurs ?

3.-) On considère la suite (V_n) $n \in \mathbb{N}$, définie par $V_n = U_n - 800$.

a.-) Vérifier que $V_{n+1} = 0,5 V_n$. En déduire la nature de la suite (V_n) .

b.-) Exprimer V_n ; puis U_n en fonction de n.

c.-) Quel nombre de clients peut-on dans 15 ans ?

Problème :

Une entreprise de visserie, produit des boulons. On note x la quantité produite en milliers. Les dépenses de production en francs sont données par la relation :

$$f(x) = 5x^2 + 300x + 1\,000.$$

1.-) Justifier que $f(x) = 5[(x - 30)^2 - 700]$

2.-) Etudier les variations de f (tableau de variation)

3.-) Représenter graphiquement f.

4.-) Les boulons sont vendus à 2 500F le millier. La recette exprimée en francs est donnée par : $R(x) = 2\,500x$.

a.-) Exprimer le bénéfice B1 en fonction de x

b.-) Etudier les variations de B1 ;

c.-) Pour quelle quantité le bénéfice est maximal ?

5.-) On suppose que le prix de vente de x milliers de boulons est donné par :

$$p(x) = 300 - 5x$$

a.-) Détermine le bénéfice B2 en fonction de x

b.-) Quelle est la valeur de la production qui maximise le bénéfice ?

Mathématiques financières TSECO

Intérêts simples

Formule de l'intérêt $I = \frac{\text{Capital} \times \text{Taux} \times \text{Durée en jours}}{36\,000}$

$$I = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000} \rightarrow \text{Capital } C = \frac{36\,000 \cdot I}{T \cdot N} \rightarrow \text{Taux } T = \frac{36\,000 \cdot I}{C \cdot N} \rightarrow \text{Durée } N = \frac{36\,000 \cdot I}{C \cdot T}$$

Formule Valeur acquise $VA = C + I \rightarrow I = VA - C$

$$VA = C + \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000} = \frac{C(36\,000 + T \cdot N)}{36\,000} \rightarrow C = \frac{36\,000 \cdot VA}{36\,000 + T \cdot N}$$

Formule du taux moyen $Tm = \frac{\sum C_i \cdot T_i \cdot N_i}{\sum C_i \cdot N_i} = \dots$

Formule du taux effectif $Tep = \frac{36\,000 \cdot I}{(C - I) \cdot N} = \frac{36\,000 \cdot T}{36\,000 - T \cdot N}$

Intérêt commercial $I = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,000}$ et Intérêt civil $I' = \frac{C \cdot T \cdot N}{36\,500}$

$$\rightarrow \frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k \quad I = 73k \text{ et } I' = 72k$$

Formule de l'intérêt global $\sum I = \frac{\sum C_i \cdot T_i \cdot N_i}{36\,000}$

Le solde du compte = $\sum C + \sum I$

Expressions à retenir ?

- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont en progression arithmétique de raison R
 - $C_1 = C ; C_2 = C + R ; C_3 = C + 2R ; C_4 = C + 3R$
- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont en progression géométrique de raison Q
 - $C_1 = C ; C_2 = C \cdot Q ; C_3 = C \cdot Q^2 ; C_4 = C \cdot Q^3$
- Les capitaux $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ sont proportionnels aux nombres $a ; b, c, d$
 - $\frac{C_1}{a} = \frac{C_2}{b} = \frac{C_3}{c} = \frac{C_4}{d} = k ; C_1 = a k ; C_2 = b k ; C_3 = c k ; C_4 = d k$.

Intérêts composés : capitalisation

Formules → la valeur acquise à i.c est $C_n = C (1 + i)^n$

→ taux $i = \left(\frac{C_n}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ → Durée $n = \frac{\ln(C_n/C)}{\ln(1+i)}$ → Capital $C = C_n(1 + i)^{-n}$

Capitalisation annuelle veut dire : taux i et la durée n sont en année

Capitalisation semestrielle veut dire : taux i et la durée n sont en semestre

Capitalisation trimestrielle veut dire : taux i et la durée n sont en trimestre

Capitalisation mensuelle veut dire : taux i et la durée n sont en mois

1 an = 2 semestres = 4 trimestres = 12 mois

Si la durée n'est pas un nombre entier : $n + p/q$

Par exemple : Durée : 5 ans et 7 mois Capitalisation annuelle → $(5 + 7/12)$ ans

Valeur acquise / solution commerciale $C_{n+p/q} = C (1 + i)^n (1 + i)^{p/q}$

Intérêts produits

L'intérêt produit pendant la $n^{\text{ième}}$ année → $I = C_n - C_{n-1} = C \times i \times (1 + i)^{n-1}$

L'intérêt produit entre k et p période → $I = C_p - C_k = (1 + i)^p - (1 + i)^k$

L'intérêt produit au bout de n → $I = C_n - C = C (1 + i)^n - C$

Si le taux est variable sur la période

Valeur acquise $C_n = C (1 + i_1)^{n_1} (1 + i_2)^{n_2} (1 + i_3)^{n_3}$

Valeur acquise totale de plusieurs placements A, B, C, D

Valeur acquise $\sum C_n = A (1 + i)^{n_1} + B (1 + i)^{n_2} + C (1 + i)^{n_3} + D (1 + i)^{n_4}$

Taux équivalents

Taux annuel équivalent i_a

$i_a = (1 + i_s)^2 - 1$; $i_a = (1 + i_t)^4 - 1$ $i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$

Taux semestriel équivalent i_s

$i_s = (1 + i_a)^{\frac{1}{2}} - 1$; $i_s = (1 + i_t)^2 - 1$ $i_s = (1 + i_m)^{12} - 1$

Taux trimestriel équivalent i_t

$i_t = (1 + i_a)^{\frac{1}{4}} - 1$; $i_t = (1 + i_s)^{\frac{1}{2}} - 1$ $i_t = (1 + i_m)^3 - 1$

Taux mensuel équivalent i_m

$i_m = (1 + i_a)^{\frac{1}{12}} - 1$; $i_m = (1 + i_s)^{\frac{1}{6}} - 1$ $i_m = (1 + i_t)^{\frac{1}{3}} - 1$

Escompte et équivalence : actualisation

Escompte commercial $e = \frac{V*t*n}{36\,000}$

Valeur actuelle commerciale $a = V - e = V - \frac{V*t*n}{36\,000} = \frac{V(36\,000 - t*n)}{36\,000}$

Escompte rationnel $e' = \frac{V*t*n}{36\,000 + t*n}$ ou $e' = \frac{a'*t*n}{36\,000}$

$e = \frac{V*t*n}{36\,000} = \frac{V*n}{D}$	$e' = \frac{V*n}{D + n}$
$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V}$	$e - e' = \frac{e'*t*n}{36\,000}$
	$e - e' = \frac{e*t*n}{36\,000 + t*n}$
	$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t*n}{36\,000}$

Calcul de la valeur nette escomptée d'un effet :

Agio HT = Escompte + commissions $\rightarrow$ $Agio\ HT = \frac{V*t*n}{36\,000} + \frac{V*t'*n}{36\,000} + \frac{V*k}{100} + CF$

$Escompte = \frac{V*t*nj}{36\,000}$ $Endos = \frac{V*t'*nj}{36\,000}$ $Com\ Prop = \frac{V*k}{100}$

Agio TTC = Agio HT * 1,17 $\rightarrow$ Valeur nette escomptée = Valeur nominale - Agio TTC

Formule de calcul des taux :

Taux réel : $T = \frac{36\,000 \times Agio\ HT}{V \times n}$; Taux de placement $Tp = \frac{36\,000 \times Agio\ HT}{(V - Agio\ HT) \times n}$

Taux de revient Tr : $Tr = \frac{36\,000 \times Agio\ TTC}{(V - Agio\ TTC) \times n}$

Equivalence d'effets ou de capitaux

E1 est équivalent à E2 $\rightarrow a_1 = a_2$

E1, E2 équivalents aux E3, E4 : $a_1 + a_2 = a_3 + a_4$

Echéance commune : $a = a_1 + a_2 + a_3$

Echéance moyenne $n = \frac{V_1*n_1 + V_2*n_2 + V_3*n_3}{V_1 + V_2 + V_3}$ ou $n = \frac{36\,000 * \sum e_i}{t * \sum V_i}$

Equivalence d'effets : Cas de vente à crédit

Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

Formule : Prix comptant = somme avancée + somme des valeurs actuelles des traites

$PA = SA + \left(V_1 - \frac{V_1*t*n_1}{1200}\right) + \left(V_2 - \frac{V_2*t*n_2}{1200}\right) + \dots + \left(V_n - \frac{V_n*t*n_n}{1200}\right)$

Cas de traite mensuelle de même V dont la 1^{ère} un mois après :

$PA = SA + V * n - \frac{V * t}{1\,200} * \frac{n(n+1)}{2}$

Escompte et équivalence / intérêts composés

Formules $\rightarrow$ la valeur actuelle à i.c est $C_0 = C_n (1+i)^{-n}$

L'escompte à i.c. = capital - valeur actuelle $E'' = C - C(1+i)^{-n}$

Exercices sur les Intérêts simples

Exercice 1 : Mr X détient trois capitaux dont les montants sont en progression arithmétique et de somme 81 000F. ils sont placés, le 1^{er} à 6% pendant 90 jours, le 2^{ème} à 4,5% pendant 60 jours, le 3^{ème} à 7,2% pendant 30 jours. Le taux moyen de ces placements est de 5, 7375%.
Déterminez les trois capitaux

Solution : R = 9 000 F et les capitaux : 18 000F ; 27 000F et 36 000F

Exercice 16: calculez l'intérêt total des capitaux placé au taux 7,2% : 75 000 F pendant 80 jours ; 90 000 F pendant 90 jours et 150 000F pendant 60 jours.

Solution : Intérêt total = $\frac{\sum C \cdot n}{D} = \frac{75.000 \cdot 80 + 90.000 \cdot 90 + 150.000 \cdot 60}{5.000} = 4.620$

Exercice 2 : un capital de 90 000 F est placé au taux 6% pendant n jours.

a. Calculez l'intérêt produit en fonction de n ($0 < n < 90$ jours)

b. Représentez graphiquement en fonction de n

Solution : Intérêt $I = \frac{90.000 \cdot 6 \cdot n}{36.000} = 15n$

Exercice 3 :

Une somme de 690 000 est divisée en trois capitaux en progression arithmétique de raison 15 000F.

1/ Calculez les trois capitaux

2/ Une personne place ces trois capitaux, le 1^{er} mars, à intérêts simples au taux 6%. Calculer la somme totale recueillie le 30 avril.

Solution : 215 000 ; 230 000 et 245 000 F. 2.-/ La somme recueillie = $\sum VA$

Exercice 4 :

Deux capitaux dans le rapport 2/3 sont tels que le triple du 2^{ème} dépasse le double du 1^{er} de 25 000F.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés au même taux, ont rapporté en 75 jours 375F. Calculer le taux.

Réponse : a. 10 000F et 15 000F b. 7,2%

Exercice 5 :

Deux capitaux dans le rapport 7 / 5 sont tels que le triple du 2^{ème} dépasse le 1^{er} dépasse de 8.000.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés le 15 mars, ont rapporté 1 056F, au taux de 6%. Déterminer l'échéance commune des deux capitaux.

Réponse : a. 56 000F et 40 000F b. le 20 mai.

Exercice 6 :

Bemba B TRAORE 76 43 95 33 / 69 50 23 20 – Le document est protégé par Allahou Djabarou

On fait un capital C en trois capitaux inversement proportionnels aux $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{5}$. Les trois capitaux, placés le 10 février au taux 9%, ont acquis ensemble 224 321,4F au 07 mai. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 64 800F ; 100 800F et 54 000F.

Exercice 7 :

Trois capitaux sont en progression géométrique croissantes tels que le 1^{er} et le dernier diffèrent de 26 250 F.

1.-/ Calculez les trois capitaux

2.-/ Une personne place, ces trois capitaux, le 1^{er} février, aux taux respectifs de 6% ; 8% et t%. Au 01^{er} juillet elle constate que son placement a augmenté de 3937,5F.

Calcule le taux t%.

Réponse : 1.-/ 21 000 ; 31 500 et 47 250 2.-/ 12%

Exercice 8 :

Un capital placé à 9% pendant une certaine durée (annuelle) a acquis une valeur de 17 400 F. placé à 10% pendant un an de moins ce même aurait fourni un intérêt de 4 800F. Calcule ce capital et la première durée de placement.

Réponse : $\rightarrow VA = C + \frac{C \cdot 9 \cdot N}{100} = 17\,400$ et $\rightarrow I = \frac{C \cdot 10 \cdot (N-1)}{100} = 4\,800$

On trouve n = 5 ans et C = 12 000 F.

Exercice 9 :

Un capital placé à 8% pendant une certaine durée (annuelle) a acquis une valeur de 62 400 F. Placé à 12% pendant deux ans de moins ce même aurait fourni un intérêt de 24 000 F. Calcule ce capital et la première durée de placement.

Réponse : On trouve n = 7 ans et C = 40 000 F.

Exercice 10 :

Une personne place les trois quarts d'un capital à 8% pendant 10 mois et le reste 10% pendant 8 mois. Le total des intérêts s'élève à 1 680 F.

Calculer le montant du capital.

A quel taux aurait-elle pu placer la totalité du capital pour obtenir 11680 F d'intérêt en 18 mois ?

Réponse : $\rightarrow$ on trouve C = 25 200 F et le taux = 4,44%

Exercice 11 :

Un capital de 10 000 F est placé à intérêt simple à 8% l'an. Un autre capital de montant 9 600, est placé à la même date, intérêt simple à 10%.

Déterminer au bout de combien de temps ces deux capitaux auront acquis la même valeur ?

Réponse : n = 2,5 ans ou 30 mois ou 900 jours

Exercice 12 :

Un capital de 80 000 F est placé à intérêt simple à un taux $t\%$. Au bout de 2 ans le prêteur retire capital et intérêt et remplace le tout à intérêt simple à un taux $(t+2)\%$. Trois ans après ce nouveau placement le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 130 560F. Déterminer le taux t .

Réponse : on trouve taux $t = 10\%$.

Exercice 13 :

Un capital de 90 000 F est placé à intérêt simple à un taux $t\%$. Au bout de 3 ans le prêteur retire capital et intérêt et remplace le tout à intérêt simple à un taux $(t+1)\%$. Cinq ans après (à compter de la date du premier placement) le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 131 688F. Déterminer le taux t .

Réponse : on trouve taux $t = 8\%$. 9% 111 600

Exercice 14 :

Deux capitaux dont le total est de 20 000 F sont placés : le 1^{er} à $t\%$ le second à $(t+1)\%$. Le revenu annuel du 1^{er} capital est de 1080 F et celui du second est de 800F. Calculer les deux capitaux et les deux taux.

Réponse 13 : $C_1 = 100 * 1080 / t$ et $C_2 = 100 * 800 / (t+1)$

$$C_1 + C_2 = 20\,000 \rightarrow \frac{100 * 1\,080}{t} + \frac{100 * 800}{t+1} = 20\,000$$

→ on trouve $t = 9\%$. **Les deux capitaux sont : 12 000 F et 8 000 F.**

Exercice 15 : Une personne place 30 000 F à $t\%$, déterminer en fonction de t la valeur acquise au bout d'un an de placement.

Le nouveau capital ainsi obtenu est placé à $(t+3)\%$ l'intérêt annuel est de 3 210F. Calculer le taux t .

Réponse : taux $t = 7\%$

Exercice 16 : Trois capitaux sont proportionnels aux nombres 2 ; 5 et 7 et placés à la Banque à intérêts simples :

- Premier au taux de 5% l'an, placé le 15 mars
- Deuxième au taux de 6% l'an, placé le 20 mars
- Troisième au taux de 7% l'an, placé le 31 mars.

Le solde du compte au 31 août serait de 1 036 214F.

Calcule les 3 capitaux.

Réponses : on trouve **144 000F 360 000F 504 000F**

Exercice 17 : Trois capitaux sont en progression géométrique ; ils sont placés : le 1^{er} à $t\%$, le 2^{ème} à 4,5% et le 3^{ème} à 3%. Ces capitaux sont placés tous pendant la même durée n et les intérêts obtenus sont égaux.

1/ Calculer la raison de la progression géométrique et le taux du 1^{er} placement.

2/ Après 6 mois de placement, les trois capitaux ont produits une valeur acquise de 970 250F. Calculer ces capitaux.

Exercices sur les Intérêts composés

Exercice 1 : Durée est un nombre entier

Un capital de 50 000 F est placé à intérêts composés pendant 10 ans au taux de 9% l'an. Capitalisation annuelle. Calculer :

a.-) l'intérêt au bout de 10 ans ; b.-) L'intérêt des 3 dernières années ; c.-) L'intérêt des 3 premières années ; d.-) L'intérêt entre la 3^{ème} et la 8^{ème} année.

Solution :

L'intérêt au bout de 10 ans $\rightarrow I = C_{10} - C = 50\,000 (1,09)^{10} - 50\,000 = \dots\dots\dots$

L'intérêt des 3 dernières années $\rightarrow I = C_{10} - C_7 = 50\,000 (1,09)^{10} - 50\,000 (1,09)^7 =$

L'intérêt des 3 premières années $\rightarrow I = C_3 - C = 50\,000 (1,09)^3 - 50\,000 = \dots$

L'intérêt entre la 3^{ème} et la 8^{ème} année $\rightarrow I = C_8 - C_3 = 50\,000 (1,09)^8 - 50\,000 (1,09)^3$

Exercice 2 : Durée n'est pas un nombre entier

Calculer la valeur acquise par un capital de 32 600F placé à intérêts composés pendant 2 ans et 7 mois au taux annuel de 7,75%.

Solution

Capitalisation annuelle $\rightarrow$ taux annuel 7,75% et $\rightarrow n = 2 + \frac{7}{12}$ ans

Valeur acquise $C_{n+p/q} = C (1+i)^n (1+i)^{p/q}$

$C_{2+7/12} = 32\,600 (1,0775)^2 (1,0775)^{7/12} = 32\,600 \times 1,161006 \times 1,044504 = \dots\dots\dots$

Exercice 3 :

Un capital de 600 000 F est placé à intérêts composés pendant 5 ans et 6 mois au taux de 4% le semestre Capitalisation semestrielle. Calculer la valeur acquise.

Réponse : Valeur acquise $C_{11} = 600\,000 (1,04)^{11}$

Exercice 4 :

Un capital de 500 000 F est placé à intérêts composés pendant 4 ans et 9 mois au taux de 3% le trimestre .Capitalisation trimestrielle. Calculer la valeur acquise.

Réponse : Valeur acquise $C_{19} = 500\,000 (1,03)^{19}$

Exercice 5 :

Calculer la valeur acquise par un capital de 200.000F pendant 20 ans.

a) taux variable 5% de la période 1 à 7 et 8% après

b) taux variable 6% de la période de 1 à 5 et 7,5% de la période 6 à 15 et 9% après.

Solution

a.-) $C_{20} = 200.000(1,05)^7(1,08)^{13} =$

b.-) $C_{20} = 200.000(1,06)^5(1,075)^{10}(1,09)^5 =$

Exercice 6 :

Calculer la valeur acquise par un capital de 200.000F pendant 20 ans. Capitalisation semestrielle des 10 premières années au taux 6% le semestre et trimestrielle après au taux 4% le trimestre.

Réponse : $C_{20} = 200.000(1,06)^{20}(1,04)^{40} = \dots\dots\dots$

Exercice 7 :

Un commerçant effectue les placements suivants :

Le 1^{er} janvier 2000 100.000F

Le 1^{er} janvier 2005 500.000F

Le 1^{er} janvier 2008 10.000.000F

1.-) Quel est le capital constitué le 1/01/2010 avec capitalisation trimestrielle des intérêts au 3% par trimestre?

2.-) Quel est le capital constitué le 01/01/2010 avec capitalisation annuel au taux 9% l'an?

Réponse :

Exercice 8 :

Un capital de 7.000.000F CFA est placé à i.c. pendant 10 ans à 6% l'an. On demande de calculer

a.-) les intérêts produits pendant les 4 dernières années

b.-) les intérêts produits pendant les 4 premières années

c.-) les intérêts produits pendant la 4^{èmes} année

d.-) les intérêts produits au cours de la 8^{ème} année

e.-) le rapport des intérêts produits pendant les 3 premières années sur les intérêts produits pendant les 3 dernières années.

Solution :

a.-) $I = C(1,06)^{10} - C(1,06)^6$ b.-) $I = C(1,06)^4 - C(1,06)^0$ c.-) $I = C(1,06)^4 - C(1,06)^3$

d.-) $I = C(1,06)^8 - C(1,06)^7$ e.-) $R = \frac{C(1,06)^3 - C}{C(1,06)^{10} - C(1,06)^7}$

Exercice 9 : intérêts composés

Calculer la valeur acquise par un capital de 16 500 F placé à intérêt composé pendant 4 ans au taux semestriel de 3,25%. Capitalisation semestrielle. En déduire le montant des intérêts.

Réponse 1 : $C_n = C(1+i)^n \rightarrow C_8 = 16\,500(1,0325)^8 = \dots\dots\dots$

Exercice 10 : intérêts composés

Calculer la valeur acquise par un capital de 32 600F placé à intérêts composés pendant 2 ans et 7 mois au taux annuel de 7,75%. Capitalisation annuelle. En déduire le montant des intérêts.

Solution : capitalisation annuelle $\rightarrow$ taux annuel 7,75% et $\rightarrow n = 2 + \frac{7}{12}$ ans

$C_{2+7/12} = 32\,600(1,0775)^2(1,0775)^{7/12}$ et Intérêt $I = \text{Valeur acquise} - \text{Capital}$

Exercice 11 : intérêts composés

Nous plaçons à intérêts composés au taux annuel de 8,50% :

Le 1^{er} janvier 1988 : 12 620 F

Le 1^{er} janvier 1989 : 14 870 F

Le 1^{er} janvier 1990 : 6 410 F

Quelle somme totale retirons-nous le 1^{er} janvier 1992. Capitalisation annuelle.

Solution : capitalisation annuelle $\rightarrow$ taux annuel 8,50% et $\rightarrow n$ en année

La somme totale = $12\,620(1,085)^4 + 14\,870(1,085)^3 + 6\,410(1,085)^2 = \dots\dots$

Exercice 12 : intérêts composés

Nous plaçons à i.c. au taux annuel de 6,75% :

- Le 01^{er} mars 1987 : 12 000F
- Le 01^{er} septembre 1987 : 16 000 F
- Le 01^{er} juin 1988 : 18 000F

Quelle est la valeur acquise totale le 31-12-1989. Capitalisation annuelle.

Solution : capitalisation annuelle → taux annuel 6,75% et → n en année

$$\text{La somme totale} = 12\,000 (1,0675)^2 (1,0675)^{10/12} + 16\,000 (1,0675)^2 (1,0675)^{4/12} + 18\,000 (1,0675)^1 (1,0675)^{7/12}$$

Exercice 13 : intérêts composés

Quel est le capital, placé à i.c. au taux annuel de 6,25%, a acquis à la fin de la 7^{ème} année de placement une valeur de 50 000F ? Capitalisation annuelle.

Solution : → Capital $C = C_n (1 + i)^{-n} \rightarrow C = C_n (1 + i)^{-n} = 50\,000 (1,0625)^{-7}$

Exercice 14 : intérêts composés

Déterminer le capital qui, placé i.c. au taux annuel de 7,35% acquiert, au bout de 3 ans et 5 mois de placement une valeur de 20 000F. Solution commerciale. Capitalisation annuelle.

Solution : $C_{3+5/12} = 20\,000 (1,0735)^3 (1,0735)^{5/12} = 25\,484 \text{ F}$

Exercice 15 : intérêts composés

A quel taux annuel faut-il placer à i.c. une somme de 35 000F pour qu'elle acquière au bout de 4 ans de placement, une valeur de 43 711,31 F ? capitalisation annuelle

Solution : → taux $i = \left(\frac{C_n}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ on trouve 0,0571.

Exercice 16 : intérêts composés

Après 2 ans et 5 mois de placement à i.c., un capital de 12 000F a acquis une valeur de 14 893,40 F. Détermine le taux annuel de placement. Capitalisation annuelle. Solution commerciale.

Solution : 0,0935

Exercice 17 : intérêts composés

Pendant combien de temps faut-il placer à intérêt composé 39000F pour obtenir une valeur acquise de 48 786 F. Taux semestriel 3,25% capitalisation semestriel

Solution : → Durée $n = \frac{\ln(C_n/C)}{\ln(1+i)}$ on trouve 3 ans et 6 mois.

Exercice 18 : intérêts composés

Au bout de combien temps, d'un placement de 42 000F à i.c. au taux annuel de 8,40%, retire-t-on 94 090 F ? Capitalisation annuelle.

Solution : 10 ans.

Exercices sur les escomptes

Exercice 1: escompte à intérêt simple

Un commerçant négocie, le 20 mars, un effet de valeur nominale 500 000F à échéance le 30 juin, à la Banque au taux de 12% l'an.

Calculer l'escompte (commercial) supporté et la valeur actuelle commerciale.

Calculer l'escompte (rationnel) supporté et la valeur actuelle rationnelle.

Rép : 1.-) $E = 17\,000$ $a = V - E = 483\,000$; 2.-) $E' = 16\,441$ $a' = 483\,559$

Exercice 2: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale V à échéance le 12-09-N est escompté le 15-04-N au taux de 15%. L'escompte (commercial) supporté est de 45 000F.

Calculer la valeur nominale.

Rép : 720 000F

Exercice 3 : escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 840 000F à échéance le 15-11-N est escompté le 31-03-N.

L'escompte (commercial) supporté est de 48 090 F.

Calculer le taux d'escompte.

Rép : 9%.

Exercice 4 : escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 540 000F est escompté le 01^{er} mars N au taux de 12%. La somme perçue est de 523 800 F. Déterminer la date d'échéance.

Rép : 30-05-N.

Exercice 5 : escompte à intérêt simple

Un effet à échéance le 16 juin N est escompté le 22 février N au taux de 12%. La somme perçue est de 773 448 F. Calculer la valeur nominale.

Rép : 804 000 F.

Exercice 5 : escompte à intérêt simple

Un effet à échéance le 30 mai N est escompté le 1^{er} mars N au taux de 10%. La valeur actuelle rationnelle perçue est de 20 000 F. Calculer la valeur nominale.

Rép : 20 500 F.

Exercice 6 : escompte à intérêt simple

L'escompte supporté par un effet négocié à « n » jours avant son échéance au taux de 6% est de 6 060 F. S'il est négocié à 30 jours avant son échéance au taux 8%, l'escompte serait de 2 020 F. Calculer la valeur nominale et « n »

Rép : 303 000F et 120 jours

Exercice 7: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Solution : $\frac{120\,000 \cdot 7,2 \cdot (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000} = 120$ on trouve $n = 60$ jrs

Exercice 8: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{120\,000 \cdot 7,2 \cdot (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000} = 120 \text{ on trouve } n = 60 \text{ jrs}$$

Exercice 9: escompte à intérêt simple

Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution :
$$\frac{180\,000 \cdot 7,2 \cdot n}{36\,000} - \frac{180\,000 \cdot 9 \cdot (n-20)}{36\,000} = 270 \text{ on trouve } n = 70 \text{ jrs}$$

Exercice 10:

Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t . Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux $(t+1)$, l'escompte aurait augmenté de 525 F. Calculer t ?

Solution :
$$\frac{210\,000 \cdot t \cdot (90+30)}{36\,000} - \frac{210\,000 \cdot (t+1) \cdot 90}{36\,000} = 525 \text{ on trouve } t = 6 \%$$

Exercice 11: Un effet de commerce à 40 jours à courir. La somme $e + e' = 90,50$ et le produit $e \times e' = 2\,047,50$.

Déterminer la valeur nominale puis le taux de l'escompte.

Réponse : $e + e' = 90,50$ et $e \times e' = 2\,047,50$ on trouve $V = 4\,095$ F et taux = 10%

Exercice 12:

Les escomptes commercial et rationnel s'élèvent respectivement à 10,68 F et 10,58F. Quel est le taux qui a été utilisé pour les déterminer sachant que l'effet a encore 50 jours ?

Réponse : $\frac{1}{e'} - \frac{1}{e} = \frac{1}{V} \rightarrow$ on trouve $V = 1\,129,944$ F et taux = 6,81%

Exercice 13 : Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 14 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ? **Réponse : 2 400 F.**

II.

Exercice 15: Un effet de valeur nominale V est escompté à 60 jours avant son échéance. Le rapport des deux escomptes (commercial et rationnel) est 1,012. Calculer le taux t ?

Réponse :
$$\frac{e}{e'} = \frac{36\,000 + t \cdot n}{36\,000} = 1,012 \rightarrow \text{taux} = 7,2\%$$

Fonctions économiques

Une fonction est dite économique lorsque vous disposez d'un problème dont la résolution nécessite une connaissance économique. Il s'agit d'un problème lié au marché ; de coût ; de bénéfice ; de prix

1.- Fonction de coût : Coût total, Coût moyen et coût marginal

Le coût total est le montant total des charges supportées par l'entreprise.

Coût total CT (Q) = Coût variable CV+ Coût fixe CF

$$\text{Coût moyen } C_m = \frac{\text{Coût Total}}{\text{Quantité}}$$

$$\text{Coût marginal : } C_M = CT' = \frac{\partial CT}{\partial Q}$$

Minimum du coût du moyen

La quantité x_0 qui minimise le coût moyen $\rightarrow C'_m(x_0) = 0$ et $C''_m(x_0) > 0$

2.- La fonction de recette : Recette Total ; Recette moyenne et Recette marginale

La recette est le montant total des ventes, elle est aussi appelée chiffre d'affaire.

Recette total RT(x) = Prix de vente * quantité vendue $\rightarrow RT(x) = P \times Q$

Recette marginale Rm = dérivée de la recette totale $\rightarrow Rm = (RT)'$

3.- La fonction de profit (Bénéfice)

Le Bénéfice = recette total RT – coût total CT $\rightarrow B(x) = RT(x) - CT(x)$

Bénéfice maximum :

La quantité x_0 qui maximise le Bénéfice $\rightarrow B'(x_0) = 0$ et $B''(x_0) < 0$

4.-) Le prix d'achat (et de vente) et la quantité d'équilibre du marché.

Le marché est en équilibre lorsque Offre = demande

5.-) l'élasticité de la demande par rapport au prix

$$E_{D/P} = \frac{D_2 - D_1}{D_1} \times \frac{P_1}{P_2 - P_1} \quad \text{ou} \quad E_{D/P} = \frac{\partial D}{\partial P} \times \frac{P}{D}$$

Exercices sur les fonctions économiques

Exercice 1 : fonctions économiques

Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 30$). Les frais de production sont donnés par $f(x) = x^2 + 5x + 10$.

Calculer le moyen $g(x)$ et le coût marginal $h(x)$.

Calculer la quantité x qui minimise le coût moyen.

Solution :

$$\text{Le moyen } g(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{x^2 + 5x + 10}{x} = x + 5 + \frac{10}{x}$$

$$\text{Le coût marginal } h(x) = f'(x) = 2x + 5$$

La quantité x_0 qui minimise le coût moyen $\Rightarrow C'_m(x_0) = 0$ et $C''_m(x_0) > 0$

$$g(x) = x + 5 + \frac{10}{x} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{10}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{10}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 10$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{10} = 3,16.$$

Exercice 2 : fonctions économiques

Les données d'une entreprise sont :

- Coût variable : $q^2 + 5q$ Coût fixe : 20
- Prix de vente : 60

1.-) Déterminer les fonctions de coût total $CT(q)$, de coût moyen $CM(q)$, de coût marginal $Cm(q)$, de recette totale $RT(q)$ et de bénéfice $B(q)$.

2.-) Quelle est la quantité qui minimise le coût moyen ?

3.-) Quelle est la quantité qui maximise le profit ?

Solution :

$$1.-) \text{ Coût total } CT(q) = CV + CF \Rightarrow CT(q) = q^2 + 5q + 20$$

$$\text{Coût Moyen } CM(q) = CT / q \Rightarrow CM(q) = q + 5 + 20/q$$

$$\text{Coût Marginal } Cm(q) = CT' \Rightarrow Cm(q) = 2q + 5$$

$$\text{Recette Totale } RT(q) = P * Q \Rightarrow RT(q) = 60q$$

$$\text{Bénéfice } B(q) = RT(q) - CT(q) \Rightarrow B(q) = -q^2 + 55q - 20$$

$$2.-) CM(q) = q + 5 + 20/q \Rightarrow CM' = 1 - 20/q^2 = 0 \Rightarrow q = \sqrt{20} = 4,47$$

On trouve $q = 4,47$ et le coût moyen = 14

$$3.-) \text{ Bénéfice } B(q) = -q^2 + 55q - 20 \Rightarrow B'(q) = -2q + 55 = 0 \Rightarrow q = 27,5$$

On trouve $q = 27,5$ et le bénéfice = 736,25

- 1.-) Déterminer les fonctions de coût total $CT(q)$, de coût moyen $CM(q)$, de coût marginal $Cm(q)$, de recette totale $RT(q)$ et de bénéfice $B(q)$.
- 2.-) Quelle est la quantité qui minimise le coût moyen ?
- 3.-) Quelle est la quantité qui maximise le profit ?

Solution : voir l'exercice 4

Exercice 6 : fonctions économiques

Pour un Bien déterminé, la demande D pour un prix d'achat P et l'offre O pour un prix de vente P s'expriment respectivement par les relations suivantes :

$$D = 50\,000 - 0,4P \quad \text{et} \quad O = -10\,000 + 0,2P$$

a.-) Quel prix d'achat (et de vente) s'établit sur le marché ? En déduire la quantité d'équilibre du marché.

b.-) Quelle est l'élasticité de la demande par rapport au prix pour $P = 100.000F$?

Solution :

a.-) Le marché est en équilibre lorsque Offre = demande

$$\rightarrow 50\,000 - 0,4P = -10\,000 + 0,2P \rightarrow P = 100\,000 \text{ F et } Q = 10\,000$$

b.-) l'élasticité de la demande par rapport au prix pour $P = 100.000F$

$$E_{D/P} = \frac{D_2 - D_1}{D_1} \times \frac{P_1}{P_2 - P_1} \quad \text{ou} \quad E_{D/P} = \frac{\partial D}{\partial P} \times \frac{P}{D}$$

$$\frac{\partial D}{\partial P} = -0,4 \quad P = 100\,000 \text{ et } D = 10\,000$$

$$\rightarrow E_{D/P} = \frac{\partial D}{\partial P} \times \frac{P}{D} = -0,4 \times \frac{100\,000}{10\,000} = -4$$

Exercice 7 : fonctions économiques

Pour un Bien déterminé, la demande D pour un prix d'achat P et l'offre O pour un prix de vente P s'expriment respectivement par les relations suivantes :

$$D = 60 - 2P \quad O = 7P + 15$$

a.-) Calcule le prix et la quantité d'équilibre.

b.-) Le Prix d'équilibre passe à 10F. Quelle est la situation du marché ?

Solution 7 : voir solution 6

Exercice 8 : Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 30$).

Les frais de production sont donnés par $C(x) = x^2 + 5x + 10$.

- 1.-) Calcule le coût pour une production de 10 unités ; 20 unités et 25 unités
- 2.-) Calcule la quantité à produire pour un coût total de 310 um, en déduire le coût moyen.
- 3.-) Calcule le moyen $CM(x)$ et le coût marginal $Cm(x)$.

4.) Calcule la quantité x qui minimise le coût moyen.

5.-) L'usine vend un produit « x » à 50 F : Donne la fonction de recette totale $R(x)$ et de bénéfice $B(x)$

6.-) Calcule la quantité de « x » qui maximise le bénéfice.

Solution :

1.-) Le coût pour une production de 10 unités ; 20 unités et 25 unités

$$C(x) = x^2 + 5x + 10$$

CT pour 10 unités $\rightarrow CT(10) = 10^2 + 5 \cdot 10 + 10 = 160$

CT pour 20 unités $\rightarrow CT(20) = 20^2 + 5 \cdot 20 + 10 = 510$

CT pour 25 unités $\rightarrow CT(25) = 25^2 + 5 \cdot 25 + 10 = 760$

2.-) la quantité à produire pour un coût total de 310 um

$$C(x) = x^2 + 5x + 10 = 310 \rightarrow \text{on trouve } x = 15$$

Le coût moyen $CM = CT / x = 310 / 15 = 20,67$

3.-) Le moyen $CM(x)$ et le coût marginal $Cm(x)$.

Le coût moyen $CM = CT / x = x + 5 + 10 / x$

le coût marginal $Cm = CT' = 2x + 5$

4.) La quantité x qui minimise le coût moyen.

Le coût moyen $CM = x + 5 + 10 / x \rightarrow CM' = 1 - 10/x^2 = 0 \rightarrow x = 3,16$

5.-) $P = 50$ F Donne la fonction de recette totale $R(x)$ et de bénéfice $B(x)$

$$R(x) = P \cdot x = 50x \quad B(x) = R(x) - CT(x) = 50x - x^2 - 5x - 10$$

$$B(x) = -x^2 + 45x - 10$$

6.-) la quantité de « x » qui maximise le bénéfice.

$$B(x) = -x^2 + 45x - 10 \rightarrow B'(x) = -2x + 45 = 0 \rightarrow x = 22,5$$

Exercice 9 :

Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 50$). Les frais de production sont donnés par $f(x) = 2x^2 + x + 20$.

1.-) Calcule le coût pour une production de 10 unités ; 20 unités et 30 unités

2.-) Calcule la quantité à produire pour un coût total de 3 260 um, en déduire le coût moyen.

3.-) Calculer le moyen $g(x)$ et le coût marginal $h(x)$.

4.-) Calculer la quantité x qui minimise le coût moyen.

5.-) L'usine vend un produit « x » à 100 F : Donne la fonction de recette totale $R(x)$ et de bénéfice $B(x)$

6.-) Calcule la quantité de « x » qui maximise le bénéfice.

Solution 9 : voir solution 8

Exercice 10 :

Dans une entreprise, les coûts de fabrication de « q » ($0 \leq q \leq 500$) objets en euros, sont définis par la fonction $C(q) = 0,1q^2 + 10q + 1500$.

- a.-) Calcule $C(0)$ et donne en une interprétation concrète.
- b.-) Détermine la quantité q à fabriquer pour que les coûts soient égaux à 1 610 euros
- 2.-) L'entreprise vend chaque objets à 87 euros
 - a.-) Vérifie que le Bénéfice $B(q) = -0,1 q^2 + 77 q - 1500$
 - b.) Pour quelle valeur de q le bénéfice est-il nul ?
 - c.-) Dresse le tableau de variation de $B(q)$ puis déduise en le bénéfice maximal.

Exercice 11 : fonctions économiques

La fonction de coût d'une entreprise est $C(Q) = 3.Q^2 + 6Q + 5$

- 1.-) Calcule le coût pour $Q = 0$; $Q = 5$; $Q = 10$; $Q = 15$; $Q = 20$
- 2.-) Calcule Q pour Coût évalué à 245 um
- 3.-) Quelle est l'équation de la fonction du coût marginal ?
- 4.-) Quelle est l'équation de la fonction du coût moyen ?
- 5.-) Quelle est la quantité de Q qui minimise le coût moyen

Exercice 12 :

Une entreprise fabrique une quantité x d'un produit, exprimé en millier de tonnes, dont le coût marginal C défini sur $[0; 10]$ par $C(x) = x + \frac{4}{x+1}$.

Le but est d'étudier le coût total C_T et le coût moyen C_m de la production, puis de minimiser le coût moyen. les coûts sont exprimés en centaine de milliers de FCFA.

A.-/ Etude de C_T

La fonction C_T est la primitive de C qui s'annule pour $= 0$. Vérifier que

$$C_T = \frac{x^2}{2} + 4 \ln(x + 1)$$

B.-/ Etude du coût moyen C_m

La fonction C_m est définie sur $[0; 10]$ par : $C_m = \frac{C_T}{x}$

- 1.-/ Calculer la dérivée C'_m de C_m
- 2.-/ Etudier le sens de variation de C_m sur $[0; 10]$
- 3.-/ Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimum, et quel est ce coût ?