

Sujet N° : 1**Exercice 1 :**

- Comparer $2\sqrt{2}$ et 3
- Calculer $(2\sqrt{2} - 3)^2$
- En déduire la simplification de $A = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$
- Sachant que : $1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415$; encadrer A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 2 : Ecrire chacun des nombres donnés

sous la forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ où a, b et c sont des entiers.

- $\sqrt{\frac{5}{36}}$; $\sqrt{\frac{72}{25}}$; $\sqrt{\frac{48}{98}}$; $\sqrt{\frac{45}{3}}$
- Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un nombre entier et b l'entier positif le plus petit possible :
 $D = 3\sqrt{125} \times 2\sqrt{21} \times \sqrt{35}$.

Exercice 3 :

1°) Développer et réduire.

a°) $(\sqrt{3} + 2)^2$; $(2\sqrt{3} + 1)^2$; $(4\sqrt{7} - 3)^2$

b°) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2$; $(2 - \sqrt{3})^2$

2°) Développer et écrire le plus simplement possible : $A = (4 + 5\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 7)$.

Exercice 4 :

1°) On donne $A = x^2 + 11x + 28$.

Calculer A pour $x = \sqrt{3}$. En donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-5} près par défaut.

2°) L'aire d'un triangle rectangle et isocèle est de 338 cm^2 . Quelle est la longueur des côtés de l'angle droit ?

Quelle est la longueur à 0,01 près par défaut de l'hypoténuse ?

Exercice 5 :

Trouver trois nombres x ; y ; z proportionnels à 2 ; 3 et 5 sachant que $3x + 2y + z = 1870$.

Exercice 6 :

Compléter le tableau suivant établi pour un cercle de 1 dm de rayon.

Arc	A	B	C
Mesure de l'arc en degrés		60	15
Longueur de l'arc en cm	3,14		

Sujet N° : 2**Exercice 1 :**

Factoriser les expressions suivantes :

$(3x + 5)(4x - 7) + 16x^2 - 49$; $(x + 2)^2 - 4$;

$4x^2 + 12x + 9 + (2x + 3)(5x - 2) - 4x^2 + 9$;

$(4x + 3)(5x - 1) - 16x^2 - 24x - 9$

Exercice 2 :

Déterminer les réels x et y tel que :

$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ et $x + 2y = 121$

Exercice 3 :

On donne les réels $A = 2\sqrt{3} + 2$ et $B = 2\sqrt{3} - 2$

- Calculer A^2 ; B^2 ; $A \times B$;
- Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$ puis donne sa valeur approchée au millièmè près. On prendra $\sqrt{3} = 1,7320$

Exercice 4 :

Une mère a 30 ans, sa fille a 4 ans.

Dans combien d'année l'âge de la mère sera-t-il le triple de celui de la fille ?

Exercice 5 :

Dans une symétrie de centre I, deux point A et B ont respectivement pour image les points C et D. Le milieu M de [AB] a pour image un point P.

- Démontrer que P appartient [CD]
- Démontrer que $CP = DP$
- Que représente P pour [CD].

Exercice 6 :

Dessine une droite (Δ) et un segment [AB] n'ayant aucun point commun avec (Δ). Soit M le milieu de [AB].

Construis les images respectives A' ; B' ; M' de A, B, M par symétrie d'axe (Δ).

- Démontrer que M'appartient au [A'B']
- Démontrer que $A'M' = B'M'$; que représente le point M' pour le segment [A'B'] ?

Sujet N° : 3

Exercice 1 :

On pose $x = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$ et $y = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}$

- Calculer le produit xy ; que peut-on en déduire pour les nombres x et y
- Calculer x^2 puis y^2
- On pose $S = x + y$ calculer x^2 , en déduire la valeur du nombre réel S .

Exercice 2 :

On donne $E = (2x + 3)^2 - (x - 5)(2x + 3)$.

- Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
- Développer et réduire E
- Calculer E sous la forme réduite pour $x = \sqrt{2}$.

Exercice 3 :

On pose $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$ et $b = 3 - \sqrt{6}$.

- Calculer a^2 ; b^2 et $a^2 + b^2$.
Reconnaître que $a^2 + b^2$ est un nombre entier.
- Si a et b sont les longueurs des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle, quelle est la longueur de l'hypoténuse ?

Exercice 4 :

Construis le centre de gravité G d'un triangle ABC puis le symétrique de ce triangle par rapport à G .

Quel est le centre de gravité de ce nouveau triangle.

Exercice 5 :

Un commerçant réalise un bénéfice de 35% sur ses prix d'achat.

- Quel est le prix de vente d'un article acheté 140 F ?
- Quel est le prix d'achat d'un article vendu 202,50 F ?

Sujet N° : 4

Exercice 1 :

Trouver deux nombres entiers naturels dont la somme est 105 et la différence de leur carré est 1995.

Exercice 2 :

Factoriser :

$$X^2(x - 2) - 16x + 32 ;$$

$$(3x - 2)^2 - (6x - 4)(x - 2) + 3x - 2$$

$$(x - 5)(3x - 8) + (x - 5)^2 + 2x^2 - 50$$

Exercice 3 :

On partage un cercle de 3cm de rayon en trois arcs a , b , c dont les mesures sont proportionnelles à 3, 4, 5.

- Calculer la mesure des arcs a , b , c
- Calculer la longueur de chacun de ces arcs.
- Exprimer les mesures des arcs a et b en grades et en radians.

Exercice 4 :

Calculer les aires des secteurs circulaires ayant respectivement pour angle de 17° ; 25° ; $1,2$ radian dans un cercle de rayon 10 cm.

Exercice 5 :

Trouver les mesures des deux angles aigus d'un triangle rectangle sachant que leurs mesures sont proportionnelles à 7 et 11.

Sujet N° : 5**Exercice 1 :**

Trouver $x \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$$5^x \times 25 = 125 ; \quad 9^{3x} = 3^{12} ; \quad (7^x)^3 = 1 ;$$

$$(27)^{4x} = 3^{36} ; \quad \frac{13x-4}{13} = 169$$

Exercice 2 :

Le périmètre d'un rectangle mesure 62 cm. Si on augmente sa longueur de 2 cm et on diminue sa largeur de 1 cm, on obtient un nouveau rectangle de même aire.

Trouver les mesures de la longueur et de la largeur de ce triangle.

Exercice 3 :

Un papier livre à une entreprise 16 stylos à bille à 4 francs, huit crayons à deux francs et 8 cahiers de même prix. Il présente une facture de 232 francs. Quel est le prix d'un cahier ?

Exercice 4 :

La somme de trois nombres entiers consécutifs est 153. Quel sont ces nombres ?

Exercice 5 :

Construis un triangle équilatéral de hauteur

$$AH = 6 \text{ cm. On donne } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Calculer la longueur des côtés du triangle ABC puis calculer $\sin 30^\circ$ et $\tan 30^\circ$ en utilisant la donnée de $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 6 :

Un triangle a des côtés qui mesurent $x + 4 \text{ cm}$ et 9 cm . Le côté de $x + 4 \text{ cm}$ est le côté le plus long.

Calculer x pour que ce triangle soit triangle rectangle.

Sujet N° : 6**I- ALGEBRE****Exercice 1 :**

On désigne par a et b les réels :

$$a = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}.$$

Calculer le produit ab .

On pose $u = a + b$ et $v = a - b$.

Calculer u^2 et v^2 , en déduire u et v .

Exercice 2 :

Dans quatre(4) ans, je serais trois fois plus âgé que ma fille. Il y a deux ans, j'étais cinq fois plus âgé qu'elle.

Quel est mon âge ?

Quel est l'âge de ma fille ?

II- GEOMETRIE

1°) O, A et B sont trois points non alignés du plan

a) Construire les points C et D images respectives de A et B par la symétrie de centre O ;

$$C = \mathcal{S}_O(A) \text{ et } D = \mathcal{S}_O(B).$$

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD. Justifier la réponse.

c) Compléter $t \overrightarrow{AC}(D) = \dots$; $t \overrightarrow{AC}(O) = \dots$;

2°) Le rayon d'un cercle est 35 mm.

En prenant $\pi = 3,14$

a) Compléter le tableau suivant :

Arc	α	β	γ
Longueur de l'arc en cm		13,5	
Mesure de l'arc en degrés	50		75

b) Exprimer en radians et en grades les mesures des arcs α , β et γ .

Sujet N° : 7**ALGEBRE****Exercice 1 :**

On note b le nombre réel $\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

1°) Quel est le signe de b ?

2°) Calcule b^2

3°) Exprimer $\sqrt{23 - 4\sqrt{15}}$ en fonction de b .

Exercice 2 :

Plusieurs amis se cotisent pour faire un cadeau d'anniversaire.

Si chacun donne 1700 FCFA, il manque 550 FCFA.

Si chacun donne 1800 FCFA, il y a 150 FCFA de trop.

Calculer le nombre d'amis et le prix du cadeau.

GEOMETRIE

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé. L'unité de longueur est le cm.

1. Sur votre copie, construire et placer les points suivantes : $A(4 ; 2)$, $B(3 ; -1)$, $C(6 ; -2)$
2. Calculer les distances, AB et AC .

Pour la suite, on admet que $BC = \sqrt{10}$.

3. Préciser la nature du triangle ABC .
4. On appelle E le symétrique de B par rapport à A . On appelle D l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Placer E et D dans le repère Précédent.

5. Démontrer que le quadrilatère $BCDE$ est un rectangle.
6. Démontrer l'aire du rectangle $BCDE$ puis l'aire du quadrilatère $ACDE$.

Sujet N° : 8**ALGEBRE****Exercice 1 :**

On définit le polynôme $P(x)$ tel que :

$P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b$ où a et b sont des réels non nuls.

- 1) Trouver a et b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$.
- 2) En remplaçant a et b par les valeurs trouvées, factoriser $P(x)$

Exercice 2 :

Soient f et g deux applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 6)$$

$$g(x) = 3(4x^2 - 1) + (x + 2)(2x - 1) - 4x^2 + 2x$$

- 1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x
- 2) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$
- 3) résoudre dans $\mathbb{R}$: $f(x) = 0$; $g(x) = 0$
- 4) Soit $h(x)$ la fonction rationnelle définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Simplifier $h(x)$ dans son domaine.

GEOMETRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(1 ; 3)$; $B(2 ; -1)$; $C(6 ; 0)$

- 1) Calculer les distances $d(AB)$, $d(BC)$, $d(AC)$
En déduire la nature du triangle ABC ;
- 2) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC
 - a) Calculer les coordonnées de son centre K , puis calculer son rayon R
 - b) Montrer que le point $D(5 ; 4)$, appartient à ce cercle.
- 3) Calculer les coordonnées du point E , image de A dans l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$

Sujet N° : 9**ALGEBRE****Exercice :**

On considère les trois fonctions polynômes f , g et p de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = (2x - 3)^2 - (3 - x)^2$$

$$g(x) = (x + 3)(x - 2) - p(x)$$

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

1) Déterminer les réels a, b, c de $p(x)$ sachant

$$\text{que : } p(0) = -4 ; p(2) = 0 ; p(-2) = -16$$

Ecrire alors la fonction $p(x)$

2) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

3) Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produit de facteur du premier degré.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations $g(x) = 0$;

$$g(x) = -2$$

5) Soit la fonction rationnelle définie par :

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

a) déterminer l'ensemble de définition de h puis simplifier $h(x)$.

b) résoudre dans $\mathbb{R}$, $h(x) = 1$.

GEOMETRIE

Soit P le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne trois droites D_1 ; D_2 ; D_3 d'équation respectives :

$$D_1 : x - y = 2 ; D_2 : x + y = 6 ; D_3 : y = -2$$

1) Tracer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Calculer les coordonnées des points

A, B, C définis par :

$$\{A\} = D_1 \cap D_2 ; \{B\} = D_1 \cap D_3 ; \{C\} = D_2 \cap D_3$$

3) Calculer $d(AB)$, $d(BC)$, $d(AC)$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

4) Donner une équation de la médiatrice de $[BC]$

5) Soit (c) le cercle de centre I et de rayon R , contenant les points A, B, C . Déterminer les coordonnées de I et calculer R .

Sujet N° : 10**ALGEBRE****Exercice 1 :**

1) Décomposer 7056 en un produit de facteurs premiers. En déduire la valeur de $\sqrt{7056}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{N}$ puis dans $\mathbb{R}$, l'équation : $4x^2 - 12x + 9 = 7056$.

Exercice 2 :

A ce jour, l'âge de Birama est le double de celui d'Inza. Dans 5 ans, ils auront à eux deux 70 ans. Quels est l'âge de Birama ?

GEOMETRIE

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points

$$A(2 ; 1) ; B(-1 ; 4) ; C(-2 ; 0).$$

1) Faire une figure (unités sur les axes : 2cm).

2)a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{BC}$.

b) Calculer $\|\vec{AB}\|$, $\|\vec{AC}\|$, $\|\vec{BC}\|$

c) Quelle est la nature du triangle ABC ?

3)a) Montrer que le point $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ est un milieu du segment $[AB]$.

b) Soit (D) la perpendiculaire en I à la droite (AB) . Montrer, sans calculs, que le point C appartient à (D) .

4) Soit (T) le cercle circonscrit au triangle AIC .

a) Déterminer les coordonnées du centre K du cercle (T) .

b) Le cercle (T) coupe l'axe des abscisses au point C et en un autre point que l'on appelle H . Déterminer, sans calculs, les coordonnées de H .

c) Quelle est l'image du cercle (T) par la symétrie orthogonale d'axe (yy') , Justifier.

D.E.F : 2000**I/ ALGEBRE :**

A) Résoudre dans IR le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 2 + X < 8 + 3X \\ 3(X + 1) > X + 4 \end{cases}$$

Interpréter graphiquement l'ensemble solution du système.

B) f et g sont deux applications de IR dans IR définies par :

$$f(x) = (x + 2)(x + 4) + (3x - 5)(2x + 4)$$

$$g(x) = (2x - 3)^2 - (x - 1)^2$$

1) développer, réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x. f(x) et g(x).

2) factoriser f(x) et g(x)

3) calculer $f(\frac{4}{3})$; $f(\sqrt{3})$ et $g(\frac{-1}{2})$

4) résoudre dans IR les équations

$$g(x) = 0 ; f(x) = 0 ; f(x) = -12.$$

II/ GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, i, j), on donne les points A, B, C définis par : A (-2 ; 1) ; B (4 ; 3) ; C (-1 ; y)

1) Calculer l'ordonnée de C pour que les vecteurs AB et AC soient orthogonaux.

Dans la suite du problème on prendra y = -2

2) on appelle I le milieu de [BC], calculer les coordonnées de D.

4) Montrer que le quadrilatère ABCD est rectangle.

5) Montrer que les points A, B, C et D sont sur un cercle dont on précisera le centre et dont on calculera le rayon.

6) on donne u (1 ; 7), on appelle E l'image de A par la translation de vecteur U
Calculer les coordonnées de E.

D.E.F : 2001**I/ ALGEBRE :**

$$\text{Soit } f(x) = (5 - 2x)^2 - (3x + 1)^2$$

1) Met f(x) sous la forme d'un produit de deux facteurs

Calculer les valeurs de x pour lesquelles f(x) = 0

2) Les facteurs sont désignés par y₁ et y₂

Représente graphiquement y₁ et y₂

3) Met f(x) sous la forme d'un polynôme ordonné

Calculer sa valeur pour $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

4) Rends cette valeur rationnelle.

II/ GEOMETRIE :

Les points A (2 ; 4) ; B (-3 ; 1) et C (4 ; -8) forment un triangle.

1) Déterminer l'équation de la droite passant par A et par le point G(1 ; -1)

2) Démontrer que la droite (AG) coupe [BC] en son milieu.

3) Démontrer que la droite (CG) est une médiane du triangle ABC

4) Soit I le milieu de [AC]

Démontrer que les points B, G et I sont alignés.

D.E.F : 2002**I/ ALGEBRE :**

On considère les applications f et g définies par $f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$ et $g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6)$

- 1) factoriser f(x) et g(x)
- 2) Développer réduire et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances décroissantes de x
- 3 - Résous dans IR les équations suivantes en utilisant l'expressions la mieux adaptée de f(x) ou de g(x) selon les cas :
 $f(x) = 0$; $g(x) = 21$ et $f(x) = g(x)$
- 4) Résoudre dans IR l'inéquation :
 $(x+3)(7-x) \geq 0$

En déduire les valeurs de x pour les quelles g(x) est positif ou nul

5) Soit la fraction rationnelle $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a) déterminer l'ensemble de définition de q dans IR puis simplifier q(x)

b) résoudre dans IR, $q(x) = 0$ et $q(x) = \frac{-2}{3}$

II/ GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tracer la droite (Δ_1) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 3$

On appelle B le point de la droite (Δ_1) de coordonnées $(0 ; 3)$

1) Démontrer que le point C $(5 ; \frac{11}{2})$

Appartient à la droite (Δ_1)

2) on appelle (Δ_2) la droite passant par l'origine O et le point A $(3 ; \frac{3}{2})$ montrer que la droite (Δ_2) est parallèle à la droite (Δ_1)

3) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$, montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

4) Soit M le milieu du segment [BC] et N le point tel que $\vec{AN} = 2\vec{AM}$. Démontrer que le quadrilatère BACN est un triangle.

5) Soit E l'image du point B dans la translation de vecteur $\vec{CA}$

Démontrer que :

- B est le milieu du [EN]
- E appartient à la droite (Δ_2) .

D.E.F : 2003**I/ ALGEBRE :**

Soit un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

1) Résoudre graphiquement système :

$$\begin{cases} 4x - y = 8 & (1) \\ 3x + 2y = 17 & (2) \end{cases}$$

2) Résoudre algébriquement le même système et comparer les résultats.

3) Par le point A de coordonnées : $x = 0$; $y = 4$

On mène une parallèle à la droite d'équation (1) Former l'équation de cette parallèle et montrer que la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x + 4$ la rencontre au point A.

4) Les deux droites passant par A coupent l'axe (xx') en B et C.

prouver que le triangle ABC est rectangle et en calculer les mesures des côtés de l'angle droit.

II/ GEOMETRIE :

Le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

Soit (d) la droite d'équation : $y + 2x - 1 = 0$.

1) Tracer la droite (d). I est le point de (d) d'ordonnée $(.. ; -1)$, quelle est son abscisse ? Quelle est l'ordonnée de B de (d) d'abscisse nulle.

Placer les points B et I sur la figure.

2) Calculer et écrire une équation de la perpendiculaire (Δ) à (d) passant par I.

Construire (Δ) . (on note A le point où (Δ) coupe l'axe des ordonnées. Quelle sont les coordonnées de A ?

3) Construire le point C de (Δ) tel que le triangle BAC soit isocèle ; (B étant le sommet) Calculer les coordonnées du point C

4) Trouver les valeurs du sinus et du cosinus de l'angle géométrique $\widehat{IAB}$

5) on trace la droite d'équation : $x = 2$. Sur cette droite, on porte le point D tel que $\vec{CD} = \vec{AD}$. Montrer que la droite (BD) est parallèle à (Δ) . En déduire que D appartient à la médiane (AM) du triangle ABC issue de A.

D.E.F : 2004**I/ ALGEBRE****Exercice 1 :**

On donne $a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$; $b = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et on pose $u = a + b$

- 1) Calculer ab
- 2) Calculer u^2

Exercice 2 :

Soient deux fonctions f et g définies dans $\mathbb{R}$ Par :

$$f(x) = 3 - 2x$$

$$g(x) = x + 2$$

- 1) Comparer $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$
- 2) Calcule le réel $a = f(\sqrt{2}) \times g(\sqrt{2})$ quelle est le signe de a ?
- 3) Sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} < 1,42$, donne un encadrement de a à 0,1 près.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
 - a) $\frac{3}{2} f(x) - \frac{1}{3} g(x) = -\frac{1-2x}{6}$
 - b) $f(x) \geq g(x)$

II) Géométrie :

Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1; 0)$; $B(5; 6)$

- 1) Déterminer les coordonnées du point C milieu de (AB) puis l'équation de la droite Δ médiatrice du segment $[AB]$.
- 2) vérifier que le point $P(-3; 8)$ appartient à Δ . En déduire la nature du triangle (A, C, P) .
- 3) Soit I le centre du cercle (C) circonscrit au triangle (A, C, P) et r son rayon. Déterminer les coordonnées du point I puis calculer r
- 4) Le point Q est l'image du point A par la translation de vecteur $\vec{CP}$
 - a) déterminer les coordonnées du point Q
 - b) vérifier que Q appartient à (C) .
- c) quelle est la nature du quadrilatère de point (A, C, P, Q) ?
- 5) La droite Δ coupe l'axe des abscisses en H .
 - a) quelle sont les coordonnées de H .
 - b) donne la mesure en degré de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{BAH}$.

D.E.F : 2005**A/ ALGEBRE****Exercice 1 :**

Un carré à une diagonale de longueur 8 cm. Soit x la mesure du côté de ce carré.

- a) Prouve que $2x^2 = 64$
- b) Donne une valeur approchée à 0,1 près de la longueur du côté de ce carré.

Exercice 2 :

Au marché Binta a acheté des œufs à 50 F l'unité. Sa fille Fifi très turbulente en casse 10. Elle revend le reste à 60 F l'unité et réalise une bénéfice égal au dixième du prix d'achat des œufs.

- a) Combien d'œuf Binta a-t-elle acheté ?
- b) Quel est le bénéfice réalisé ?

Exercice 3 :

1) On donne $A = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{18} + \sqrt{121}$

- a) Mets A sous la forme $a + b\sqrt{2}$ ou a et b sont des entiers relatifs.
- b) Sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} < 1,42$, donne un encadrement de A .

2) Résous l'équation suivante :

$$\sqrt{X + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} = 5$$

B) Géométrie :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A, B, C définie par : $\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$; $\vec{OC} = -\vec{i} - 3\vec{j}$.

- 1) Place ces points dans le repère et trace les médiatrices Δ et Δ' des segments $[AB]$ et $[AC]$.
- 2) Trouve une équation de Δ et une équation Δ' et détermine les coordonnées de M , point d'intersection de Δ et Δ' .
- 3) Montre que M appartient à la médiatrice $[BC]$
- 4) Trace le cercle circonscrit au triangle ABC et calcule son rayon.

D.E.F : 2006**A – ALGEBRE :****Exercice 1 :**

On considère le nombre $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

a) Soit $\frac{1}{n}$ l'inverse du nombre n ; exprime $\frac{1}{n}$

sous la forme $\frac{a+b\sqrt{5}}{c}$ ou a, b, c sont des entiers.

b) Démontre que $n^2 - n - 1 = 0$

c) A partir du résultat a) démontre que $\frac{1}{n} = n - 1$

d) Retrouve alors le résultat établi en b).

Exercice 2 :

On considère l'inégalité suivante :

$$\frac{x+3}{2} + \frac{x-5}{3} \leq \frac{3}{2}$$

- 1) Déterminer l'ensemble A des nombres réels qui vérifient l'inégalité.
- 2) Déterminer l'ensemble B des nombres naturels qui vérifient l'inégalité.
- 3) Déterminer l'ensemble C des nombres rationnels qui sont strictement compris entre -9 et 6 et qui ont 2 comme dénominateur et qui vérifient l'inégalité.

B – GEOMETRIE :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) On donne le point $E(1 ; -1)$. Place ce point. On considère la droite Δ passant par E et de vecteur directeur $\vec{v}(1 ; -2)$. Trouve une équation de Δ . Trace Δ . Elle coupe l'axe des ordonnées $(y'o y)$ en A.

2) On appelle D la droite passant par A et telle que Δ soit bissectrice des angles aigus formés par l'axe des ordonnées et D.

Explique la construction géométrique de D à l'aide du compas et de la règle. Construis D.

3) On appelle G le projeté orthogonal de E sur $(y'o y)$. Quelles sont les coordonnées de G ? H désigne le symétrique de G par rapport à Δ . Montrer que H appartient à D. Quelles sont les coordonnées de H ?

Trouver alors une équation de D.

D.E.F : 2007**A – ALGEBRE :****Exercice 1 :**

Au marché de médina-coura, on vend les oranges par lots de 6 et les carottes par paquet de 5.

- Oumou achète 24 oranges et 15 carottes. Elle paye 275 F

- Niakalé achète 42 oranges et 20 carottes. Elle paye 450 F.

Quels sont les prix respectifs d'un lot d'oranges et un paquet de carottes.

Exercice 2 :

A la suite des résultats du DEF, le Ministère de l'Education Nationale a décidé de donner des prix aux trois meilleurs élèves du Mali. Le premier reçoit une somme de 400 000 F ; le deuxième une somme de 300 000 F et le troisième une somme de 200 000 F.

Pour les motiver encore plus, on leur donne la somme de 180 000 F tout en leur exigeant de faire de partage proportionnellement à leur premier gain.

Quelle est la part qui reviendra à chacun d'eux ?

B – GEOMETRIE :**Exercice 1 :**

1) Dessine un triangle ABC et marque son centre de gravité G.

2) Construis l'image de ce triangle par l'homothétie de centre G et de rapport $-\frac{1}{2}$.

3) Quel est le centre de gravité du nouveau triangle ? Explique ta réponse.

Exercice 2 :

On donne un cercle de centre O et diamètre $AB = 8$ cm. Sur ce cercle, construis à l'aide du rapporteur l'angle $\widehat{AOE}$ de 60° .

1) Calcule en degrés la mesure des angles $\widehat{AEB}$; $\widehat{ABE}$; $\widehat{BAE}$.

En déduire la nature du triangle EAB.

2) Démontre que le triangle OAE est un triangle équilatéral.

D.E.F : 2008**A – ALGEBRE :****Exercice 1 :**

a) Décompose le naturel 320 en produit de facteurs premiers. En déduire $\sqrt{320}$ sous forme $a\sqrt{b}$

b) On pose : $x = \frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$; $y = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}}}{\sqrt{5-2\sqrt{5}}}$

Vérifier que $4x - y = 0$

Exercice 2 :

Un centre d'examen de 910 élèves compte 60% de garçons et 40% de filles.

- Le nombre total d'élèves est égal au double du nombre de garçons admis et la moitié du nombre de filles admises.

a) Trouve le nombre de garçons et le nombre de filles de ce centre.

b) Calcule le pourcentage de garçons admis et le pourcentage de filles admises.

c) Quel est le pourcentage d'élèves qui ont échoué ?

B – GEOMETRIE :

On donne trois points non alignés A, B, C et on choisit pour repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1)-Trouve les coordonnées du milieu D de [AB] et de celles du milieu E de [AC].

2)-Soit h un nombre réel. On définit un point M par la relation $\overrightarrow{BC} = h\overrightarrow{BC}$. Trouve les coordonnées de M et du milieu I de [AM].

3)-Trouve une équation de la droite (DE).

4)-Vérifie que I appartient à cette droite.

5)-On pose maintenant $h = \frac{1}{2}$. Reprendre les coordonnées de M et de I.

Construis le point H tel que ABHC soit un parallélogramme. Calcule d'au moins de deux manières différentes, les coordonnées du point H.

D.E.F : 2009**A – ALGEBRE :****Exercice 1 :**

Au moment des fêtes de Noël, un client achète six boules et une guirlande dans un grand magasin. Il paie 1840 F CFA. Le client suivant possède une carte de fidélité de ce magasin lui donnant droit à une réduction de 20% sur tous les articles. Il achète cinq boules et cinq guirlandes. En présentant sa carte de fidélité à la caisse, il paie alors 2560 F.CFA

Donne le prix d'une boule et celui d'une guirlande.

Exercice 2 :

1-) Détermine trois nombres entiers positifs consécutifs, $(x-1)$, x et $(x+1)$ dont la somme des carrés est 1325.

2-) Déterminer les deux nombres relatifs dont le carré du triple est égal à 64.

Exercice 3 :

Voici les distances (en km) qui séparent le soleil de trois planètes du système solaire :

Vénus : 105×10^6 ; Mars : 2250×10^5 ;

Terre : $1,5 \times 10^8$; parmi ces trois planètes, quelle est celle qui est la plus éloignée du soleil.

Explique toutes tes démarches.

B – GEOMETRIE :**Exercice 1 :**

On considère un cercle C de centre O et de diamètre 8 cm. I et J sont deux points de C diamétralement opposés ; K est un point de C tel que JK = 4 cm.

1-) Précise la nature du triangle IJK. Justifie ta réponse.

2-) Calcule IK. Donner le résultat sous la forme $b\sqrt{3}$ avec b entier.

3-) Précise la nature du triangle OJK. Justifie ta réponse.

4-) On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ). Démontre que le quadrilatère ROKJ est un losange.

Exercice 2 :

1-)a-) Le segment [AB] donné. Explique la construction géométrique du triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 8 cm à l'aide du compas et du rapporteur.

b-) Montre que BC = 10 cm.

2-)a-) Place le point E sur le segment [AB] tel que BE = 1,5 cm.

Place le point F sur le segment [BC] tel que BF = 2,5 cm.

b-) Montre que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

c-) Montre que EF = 2 cm.

3-) Soit le point B' symétrique de B par rapport à A. Montre que le triangle BB'C est isocèle en C.

D.E.F : 2010

I- ALGEBRE

Exercice 1 :

1-a) Décompose les nombres naturels 320 et 48 en produits de facteurs premiers.

En déduire $\sqrt{320}$ et $\sqrt{48}$ sous forme de $x\sqrt{y}$.

b) Vérifier que le réel $5 - 2\sqrt{5}$ est positif.

2- Ecris les réels suivants sous forme de fraction ou de nombre entier relatif.

$$E = \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{6}} ; \quad T = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}} - \sqrt{12+\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}} - \sqrt{5-2\sqrt{5}}}$$

Exercice 2 :

Soient les réels a, b, c.

1- Développe : $(a + b + C)^2$; et : $(a + b + C)^3$

2- Démontre que si $a + b + c = 0$ alors

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc.$$

Problème :

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long.

Trouve la longueur d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

II- GEOMETRIE :

PARTIE A :

Soient E, F, G un triangle rectangle en F et soit O le milieu de l'hypoténuse. La bissectrice de $\widehat{FOG}$ coupe (FG) en I.

1- Démontre que (OI) est parallèle à (EF).

2- Démontre que les angles $\widehat{FOI}$ et $\widehat{FEO}$ ont même mesure.

3- Le point O a pour image le point T par la symétrie orthogonale d'axe (FG). Démontre que (FT) est parallèle à (EG) et précise la nature du quadrilatère OGTF.

PARTIE B :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF})$.

1- Trace par rapport à ce repère la droite D d'équation $y = 2x + 1$ et place le point A(2 ; 2).

2- Construis le point A' tel que la droite D soit

médiatrice du segment [AA'].

Donne une équation de la droite (AA')

3) Calcule les coordonnées du point d'intersection H de la droite (AA') et de la droite D. On appelle B le point d'abscisse O de la droite D Sachant que $2,235 \leq \sqrt{5} < 2,236$.

Calcule à 10^{-2} près par défaut les longueurs A'B et BH. (Prendre le centimètre comme unité de longueur).

NB : Les deux parties A et B sont indépendantes.

D.E.F : 2011**I- ALGEBRE****EXERCICE 1** : (2 points)

La somme de 2 nombres entiers est 320 si l'on divise le plus grand des deux nombres par l'autre, le quotient est 3 et le reste est 8. Quels sont ces deux nombres.

EXERCICE 2 : (3 points)

Soient les nombres réels a et b tels que :

$$a = \frac{m-1}{2} \text{ et } b = \frac{m-4}{2}$$

Calcule le nombre réel m pour que :

1-a) a et b soient opposés.

2-b) soient inverses.

Problème : (5 points)

On donne les deux applications f et g définies dans IR vers IR par :

$$f(x) = \frac{x-2}{9} - x^3 + 2x^2 \text{ et } g(x) = (7x-3)^2 - 5^2$$

1-) Factorise f(x) et g(x) dans IR puis résous

f(x) = 0 et g(x) = 0. (3 points)

2-) On considère la fraction rationnelle h définie

$$\text{dans } \mathbb{R} \times \mathbb{R} \text{ par } h(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{f(x)}$$

a-) Détermine le domaine de définition de h dans IR et puis simplifie h(x). (1 point)

b-) Calcule h($\sqrt{3}$). (0,5 point)

c-) Résous g(x) = -16 (0,5 point).

II- GEOMETRIE :**Exercice 1** : (4 points)

Dessine un triangle A, B, C rectangle en A. Soit I le milieu de l'hypoténuse BC. Construis l'image I₁ de I par la translation du vecteur $\overrightarrow{BA}$ et l'image I₂ de I par la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$.

Montre que les points I₁, A, I₂ sont alignés.

Exercice 2 :

On considère un cercle de centre A et de rayon 5cm. Soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que AM = 4cm et P un point du cercle tel que MP = 3 cm.

1-) Faire la figure (1 point)

2-) Démontre que le triangle AMP est rectangle en M (1,5 point)

3-) On trace la tangente au cercle en F. Cette droite coupe la droite (AP) en T. Démontre que les droites (FT) et (MP) sont parallèles. (2 points)

D.E.F : 2012**I- ALGEBRE****Exercice 1** : (2 points)

Trouve a ∈ IN tel que :

$$2^{4-a} = 1 ; (3^a)^5 = 1 ; 9^{3a} = 3^{12} ; (2^2)^{3a} = 4^6 ; 5 \times 5^{a-3} = 25$$

Exercice 2 : (2,5 points)

a-Développer $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$. En déduire

une écriture simplifiée du nombre $\frac{-7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+5}$

b-Donner un encadrement à 10^{-2} puis du nombre

$$6-5\sqrt{2} \text{ sachant que } 1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

Exercice 3 :

$$\text{On donne } a = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \text{ et } b = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$$

On pose U = a + b

1-Calculer a × b ; (1,5 point)

2-Calculer U². (1 point)

Problème : (3 points)

L'âge d'un père est inférieur de 3 ans à la somme des âges de ses trois enfants. Sachant que les âges du père et de ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 7 ; 5 ; et 4. Trouver l'âge de chacun d'eux.

II- GEOMETRIE :**A-Partie I** : (3 points)

Soit A, B, C un triangle isocèle de base (BC) et I le milieu de [BC]. On construit le point Q tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IQ}$. Démontre que le quadrilatère ACQB est un parallélogramme puis un losange.

B-Partie II

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), on donne les points A(4 ; 2) ; B(2 ; 6) ; et C(-1 ; -3).

1-Place ces points et trace les médiatrices Δ et Δ' des segments [AB] et [AC]. (3,5 points)

2-Trouve une équation de Δ et une équation de Δ' et détermine les coordonnées de M point d'intersection de Δ et Δ'. (2 points)

3-Montre que M appartient à la médiatrice de [BC]. (1 point)

NB : Les parties I et II sont indépendantes.

D.E.F : 2013**I/ ALGEBRE****Exercice 1 :** (2 points)

Détermine trois nombres a, b, c proportionnels à 3, 4, et 5 sachant que : $2x - 3y + 4z = 1400$

Exercice 2 : (3 points) On considère les nombres : $A =$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \text{ et}$$

$$B = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

a- Calcule A^2 et B^2 et en déduire une expression simple de A et B.

b- En déduire que : $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ et

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$$

Exercice 3 : Quatre rectangles ont les dimensions consignées dans le tableau suivant : (2 points)

Longueur(cm)	3,6	14,4	7,2	4,8
Largeur (cm)	2,4	0,6	1,2	1,8

a- Montre que les longueurs sont inversement proportionnelles aux largeurs.

b- Compare les surfaces de ces rectangles.

Problème : (3 points)

Un groupe d'enfants cotise pour faire un cadeau à un ami venu du Nord du Mali. Si chacun versait 775 F, il leur manquerait 375F

Mais si chacun d'eux versait 830 F, il y aurait 450 F en trop.

a- Détermine le nombre d'enfants du groupe et la valeur du cadeau.

b- Quelle est la cotisation versée par chaque enfant.

II- GEOMETRIE :**I- Partie A :** (3 points)

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne le point $A(-2 ; -1)$ et le vecteur $\vec{u}(2 ; 3)$

a- Calcule les coordonnées de Q transformé de P par la translation de vecteur $\vec{u}$. (1 point)

b- Calcule les coordonnées de R symétrique de P par rapport à Q. (1 point)

c- Calcule les coordonnées de S image de P par l'homothétie de centre O et de rapport -2 (1 pt)

II- Partie B : (7 points)

On considère un triangle OAB rectangle en O tel que : $OA = 4\text{cm}$; $OB = 5\text{cm}$.

a- Construis le cercle (c) de diamètre [AB] et la droite tangente (T) en A ce cercle qui coupe (OB) en K. (1 pt)

b- Calcule AB ; BK ; OK et AK. (2 pts)

c- Détermine le point I centre du cercle (c) et le point I', le symétrique de I par rapport à A. (1 pt)

d- Construis le point L, image de I' dans la translation du vecteur KI puis montre que le quadrilatère KILI' est un parallélogramme. (2pts).

D.E.F : 2014**I/ ALGEBRE :**

On considère les applications f, g, h définies de IR par : $f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$; $h(x) = ax^2 + bx + c - (x+6)^2$; $g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)$.

1- Détermine les réels a, b, c de h(x) sachant que $h(0) = 18$ et $h(-1) = -8$. Ecris h(x).

2- Développer, réduis et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances décroissantes de x.

3- Factoriser f(x) et g(x).

4- Soit la fonction rationnelle $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a- Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier q(x)

b- Résoudre dans IR les équations :

$$q(x) = 0 ; q(x) = -\frac{9}{4} ; q(x) = \sqrt{3}.$$

II- GEOMETRIE :**Exercice 1 :**

1- Construis un triangle ABC dont les côtés mesurent : $AB = 3\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$; $BC = 5\text{ cm}$.

2- Détermine la nature du triangle ABC.

3- Calcule : $\cos \vec{C}$; $\cos \vec{B}$.

4- Construis le point H projeté orthogonal sur (BC).

Exercice 2 :

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

1- Place ces points $A(2 ; 4)$; $B(-2 ; 0)$; $C(4 ; 0)$

2- Calcule les coordonnées des points A' et B' respectivement milieu de [BC] et [AC].

3- Trouve une équation de (AA') et une équation de (BB'). En déduis les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

4- Trouve une équation de la médiatrice [BC] et une équation de la médiatrice [AC]. En déduis les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC et calcule le rayon de ce cercle.

D.E.F : 2015**I/ ALGEBRE :**

A) On définit le polynôme $P(x)$ tel que :

$P(x) = x^2 + (a-b+3)x + 2a - 3b$ où a et b sont deux réels.

1- Calculer a et b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$

2- En remplaçant a et b par leur valeurs ainsi trouvées, factoriser $P(x)$.

B) On considère les applications polynômes suivantes :

$$A(x) = (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50.$$

$$B(x) = (3x-15)$$

1) Développer, réduire et ordonner ces polynômes suivant les puissances décroissantes de x .

2) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.

3) Résoudre IR les équations suivantes :

$$A(x) = 0 ; B(x) = 0 ; A(x) = B(x).$$

4) Déterminer l'ensemble de définition de la

$$\text{fraction rationnelle } f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$$

5) Calculer $f(0)$; $f(\sqrt{2})$.

II- GEOMETRIE :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points ABC tel que : $A(0 ; 3)$; $B(6 ; 3)$ et $C(-3/2 ; +9/2)$.

1) Placer ces points dans le repère puis montrer que A, B, C sont alignés.

2) Déterminer les coordonnées du milieu M de [BC] puis celles du point D symétrique de O par rapport à M.

3) Calculer les distances : $d(OC)$; $d(OD)$; $d(CD)$. En déduire la nature du triangle OCD.

4) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle OCD puis calculer son rayon r .

D.E.F : 2016**I/ ALGEBRE :****Exercice 1 : (4 points)**

Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple

$$A = 2 + (2 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}})(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) ;$$

$$B = 2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} ; \quad C = 4\sqrt{\frac{26}{5}} \times \sqrt{\frac{65}{8}}$$

Exercice 2 : (4 points)

On considère les polynômes :

$$A(x) = (9x^2 - 1)(2x+3) - (4x^2 - 9)(3x+1) ;$$

$$B(x) = (x^2 - 4)(3x - 1) - (9x^2 - 1)(x+2)$$

1°) Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous la forme de produit de polynômes du 1^{er} degré.

Soit la fonction rationnelle P telle que $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

Montrer que $P(x)$ après simplification peut s'écrire $P'(x) = \frac{1+3x}{1-3x}$. Quel est l'ensemble de définition de P' ?

Problème : « les âges de Ali et Boubacar » (2 pts)
Ali s'adresse à Boubacar en ces termes « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera 98 ans ». Détermine l'âge de chacune de ces deux personnes.

II- GEOMETRIE : (10 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (unité : 1 cm).

1°) a) Place le repère les points $A(-4 ; 1)$; $D(2 ; 7)$; $E(0 ; -3)$.

B) Calcule les distances AD ; AE ; DE et en déduire la nature du triangle EAD.

2°) Détermine les coordonnées du point F image

du point D par la translation de vecteur $\vec{AE}$;

3°) Soit (c) le cercle circonscrit au triangle EAD.

a) Détermine les coordonnées du point K, centre du cercle (c) puis calculer son rayon

b) Montre que le point F appartient au cercle (c).

4) Détermine une équation de chacune des droites (AD) et (AE).

5°) Montre que les droites (AD) et (AE) sont perpendiculaires.

CORRECTION DES SUJETS

brecos

Sujet N° : 1

Exercice 1 :

- a) Comparer
- $2\sqrt{2}$
- et 3 : C'est comparer leurs carrés ;
- $(2\sqrt{2})^2$
- et
- $(3)^2$

Comme suit : $(2\sqrt{2})^2 = (2)^2 \times (\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8$ Et $(3)^2 = 3 \times 3 = 9$ Comme $8 < 9$ alors $2\sqrt{2} < 3$

- b) Calculer
- $(2\sqrt{2} - 3)^2$
- en utilisant
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Comme suit $(2\sqrt{2} - 3)^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2(2\sqrt{2}) \times (3) + (3)^2$

$$= 8 - 12\sqrt{2} + 9$$

$$= 17 - 12\sqrt{2}$$

$$(2\sqrt{2} - 3)^2 = 17 - 12\sqrt{2}$$

- c) Simplifier
- $A = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

Comme $17 - 12\sqrt{2} = (2\sqrt{2} - 3)^2$ alors $A = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} = |2\sqrt{2} - 3|$ et comme $2\sqrt{2} < 3$ alors $2\sqrt{2} - 3 < 0$ et tu sais que si $a < 0$ (a négatif) et $\sqrt{a^2} = -a$ donc $A = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} = -(2\sqrt{2} - 3) = 3 - 2\sqrt{2}$

$$A = 3 - 2\sqrt{2}$$

- d) Encadrement d'ordre 2 de
- $A = 3 - 2\sqrt{2}$
- sachant que
- $1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415$
- et

Si $a \leq b$ et $m < 0$ (m négatif) alors $bm \leq am$ Si $a < b$ alors $a + c < b + c$ Ainsi $-2 \times 1,415 \leq -2\sqrt{2} < -2 \times 1,414$ et $3 - 2 \times 1,415 \leq 3 - 2\sqrt{2} < 3 - 2 \times 1,414$ Soit $0,170 \leq 3 - 2\sqrt{2} < 0,172$ donc

$$0,17 \leq A < 0,18$$

Exercice 2 :Ecrivons sous la forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ où a, b et c sont des entiers.

$$a) \sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{6} ; \quad \sqrt{\frac{72}{25}} = \sqrt{\frac{36 \times 2}{25}} = \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{6\sqrt{2}}{5} ;$$

$$\sqrt{\frac{48}{98}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{6}}{\sqrt{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} ; \quad \sqrt{\frac{45}{3}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}} = \sqrt{15}$$

$$b) D = 3\sqrt{125} \times 2\sqrt{21} \times \sqrt{35}$$

$$D = 3 \times 2 \times \sqrt{125} \times \sqrt{21} \times \sqrt{35}$$

$$= 6\sqrt{125 \times 21 \times 35}$$

$$= 6\sqrt{25 \times 5 \times 3 \times 7 \times 7 \times 5}$$

$$= 6\sqrt{25 \times 5^2 \times 7^2 \times 3}$$

$$= 6 \times 5 \times 5 \times 7 \times \sqrt{3}$$

$$= 1050\sqrt{3}$$

$$D = 1050\sqrt{3}$$

Exercice 3

1°) Développer et réduire

$$\begin{aligned} a^{\circ}) (\sqrt{3} + 2)^2 &= (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})(2) + 2^2 \\ &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \\ &= 7 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{3} + 2)^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3} + 1)^2 &= (2\sqrt{3})^2 + 2(2\sqrt{3})(1) + 1^2 \\ &= 4 \times 3 + 4\sqrt{3} + 1 \\ &= 13 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(2\sqrt{3} + 1)^2 = 13 + 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (4\sqrt{7} - 3)^2 &= (4\sqrt{7})^2 - 2(4\sqrt{7})(3) + 3^2 \\ &= 121 - 24\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$(4\sqrt{7} - 3)^2 = 121 - 24\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} b^{\circ}) (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2 &= (2\sqrt{3})^2 + 2(2\sqrt{3})(3\sqrt{2}) + (3\sqrt{2})^2 \\ &= 12 + 18 + 2 \times 2 \times 3\sqrt{6} \\ &= 30 + 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2 - \sqrt{3})^2 &= 2^2 - 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 \\ &= 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

2°) Développer et écrire le plus simplement possible :

$$\begin{aligned} A &= (4 + 5\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 7) \\ &= 16 + 40\sqrt{2} + 50 + 12 + 14\sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 21 \\ &= 57 + 45\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$A = 57 + 45\sqrt{2}$$

Exercice 4 :1°) On donne $A = x^2 + 11x + 28$ Calculons A pour $x = \sqrt{3}$

$$A = (\sqrt{3})^2 + 11\sqrt{3} + 28$$

 $A = 31 + 11\sqrt{3}$ valeur approchée $A = 50,05255$ à 10^{-5} près par défaut.

2°)

$$\frac{1}{2} C \times C = 338 \text{ cm}^2; C^2 = 676 \text{ cm}^2; C = 26.$$

L'hypoténuse est $26\sqrt{2}$ cm soit 36,76 cm à 0,01 cm près par défaut.**Exercice 5 :**Trouvons trois nombres x ; y ; z proportionnels à2 ; 3 et 5 sachant que $3x + 2y + z = 1870$

Cela se traduit comme suit :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{3x + 2y + z}{3(2) + 2(3) + 5} = \frac{1870}{17} = 110$$

$$\text{On a } \frac{x}{2} = 110 \text{ alors } x = 110 \times 2 = 220 \Rightarrow x = 220$$

$$\text{On a } \frac{y}{3} = 110 \text{ alors } y = 110 \times 3 = 330 \Rightarrow y = 330$$

$$\text{On a } \frac{z}{5} = 110 \text{ alors } z = 110 \times 5 = 550 \Rightarrow z = 550$$

Exercice 6 :

Pour l'axe a tu sais que $R = 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ et $L = 31,4 \text{ cm}$

Calculons α : la mesure de a en radian

$$L = a R \text{ donc } \alpha = \frac{L}{R} = \frac{31,4}{10} = 3,14 \text{ rad}$$

Convertir 3,14 rad en degré :

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{d}{180} \text{ donc } d = \frac{180 \times \alpha}{\pi} = \frac{180 \times 3,14}{3,14} = 180^\circ$$

Pour l'axe b tu sais que $d = 60^\circ$ et $R = 10 \text{ cm}$

Convertir 60° en radian :

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{d}{180} \text{ donc } \alpha = \frac{60 \times 3,14}{180} = 1,04 \text{ cm}$$

Calculons la longueur de b : $L = \alpha \times R$

De même pour c $L = 2,6 \text{ cm}$.

Arcs	a	b	c
Mesure de l'arc en degré	180°	60	15
Mesure de l'arc en cm	31,14	10,4	2,6

Sujet N° : 2

Exercice 1 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} (3x + 5)(4x - 7) + 16x^2 - 49 &= (3x + 5)(4x - 7) + (4x + 7)(4x - 7) \\ &= (4x - 7) [(3x + 5) + (4x + 7)] \\ &= (4x - 7) (3x + 5 + 4x + 7) \\ &= (4x - 7) (7x + 12) \end{aligned}$$

$$(4x - 7) (7x + 12)$$

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - 4 &= (x + 2)^2 - (2)^2 \\ &= [(x + 2) - 2] [(x + 2) + 2] \\ &= (x + 2 - 2)(x + 2 + 2) \\ &= x(x + 4) \end{aligned}$$

$$x(x + 4)$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 12x + 9 + (2x + 3)(5x - 2) - 4x^2 + 9 &= (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(5x - 2) - (4x^2 - 9) \\ &= (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(5x - 2) - (2x + 3)(2x - 3) \\ &= (2x + 3)(7x + 1) \end{aligned}$$

$$(2x + 3) (7x + 1)$$

$$\begin{aligned} (4x + 3)(5x - 1) - 16x^2 - 24x - 9 &= (4x + 3)(5x - 1) - (16x^2 + 24x + 9) \\ &= (4x + 3)(5x - 1) - (4x + 3)(4x + 3) \\ &= (4x + 3)(x - 4) \end{aligned}$$

$$(4x + 3) (x - 4)$$

Exercice 2 :

Déterminer les réels x et y tel que :

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{3} \text{ et } x + 2y = 121$$

$$\text{Tu sais que si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ alors } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{2b}{2d} = \frac{a+2b}{c+2d}$$

En t'inspirant des indications ci-dessus, retrouve x

$$x = 55 \text{ et } y = 33$$

NB tu peux revoir la solution d'exercice 5 du sujet 1

Exercice 3 :

On donne les réels $A = 2\sqrt{3} + 2$ et $B = 2\sqrt{3} - 2$

a) Calculons A^2 ; B^2 ; $A \times B$

Tu peux appliquer à $A^2 =$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Prouve que $A^2 = 16 + 8\sqrt{3}$

Tu peux appliquer à $B^2 =$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Prouve que $B^2 = 16 - 8\sqrt{3}$

Pour calculer $A \times B$, tu peux appliquer $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Prouve que $A \times B = 8$

b) Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$, cela revient à multiplier les deux termes A et B

par l'expression conjuguée de B. c'est à dire que par : $(2\sqrt{3} + 2) = A$

Démontre que :

$$\frac{A}{B} = \frac{A^2}{A \times B} = 2 + \sqrt{3}$$

Prouve que la valeur approchée au millièmè près par défaut de $\frac{A}{B}$ est : $\frac{A}{B} = 3,732$

Exercice 4 :

Soit x le nombre d'année où l'âge de la mère sera le triple de celui de sa fille.

$$30 + x = 3 \times (4 + x)$$

$$30 + x = 12 + 3x$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

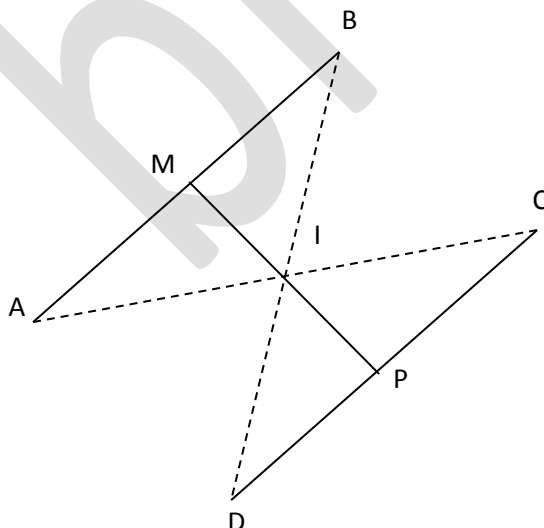
Dans 9 ans, l'âge de la mère $(30 + 9) = 39$ ans sera le triple de celui de sa fille $(4 + 9) = 13$ ans.

Exercice 5 :

a) Dans la symétrie de centre I, comme [AB] a pour image [CD] et le point M de [AB] a pour image P alors d'après la propriété « l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment de même longueur » P appartient à [CD].

b) Comme $AM = BM$ et [AM] et [BM] ont pour image respectives [CP] et [DP] et d'après la propriété ci-dessus : $AM = CP$ et $BM = DP$ donc $CP = DP$

c) P représente le milieu de [CD].

**Exercice 6 :**

a) Dans la symétrie d'axe $(\Delta) = S(\Delta)$

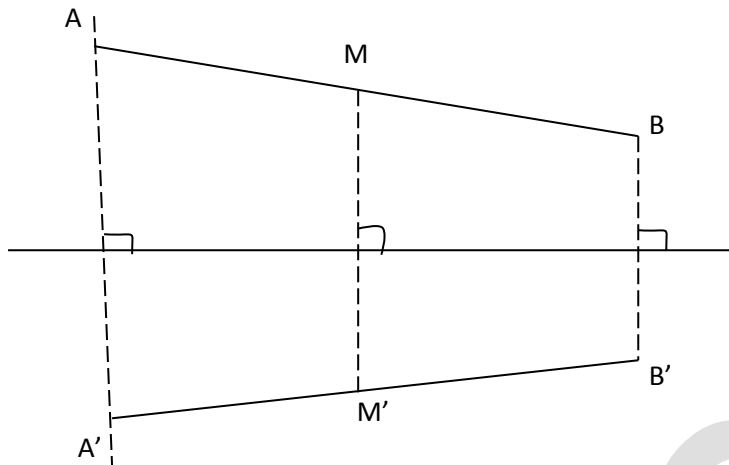
Comme [AB] a pour image [A'B'] et le point M de [AB] a pour image M' alors d'après la propriété « l'image d'un segment est un segment de même longueur » $M \in [A'B']$

b) Comme $AM = BM$ et [AM] et [BM] ont pour image respective [A'M'] et [B'M']

D'après la propriété ci-dessus $AM = A'M'$ et $BM = B'M'$ donc

$$A'M' = B'M'$$

M'est le milieu de $[A'B']$



Sujet N° : 3

Exercice 1 :

On pose $x = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$ et $y = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}$

a) Calculer xy en appliquant les formules $\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{A \times B}$ ici $A = (\sqrt{8 + 3\sqrt{7}})$ et $B = (\sqrt{8 - 3\sqrt{7}})$

et $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ alors application : $xy = (\sqrt{8 + 3\sqrt{7}})(\sqrt{8 - 3\sqrt{7}}) = \sqrt{(8 + 3\sqrt{7})(8 - 3\sqrt{7})}$
 $= \sqrt{(8)^2 - (3\sqrt{7})^2} = \sqrt{64 - 63} = \sqrt{1} = 1$

$$xy = 1$$

x et y sont inverses l'un et l'autre

b) Calculons x^2 et y^2

$$x^2 = \sqrt{(8 + 3\sqrt{7})^2} = 8 + 3\sqrt{7}; \quad y^2 = \sqrt{(8 - 3\sqrt{7})^2} = 8 - 3\sqrt{7}$$

c) $S = x + y$, calculer $S^2 = (x + y)^2$ applique $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

En remplaçant x^2 et y^2 et xy par leurs valeurs trouvées ci-dessus

Retrouve $S^2 = 18$ ce qui signifie que $S = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$.

Exercice 2 :

On donne $E = (2x + 3)^2 - (x - 5)(2x + 3)$.

1°) Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} E &= (2x + 3)^2 - (x - 5)(2x + 3) \\ &= (2\sqrt{2} + 3)^2 - (\sqrt{2} - 5)(2\sqrt{2} + 3) \\ &= (8 + 12\sqrt{2} + 9) - (4 + 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 15) \\ &= (17 + 12\sqrt{2} + 11 + 7\sqrt{2}) \\ &= 28 + 19\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$E = 28 + 19\sqrt{2}$$

2°) Développer et réduire E

$$\begin{aligned} E &= (2x + 3)^2 - (x - 5)(2x + 3) = (4x^2 + 12x + 9) - (2x^2 + 3x - 10x - 15) \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 2x^2 - 7x + 15 \\ &= 2x^2 + 19x + 24 \end{aligned}$$

$$E = 2x^2 + 19x + 24$$

3°) Calculer E sous la forme réduite pour $x = \sqrt{2}$

Pour $x = \sqrt{2}$, $E = 2 \times 2 + 19\sqrt{2} + 24$

$$= 28 + 19\sqrt{2}$$

$$\boxed{E = 28 + 19\sqrt{2}}$$

Exercice 3 :

On pose $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$ et $b = 3 - \sqrt{6}$

1°) Calculer a^2 ; b^2 et $a^2 + b^2$

$$a^2 = 3(1 + \sqrt{6})^2 = 3(1 + 2\sqrt{6} + 6)$$

$$= 3(7 + 2\sqrt{6}) = 21 + 6\sqrt{6}$$

$$\boxed{a^2 = 21 + 6\sqrt{6}}$$

$$b^2 = (3 - \sqrt{6})^2 = 9 - 6\sqrt{6} + 6 = 15 - 6\sqrt{6}$$

$$\boxed{b^2 = 15 - 6\sqrt{6}}$$

$$a^2 + b^2 = 21 + 6\sqrt{6} + 9 - 6\sqrt{6} = 30$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 30}$$

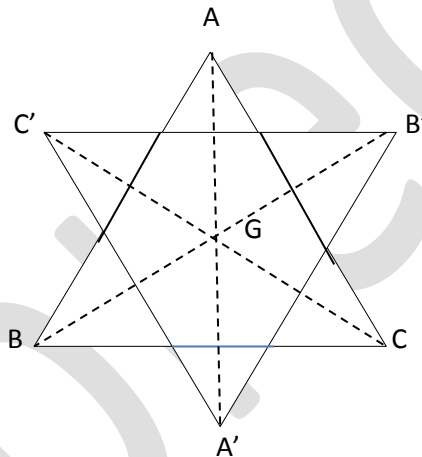
30 est un entier.

2°) La longueur de l'hypoténuse est $\sqrt{a^2 + b^2}$, soit $\sqrt{30}$;

Exercice 4 :

G est le point de concours des médianes du triangle.

G est le centre de gravité de ce nouveau triangle, parce que le centre de symétrie G à pour image lui-même.



Exercice 5 :

a°) Prix de vente $(140 \times 1,35)$ F = 189 F.

b°) Prix d'achat $(202,50/1,35)$ F = 150 F.

Sujet N° : 4

Exercice 1 :

Soit x et y les deux nombres entiers et soit $x > y$

- La somme est 105 se traduit par $x + y = 105$ (1)
- La différence de leurs carrés est 1995 se traduit par $x^2 - y^2 = 1995$.

Tu sais que $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 1995$, ce qui implique :

$$x - y = \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{1995}{105} = 19 \Rightarrow x - y = 19 \quad (2)$$

et le système d'équation devient :
$$\begin{cases} x + y = 105 & (1) \\ x - y = 19 & (2) \end{cases}$$

tu résous le système de l'équation par la méthode de ton choix et on trouve la solution suivante :

$$x = 62$$

et

$$y = 43$$

Exercice 2 :

Factoriser :

$$\begin{aligned} & X^2(x-2) - 16x + 32 \\ &= (x-2)(x+4)(x-4) \\ & (3x-2)^2 - (6x-4)(x-2) + 3x-2 \\ &= (3x-2)(3x-2) - 2(3x-2)(x-2) + 3x-2 \\ &= (3x-2)(x+3) \\ & (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50 \\ &= 2x^2 - 50 = 2(x-5)(x+5) \text{ prouve que} \\ &= (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2(x-5)(x+5) \\ &= 3(x-5)(2x-1). \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Pour répondre, tu n'es pas obligé de respecter l'ordre des questions.

a) Calculer les mesures en degré des arcs a , b , c , proportionnelle à 3 ; 4 ; 5.

Tu sais que la mesure en degré du cercle complet est 360 alors : $a + b + c = 360$

Complète : $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{360}{12} = 30$

$\frac{a}{3} = 30$ alors $a = 30 \times 3$

$$a = 90$$

$$b = 120^\circ$$

$$c = 150^\circ$$

Vérifie que $90 + 120 + 150 = 360$ est vraie

c) Calculer en radian les mesures de a , b , c

De la formule : $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$ on obtient $\alpha = \frac{\pi \times d}{180} = \frac{3,14 \times 90}{180} = 1,57$

$$\alpha(a) = 1,57 \text{ rad}$$

Calcule $\alpha(b) = 2,09 \text{ rad}$ et $\alpha(c) = 2,61 \text{ rad}$

Calculer en grande les mesures des arcs a et b

De la formule : $\frac{d}{180} = \frac{g}{200}$ on obtient $g = \frac{200 \times d}{180}$

$g(a) = \frac{200 \times 90}{180} = 100 \text{ grad}$; $g(b) = 133,33 \text{ grad}$

c) calculer les longueurs en cm des arcs a , b , c sachant que le rayon $R = 3 \text{ cm}$

Tu appliques $L = \alpha \times R$

La longueur de a : $L(a) = \alpha(a) \times R = 1,57 \times 3 = 4,71 \text{ cm}$ donc $L(a) = 4,71 \text{ cm}$

Calcule $L(b) = 6,27 \text{ cm}$

$$L(a) = 4,71 \text{ cm}$$

$$L(b) = 6,27 \text{ cm}$$

Exercice 4 :

Calculer les aires des secteurs circulaires de 17° ; 25 grades et 1,2 radian.

Pour cela, tu convertis en radian 17° et 25 grades en appliquant successivement la formule.

$$\alpha = \frac{d \times \pi}{180} \text{ et } \alpha = \frac{g \times \pi}{200}$$

Prouve que :

$$17^\circ = 0,29 \text{ rad}$$

et

$$25 \text{ grades} = 0,39 \text{ rad}$$

Calcule l'aire des secteurs à l'aide de la formule

$$A = \frac{1}{2} \alpha R^2 \text{ avec } R = 10$$

- pour 0,29 rad $A = \frac{1}{2} \times 0,29 \times 10 \times 10 = 14,5 \text{ cm}^2$ donc

$$A = 14,5 \text{ cm}^2$$

démontre que :

- pour 0,39 rad ;

$$A = 19,5 \text{ cm}^2$$

- pour 1,2 rad ;

$$A = 60 \text{ cm}^2$$

Exercice 5 :

A et B sont les mesures proportionnelles à 7 et 11

Sachant que si a et b sont proportionnels à c et d, on a :

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$$

Et que les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires. C'est-à-dire leur sommet est un angle droit (90°).

Prouve que :

$$a = 35$$

et

$$b = 55$$

Sujet N° : 5**Exercice 1 :**

Trouver $x \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants, Tu sais que :

$$a^p \times a^m = a^{p+m}$$

$$(a^a)^m = a^{p \times n}$$

$$a^0 = 1 \text{ si } a \neq 0$$

$$5^x \times 25 = 125$$

$$5^x \times 5^2 = 5^3$$

$$x + 2 = 3$$

$$x = 1$$

$$x = 1$$

$$9^{3x} = 3^{12}$$

$$(3^2)^{3x} = 3^{12}$$

$$3^{6x} = 3^{12}$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$(7^x)^3 = 1$$

$$7^{3x} = 7^0$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0$$

tu sais que :

$$27 = 3^3$$

prouve que :

$$\text{si } (27)^{4x} = 3^{36}$$

$$\text{alors } x = 3$$

$$x = 3$$

tu sais que :

$$169 = 13^2$$

$$\frac{13^{x-4}}{13} = 169$$

$$13^{x-4} = 169 \times 3$$

$$\text{alors } x = 7$$

$$x = 7$$

Exercice 2

Soit x la longueur et y la largeur du rectangle.

Le périmètre $P = 62$, alors le demi-périmètre est $x + y = 31$ (1)

L'égalité des deux aires se traduit par $(x+2)(x-1) = xy$ ou encore $-x + 2y = 2$ (2)

On trouve le système

$$\text{On trouve le système } \begin{cases} x + y = 31 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$$

Réolvons le système par la méthode aux choix

On trouve alors :

$$x = 20 \text{ et } y = 11$$

Exercice 3 :

Soit x le prix d'un cahier.

$$(4 \times 16) + (2 \times 8) + 8x = 232$$

$$80 + 8x = 232$$

$$8x = 152$$

$x = 19$. Le cahier vaut 19 francs.

Exercice 4 :

Soit x le nombre moyen. Les autres sont $(x - 1)$ et $(x + 1)$.

$$x + (x - 1) + (x + 1) = 153 ; x = 51$$

Les nombres sont :

50, 51, 52.

Exercice 5 :

ABC est un triangle équilatéral ($AB = BC = CA$).

[AH] est la hauteur issue de A

Dans le triangle HAB rectangle en H, complète : $\cos \hat{A} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ et prouve que $AB = \frac{AH}{\cos \hat{A}}$

Tu sais que : $AH = 6$ et $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Retrouve donc $AB = 4\sqrt{3}$

Ainsi $AC = 4\sqrt{3}$ et $BC = 4\sqrt{3}$

Tu appliques la formule : $\sin^2(30^\circ) + \cos^2(30^\circ) = 1$

Alors $\sin^2(30^\circ) = 1 - \cos^2(30^\circ)$

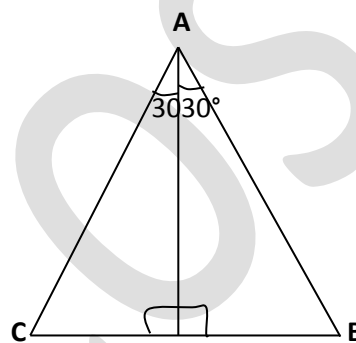
Retrouve donc

$$\sin^2(30^\circ) = \frac{1}{4}$$

Calculer $\tan(30^\circ)$ sachant que $\tan(30^\circ) = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$

Retrouve donc

$$\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Exercice 6 :**

Calculons x pour que Ce triangle soit un triangle rectangle :

Le triangle est rectangle, donc d'après le théorème de pythagore :

$$(x + 4)^2 = x^2 + 81$$

$$\text{Donc } x^2 + 8x + 16 = x^2 + 81$$

$$8x = 65$$

$$8x = 65$$

$$x = \frac{65}{8} = 8,125$$

$$x + 4 = 8,125 + 4 = 12,125$$

Les côtés du triangle mesurent **8,125 cm** et **12,125 cm**

Sujet N° : 6

I- ALGEBRE

Exercice 1 :Calcule du produit ab :

$$ab = (\sqrt{17 + 12\sqrt{2}})(\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}) = \sqrt{(17 + 12\sqrt{2})(17 - 12\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{17^2 - 12^2 \times 2} = \sqrt{289 - 288} = \sqrt{1} = 1$$

$$ab = 1$$

Calculons u^2 et v^2

$$u^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (17 + 12\sqrt{2})^2 + 2 + (17 - 12\sqrt{2})^2$$

$$= 17 + 12\sqrt{2} + 2 + 17 - 12\sqrt{2} = 36$$

$$u^2 = 36$$

$$v^2 = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (17 + 12\sqrt{2})^2 - 2 + (17 - 12\sqrt{2})^2$$

$$= 17 + 12\sqrt{2} - 2 + 17 - 12\sqrt{2} = 32$$

$$v^2 = 32$$

 u et v étant la somme des racines carrées donc ils sont positifs :

$$u^2 = 36 \Rightarrow u = \sqrt{36} = 6$$

$$v^2 = 32 \Rightarrow v = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$u^2 = 36$$

et

$$v^2 = 4\sqrt{2}$$

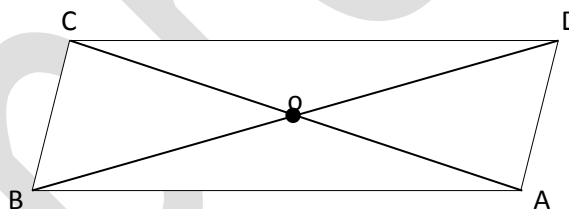
Exercice 2 :Soit x l'âge de ma fille, y mon âge.

$$\begin{cases} y + 4 = 3(x + 4) \\ y - 2 = (x - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 8 \\ y = 5x - 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 32 \end{cases}$$

Ma fille a 8 ans et moi j'ai 32 ans.

II- GEOMETRIE

1°) a) Construisons les points C et D :



b) La nature du quadrilatère ABCD :

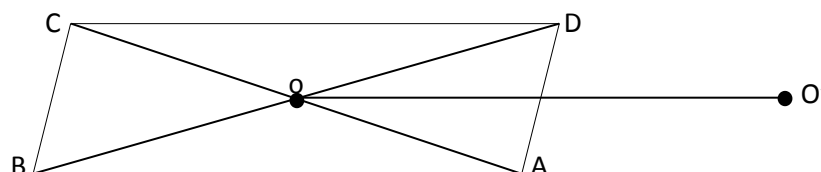
$$C = \mathcal{S}_O(A) \Rightarrow O \text{ est le milieu de } [AC]$$

 $D = \mathcal{S}_O(B) \Rightarrow O \text{ est le milieu de } [BD]$. D'où le quadrilatère ABCD est parallélogramme propre car O est le milieu commun des segments [AC] et [BD] avec $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

c) Complétons :

Par simple lecture de la figure ci-dessus

$$t_{\overrightarrow{AC}}(D) = C ; t_{\overrightarrow{AC}}(O) = O'$$



2°) Le rayon d'un cercle est 35 mm. En prenant $\pi = 3,14$

a) Complétons le tableau :

Arc	α	β	γ
Mesure de la longueur de l'arc en cm	3,05	13,5	4,57
Mesure de l'arc en degrés	50	221	75

b) Conversion :

On sait que :

$$\frac{\alpha \text{ r d}}{\pi} = \frac{\alpha^\circ}{180} \Rightarrow \alpha \text{ r d} = \frac{\pi \alpha^\circ}{180}$$

Pour $\alpha^\circ = 50^\circ$, on a $\alpha \text{ r d} = \frac{3,14 \times 50}{180} = 0,87 \Rightarrow$

$$\alpha \text{ r d} = 0,87 \text{ r d}$$

De même

$$221^\circ = 3,29 \text{ r d}$$

$$\frac{\alpha \text{ grades}}{200} = \frac{\alpha^\circ}{180} \Rightarrow \alpha \text{ grades} = \frac{200 \alpha^\circ}{180}$$

Pour $\alpha^\circ = 50^\circ$, on a : $\alpha \text{ grades} = \frac{200 \times 50}{180} = 55,55 \Rightarrow$

$$50^\circ = 55,55 \text{ grades}$$

De même

$$221^\circ = 245,65 \text{ grades}$$

Sujet N° : 7

ALGEBRE

Exercice 1 :

On note b le nombre réel $\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

1) Le signe de b

Pour cela on compare $\sqrt{3}$ et $2\sqrt{5}$

$$(\sqrt{3})^2 = 3 \text{ et } (2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$$

D'où $(\sqrt{3})^2 < (2\sqrt{5})^2$ et $\sqrt{3} < 2\sqrt{5}$, puisque ces deux nombres sont positifs.

$b = \sqrt{3} - 2\sqrt{5}$ et $\sqrt{3} - 2\sqrt{5} < 0$ d'où b est de signe moins (-).

2) Calculons b^2 :

$$b^2 = (\sqrt{3} - 2\sqrt{5})^2 = 3 - 2 \times 2(\sqrt{3})(\sqrt{5}) + 20 \Rightarrow b^2 = 23 - 4\sqrt{15}$$

$$b^2 = 23 - 4\sqrt{15}$$

3) Exprimons $\sqrt{23 - 4\sqrt{15}}$ en fonction de b :

$$\sqrt{23 - 4\sqrt{15}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} = |\sqrt{3} - 2\sqrt{5}| = |b|$$

Comme b est négatif donc :

$$\sqrt{23 - 4\sqrt{15}} = -b$$

Exercice 2 :

Soit x le nombre d'amis et y le prix du cadeau.

On a le système suivant :

$$\begin{cases} 1700x = y - 550 \\ 1800x = y + 150 \end{cases}$$

$$1800x = y + 150$$

$$1700x = y - 550 \text{ donc } y = 1700x + 550$$

$$1800x = 1700x + 550 + 150$$

$$1800x = 1700x + 700$$

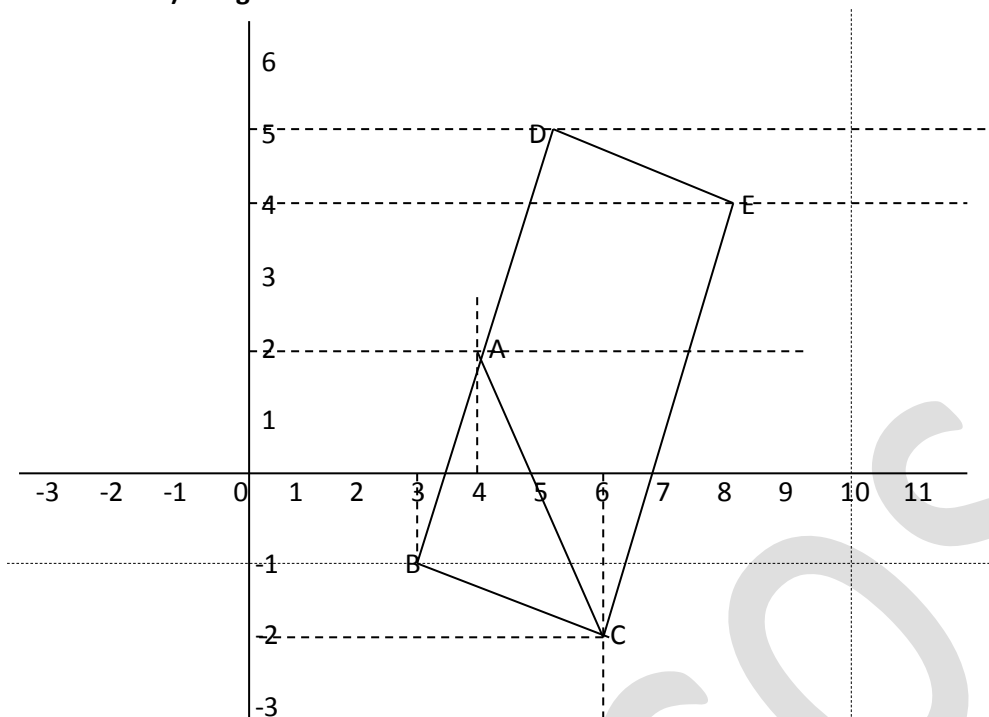
$$100x = 700 \Rightarrow x = 7$$

$$y = 1700 \times 7 + 550 \Rightarrow y = 12450$$

Ils sont 7 et le prix du cadeau coûte 12450 FCFA.

GEOMETRIE

1) La figure :



2) Calculons les distances AC et AB

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2} = \sqrt{(6 - 4)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow \boxed{\|\vec{AC}\| = 2\sqrt{5} \text{ cm}}$$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = \sqrt{(3 - 4)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \boxed{\|\vec{AB}\| = \sqrt{10} \text{ cm}}$$

$$\|\vec{BC}\| = \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2} = \sqrt{(6 - 3)^2 + (-2 + 1)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \boxed{\|\vec{BC}\| = \sqrt{10} \text{ cm}}$$

3) Précisons la nature du triangle ABC :

On sait que $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 20$ et que $AC^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.

De plus, on sait que $AB^2 = BC^2 = 10$, donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

En conclusion : Le triangle ABC est rectangle et isocèle.

4) Voir la figure ci-dessus.

5) Démontrons que le quadrilatère BCDE est rectangle :

On sait que D est l'image de E par la translation de vecteur $\vec{BC}$ donc $\vec{ED} = \vec{BC}$

Donc le quadrilatère BCDE est un parallélogramme.

6) Déterminons l'aire du quadrilatère BCDE :

$A_{BCDE} = BE \times BC$ or, on sait que E est le symétrique de B par rapport à A, donc

$$BE = 2 \times BA = 2\sqrt{10}. \text{ D'où : } BE \times BC = 2\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 2 \times 10 = 20$$

Déterminons l'aire du quadrilatère ABCD

$$A_{ACDE} = A_{BCDE} - A_{ABC}$$

Déterminons l'aire du triangle ABC rectangle en B :

$$A_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{D'où } A_{ACDE} = A_{BCDE} - A_{ABC} = 20 - 5 = 15$$

$$\boxed{A_{ACDE} = 15 \text{ cm}^2}$$

Sujet N° : 8

ALGEBREExercice 1 :

$$P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b ; P(0) = 9 \text{ et } P(1) = 4.$$

1) Pour trouver a et b, tu remplaces x par 0 dans P(x), ainsi tu obtiens l'équation (1) : $2a - 3b = 9$

Tu remplaces x par 1 dans P(x) et tu obtiens l'équation (2) : $3a - 4b = 0$

Puis tu résous le système d'équations :

$$\begin{cases} 2a - 3b = 9 & (1) \\ 3a - 4b = 0 & (2) \end{cases} \text{ on retrouve alors } \boxed{a = -36 \text{ et } b = -27}$$

2) Tu remplaces dans P(x) a par -36 et b par -27 et tu montres que $P(x) = x^2 - 6x + 9$

$$\text{En appliquant } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{Tu factorises : } P(x) = x^2 - 6x + 9 = (x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2 = (x - 3)^2$$

Exercice 2 :

1) Développer f(x) et g(x) puis réduire et ordonner f(x) et g(x)

$$f(x) = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 6)$$

$$f(x) = 2x^2 + 9x - 5$$

$$g(x) = 3(4x^2 - 1) + (x + 2)(2x - 1) - 4x^2 + 2x$$

$$g(x) = 10x^2 + 5x - 5$$

Tu factorises f(x) en démontrant que $f(x) = (2x - 1)(2x - 1) - (2x - 1)(x - 6)$

$$f(x) = (2x - 1)(x + 5)$$

Tu factorises $g(x) = 3(2x - 1)(2x + 1) + (x + 2)(2x - 1) - 2x(2x - 1)$

$$g(x) = (2x - 1)(5x + 5) \text{ ou } (2x - 1)(x + 1)$$

3) Résoudre $f(x) = 0$ ou $(2x - 1)(x + 5) = 0 \Rightarrow S_1 = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$

$$g(x) = 0 \text{ ou } 5(2x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow S_2 = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$$

$$4) h(x) = \frac{(2x - 1)(x + 5)}{(2x - 1)(5x + 5)}$$

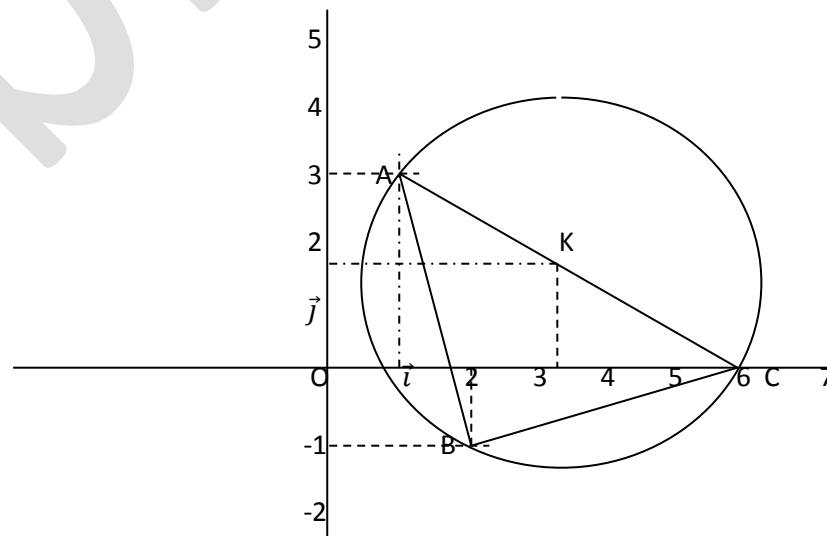
En résolvant : $(2x - 1)(5x + 5) \neq 0$; on retrouve $D_h = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}; -1\right\}$

Simplifions h(x) par $(2x - 1) \neq 0$ et montrons que

$$D_h = h(x) = \frac{x+5}{5x+5}$$

GEOMETRIE

A(1;3); B(2; -1); C(6;0)



1) Calculer en appliquant les formules:

$$d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} ; \text{retrouvons donc } d(AB) = \sqrt{17}$$

$$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} ; \text{retrouvons donc } d(BC) = \sqrt{17}$$

$$d(AC) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} ; \text{retrouvons donc } d(AC) = \sqrt{34}$$

En déduire la nature du triangle ABC tu remarques que :

$$AB = BC \text{ et } (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(\sqrt{34})^2 = (\sqrt{17})^2 + (\sqrt{17})^2$$

34 = 34 donc le triangle ABC est isocèle et rectangle en B

2) a) Le cercle (c) circonscrit au triangle ABC rectangle en B a pour centre K, milieu de [AC].

$$\text{Calculons } x_K = \frac{x_A + x_C}{2} \text{ et } y_K = \frac{y_A + y_C}{2}, \text{ on retrouve donc } K\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Calculons le rayon R égal à la moitié du diamètre [AC] : } R = \frac{AC}{2} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\sqrt{34}}{2}}$$

b) montrons que le point D(5 ; 4) appartient à ce cercle, revient à montrer que $d(K ; D) = R$

$$\text{trouvons que } d(K ; D) = \sqrt{(x_D - x_K)^2 + (y_D - y_K)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2} \text{ donc d appartient à (c)}$$

3) Calculons les coordonnées de E sachant que :

$$h(A) = E \text{ signifie que : } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \text{ c'est-à-dire } x_E - x_B = \frac{1}{2} (x_E - x_B) \text{ et } y_E - y_B = \frac{1}{2} (y_E - y_B)$$

$$\text{on retrouve donc } E\left(\frac{3}{2}; 1\right)$$

Sujet N° : 9

ALGEBRE

Exercice :

1) Déterminer les réels a, b, et c pour $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\text{Tel que } p(0) = -4 ; p(2) = 0 \text{ et } p(-2) = -16$$

En remplaçant x par 0 dans p(x) ; $p(0) = -4$ on retrouve $c = -4$

En remplaçant successivement x par 2 et -2 dans p(x) on retrouve le système d'équations.

$$\begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ 4a - 2b = -12 \end{cases}$$

En appliquant la méthode mixte (ou celle de ton choix), on retrouve

$$\text{Donc } p(x) = -x^2 + 4x - 4$$

2) Développer : $f(x) = (2x - 5)^2 - (3x - x)^2$; et on retrouve donc

$$\boxed{f(x) = 3x^2 - 14x + 16}$$

Développer, réduire et ordonner $g(x) = (x + 3)(x - 2) - (-x^2 + 4x - 4)$ retrouve

$$\boxed{g(x) = 2x^2 - 3x - 2}$$

3) Factoriser : $f(x) = (2x - 5)^2 - (3x - x)^2$

En appliquant la formule $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ on retrouve

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } g(x) &= (x + 3)(x - 2) - (-x^2 + 4x - 4) \\ &= (x + 3)(x - 2) + x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

Pour $x^2 - 4x + 4$, tu appliques : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$

Tu peux mettre (x - 2) en facteur commun dans g(x), on retrouve

$$\boxed{g(x) = (x - 2)(2x + 1)}$$

4) Résoudre dans IR : $g(x) = 0$ ou $(x - 2)(2x + 1) = 0$

$$\text{On retrouve que } S = \left\{ 2 ; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{Résoudre dans IR : } g(x) = -2 \text{ ou } 2x^2 - 3x - 2 = -2 ; \text{ On retrouve que } S = \left\{ 0 ; \frac{3}{2} \right\}$$

$$5) h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(3x-8)(x-2)}{(x-2)(2x+1)}$$

a) Déterminons l'ensemble de définition de h, c'est $(x - 2)(2x + 1) \neq 0$

$$\text{On retrouve } D_h = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} ; 2 \right\} ; \text{ simplifions h(x) par } (x - 2) \text{ donc } h(x) = \frac{(3x-8)}{(2x+1)}$$

Résoudre dans D_h , $h(x)=1$, $\frac{3x-8}{2x+1} = 1$, tu sais que $\frac{a}{b} = 1$ alors $a = b$, alors donc $S = \{9\}$.

GEOMETRIE

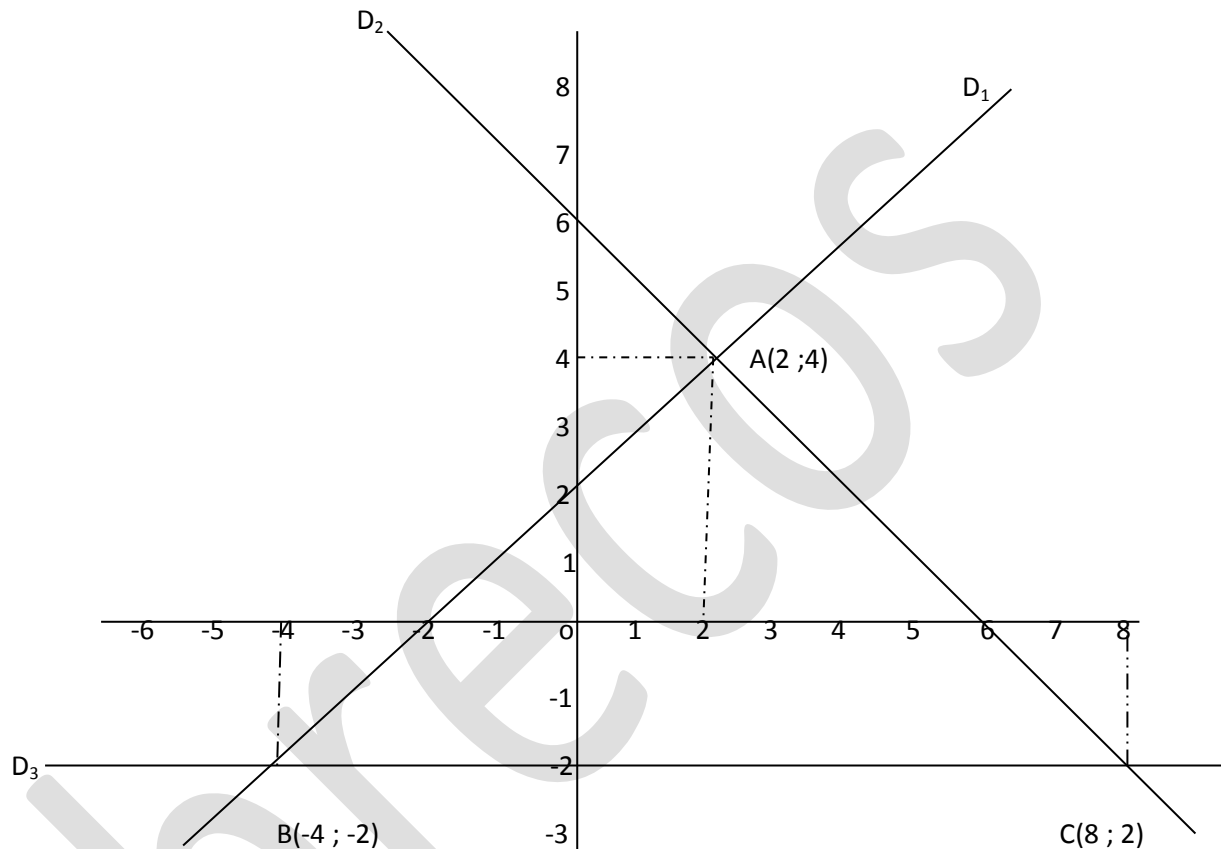
1) Tracer les droites D_1 , D_2 , D_3 , pour cela, tu cherches les coordonnées de deux points de chaque droite. Contrôle donc dans le tableau suivant :

$D_1 : x - y = 2$; $D_2 : x + y = 6$; $D_3 : y = -2$

X	Y
0	2
-2	0

X	Y
0	6
6	0

X	Y
0	-2
1	-2



2) Tu peux retrouver les coordonnées des points A, B, et C en résolvant respectivement le système

Suivant : $\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y = -2 \\ y = -2 \end{cases}$; et $\begin{cases} x + y = 6 \\ y = -2 \end{cases}$

2) Calculer en appliquant les formules :

$$d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} ; \text{ retrouve donc } d(AB) = \sqrt{72} \text{ où } d(AB) = 6\sqrt{2}$$

$$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} ; \text{ retrouve donc } d(BC) = \sqrt{144} \text{ où } d(BC) = 12$$

$$d(AC) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} ; \text{ retrouve donc } d(AC) = \sqrt{72} \text{ où } d(AC) = 6\sqrt{2}$$

pour la nature du triangle ABC, tu constates que $AB = AC$ et la réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée dans le triangle ABC : $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ donc ABC est un triangle isocèle et rectangle en A.

4) Donner une équation de la médiatrice de [BC] :

* La droite (d) est la médiatrice de [BC] équivaut à (d) est perpendiculaire à (BC) au milieu I de [BC].

Calculons $x_I = \frac{x_B + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_B + y_C}{2}$ on retrouve donc I(2 ; -2)

Un vecteur directeur de (BC) est : $\overrightarrow{BC}$ (12 ; 0)

$M(x; y)$ est un point quelconque de (d) ; un vecteur directeur de (d) est $\overrightarrow{IM} \Rightarrow \overrightarrow{IM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y+2 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IM}$ étant orthogonaux, tu appliques la propriété de l'orthogonalité : $xx' + yy' = 0$

On retrouve donc une équation de (d) : $x = 2$

5) Le cercle qui passe par les points A, B, C à pour centre le milieu de l'hypoténuse [BC] qui est I(2 ; -2)

Son rayon : $R = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6$

R = 6

Sujet N° : 10

ALGEBRE

Exercice 1 :

- 1) Décomposons 7056 en produit de facteurs premiers :

$$7056 = 9 \times 784 = 9 \times 4 \times 196$$

$$7056 = 9 \times 4 \times 4 \times 49$$

$$7056 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$$

$$7056 = (2^2 \times 3 \times 7)^2 = 84^2$$

$$7056 = 84^2 \text{ d'où } \sqrt{7056} = 84.$$

- 2) Résolvons dans IN puis dans IR :

$$\text{On remarque que } 4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2;$$

$$\text{D'où } 4x^2 - 12x + 9 = 7056 \text{ équivaut à : } (2x - 3)^2 = 84^2 \text{ Soit encore à}$$

$$2x - 3 = 84 \text{ ou } 2x - 3 = -84 \text{ Ainsi : } x = \frac{87}{2} \text{ ou } x = -\frac{87}{2}$$

$$\text{On a : } \frac{87}{2} \notin \mathbb{N}, -\frac{87}{2} \notin \mathbb{N} \text{ D'où } (x \notin \mathbb{N} / 4x^2 - 12x + 9 = 7056) \text{ n'a pas de solution dans } \mathbb{N} \text{ } S = \emptyset.$$

$$\text{On a : } \frac{87}{2} \in \mathbb{R}, -\frac{87}{2} \in \mathbb{R}. \text{ D'où } (x \in \mathbb{R} / 4x^2 - 12x + 9 = 7056) \text{ a pour solution } S = \left\{ -\frac{87}{2}; \frac{87}{2} \right\}.$$

Exercice 2 :

Soit x l'âge d'Inza.

L'âge de Birama est 2x.

Dans 5 ans, Inza aura x + 5 et Birama 2x + 5.

$$\text{Donc } (x + 5) + (2x + 5) = 70$$

$$3x + 10 = 70 \Rightarrow x = 20 \text{ alors pour Birama } 2 \times 20 = 40$$

Inza a 20 ans et Birama a 40 ans.

GEOMETRIE

- 1) Voir la figure sur la page suivante.

- 2) Déterminons les coordonnées des vecteurs Déterminer les coordonnées des vecteurs

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

- b) Calculons les distances $\|\overrightarrow{AB}\|$, $\|\overrightarrow{AC}\|$, $\|\overrightarrow{BC}\|$:

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{AB}\| &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18}. \end{aligned}$$

$\|\overrightarrow{AB}\| = 3\sqrt{18}$

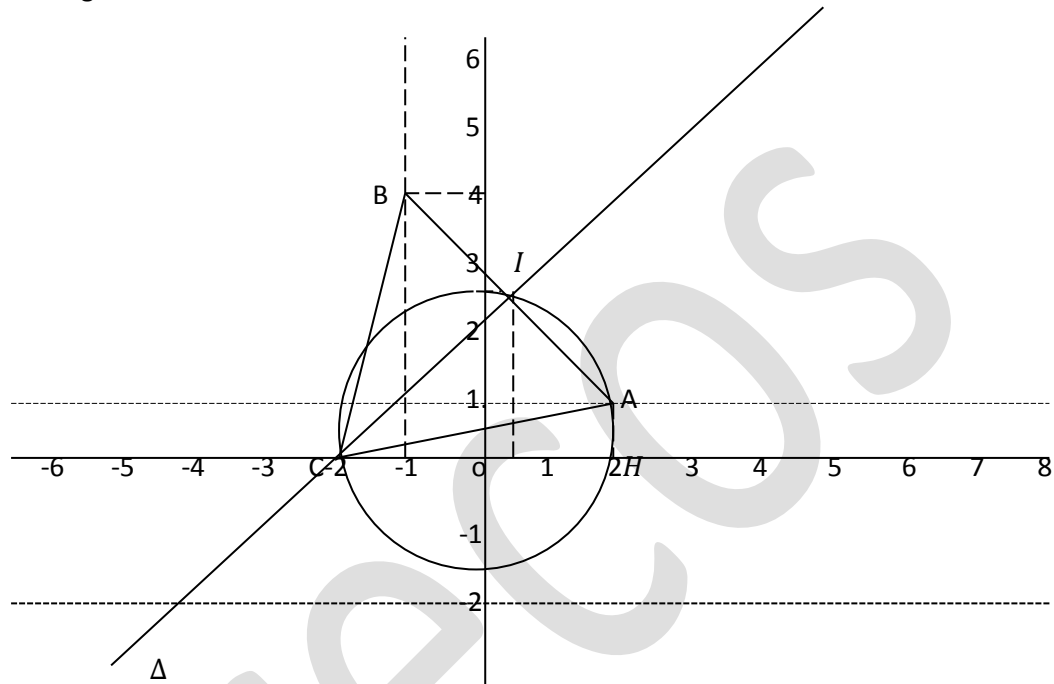
$$\begin{aligned}\|\vec{AC}\| &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}.\end{aligned}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{17}$$

$$\begin{aligned}\|\vec{BC}\| &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}\end{aligned}$$

$$\|\vec{BC}\| = \sqrt{17}$$

La figure



c) La nature du triangle ABC :

On remarque que $\|\vec{AC}\| = \|\vec{BC}\|$. Les côtés [AC] et [BC] du triangle ABC ont donc même longueur. Le triangle ABC est un triangle isocèle de sommet principal C.

3) a) Montrons que I est le milieu du segment [AB] :

Le milieu du segment [AB] a pour coordonnées :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}\right); \left(\frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}\right) = \frac{2 + (-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0; \left(\frac{y_A + y_B}{2}\right) = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ d'où } I\left(0; 2\right).$$

b) Montrons sans calculs que le point $\in (\Delta)$:

La perpendiculaire (Δ) en I à la droite (AB) est, par définition, la médiatrice du segment [AB].

Le point C est à égale distance des points A et B, car : $\|\vec{AC}\| = \|\vec{BC}\|$.

C appartient donc à la médiatrice de [AB], c'est à dire (Δ).

4) a) Déterminons les coordonnées du centre K du cercle (T) :

Le centre K du cercle (T) est donc le milieu de [AC]. D'où

$$K\left(\frac{x_A + x_C}{2}\right); \left(\frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}; \frac{1 + 0}{2}\right), \text{ soit } K\left(0; \frac{1}{2}\right).$$

b) Déterminons sans calculs les coordonnées de H

Soit H le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses : (2 ; 0)

c) L'image du cercle (T) par la symétrie orthogonale d'axe (yy')

L'axe (yy') passe par le centre K du cercle (T). C'est un axe de symétrie de ce cercle. L'image du cercle (T) est donc inchangeable par la symétrie orthogonale d'axe (yy').

Justification : L'image du cercle (T) est le cercle (T) lui-même.

breecos