



LES ECOLES MAARIF DE TÜRKİYE AU MALI



L'ANNEE SCOLAIRE 2025-2026

BAC BLANC – SESSION DE FEVRIER

SERIE : TSEco

EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

COEFFICIENT : 3

DUREE : 3H

Exercice 1 : (4 points)

- I. Au bout de combien de temps un capital doublera-t-il de valeur à intérêt simple au taux de 12% ?
- II. À quel taux, la valeur d'un capital à intérêt simple, s'est accrue de 20% de sa valeur initiale au bout de 480 jours ?

Exercice 2 : (6 points)

I) Dans un grand magasin le rayon de forures a fait un chiffre d'affaires égal au $\frac{2}{17}$ du chiffre total, le rayon confection pour hommes un chiffre d'affaires égal au $\frac{3}{11}$ du chiffre total et le rayon confection pour dames un chiffre égal au $\frac{7}{20}$ du total.

On sait que les chefs de ces rayons ont réussi des appointements dont le total s'élève à 8 307 000F. Quelle est la somme reçue par chacun si ces appointements sont proportionnels au chiffre d'affaires de son rayon ?

II) Un chef d'entreprise décide de répartir une part de ses bénéfices entre trois de ses principaux employés Vidal est au 3^{ième} échelon, Puget est au 4^{ième} échelon et Lançon est au 6^{ième}. Lançon qui avait calculé la somme lui revenant reçoit 2 800F de moins qu'il n'avait prévu. Cela provient de ce que le partage a été fait en parties inversement proportionnelles aux échelons alors que Lançon avait calculé des parts proportionnelles aux échelons. Quelle était la somme à répartir ?

Problème : (10 points)

Partie A

On considère pour tout entier naturel n les suites U et V :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n}{2U_n+5} \end{cases} \text{ et } V_n = \frac{1}{U_n}$$

- 1) Détermine les trois premiers termes de la suite U et le premier terme de la suite V .
- 2) Justifie que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 3) Démontre que la suite V est arithmétique.

4) Calcule la valeur exacte de U_{2026} .

Partie B

La population d'une ville a cette année un effectif de 10 000 habitants, et il est prévu un accroissement de la population de 4% par an.

- 1) Détermine l'effectif de la population de la ville dans un an ; deux ans.
- 2) Exprime l'effectif de la population dans n années noté P_n .
- 3) Détermine le nombre d'années pour que la population dépasse 30 000 habitants.
- 4) Que devrait-être l'accroissement annuel de la population pour que l'effectif des 30 000 habitants soit atteint dans 16 années.

Proposition de solution

Exercice 1

- I. Soit n la durée au bout de laquelle un capital

C doublera de valeur à intérêt simple :

$$\begin{aligned} V_a = C + I = 2C &\Leftrightarrow C + \frac{Ctn}{36000} = 2C \Leftrightarrow 36000C + Ctn = 72000C \Leftrightarrow Ctn = 36000C \\ &\Leftrightarrow tn = 36000 \Leftrightarrow n = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{12} = 3000 \Leftrightarrow \boxed{n = 3\,000 \text{ jours}} \end{aligned}$$

Il faut donc 3 000 jours pour qu'un capital placé à 12% à intérêt simple double de valeur.

- II. Soit t le taux auquel la valeur du capital s'est accrue de 20% de sa valeur initiale :

$$\begin{aligned} V_a = C + I = C + 20\%C &\Leftrightarrow C + \frac{Ctn}{36000} = 1,2C \Leftrightarrow 36000C + Ctn = 43200C \Leftrightarrow Ctn \\ &= 7200C \\ &\Leftrightarrow tn = 7200 \Leftrightarrow t = \frac{7200}{n} = \frac{7200}{480} = 15 \Leftrightarrow \boxed{t = 15\%} \end{aligned}$$

Il faut donc placer le capital à 15% pour que sa valeur puisse accroître de 20% de sa valeur initiale.

Exercice 2

I) Désignons par :

A la somme reçue par le chef du rayon des fourures ;

B la somme reçue par le chef du rayon de confection pour hommes et

C la somme reçue par le chef du rayon de confection pour femmes.

$(A; B; C)$ et directement proportionnelle (Dp) à $\left(\frac{2}{17}; \frac{3}{11}; \frac{7}{20}\right)$. Calculons A ; B et C.

$(A; B; C) Dp (2/17 ; 3/11; 7/20)$

$$\Rightarrow (A; B; C) Dp (2 \times 11 \times 20 ; 3 \times 17 \times 20; 7 \times 17 \times 11)$$

$$\begin{aligned} (A; B; C) Dp (440 ; 1020; 1309) &\Rightarrow \frac{A}{440} = \frac{B}{1020} = \frac{C}{1309} = \frac{A + B + C}{440 + 1020 + 1309} \\ &= \frac{8\,307\,000}{2769} = 3000 \end{aligned}$$

$A = 3000 \times 440 = 1\,320\,000F$; $B = 3000 \times 1020 = 3\,060\,000F$ et $C = 3000 \times 1309 = 3\,927\,000F$.

II) Désignons par : B la part du bénéfice à partager ;

x ; y et z les sommes respectivement reçues par Vidal ; Puget et Lançon dans le partage proportionnel

x' ; y' et z' les parts inversement proportionnelles respectives

$$\text{Avec : } (x; y; z)Dp(3; 4; 6) \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{B}{13} \Rightarrow z = \frac{6B}{13}$$

$$(x'; y'; z')Ip(3; 4; 6) \Rightarrow (x'; y'; z')Dp(24; 18; 12) \Rightarrow (x'; y'; z')Dp(4; 3; 2) \Rightarrow \frac{x'}{4} = \frac{y'}{3} = \frac{z'}{2} = \frac{B}{9} \Rightarrow z' = \frac{2B}{9}$$

$$\text{Calculons la somme B à repartir sachant que : } z - z' = 2800 \Rightarrow \frac{6B}{13} - \frac{2B}{9} = 2800 \Rightarrow \frac{28B}{117} = 2800 \Rightarrow B = 11\,700F.$$

Problème

Partie A

On considère pour tout entier naturel n les suites U et V : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n}{2U_n+5} \end{cases}$ et $V_n = \frac{1}{U_n}$

1) Déterminons :

$$\text{les trois premiers termes de la suite } U : U_0 = 1; U_1 = \frac{5U_0}{2U_0+5} = \frac{5}{7}; U_2 = \frac{5U_1}{2U_1+5} = \frac{5(\frac{5}{7})}{2(\frac{5}{7})+5} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

$$\text{le premier terme de la suite } V : V_0 = \frac{1}{U_0} = 1.$$

2) Justifions que la suite U

n'est pas arithmétique : $U_0 + U_2 = 1 + \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$ est différent de $2U_1 = \frac{10}{7}$ alors ce qu'il fallait justifier.

n'est pas géométrique : $U_0 \times U_2 = 1 \times \frac{5}{9} = \frac{5}{9}$ est différent de $U_1^2 = \frac{25}{49}$ alors ce qu'il fallait justifier.

3) Démontrons que la suite V est arithmétique :

$$V_n = \frac{1}{U_n} \Rightarrow V_{n+1} = \frac{1}{U_{n+1}} = \frac{1}{\frac{5U_n}{2U_n + 5}} = \frac{2U_n + 5}{5U_n} = \frac{2U_n}{5U_n} + \frac{5}{5U_n} = \frac{2}{5} + \frac{1}{U_n} = \frac{2}{5} + V_n$$

$V_{n+1} = V_n + \frac{2}{5}$ ou $V_{n+1} - V_n = \frac{2}{5}$ alors la suite V est arithmétique de raison $r = \frac{2}{5}$ et de premier terme 1.

4) Calculons la valeur exacte de U_{2026} :

$$V \text{ étant arithmétique } V_n = V_0 + nr \Rightarrow V_{2026} = 1 + 2026 \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4057}{5}$$

$$\text{Comme } V_n = \frac{1}{U_n} \text{ alors } U_n = \frac{1}{V_n} \Rightarrow U_{2026} = \frac{1}{V_{2026}} = \frac{5}{4057}$$

Partie B

La population d'une ville à cette année a un effectif de 10 000 habitants, et il est prévu un accroissement de la population de 4% par an.

1) Déterminons l'effectif de la population de la ville :

$$\text{Dans un an : } P_1 = \left(1 + \frac{4}{100}\right) 10\,000 = (1,04)10\,000 = 10\,400 \text{ habitants ;}$$

$$\text{Dans deux ans : } P_2 = \left(1 + \frac{4}{100}\right) 10\,400 = (1,04)10\,400 = 10\,816 \text{ habitants .}$$

2) Exprimons l'effectif de la population dans n années noté P_n .

$P_1 = 1,04P_0$; $P_2 = 1,04P_1$; $P_3 = 1,04P_2$. . . $P_{n+1} = 1,04P_n$ alors (P_n) est une suite géométrique

$$\text{D'où } P_n = P_0(1,04)^n \Rightarrow P_n = 10\,000 \times (1,04)^n$$

3) Déterminons le nombre d'années pour que la population dépasse 30 000 habitants :

$$P_{28} = 10\,000 \times (1,04)^{28} = 29\,987,03 \text{ au centième près par défaut et}$$

$$P_{29} = 10\,000 \times (1,04)^{29} = 31\,186,51 \text{ au centième près par défaut}$$

Alors le nombre d'années cherché est 29.

4) Ce que devrait-être l'accroissement annuel de la population pour que l'effectif des 30 000 habitants soit atteint dans 16 années.

$$P_{16} = 10\,000 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{16} = 30\,000 \Rightarrow \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{16} = 3 \Rightarrow t = 100\% \times (-1 + \sqrt[16]{3})$$

$t = 7,11\%$ au centième près par excès.