

TSEco

Exercice 1 : 5pts

La différence entre l'escompte commercial (e) et l'escompte rationnel (e') d'un effet de 76 valeur nominale (V) est égale à 3 F, et leur rapport $\frac{76}{75}$

1°) Calculer les deux escomptes e et e' .

2°) Calculer la valeur nominale V de l'effet.

3°) Calculer le taux d'escompte de cet effet, sachant que son échéance est dans 40 jours.

Exercice 2 : 7pts

Le nombre des clients d'une agence immobilière était de 540 personnes en 2020. Ce nombre diminue chaque année de 15% par rapport à l'année précédente et 60 nouveaux clients viennent s'inscrire par an.

On désigne par t_n le nombre de clients de l'agence à l'année $2020 + n$. On donne $t_0 = 540$.

- 1) a) Détermine le nombre de clients l'année 2021 et 2022.
 b) Montre que, pour tout entier naturel n , $t_{n+1} = 0,85t_n + 60$.
- 2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = t_n - 400$.
 a) Montre que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 b) Exprime v_n en fonction de n puis t_n en fonction de n
- 3) Calcule la limite de t_n puis interprète concrètement le résultat.

Problème : 8pts

On donne les effets de la quantité de récolte d'un village. x désigne la quantité de récolte en tonnes. R est la fonction recette exprimée en millier de franc CFA et est définie par

$$R(x) = -x^2 + 20x \text{ sur } [0 ; +\infty[.$$

- 1) Représente dans un repère la courbe de R .
- 2) Le coût de récolte de x quantité est donné par la fonction $C(x) = 2x + 17$.
 a) Détermine les points d'intersections de la courbe de R avec celle de C .
 b) Détermine graphiquement la zone correspondant à un gain.
- 3) Détermine la fonction bénéfice B puis représente-la graphiquement.
 En déduis la valeur x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum.

Proposition de solution

Exercice 1

La différence entre l'escompte commercial (e) et l'escompte rationnel (e') d'un effet de 76 valeur nominale (V) est égale à 3 F , et leur rapport $\frac{76}{75}$.

1°) Calculons les deux escomptes e et e' .

$$e - e' = 3 ; e = 3 + e' ; \frac{e}{e'} = \frac{76}{75}$$

$$\frac{3+e'}{e'} = \frac{76}{75} \Rightarrow e' = 225F$$

$$e = 3 + 225 \Rightarrow e = 228F$$

2°) Calculons la valeur nominale V de l'effet.

$$v = \frac{e \times e'}{e - e'} \Rightarrow v = \frac{228 \times 225}{3} \Rightarrow v = 17100F$$

3°) Calculons le taux d'escompte de cet effet, sachant que son échéance est dans 40 jours.

$$e = \frac{vtn}{36000} \Rightarrow t = \frac{36000e}{v \times n} = \frac{36000 \times 228}{17100 \times 400} \Rightarrow t = 12\%$$

Exercice 2

Le nombre des clients d'une agence immobilière était de 540 personnes en 2020. Ce nombre diminue chaque année de 15% par rapport à l'année précédente et 60 nouveaux clients viennent s'inscrire par an.

On désigne par t_n le nombre de clients de l'agence à l'année 2020 + n . On donne $t_0 = 540$.

1) a) Déterminons le nombre de clients l'année 2021 et 2022.

$$\text{En 2021, } t_1 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) t_0 + 60 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) (540) + 60 = 519$$

$$\text{En 2022, } t_2 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) t_1 + 60 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) (519) + 60 = 501,15$$

b) Montrons que, pour tout entier naturel n , $t_{n+1} = 0,85t_n + 60$.

$$t_{n+1} = \left(1 - \frac{15}{100}\right) t_n + 60 = 0,85t_n + 60$$

2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = t_n - 400$.

a) Montrons que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

$$v_{n+1} = t_{n+1} - 400 = 0,85t_n + 60 - 400 = 0,85t_n - 340 = 0,85(t_n - 400) = 0,85v_n$$

Alors (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,85$.

b) Exprimons v_n en fonction de n puis t_n en fonction de n

$$v_0 = t_0 - 400 = 540 - 400 = 140$$

$$v_n = v_0 \times q^n = 140(0,85)^n$$

$$v_n = t_n - 400 \Rightarrow t_n = v_n + 400 \Rightarrow t_n = 140(0,85)^n + 400$$

3) Calculons la limite de t_n puis interprète concrètement le résultat.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 140(0,85)^n + 400 = 140(0,85)^{+\infty} + 400 = 400$$

Interprétation

Le nombre de client se stabilise autour de 400 personnes dans la durée.

Problème

On donne les effets de la quantité de récolte d'un village. x désigne la quantité de récolte en tonnes. R est la fonction recette exprimée en millier de franc CFA et est définie par

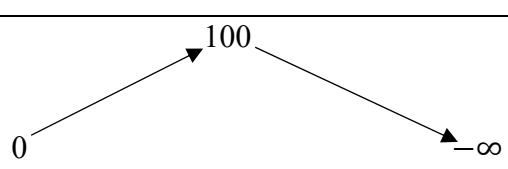
$$R(x) = -x^2 + 20x \text{ sur } [0 ; +\infty[.$$

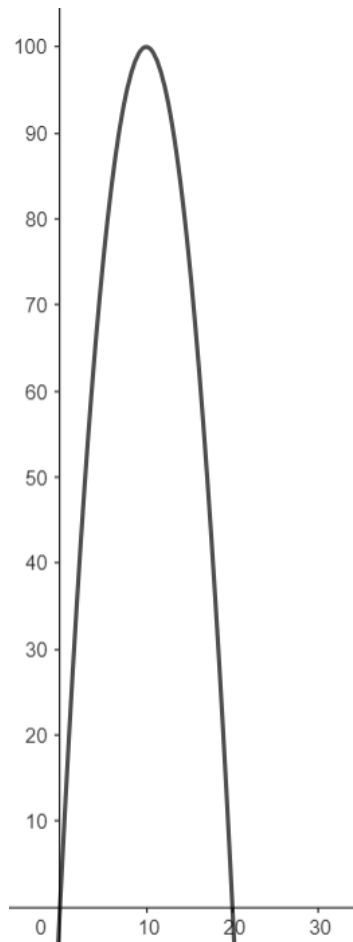
1) Représente dans un repère la courbe de R .

$$R(0) = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} R(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 20x = -\infty$$

$$R'(x) = -2x + 20$$

$$\text{Posons } -2x + 20 = 0 \Rightarrow x = 10$$

x	0	10	$+\infty$
$R'(x)$	+	0	-
R			



2) Le coût de récolte de x quantité est donné par la fonction $C(x) = 2x + 17$.

a) Déterminons les points d'intersections de la courbe de R avec celle de C .

Posons $R(x) = C(x)$

$$-x^2 + 20x = 2x + 17$$

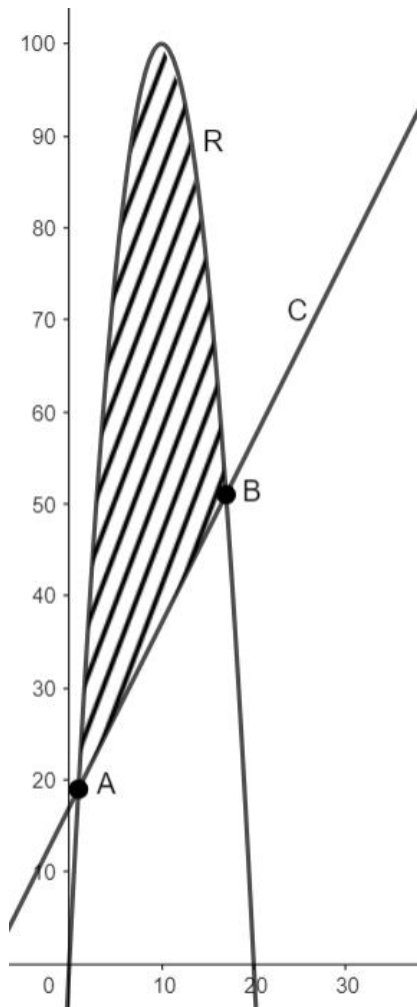
$$-x^2 + 18x - 17 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ et } x_2 = 17$$

$$C(1) = 19 \text{ et } C(17) = 51$$

$A(1; 19)$ et $B(17; 51)$ sont les points d'intersections de la courbe de R avec celle de C

b) Déterminons graphiquement la zone correspondant à un gain.



3) Déterminons la fonction bénéfice B puis représentons-la graphiquement.

$$B(x) = R(x) - C(x) = -x^2 + 18x - 17$$

$$B(0) = -17, \lim_{x \rightarrow +\infty} B(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 18x - 17 = -\infty$$

$$B'(x) = -2x + 18$$

$$\text{Posons } -2x + 18 = 0$$

$$x = 9$$

x	0	9	$+\infty$
$B'(x)$	+	0	-
B	-17	64	$-\infty$

$$B(9) = 64$$



En déduisons la valeur x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum.

Le bénéfice atteint son maximum pour $x = 9$