

COMPOSITION DE LA 2^{ème} PERIODE 2013 – 2014

Série : TSECO

Durée : 2 heures

Coeff : 2

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES

EXERCICE 1 (6 pts)

Soit $f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 4}{x - 2}$ et (C) sa courbe représentative .

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . 1

b) Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout x de D_f , $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$. 1, 1, 1

c) En déduire que la droite (D) d'équation : $y = -x + 1$ est asymptote à (C). 0, 1, 1

2) Calculer $f'(x)$. 1

3) Calculer les intégrales suivantes : $A = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{-x} dx$; $B = \int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$; $C = \int_1^2 (\frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}) dx$ 0, 1, 1

EXERCICE 2 (6 pts)

I/ On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$.

1) a) Vérifier que $P(x) = (x - 1)(2x - 1)(x + 3)$. 1

b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$, de l'équation $P(x) = 0$. 1

2) S'aider de la question 1. pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 8\ln x + 3 = 0$ 1

b) $\ln 2x - \ln 3 = \ln(1 + x^2) - \ln(4 - x^2)$. 1

II/ Déterminer une primitive de f dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$ sur $\mathbb{R}^*$; 0, 5, 0
2. $f(x) = 1 + \frac{1}{2x + 1} - \frac{3}{(x + 3)^4}$ sur $[0 ; +\infty[$ 0, 5, 0

3. $f(x) = \frac{(\ln x)^3}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$; 0, 1, 1
4. $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ sur $]1 ; +\infty[$ 0, 1, 2

PROBLEME (8 pts)

Une entreprise fabrique un produit dont les charges variables notée $C(x)$ dépendant de la quantité x d'objets fabriqués. On donne $C(x) = x^2 - 20x + 400$ en euros

1) a) Quelles sont les valeurs possibles de x ? 1

b) Déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges minimales. 2

c) Représenter graphiquement la fonction C . 0, 1, 1

2) Les charges moyennes unitaires sont définies par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$

a) Déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimales. 2

b) Représenter graphiquement la fonction C_m sur un autre graphique. 0, 1, 1

3) Cette entreprise vend 100 euros chaque objet fabriqué.

a) Exprimer le bénéfice brut $B(x)$ de cette entreprise en fonction de x . 1

b) Quelle est la quantité d'objets à fabriquer pour avoir le bénéfice brut maximal ? 1