

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

REPUBLIQUE DU MALI

Académie d'Enseignement de Kati

Un Peuple-Un But-Une Foi

Composition de la deuxième période :**Epreuve de Mathématiques :****Classe : TSECO****Coef : 3****Durée : 2 Heures****Exercice 1 : (4 points)**

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x^3 - 6x^2 + 3x - 2}{(x-1)^2}$.

- Déterminer le domaine de définition de f .
- Calculer les limites aux bornes de D_f .
- Déterminer les réels a , b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$.
- Trouver la primitive de f .
- En déduire $I = \int_0^2 f(x)dx$.

Exercice 2 : (6 points)

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré. Le responsable du service de location de vélos constate que, chaque année, 20% des vélos deviennent inutilisables car ils se perdent, ou se détériorent. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an.

Le 1^{er} janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables. On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (U_n) dans laquelle, U_n est le nombre de vélos le 1^{er} janvier de l'année 2017 + n , ainsi $U_0 = 200$.

- Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1^{er} janvier 2018 ?
- Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,8U_n + 30$.
- Soit (V_n) la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 150$.
 - Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - Pour tout entier naturel n , exprimer V_n en fonction de n .
 - En déduire que pour tout entier naturel n , $U_n = 50 \times 0,8^n + 150$.
 - Déterminer le nombre de vélos dans ce parc le 1^{er} janvier 2030.
- Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée chaque année le 1^{er} janvier, de 2017 inclus à 2025 inclus. Cette subvention s'élève à 20 euros par vélo disponible à la location.
 - Justifier que la somme des subventions reçues pour les deux premières années s'élève à 7 800 euros.
 - Déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1^{er} janvier 2017 au 1^{er} janvier 2025.

Problème : (10 points)

Une entreprise fabrique et vend chaque jour des objets. Chaque objet est vendu à 100 euros. Le coût total de fabrication de x objets est modélisé sur $[0 ; 100]$ par la fonction suivante : $C(x) = x^2 - 10x + 900$ où $c(x)$ est exprimé en euros.

- 1) Résoudre l'équation $C(x) = 1\,100$. Interpréter ce résultat pour l'entreprise.
- 2) On appelle coût moyen la fonction définie sur $[10 ; 100]$ par : $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.
 - a) Montrer que pour tout x de $[10 ; 100]$, on a : $C_m(x) = x - 10 + \frac{900}{x}$.
 - b) Etudier le sens de variation de la fonction C_m . Dresser son tableau de variation.
 - c) En déduire la quantité d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal. Déterminer le coût moyen en euros correspondant à cette quantité.
- 3) Tracer la courbe de C_m dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$; unité graphique : 1 cm pour 10 objets sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 euros sur l'axe des ordonnées.
- 4) Déterminer graphiquement le nombre d'objets que l'entreprise doit fabriquer et vendre pour avoir un coût moyen de production inférieur ou égal à 80 euros.
- 5) Exprimer la fonction recette en fonction de x .
- 6) a) Montrer que le bénéfice global de l'entreprise est : $B(x) = -x^2 + 110x - 900$.
 - b) Déterminer le tableau de variation de B sur $[10 ; 100]$.
 - c) En déduire la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice ?