



Epreuve de Mathématiques :

Série : TSECO

Durée : 3 heures

Exercice :1 (6 pts)

A) Détermine les fonctions dérivées des fonctions suivantes

1) $f(x) = (5x-1)e^{7x+72}$ (0,5pt) 2) $g(x) = \ln(53x^2 - 74x + 17 + e^{45-75x})$ (0,5pt)

3) $h(x) = e^{-37x^4 - 74x^2 + 15x + 39}$ (0,5pt) 4) $t(x) = \ln(-72x^2 + 7x + 5)$ (0,5pt)

B) Détermine les primitives de chacune des fonctions suivantes

$f(x) = e^{\frac{7}{31}x+325}$ (0,5pt) 2) $g(x) = 71x^2 - x + 4 + \frac{59x^2}{1+x^3}$ (0,5pt)

3) $k(x) = (2x-4)e^{0,5x^2-2x+1}$ (0,5pt) 4) $t(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ (0,5pt)

C) Calcule les intégrales suivantes

$T = \int_0^1 \frac{x+7}{x^2+14x+9} dx$ (0,5 pt)

$L = \int_0^1 e^{7-15x} dx$ (0,5 pt)

$I = \int_1^2 (4x+7 \ln x) dx$ (0,5pt)

$J = \int_0^1 (x^2-3)e^{x^3-9x+7} dx$ (0,5 pt)

Exercice :2 (6 pts)

A) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (7x+41)e^{-2x}$.

Détermine deux nombres réels a et b pour que F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax+b)e^{-2x}$ soit une primitive de f . (1 pt)

B) Soit le polynôme P défini par $P(x) = -2x^3 + 11x^2 - 17x + 6$

1- Calcule $P(2)$. Que conclure ? (1 pt)

2- Détermine les réels a , b et c tels que $P(x) = (x-2)(ax^2+bx+c)$ (1 pt)

3- Factorise $P(x)$ sous forme de produit de binômes du premier degré (0, 5 pt)

4- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ (0,5 pt)

5- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-2(\ln x)^3 + 11(\ln x)^2 - 17 \ln x + 6 = 0$ (0,5 pt)

6-Résous dans IR l'inéquation : $-2(\ln x)^3 + 11(\ln x)^2 - 17\ln x + 6 \leq 0$ (0,5pt)

7- Résous dans IR l'équation : $-2e^{3x} + 11e^{2x} - 17e^x + 6 = 0$ (0,5 pt)

8- Résous dans IR l'inéquation : $-5e^{3x} + 41e^{2x} + 757e^x + 158 \leq 0$ (0,5 pt)

Problème : (8 pts)

I) Un artisan ségovien fabrique des objets en bois qu'il propose ensuite aux touristes de passage au festival sur le Niger. Pour chaque semaine il estime que le coût de production de x objets en milliers de francs CFA est donné par : $C(x) = x^2 + 60x + 121$, ou x est compris entre 1 et 30. L'artisan vend chaque objet à 110 milliers de francs CFA.

Partie A

1-A combien s'élèvent les coûts fixes ? (0,5 pt)

2-Quelle est la recette associée à la vente de 5 objets ? (0,5 pt)

3-Quels sont les coûts associés à la fabrication de ces 5 objets ? (0,5 pt)

4-L'entreprise a-t-elle réalisé des bénéfices ? Si oui de combien ? (0,5 pt)

Partie B

Le coût moyen de production d'un objet est donné par : $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$

1-Détermine $C_M(x)$ (0,5 pt)

2- Calcule $C'_M(x)$ la dérivée de $C_M(x)$ et montre que $C'_M(x) = \frac{(x-11)(x+11)}{x^2}$ (0,5pt)

3-Etudie le sens de variation de C_M puis dresse son tableau de variation sur l'intervalle $[1;30]$ (0,5 pt)

4-Détermine le nombre d'objet en bois à produire pour que le coût moyen soit minimum. Quelle est la valeur de ce coût moyen minimum (0,5 pt)

Partie C

On désigne respectivement par $R(x)$ et $B(x)$ la recette et le bénéfice réalisé par la production et la vente de x objets

1-Montre que le bénéfice réalisé est : $B(x) = -x^2 + 50x - 121$ sur l'intervalle $[1;30]$ (0,5 pt)

2-Etudie le sens de variation de B puis dresse son tableau de variation sur l'intervalle $[1;30]$ (0,5 pt)