Second degrØ †Équations et inØquations

„ „ ” „ „

1ère leçon –Trinôme et signe du trinôme

I - Trinôme

Propriété

Soit P(X) = ax† +bx + c, un trinôme du second degrØ, oø a, b, c sont des nombres rØels avec a z0.
Le discriminant ' de ce trinôme est le rØel b†- 4ac.

' = b†- 4ac.

Discriminant '	Equation P(X) = 0	Signe du trinôme P(X)	Forme factorisØe Øventuelle de P(X)
Si '< 0	Aucune solution dans ρ	P(X) est du signe de a pour tout rØel X.	Pas de factorisation avec des facteurs du 1er degrØ
Si ' = 0	Une seule solution : $x_0 = \frac{-b}{2a}$	P(X) est du signe de a pour tout rØel X. De plus, $P(x_0) = 0$	P(X)= a (X ²□x_0)†
Si '> 0	Deux solutions rØelles distinctes : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{'}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{'}}{2a}$	P(X) est du signe de a □□□ entre les racines x_1 et x_2. De plus, $P(x_1) = P(x_2) = 0$	P(X) = a (X ²□x_1)(X ²□x_2)

Remarque : La reprØsentation gra S K L T X H G • X Q H I R Q F W L R Q G G X W U L Q ô PH GHJUØ Q est une parabole.
Le sommet de cette parabole a pour coordonnØes $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

La fonction trinôme admet un extremum atteint en $-\frac{b}{2a}$

. Si a> 0, cet extremum est un minimum
. Si a< 0, cet extremum est un maximum

II – Signe du trinôme – Tableau de signes

1. Si un W U L Q { P H Y R X V H V W G R Q Q p V R X V I R U P H I D F W R U L V p H L O Q • H V W dØterminer le signe.

Exemple : P(X) = (2 †X)(X †3) est un trinôme de second degrØ dont les racines sont 2 et 3.

Le signe de P(X) est donc donnØ par le tableau suivant :

X	- f		2		3		+ f
P(X)		-	0	+	0	-	

(Le coefficient de X† est †1 donc < 0)

2. 9 R X V S R X U U H] p J D O H P H Q W X W L O L V H U F H U p V X O W D W S R X U G p W H U P L

Exemple : f (X) = $\frac{2x-1}{x+3}$ est dØfinie sur ρ - {-3}

f (X) a le mŒme signe que (2X †1) (X + 3) sur cet ensemble.

Donc le signe de f (X) est donnØ par le tableau suivant :

X	- f		-3		$\frac{1}{2}$