

Proportionnalité – Pourcentages

I. Grandeurs directement proportionnelles :

1. Etude d'un exemple :

Pour son numéro, le clown a compté le nombre de tours de roue et a, à chaque fois, mesuré la distance parcourue.

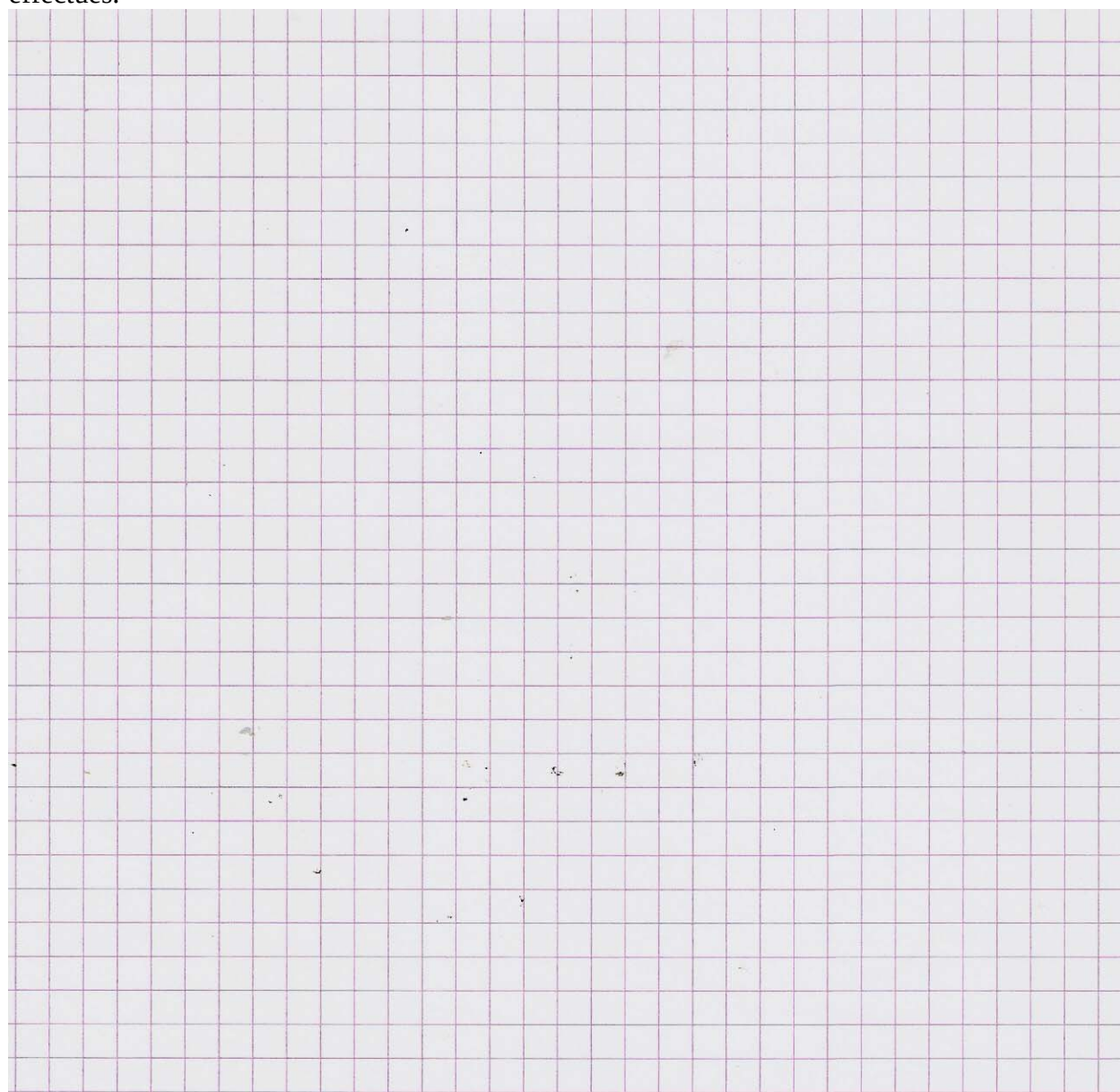
Il a obtenu le tableau ci-dessous :



Nombre de tours de roue	x	5	10	20	30
Distance parcourue (en m)	y	10,6	21,2	42,4	63,6

Déterminer le coefficient de proportionnalité : $k =$

Représenter graphiquement la distance parcourue (en m) en fonction du nombre de tours effectués.



Analyse du graphique :

Si le nombre de tours double, alors la distance parcourue

Si le nombre de tours quadruple, alors la distance parcourue

Les deux grandeurs sont

Le rapport $\frac{y}{x}$ est..... et $\frac{y}{x} =$

Le graphique est qui passe par

Relation liant les deux grandeurs :

Compléter le tableau de proportionnalité ci-contre

x	1
y	

Appliquer la relation fondamentale des proportions et écrire une égalité dont le premier membre est y

y =

2. Grandeurs proportionnelles :

Deux grandeurs x et y sont directement proportionnelles si le rapport $\frac{y}{x}$ est constant et

$\frac{y}{x} = k$ (k est le coefficient de proportionnalité)

Propriétés des tableaux de proportionnalité (rappels)

- a. Dans un tableau de proportionnalité, on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par le même nombre non nul.

Sur ce principe, compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

x	3	4		2,5
y	9		15	

× ...

x		3		5
y	8	6	1	

.....

x	8	
y		20

× 2

- b. Dans un tableau de proportionnalité, on peut aussi passer d'une colonne à l'autre en multipliant ou en divisant le "haut" et le "bas" par le même nombre non nul.

Sur ce principe, compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

		$\times \dots$	
x	5	15	
y	6		24
		$\times \dots$	

		$\times \dots$	
x	3		15
y	7	21	
		$\times \dots$	

		$\times \dots$	
x		6	8
y	11		22
		$\div \dots$	

- c. Dans un tableau de proportionnalité, on peut aussi additionner les résultats de deux colonnes pour en trouver une troisième.

Sur ce principe, compléter le tableau de proportionnalité suivant :

x	2	3	5	7		13	
y	7	10,5			28		56

d.

a	c
b	d

Si le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité alors $a \times d = b \times c$
 Cette propriété est appelée « produit en croix »

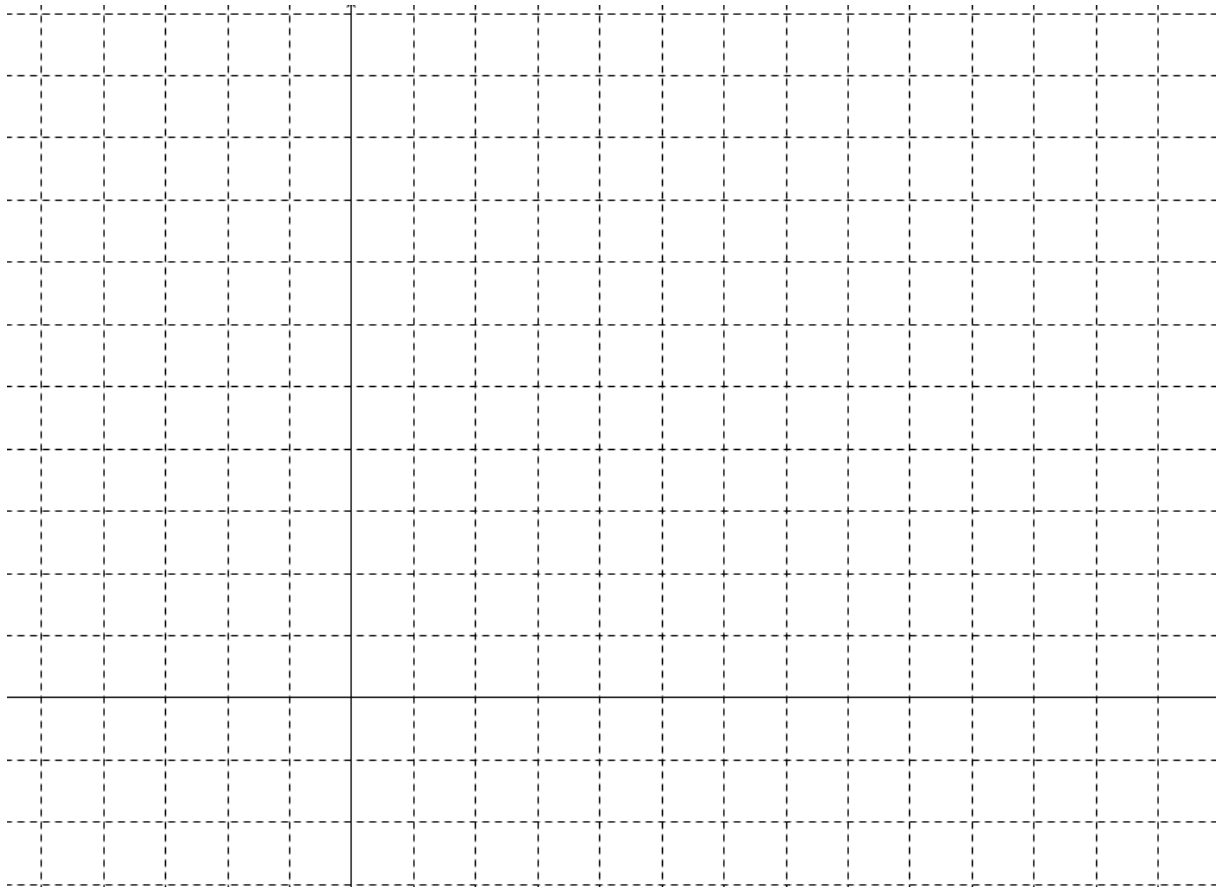
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

3. Grandeurs directement proportionnelles et graphiques :

Soit deux grandeurs directement proportionnelles x et y :
 Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

x	-3	-1	0	1	3	5	10
y	-6						

Traduire la situation par un graphique :

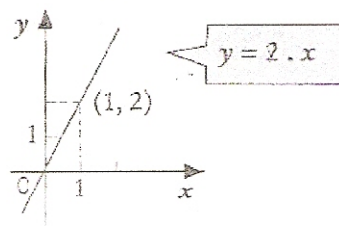


Trouver une relation liant les deux variables x et y

relation pour l'exemple ci-dessus

x	1
y	

$y =$

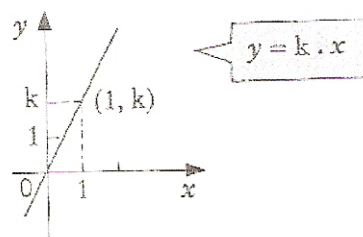


relation générale

x	1
y	

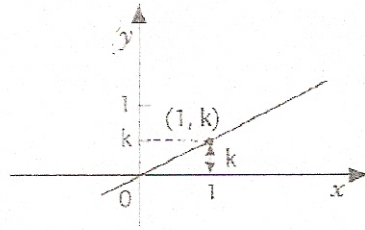
$y =$

Cette relation est l'équation d'une droite
qui passe par l'origine.
Le nombre k est l'ordonnée du point



d'abscisse 1.

Lorsque deux grandeurs x et y sont directement proportionnelles ($\frac{y}{x} = k$ soit $y = kx$), le graphique obtenu est une droite qui passe par l'origine. Cette droite s'écrit sous la forme $y = kx$ et k est l'ordonnée du point d'abscisse 1 de la droite.



II. Pourcentages :

1. Appliquer un pourcentage :

Calculer $p\%$ d'un nombre c'est multiplier ce nombre par $\frac{p}{100}$

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité.

Exemple :

On peut lire sur une tablette de chocolat noir : « 72% de cacao »

Cela signifie que 100g de chocolat contiennent 72g de cacao, la quantité de cacao étant proportionnelle à la quantité de chocolat.

Pour calculer la quantité de cacao contenue dans une tablette de 250g on calcule 72% de 250 :

$$250 \times \frac{72}{100} = 180\text{g}$$

Il y a donc 180g de cacao dans cette tablette de chocolat.

2. Calculer un pourcentage :

Le pourcentage d'un nombre y par rapport à un nombre x est : $p = y \times \frac{100}{x}$.

Exemple :

21 des 30 élèves d'une classe pratiquent la natation. Quel est le pourcentage d'élèves de la classe qui pratiquent la natation ?

Le pourcentage est de : $21 \times \frac{100}{30} = \frac{210}{3} = 70\%$

3. Augmentations, diminutions de p %

Exemples :

1. Un loyer de 350€ subit une augmentation de 2 % . Calculer le nouveau loyer.

Le nouveau loyer est égal à : $350 + 350 \times \frac{2}{100} = 350 \times (1 + \frac{2}{100}) = 350 \times 1,02 = 357\text{€}$

2. En fin de saison , un magasin propose une réduction de 25 % sur tous ses articles.
Calculer le prix soldé d'un article qui valait 72 € avant les soldes.

Le prix soldé est de : $72 - 72 \times \frac{25}{100} = 72 \times (1 - \frac{25}{100}) = 72 \times 0,75 = 54\text{€}$

Augmenter une grandeur de p% c'est multiplier cette grandeur par $(1 + \frac{p}{100})$

Diminuer une grandeur de p% c'est multiplier cette grandeur par $(1 - \frac{p}{100})$

III. Grandeurs inversement proportionnelles :

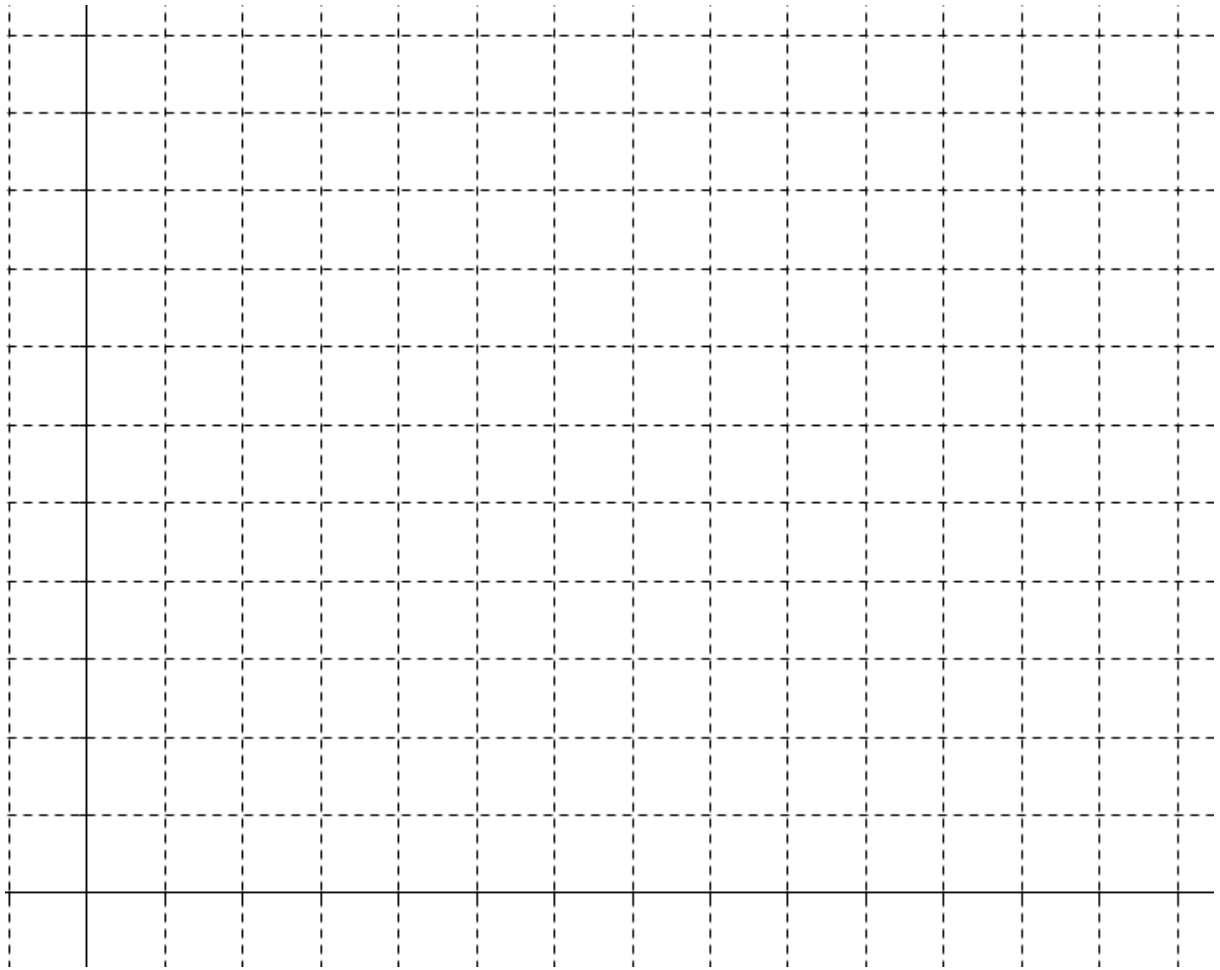
1. Etude d'un exemple :

Un triangle a une aire de 12 cm^2 . On souhaite étudier les variations de la hauteur de ce triangle en fonction de sa base si son aire reste constante.

Compléter le tableau :

longueur de la base (en cm)	x	2	3	4	6	8	12
longueur de la hauteur (en cm)	y						

Représenter graphiquement la hauteur du triangle (en cm) en fonction de sa base (en cm).



Analyse du graphique :

Si la longueur de la base double, alors la longueur de la hauteur

Si la longueur de la base triple , alors la longueur de la hauteur

Les deux grandeurs sont

Le produit xy est.....

Le graphique est une

Relation liant les deux grandeurs :

x est la longueur de la base , y est la longueur de la hauteur on a $x.y =$

soit la relation :

$y =$

2. Grandeurs inversement proportionnelles :

Deux grandeurs x et y sont inversement proportionnelles si le produit $x.y$ est constant ($x.y = c$ et $c \neq 0$)

Le graphique est une courbe qui ne passe pas par l'origine.

La relation qui lie les deux grandeurs s'écrit sous la forme : $y = \frac{c}{x}$

Si $x.y = 1$, alors les grandeurs x et y représentent des nombres inverses et $y = \frac{1}{x}$.

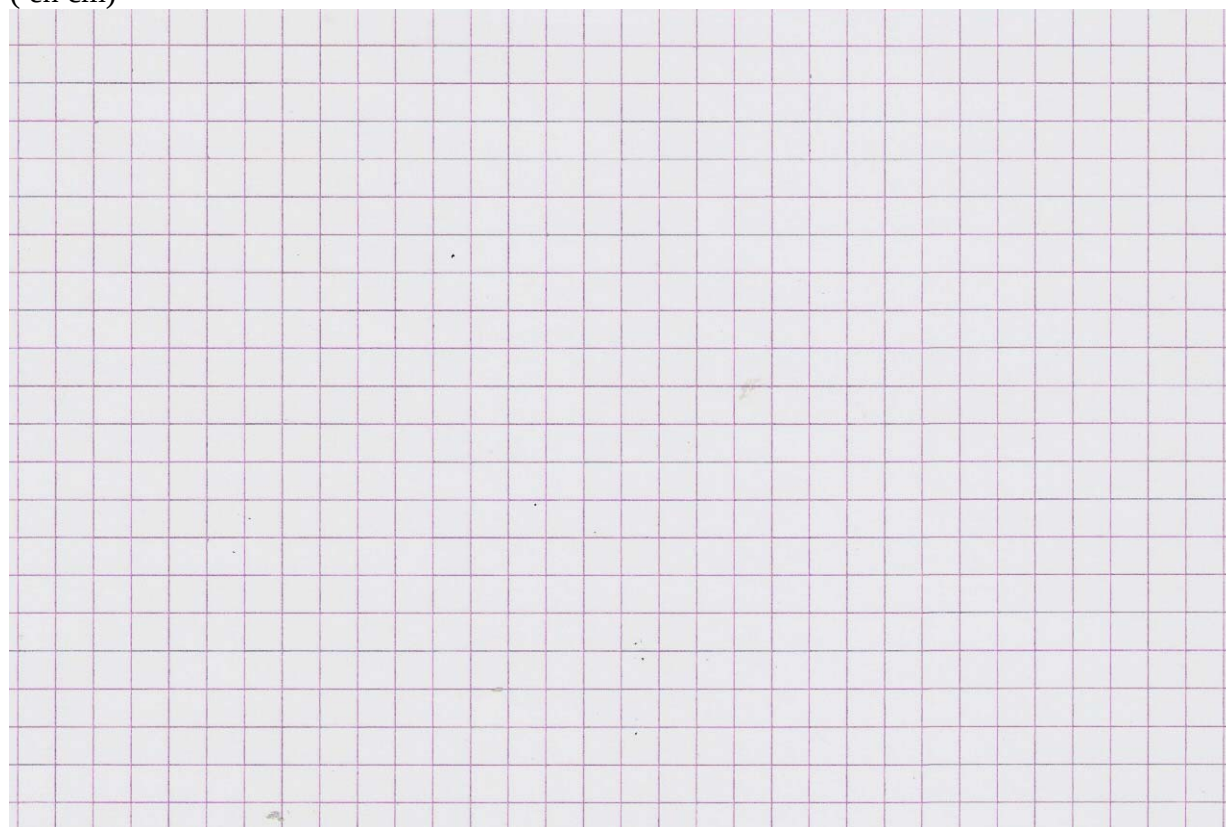
IV. Un exemple de grandeurs non proportionnelles

Etude des variations de l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté :

Compléter le tableau :

longueur du côté du carré (en cm)	x	0	1	2	3	4	6
aire du carré (en cm ²)	y						

Représenter graphiquement l'aire du carré (en cm²) en fonction de la longueur de son côté (en cm)



Analyse du graphique :

Si la longueur du côté double, alors l'aire

Si la longueur du côté triple , alors l'aire

Les deux grandeurs

Le quotient $\frac{y}{x}$ et le produit xy

Le graphique est une