

Chapitre 1 : Rappels

I. Equation du 1^{er} degré à une inconnue

L'équation du 1^{er} degré à une inconnue est toute équation ou se ramenant de la forme : $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$. Exemple : $2x - 1 = 7$; $x + 2 = 4$; $-x = 5$.

Pour résoudre une telle équation revient à retrouver la valeur de l'inconnue x . Trois solutions sont possibles :

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b$$

si $a = 0$ et $b = 0$ infinité de solution $S = \mathbb{R}$

si $a = 0$ et $b \neq 0$ pas de solution $S = \emptyset$

si $a \neq 0$ une solution $S = \{-b/a\}$

Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1/ $2x - 7 = 0$;

2/ $x + 3 = 4x - 4$

3/ $2(x + 4) = 2x + 5$

4/ $7x - 8 = 5(2x + 4) - 3x - 16$

5/ $\frac{(3x+5)}{2} - \frac{x}{3} = 1$

Solution :

1/ $2x - 7 = 0 \rightarrow 2x = 7 \rightarrow x = 7/2$ la solution est $S = \{7/2\}$

2/ $x + 3 = 4x - 4 \rightarrow x - 4x = -4 - 3 \rightarrow -3x = -7 \rightarrow x = 7/3$ la solution est $S = \{7/3\}$

3/ $2(x + 4) = 2x + 5 \rightarrow 2x + 8 = 2x + 5 \rightarrow 2x - 2x = 5 - 8 \rightarrow 0 = -3$ il y a une infinité de solution $S = \mathbb{R}$

4/ $7x - 8 = 5(2x + 4) - 3x - 16 \rightarrow 7x - 8 = 10x + 20 - 3x - 16 \rightarrow 7x - 10x + 3x = 20 - 16 + 8 \rightarrow 0 = 12$ impossible 0 ne peut pas être égal à 12 $S = \emptyset$

5/ $\frac{(3x+5)}{2} - \frac{x}{3} = 1$ on réduit au même dénominateur et on laisse le dénominateur commun.

$3(3x + 5) - 2x = 6 \rightarrow 9x + 15 - 2x = 6 \rightarrow 7x = -9 \rightarrow x = -9/7$ solution est $S = \{-9/7\}$

II. Equation du second degré en une inconnue

L'équation du 2^{ème} degré à une inconnue est toute équation ou se ramenant de la forme : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$. Exemple : $2x^2 - 7x + 3 = 0$; $x^2 + 2 = 4$.

Pour résoudre une telle équation revient à retrouver la valeur de l'inconnue x . On fait au discriminant appelé delta Δ : $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Si Δ est positif $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \geq 0$ il existe deux racines distinctes X_1 et X_2 :

$$X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } X_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ la solution } S = \{X_1; X_2\}$$

Si Δ est nul $\Delta = 0$ il existe une racine double : $X_1 = X_2 = \frac{-b}{2a}$

Si Δ est négatif $\Delta = b^2 - 4.a.c < 0$ il n'existe pas de racines $S = \emptyset$

Application :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$X^2 - X - 6 = 0$	$X^2 - 4X + 4 = 0$	$X^2 + X + 4 = 0$
$12X^2 + X - 1 = 0$	$4X^2 - 4X + 1 = 0$	$4X^2 + 4X + 20 = 0$
$6X - 3X - 2 = 0$	$9X + 12X + 4 = 0$	$9X + X + 4 = 0$
$X^2 - 8X + 7 = 0$	$X^2 + 4X + 4 = 0$	$5X^2 + 2X + 4 = 0$
$5X^2 + 14X - 3 = 0$	$X^2 - 6X + 9 = 0$	$X^2 - 2X + 9 = 0$
$X^2 - 2X - 3 = 0$	$16X^2 - 24X + 9 = 0$	$-16X^2 - 3X - 9 = 0$
$X^2 + X - 42 = 0$	$49X^2 + 14X + 1 = 0$	$X^2 + X + 1 = 0$
$6X^2 + X - 2 = 0$	$4X^2 - 12X + 9 = 0$	$X^2 - X + 9 = 0$
$28X^2 - 17X - 3 = 0$	$X^2 - 2X + 1 = 0$	$5X^2 - 2X + 1 = 0$
$X^2 + 3X - 10 = 0$	$X^2 - 10X + 25 = 0$	$X^2 - X + 25 = 0$

Indications de solutions :

- $X^2 - X - 6 = 0$

C'est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, on aura $a = 1$; $b = -1$ et $c = -6$

On calcule delta $\Delta = b^2 - 4.a.c = (-1)^2 - 4(1).(-6) = 25 = 5^2 > 0$ il existe deux racines distinctes X_1

et X_2 : $X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{2} = -2$ et $X_2 = \frac{1+5}{2} = 3$ la solution $S = \{-2 ; 3\}$

- $12X^2 + X - 1 = 0$

C'est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, on aura $a = 12$; $b = 1$ et $c = -1$

On calcule delta $\Delta = b^2 - 4.a.c = (1)^2 - 4(12).(-1) = 49 = 7^2 > 0$ il existe deux racines distinctes X_1

et X_2 : $X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-7}{2} = -4$ et $X_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$ la solution $S = \{-4 ; 3\}$

- $6X - 3X - 2 = 0$

C'est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, on aura $a = 6$; $b = -3$ et $c = -2$

On calcule delta $\Delta = b^2 - 4.a.c = (-3)^2 - 4(6).(-2) = 57 > 0$ il existe deux racines distinctes X_1 et X_2 :

$X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{57}}{12} = 0,38$ et $X_2 = \frac{3 + \sqrt{57}}{12} = 0,88$ la solution $S = \{0,38 ; 0,88\}$

- $X^2 - 4X + 4 = 0$

C'est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, on aura $a = 1$; $b = -4$ et $c = 4$

On calcule delta $\Delta = b^2 - 4.a.c = (-4)^2 - 4(1).(4) = 0$ il existe une racine double $X_1 = X_2$:

$X_1 = X_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ la solution $S = \{2\}$

- $X^2 + X + 4 = 0$

C'est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, on aura $a = 1$; $b = 1$ et $c = 4$

On calcule delta $\Delta = b^2 - 4.a.c = (1)^2 - 4(1).(4) = -15 < 0$ il n'existe pas de racine :

La solution $S = \emptyset$

La forme factorisée n'existe pas ainsi que la somme et le produit.

III. Système de deux équations à une inconnue

Le système de deux équations à deux inconnues (x et y) c'est toutes équations ou se ramenant de la forme :

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

Pour résoudre une telle équation, revient à retrouver la valeur des inconnues x et y.

Il existe plusieurs méthodes de résolution :

Application : résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants

$$\begin{cases} 2x+3y=19 \\ -5x+4y=10 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=9 \\ 2x-y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y=-7 \\ 3x+y=29 \end{cases}$$

Solution : méthode d'addition

$$\begin{array}{l} 5 \begin{cases} 2x+3y=19 \\ -5x+4y=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x+15y=95 \\ -10x+8y=20 \end{cases} \\ \hline \end{array}$$

$$23y=115 \rightarrow y=5$$

Remplaçons $y=5$ dans une équation : $2x+3(5)=19 \rightarrow x=2$

La solution : $x=2$ et $y=5$.

IV. Progressions arithmétiques

On appelle progressions arithmétiques de raison r ($r \in \mathbb{R}$) la suite de nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ tels que $x_2 = x_1 + r$; $x_3 = x_2 + r$; $x_4 = x_3 + r$, ... $x_n = x_{n-1} + r$...

- Si $r > 0$ la P.a est croissante
- Si $r < 0$ la P.a est décroissante
- Si $r = 0$ la P.a est constante ou stationnaire

Retenons bien ceci :

Trois capitaux C_1, C_2, C_3 sont en progression arithmétique alors : $2C_2 = C_1 + C_3$.

Cinq capitaux C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 sont en progression arithmétique de raison r alors :

$$C_1 = C; C_2 = C + r; C_3 = C + 2r; C_4 = C + 3r; C_5 = C + 4r$$

Chapitre 2 : Les Rapports et Proportions

I. Rapports :

$\forall a \in \mathbb{R}^*, \forall b \in \mathbb{R}^*$, le rapport entre a et b est : a/b

a et b sont entre eux comme x et y ssi $a/x = b/y$

a et b sont dans le rapport x et y ssi : $a/x = b/y$

II. Proportions :

La proportion est l'égalité de deux rapports : $a/x = b/y$

Quatre nombres a,b,c,d forment une proportion ssi : $a/b = c/d$

III. Grandeurs directement proportionnelles

(a,b,c) proportionnels à (x, y, z) tous non nuls ssi : $a/x=b/y=c/z = k$

IV. Grandeurs inversement proportionnelles

(a,b,c) inversement proportionnels à (x, y, z) tous non nuls ssi :

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} \quad \text{on a} \quad \frac{a}{y \cdot z} = \frac{b}{x \cdot z} = \frac{c}{x \cdot y} = k$$

(a,b,c) inversement proportionnels à (x, y, z) alors (a,b,c) proportionnels à $(1/x, 1/y, 1/z)$

Note : inversement proportionnel = proportionnel aux inverses

Inversement proportionnel aux inverses = proportionnel

V. Partages proportionnels simples

Une S à partager entre 3 (ou 4) personnes proportionnellement aux nombres x, y, z.

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{S}{x+y+z} = k$$

Une S à partager entre 3 (ou 4) personnes inversement proportionnellement aux

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{S}{y \cdot z + x \cdot z + x \cdot y} = k$$

nombres x, y, z.

VI. Partage proportionnels composés

Une S à partager entre 3 personnes proportionnellement aux grandeurs (x_1, y_1, z_1) ;
proportionnellement aux grandeurs (x_2, y_2, z_2) et proportionnellement aux grandeurs

(x_3, y_3, z_3) :

$$\frac{a}{x_1 \cdot y_1 \cdot z_1} = \frac{b}{x_2 \cdot y_2 \cdot z_2} = \frac{c}{x_3 \cdot y_3 \cdot z_3} = k$$

VII. Partage erroné : Calcul de la somme S

Le partage erroné veut dire que le comptable s'est trompé dans le partage.

Soit une somme **S** à partager entre trois personnes proportionnelles aux nombres **x, y et z**. L'opérateur chargé du partage se trompe et effectue le partage de façon inversement proportionnels aux nombres **x, y, z**. Ainsi une personne aura sa part augmentée ou diminuée.

Soit **a, b, c** les parts dans le partage normal

Soient **a', b', c'** les parts dans le partage erroné.

1^{er} partage : (a, b, c) proportionnels aux x, y, z alors :

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{S}{x + y + z}$$

Les parts des trois personnes sont :

$$a = \frac{x * S}{x + y + z} ; b = \frac{y * S}{x + y + z} ; c = \frac{z * S}{x + y + z}$$

1^{er} partage : (a', b', c') inversement proportionnels aux x, y, z alors :

$$\frac{a'}{\frac{1}{x}} = \frac{b'}{\frac{1}{y}} = \frac{c'}{\frac{1}{z}} = \frac{S}{y * z + x * z + x * y}$$

Les parts des trois personnes, dans le 2^{ième} partage, sont :

$$a' = \frac{y * z * S}{y * z + x * z + x * y} ; b' = \frac{x * z * S}{y * z + x * z + x * y} ; c' = \frac{x * y * S}{y * z + x * z + x * y}$$

Laquelle a vu sa part diminuée ou augmentée ?

La 1^{ère} personne : $a' - a = \text{positif : augmentation ; négatif : diminution}$

La 2^{ième} personne : $b' - b = \text{positif : augmentation ; négatif : diminution}$

La 3^{ième} personne : $c' - c = \text{positif : augmentation ; négatif : diminution}$

Application : partage erroné

Soit une S à partager entre trois personnes proportionnelles aux nombres 2, 3 et 5. L'opérateur chargé du partage se trompe et effectue le partage de façon inversement proportionnels aux nombre 2, 3, 5. Ainsi une personne a vu sa part diminuée de 47 500 FCFA. Laquelle ? Calculer la somme S ? et la part de chacune ?

Solution :

Soit a, b, c les parts dans le partage normal

Soient a', b', c' les partage dans le partage erroné.

1^{er} partage : (a, b, c) proportionnels aux 2, 3, 5 alors :

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = \frac{S}{10} \text{ les parts des trois personnes sont :}$$

$$a = \frac{2 * S}{10} ; b = \frac{3 * S}{10} ; c = \frac{5 * S}{10}$$

1^{er} partage : (a', b', c') inversement proportionnels aux 2, 3, 5 alors :

$$\frac{a'}{\frac{1}{2}} = \frac{b'}{\frac{1}{3}} = \frac{c'}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{b}{10} = \frac{c}{6} = \frac{S}{31}$$

$$a' = \frac{15.S}{31} ; b' = \frac{10.S}{31} ; c' = \frac{6.S}{31}$$

les parts des trois personnes sont :

Laquelle a vu sa part diminuée ou augmentée ?

$$\text{La 1^{ère} personne : } a' - a = \frac{15.S}{31} - \frac{2.S}{10} = \frac{+88.S}{310} \text{ augmentation}$$

$$\text{La 2^{ième} personne : } b' - b = \frac{10.S}{31} - \frac{3.S}{10} = \frac{+7.S}{310} \text{ augmentation}$$

$$\text{La 3^{ième} personne : } c' - c = \frac{6.S}{31} - \frac{5.S}{10} = \frac{-95.S}{310} \text{ diminution}$$

C'est la 3^{ième} personne qui a vu sa part diminuée de 47 500 F .

Calcul de la somme S ?

$$c' - c = \frac{6.S}{31} - \frac{5.S}{10} = \frac{-95.S}{310} = -47.500 \Rightarrow S = 155.000 \text{ FCFA}$$

Les parts des trois :

$$a = \frac{2 * 155.000}{10} = 31.000 ; b = \frac{3 * 155.000}{10} = 46.500 ; c = \frac{5 * 155.000}{10} = 77.500$$

Application : partage erroné

Une somme **S** doit être partagée entre trois personnes proportionnelles aux nombres 2 ; 3 et 5.

L'agent chargé du partage se trompe. Il a effectué le partage en partie inversement proportionnelle. Ainsi une personne a vu sa part diminuée de 19 000F.

Quelle est la personne qui a vu sa part diminuée ?

Quel est le montant à partager ?

Quelles sont les parts des trois personnes ?

Réponses :

- Calculons les parts en fonction de **S** dans les 2 cas

1^{er} cas : Partage normale :

(a ; b ; c) proportionnels (2 ; 3 ; 5) avec $a + b + c = S$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{2+3+5} = \frac{S}{10}$$

La part de la 1^{ère} personne $a = \frac{2*S}{10}$; La part de la 2^{ème} personne $b = \frac{3*S}{10}$

La part de la 3^{ème} personne $c = \frac{5*S}{10}$

2^{ème} cas : Partage erroné :

(a' ; b' ; c') inversement proportionnels (2 ; 3 ; 5) avec $a' + b' + c' = S$

$$\frac{a'}{\frac{1}{2}} = \frac{b'}{\frac{1}{3}} = \frac{c'}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{a'}{15} = \frac{b'}{10} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15+10+6} = \frac{S}{31}$$

La part de la 1^{ère} personne $a' = \frac{15*S}{31}$; La part de la 2^{ème} personne $b' = \frac{10*S}{31}$

La part de la 3^{ème} personne $c' = \frac{6*S}{31}$

- Laquelle a vu sa part diminuée ?

1^{ère} personne : $a' - a = -\frac{2*S}{10} + \frac{15*S}{31} = \frac{+88*S}{310}$ **part augmentée**

2^{ème} personne : $b' - b = -\frac{3*S}{10} + \frac{10*S}{31} = \frac{+7*S}{310}$ **part augmentée**

3^{ème} personne : $c' - c = -\frac{5*S}{10} + \frac{6*S}{31} = \frac{-95*S}{310}$ **part diminuée**

La 3^{ème} personne a vu sa part diminuée de 19 000F alors

$$c' - c = -\frac{5*S}{10} + \frac{6*S}{31} = \frac{-95*S}{310} = -19.000 \Rightarrow S = 62.000 F$$

Exercice 1 : partage proportionnel simple

1/ Partager 250 000F entre trois personnes proportionnelles aux nombres 2 ;3 et 5. Calculer la part de chacune.

Réponses : 50 000F ; 75 000F et 125 000F.

2/ Partager 155 000F entre trois personnes proportionnelles aux nombres $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$. Calculer la part de chacune.

Réponses : 75 000F ; 50 000F et 125 000F.

3/ Partager 870 000F entre trois personnes proportionnelles aux nombres $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{7}{11}$. Calculer la part de chacune.

Réponses : 198 000F ; 231 000F et 441 000F.

4/ Partager 287 000F entre trois personnes inversement proportionnelle aux nombres 2 ;3 et 7. Calculer la part de chacune.

Réponses : 147 000F ; 98 000F et 42 000F.

5/ Partager 480 000F entre trois personnes inversement proportionnelle aux nombres $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{7}$. Calculer la part de chacune.

Réponses : 80 000F ; 120 000F et 280 000F.

6/ Partager 495 000F entre trois personnes inversement proportionnelle aux nombres $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{7}{11}$. Calculer la part de chacune.

Réponses : 175 000F ; 210 000F et 110 000F.

7/ trouver trois nombres x, y et z dont la somme est 79 300F et inversement proportionnels aux 3,4 et 7.

Réponse : 36 400F ; 27 300F et 15 600F.

8/ trouver trois nombres x, y et z dont la somme est 43 384F et inversement proportionnels aux $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{2}$ et $\frac{5}{3}$.

Réponse : 2 448 F ; 31 416F et 9 520F.

9/ On partage une prime de 393 750F entre trois employés inversement proportionnelles à leur salaires mensuels 15 000F ; 25 000F et 30 000F.

Réponse : 187 500F ; 112 500F et 93 750F

10/ une gratification de 44 220 000F est partagée entre 4 ouvriers inversement proportionnelle aux heures supplémentaires effectuées respectivement 2h 15mn ; 3h 20mn ; 5h et 6h 10mn.

Réponse : 5 940 000 ; 8 800 000F ; 13 200 000F et 16 280 000F.

11/ Partager une prime de 25 700F entre 3 personnes inversement proportionnelle aux nombres $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{2}$ et $\frac{5}{3}$.

Réponse : 19 250F ; 1 500F et 4 950F.

12/ trouver trois nombres x, y et z proportionnels aux 3 ; 11 et 5, tels que le triple du premier augmenté de la somme des deux autres égale 50 000F

Réponse : 6 000 F ; 22 000F et 10 000 F.

13/ trouver trois nombres x , y et z proportionnels aux 2 ; 7 et 9, tels que $z-y+2x = 18\ 000$.

Réponse : 6 000 F ; 21 000F et 27 000 F.

14/ trouver trois nombres x , y et z inversement proportionnels aux 2 ; 7 et 9, tels que $x - y - 2z = 85\ 000$.

Réponse : 315 000 F ; 90 000F et 70 000 F.

15/ trouver deux nombres qui sont dans le rapport $\frac{3}{5}$ tels que le double du premier dépasse le second de 6 000F.

Réponse : 18 000 F et 30 000 F.

16/ trouver deux nombres qui sont dans le rapport $\frac{2}{3}$ tels que le triple du second dépasse le double du premier de 25 000F.

Réponse : 10 000 F et 15 000 F.

17/ trouver deux nombres qui sont entre eux comme 5 et 7 tels qu'ils diffèrent de 4 000F.

Réponse : 10 000 F et 14 000 F.

18/ trouver deux nombres proportionnels aux 4 et 7 et ils font ensemble 33 000F.

Réponse : 12 000 F et 21 000 F.

19/ trouver deux nombres qui sont entre eux comme 5 et 7 tels que le premier augmenté de 12000 égal au second.

Réponse : 30 000 F et 42 000 F.

20/ trouver deux nombres proportionnels aux 11 et 7 et ils diffèrent de 8 000F.

Réponse : 22 000 F et 14 000 F.

21. On fait un capital de 130 000F en trois capitaux inversement proportionnels aux 2 ; 3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

On trouve A= 60 000F ; B = 40 000F ; C= 30 000F.

22. On fait un capital de 196 000 F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4 et proportionnels aux 3 ; 5 ; 7. Calculer les trois capitaux.

Réponse : On trouve A = 24 000F ; B = 60 000F ; C = 112 000F.

23. Une personne place le quart de son avoir disponible dans la banque A, les $\frac{5}{6}$ du reste dans la banque B et le reste soit 300 000 f dans la banque C.

Quel est le capital et les différents placements ?

Réponses : le capital = 2 400 000F .

24. Une personne place 40% de son avoir disponible dans la banque A, les 70% du reste dans la banque B et le reste soit 360 000 f dans la banque C.

Quel est le capital et les différents placements ?

Réponses : 2 000 000F . 800 000F ; 840 000F ; 360 000F

Chapitre 3 : Les intérêts simples

I. Formules générales

Un placement est fait à intérêt simple, lorsque à des époques fixées d'avance, Celui qui prête ou place son argent en touche les intérêts jusqu'au remboursement du capital.

Appelons :

C « le capital placé exprimé en Franc »

t « le taux d'intérêt pour 100F de capital et pour 1 an »

n « la durée de placement » peut être en année, en mois ou en jour.

Si la durée n est en année	Si la durée est en mois	Si la durée est en jour
$I = \frac{C * t * n(ans)}{100}$	$I = \frac{C * t * n(mois)}{1200}$	$I = \frac{C * t * n(jour)}{36000}$

La durée exprimée en jours : compter les mois suivant leur durée réelle. C'est le nombre de jours qui séparent le jour de placement (qui n'est pas compté) et le jour de remboursement ou l'échéance (qui est compté). Le mois de février est compté 28 jours sauf le cas de l'année bissextile (où il est compté 29 jours).

Nombre jours : du jour de placement (non compté) à l'échéance (compté)

Exercice : calculer les durées de placement

Un capital à échéance le 25 janvier est placé de 10 janvier : **nj= 15 jours ;**

Un capital à échéance le 16 mars est placé de 02 janvier : **nj= 73 jours ;**

Un capital à échéance le 28 août est placé de 16 février : **nj= 193 jours ;**

Un capital à échéance le 02 septembre est placé de 04 mai : **nj= 121 jours ;**

Un capital à échéance le 12 mai 2004 est placé de 11 nov 2003: **nj= 183 j ;**

La durée exprimée en mois : on considère tous les mois comme 30 jours.

Exercice : Calculer les durées de placement

Un capital est placé pendant 2 mois 20 jours : **nj= 80 jours ;**

Un capital est placé pendant 3 mois 10 jours : **nj= 100 jours ;**

La durée exprimée en années : on considère l'année comme 12 mois de 30 jours.

Exercice : Calculer les durées de placement

Un capital est placé pendant 2ans 3 mois 20 jours :

nj= 470 jours ;

Le taux de placement : est exprimé en année pour 100F de capital. Par exemple pour un taux de 5%, on utilise dans la formule 5 au lieu de 0,05. Si le taux n'est pas exprimé en année, nous passons par le taux proportionnel.

**Taux annuel = taux semestriel * 2 = taux trimestriel 4 =
= taux mensuel*12**

Exercice : calculer l'intérêt d'un capital de 120 000F placé au taux de 2% le trimestre pendant 105 jours.

L'intérêt = $120\,000 \times (2 \times 4) \times 105 / 36000 = 2\,800F$.

Exercice : calculer l'intérêt d'un capital de 120 000F placé au taux de 6% l'an pendant 105 jours.

L'intérêt = $120\,000 \times 6 \times 105 / 36000 = 2\,100F$.

Exercice : calculer l'intérêt d'un capital de 180 000F placé au taux de 3,5% le semestre pendant 111 jours.

L'intérêt = $180\,000 \times (3,5 \times 2) \times 111 / 36000 = 3\,885F$.

II. Valeur acquise :

Valeur acquise = Capital + intérêt

$$VA = C + \frac{C * t * n}{36000}$$

Exercice : un capital C placé au taux 6% l'an pendant 60 jours est devenu 90 900F. Calculer le capital C.

Réponse : $90\,900 = C + (C \times 6 \times 60 / 36000)$ on trouve $C = 90\,000F$.

III. Intérêts civil (I') et commercial (I) :

L'intérêt civil est l'intérêt calculé sur la base de 365 jours et l'intérêt commercial sur la base de 360 jours.

$$I = \frac{\text{Capital} * \text{taux} * \text{Durée}_{\text{en jours}}}{36000}$$

$$I' = \frac{\text{Capital} * \text{taux} * \text{Durée}_{\text{en jours}}}{36500}$$

$$I = \frac{C * t * n}{36000}$$

$$I' = \frac{C * t * n}{36500}$$

Retenons bien ceci : $\frac{I}{73} = \frac{I'}{72} = k$ alors $I = 73k$ et $I' = 72k$

Application : le triple de l'intérêt commercial dépasse le double de l'intérêt civil de 1 500F. Calculer l'intérêt commercial.

Solution : $3I - 2I' = 1\,500$ alors $3(73k) - 2(72k) = 1\,500$ on a
 $k = 20$ alors $I = 20 \times 73 = 1\,460$ F.

IV. Taux moyen de placement

$$T = \frac{\sum C_i \cdot t_i \cdot n_i}{\sum C_i \cdot n_i}$$

Les n_i doivent être exprimées de la même période et le taux en année pour 100F.

Exercice : Calculer le taux moyen de placement des capitaux :

75 000F taux 6% l'an pendant 75 jours

90 000F taux 7% l'an pendant 2 mois

105 000F taux 7,2% l'an pendant 100 jours.

Solution :

Taux moyen = $(75\,000 \times 6 \times 75 + 90\,000 \times 7 \times 60 + 105\,000 \times 7,2 \times 100) / (75\,000 \times 75 + 90\,000 \times 60 + 105\,000 \times 100) = 6,84\%$.

V. Taux effectif de placement :

$$Tep = \frac{\text{Intérêts} \times 36000 \text{ ou } 1200 \text{ ou } 100}{(\text{capital} - \text{intérêt}) \times \text{Durée}} = \frac{36000 (\text{ou } 1200 \text{ ou } 100) \times \text{taux}}{36000 (\text{ou } 1200 \text{ ou } 100) - \text{taux} \times \text{durée}}$$

Le Tep est > au taux t.

Exercice : Un capital C est placé à intérêt précompté au taux 6% l'an pendant 2 ans. Calculer le taux effectif de placement.

Solution : $Tep = (100 \times 6) / (100 - 6 \times 2) = 6,82\%$.

VI. Méthode de nombre et de diviseur fixe :

Cette méthode est utilisée lorsque la durée est jour et le Diviseur D est fixe (c'est-à-dire le quotient donne au moins 2 zéros).

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{36000} = \frac{C \cdot n}{D} \text{ avec } D = 36000/t$$

Exemple :

Pour $t = 10\%$ $D = 36\,000/10 = 3600$

Pour $t = 9\%$ $D = 36\,000/9 = 4000$

Pour $t = 4\%$ $D = 36\,000/4 = 9\,000$

Pour $t = 7,2\%$ $D = 36\,000/7,2 = 5\,000$

Pour $t = 7\%$ $D = 36\,000/7 = 5\,143$ (le diviseur n'est pas fixe)

Exercice : Calculer l'intérêt total des capitaux : (taux 9%)

45 000 F $n_j = 60$ jours ; 60 000F $n_j = 30$ jours ; 75 000 F $n_j = 45$ jours.

Solution : $D = 36\,000/9 = 4\,000$

Intérêt total = $[45000 \times 60 + 60\,000 \times 30 + 75\,000 \times 45] / 4\,000 =$

Les expressions à ne pas oublier :

→ on fait un capital C en trois parts : $C = C_1 + C_2 + C_3$

→ un capital C est divisé en trois parts : $C = C_1 + C_2 + C_3$

→ deux capitaux diffèrent de A : $C_1 - C_2 = A$ ou $C_2 - C_1 = A$

(en fait en mathématique financière c'est le plus grand moins le plus petit)

→ deux capitaux sont dans le rapport a/b : $C_1 / a = C_2 / b$

→ deux capitaux sont entre eux comme a et b : $C_1 / a = C_2 / b$

→ quatre capitaux sont en progression arithmétique de raison r : $C_1 = C_1$;
 $C_2 = C_1 + r$; $C_3 = C_1 + 2r$; $C_4 = C_1 + 3r$

→ A dépasse B de X : $A - B = X$ → A surpasse B de X : $A - B = X$

→ A est inférieur à B de X : $B - A = X$

→ A est supérieur à B de X : $A - B = X$

→ Un capital C rapporte A F (ou le revenu égal AF), veut dire : **intérêt = A**

→ un capital C devient A F, veut dire : **valeur acquise = A**

Chapitre 4 : Escompte et équivalence d'effets

L'opération d'escompte consiste à vendre un effet de commerce avant son échéance. Le banquier retient l'escompte et les commissions qu'on appelle agio. La somme remise au bénéficiaire de l'effet est la valeur nette escomptée.

I. Escompte commercial : e

C'est l'intérêt de la valeur nominale calculé sur la durée qui sépare le jour de l'escompte (non compté) au jour d'échéance (compté).

Les mois sont pris suivant leur durée réelle.

Appelons :

V « valeur nominale de l'effet en F »

n « la durée qui sépare le jour de mise au jour d'échéance »

t « le taux d'escompte » le diviser $D = 36\,000 / \text{taux}$

e « l'escompte commercial »

a « la valeur actuelle commerciale » $a = V - e$

$$\text{Escompte } e = \frac{V * t * n}{36000} \quad \text{ou escompte } e = \frac{V * n}{D} \quad \text{avec } D = 36000/t$$

$$\text{Valeur actuelle } a = V - e = V - V * t * n / 36000 = V - V * n / D$$

Note : n « c'est le nombre de jours qui séparent le jour de remise à l'escompte au jour d'échéance de l'effet » les mois sont pris suivant leur durée réelle

II. Bordereau d'escompte

Le bordereau d'escompte un document qui récapitule l'ensemble des effets remis à l'escompte.

1- calcul de la valeur nette escomptée d'un effet :

La valeur nette escomptée est la somme remise par le banquier au client qui a remis l'effet à l'escompte. C'est la différence entre la valeur nominale et les agios toute taxe comprise.

Agio HT = Escompte + les commissions

Taxe = agio HT x taux

Agio TTC = Agio HT + Taxe

Valeur nette escomptée = Valeur nominale – Agio TTC

Escompte = $V \times \text{taux} \times n / 36000$

Endos = $V \times \text{taux d'endos} \times n / 36000$

Commission proportionnelle = $V \times \text{taux} / 100$

Commission fixe = C

2- Présentation du bordereau d'escompte :

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1							
2							
3							
4							
5							
Totaux		XXXXXX	XXXXXX	Total 1	Total 2	Total 3	Total 4
Agio HT = A. HT Taxe = Agio HT*15% Agio TTC = Agio HT + Taxe = Agio HT*1,15 Valeur nette escomptée = total valeur nominale – agio TTC							

Remarque : le nombre de jour de chaque effet est déterminé entre le jour de remise (non compté) et le jour d'échéance (compté). On doit tenir des minimums de jour et des jours supplémentaires de banque.

III. Equivalence d'effets ou de capitaux

Equivalence de 2 effets :

Un effet est équivalent à un autre effet, lorsqu'escomptés au même taux à la même date (date d'équivalence), ils présentent la même valeur actuelle commerciale.

E1 équivalent à E2 : l'équation d'équivalence s'écrit

$$V_1 - V_1 \cdot t \cdot n_1 / 36000 = V_2 - V_2 \cdot t \cdot n_2 / 36000$$

ou $V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2)$ avec $D = 36000/t$

Note : La date d'équivalence si elle existe est toujours antérieure aux échéances aux échéances des deux effets.

Note : ni (de la date d'équivalence à l'échéance)

Equivalence de 2 groupes d'effets

Un groupe d'effets est équivalent à un autre groupe d'effets, lorsqu'escomptés au même taux à la même date (date d'équivalence), la somme des valeurs actuelle du premier groupe est égale à la somme des valeurs actuelles du deuxième groupe.

E1, E2, E3 équivalents aux E4, E5, E6 : l'équation d'équivalence s'écrit

$$V_1 - V_1 \cdot t \cdot n_1 / 36000 + V_2 - V_2 \cdot t \cdot n_2 / 36000 + V_3 - V_3 \cdot t \cdot n_3 / 36000 =$$

$$V_4 - V_4 \cdot t \cdot n_4 / 36000 + V_5 - V_5 \cdot t \cdot n_5 / 36000 + V_6 - V_6 \cdot t \cdot n_6 / 36000$$

ou $V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) = V_4(D - n_4) + V_5(D - n_5) + V_6(D - n_6)$
avec $D = 36000/t$

Equivalence d'un effet et d'un groupe d'effets :

Un effet est équivalent à plusieurs effets, lorsqu'escomptés au même taux à la même date (date d'équivalence), la valeur actuelle de l'effet unique est égale à la somme des valeurs actuelles des effets remplacés. C'est un problème d'échéance commune.

Echéance commune

L'échéance commune est l'échéance de l'effet unique.

E remplace E1, E2, E3

$$V - V.t.n/36000 = V_1 - V_1.t.n_1/36000 + V_2 - V_2.t.n_2/36000 + V_3 - V_3.t.n_3/36000$$

$$\text{ou } V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) \quad \text{avec } D = 36000/t$$

n est l'échéance commune.

Echéance moyenne

L'échéance moyenne est l'échéance commune dans le cas où la valeur de l'effet unique est égale à la somme des valeurs nominales des effets remplacés.

E remplace E1, E2, E3 avec $V = V_1 + V_2 + V_3$

$$V - V.t.n/36000 = V_1 - V_1.t.n_1/36000 + V_2 - V_2.t.n_2/36000 + V_3 - V_3.t.n_3/36000$$

$$\text{ou } V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3) \quad \text{avec } D = 36000/t$$

$$n = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i}$$

n est l'échéance moyenne

Remarque :

Rmq 1 : l'échéance moyenne est indépendante du taux ;

Rmq 2 : Pour déterminer l'échéance moyenne, on peut choisir n'importe quelle date comme date d'équivalence. Mais de préférence on doit choisir la date la plus ancienne.

Rmq 3 : les échéances $n_1, n_2, n_3, \dots$ Sont calculées de la date d'équivalence aux échéances respectives. Souvent les échéances n peuvent être négatives, dans ce cas on parle d'intérêt de retard.

Rmq 4 : les décomptes de jours se font suivant le calendrier.

Série d'exercices et corrigés

Les rappels de mathématiques :

1. Deux capitaux sont tels que leur somme égale 8 000 F et leur produit égal à 15 000 000F. Calculer les deux capitaux.

Solution :

Soit A et B ($A < B$) les deux capitaux :

$$A + B = 8\,000 \text{ et } A \times B = 15\,000\,000$$

Connaissant la somme S et le produit P on peut former une équation du second degré : $X^2 - S X + P = 0$.

$$X^2 - 8\,000 X + 15\,000\,000 = 0$$

$$\Delta = 8\,000^2 - 4(15\,000\,000) = 4\,000\,000 = 2\,000^2 > 0$$

On trouve $A = 3\,000$ F et $B = 5\,000$ F

2. On fait un capital de 405 000F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse : soient A, B et C les trois capitaux proportionnels aux nombres 2 ; 3 et 4 et $A + B + C = 405\,000$

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{A+B+C}{2+3+4} = \frac{405\,000}{9} = 45\,000$$

$$\text{alors } A = 2 \times 45\,000 = 90\,000 \text{ F ; } B = 45\,000 \times 3 = 135\,000 \text{ F ;}$$

$$C = 45\,000 \times 4 = 180\,000 \text{ F.}$$

3. On fait un capital de 130 000F en trois capitaux inversement proportionnels aux 2 ; 3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse : soient A, B et C les trois capitaux inversement proportionnels aux nombres 2 ; 3 et 4 et $A + B + C = 130\,000$

$$\frac{A}{\frac{1}{2}} = \frac{B}{\frac{1}{3}} = \frac{C}{\frac{1}{4}} = \frac{A+B+C}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{130\,000}{\frac{12+8+6}{24}} = 5\,000$$

$$\text{alors } A = 12 \times 5\,000 = 60\,000 \text{ F ; } B = 8 \times 5\,000 = 40\,000 \text{ F ;}$$

$$C = 6 \times 5\,000 = 30\,000 \text{ F.}$$

4. On fait un capital de 196 000 F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4 et proportionnels aux 3 ; 5 ; 7. Calculer les trois capitaux.

Réponse : soient A, B et C les trois capitaux proportionnels aux nombres 2 ; 3 et 4 et proportionnels aux nombres 3 ; 5 et 7. C'est-à-dire proportionnels aux $(2 \times 3 ; 5 \times 3 ; 7 \times 4) = (6 ; 15 ; 28)$

$$\frac{A}{6} = \frac{B}{15} = \frac{C}{28} = \frac{A+B+C}{6+15+28} = \frac{196\,000}{49} = 4\,000$$

$$A + B + C = 196\,000$$

on trouve $A = 24\,000$ F ; $B = 60\,000$ F ; $C = 112\,000$ F.

5. Une personne place le quart de son avoir disponible dans la banque A, les 5/6 du reste dans la banque B et le reste soit 300 000 f dans la banque C.

Quel est le capital ? Quels sont et les différents placements ?

Réponses : le capital = 2 400 000F .

6. Une personne place 40% de son avoir disponible dans la banque A, les 70% du reste dans la banque B et le reste soit 360 000 f dans la banque C.

Quel est le capital ? Quels sont et les différents placements ?

Réponses : 2 000 000F . 800 000F ; 840 000F ; 360 000F

7. Une personne place la moitié de son avoir disponible dans la banque A, la moitié du reste dans la banque B et le reste soit 250 000 f dans la banque C.

Quel est le capital ? Quels sont et les différents placements ?

Réponses : 1 000 000F . 500 000F ; 250 000F ; 250 000F

8. trois capitaux proportionnels aux nombres 2 ; 5 et 7. Le 3^{ième} est égal à 1 400 000F, calculer les 2 premiers.

Réponses : 400 000F et 1 000 000F.

9. un capital de 662 000F est divisé en 3 parts tels que le suivant est supérieur au précédent de 10%. Calculer les 3 parts.

Réponse : 200 000F ; 220 000F et 242 000F.

10. un capital de 210 000F est divisé en 3 parts tels que le suivant est supérieur au précédent de 20 00F. Calculer les 3 parts.

Réponse : 50 000F ; 70 000F et 90 000F.

Les Intérêts simples

Exo 1 : compléter le tableau suivant :

Capital en FCFA	Taux en %	Date de placement	Date d'échéance	Nombre de jours	Intérêt simple	Valeur acquise
210 000	7,2	?	20-03	45	?	?
810 000	9	16-02	?	?	?	825 187,5
?	?	07-02	09-07	?	13 490	463 490
?	4,5	?	18-09	125	?	639 843,75

Réponses :

a) date 03 février ; I = 1 890 F ; VA = 211 890 F.

b) I = 15 187,5 F ; nj = 75 jours ; date 02 mai;

c) C = 450 000 F ; nj = 152 jours ; taux = 7,1%

d) C = 630 000 F ; I = 9 843,75 F ; date: 16 mai.

Exo 2 : calculer le taux moyen :

Capitaux	200 000	250 000	300 000
Taux	7% l'an	9% l'an	10% l'an
durées	40 jours	65 jours	70 jours

Réponse : 9,11%.

Exo 3 : Intérêt civil et intérêt commercial

a) trouver les deux intérêts sachant que leur somme est 3 758,4F

b) trouver les deux intérêts sachant que leur différence est 19,44F

c) Trouver les intérêts sachant que leur produit est 131 150F

Réponse : $l/73 = l'/72 = k$ on a $l = 73k$ et $l' = 72k$

a) $l + l' = 3\,758,4$ alors $73k + 72k = 145$ on a $k = 25,92$

on aura $l = 1892,16F$ et $l' = 1866,24F$

b) $l - l' = 19,44$ alors $73k - 72k = k = 19,44$ on trouve $l = 1419,12F$

c) $l \times l' = 183\,960$ alors $73k \times 72k = 5246\,k^2 = 131\,150$ on a $k = 5$ on trouve
 $l = 365\,F$

Exo 4 : Intérêt précompté : taux effectif de placement

a) un capital de 900 000F est placé à intérêt précompté au taux 6% l'an pendant 3 mois. Calculer le taux effectif de placement.

Réponse : $T_{ep} = 6,09\%$

b) un capital C est placé à intérêt précompté au taux 8% l'an pendant 5 mois. Calculer le taux effectif de placement ;

Réponse : $T_{ep} = 8,28\%$

c) le taux effectif d'un capital C, placé à intérêt précompté pendant 10 mois, est 5,22% l'an. Calculer le taux de placement ;

Réponse : $T_{ep} = 5\%$

EXO 5 : les capitaux suivants : 25 000 F en 30 jours ; 42 000F en 60 jours ; 54 000F en 20 jours ont produit un intérêt total de 870F. Quel est le taux ?

Réponse : $7,2\%$

EXO 6 : quatre capitaux 24 000F en 40 jours ; X f en 60 jours ; 28000F en 30 jours ; Y f en 20 jours ont produit à 3% un intérêt total de 420F. Calculer X et Y sachant que ces deux capitaux sont entre eux comme 2 et 3.

Réponse : $X = 36\,000\,F$ et $Y = 54\,000F$

EXO 7 : trois capitaux sont proportionnels aux nombres 3, 4 et 5. On les place à intérêts simples aux taux de 5%, 4% et 3%. Au bout de 2 ans la valeur acquise totale est 77 520F. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 18 000F ; 24 000F et 30 000F.

EXO 8: on place 8 000F à 6% puis 3 mois après on place 8 250F à 4%. Déterminer algébriquement au bout de combien de mois x (en prenant pour origine) la deuxième somme est inférieure de 82,5 F à la valeur acquise de la première.

Réponse : $Y_1 = 8\,000 + 40\,x$ et $Y_2 = 27,5\,x + 8167,5$

EXO 9 : Une somme de 900 000 F est placée à intérêt simple.

Si le taux augmente de 1% et la durée de 2 mois l'intérêt aurait augmenté de 14 250F. Si le taux diminue de 2% et la durée de 1 mois l'intérêt aurait diminué de 10 500F. Calculer le taux et la durée initiale de placement.

Réponse : 6% et 5 mois

Exo 10 : une personne a placé $\frac{5}{6}$ de son capital à 3% et le reste à 5%. Si elle avait prélevé 2 800F sur ce capital et placé le reste à 4% elle aurait augmenté son revenu annuel de 208F. Quel est ce capital ?

Réponse : 48 000F

Exo 11 : un capital placé à $x\%$ rapporte 1 080F par semestre, un second capital placé à $t\%$ rapporte 2 700 F après 9 mois de placement. On sait que les capitaux sont entre eux comme 4 et 5.

- a) calculer x/t
- b) calculer x et t si la somme des 2 taux est 14 %
- c) deux capitaux A et B tels que le 1^{er} soit inférieur au second de 9 000F sont placés aux taux x et t sachant que l'intérêt annuel de B surpasse l'intérêt annuel de A de 1 440 F. déterminer les deux capitaux.

Réponse : a) $x/y = \frac{3}{4}$; b) 6% et 8% ; c) 36 000F et 45 000F

Exo 12 : trois capitaux sont en progression arithmétique croissante, le 1^{er} est placé à 4% pendant 1 mois ; le 2^{ème} à 4,5% pendant 2 mois et le 3^{ème} à 5% pendant 3 mois.

Calculer les trois capitaux sachant que l'intérêt total est 89,5F et que le 1^{er} capital et le dernier capital sont dans le rapport 5/7.

Réponse : 3 000F ; 3 600F ; 4 200F.

Exo 13 : Deux capitaux sont placés au même taux de 3%. Leur somme est égale à 50 000F. Le premier reste placé 4 mois de plus que le second. Chacun d'eux rapporte un intérêt de 600 F. Déterminer ces deux capitaux, ainsi que leurs durées de placement.

Réponse : Soient A et B les deux capitaux et n la durée en mois du 2^{ème} capital.

$$A + B = 50\,000 ; A \cdot n \cdot 3 / 1200 = 600 ; B \cdot (n+4) \cdot 3 / 1200 = 600$$

L'équation devient: $5n^2 - 28n - 96 = 0$ on trouve $n = 8$ mois ; $A = 30\,000F$ et $B = 20\,000F$.

Exo 14 :

Une personne emprunte 10 000F à intérêt simple. Au bout d'un an, sur la somme totale due (capital + intérêt), elle rembourse 6000F la dette qui subsiste porte intérêt à un taux supérieur de 1% au premier taux. Au bout d'un an, la dette totale est 4 770F. Déterminer les 2 taux.

Réponse : 5% et 6%.

Exo 15 : On place un capital de 4 000 F à 6% pendant un certain nombre de mois. On récupère la valeur acquise que l'on place à 5% pendant une durée supérieure à la première de 4 mois. La valeur acquise définitive est 4 253,75F calculer les durées des deux placements.

Réponse : 5 mois et 9 mois.

Exercice 16 : CAP 2007.

Deux capitaux ont pour différence 2 000F. les intérêts annuels s'élèvent respectivement à 540F et 437,5 F, les taux respectifs sont t_1 et t_2 . Le deuxième taux est supérieur de 0,25% ç celui du premier.

1°/ Exprimer les deux capitaux en fonction des taux.

2°/ Déterminer les deux taux.

3°/ Déterminer les capitaux.

Solution :

Soit C_1 le premier capital

Soit C_2 le deuxième capital

$$C_1 - C_2 = 2\,000 ; \quad \frac{C_1 \times t_1}{100} = 540 ; \quad \frac{C_2 \times t_2}{100} = 437,5 ; \quad t_2 - t_1 = 0,25$$

1°/ Les deux capitaux en fonction des taux ?

$$\frac{C_1 \times t_1}{100} = 540 \quad \text{alors} \quad C_1 = \frac{540 \times 100}{t_1} = \frac{54000}{t_1}$$

$$\frac{C_2 \times t_2}{100} = 437,5 \quad \text{alors} \quad C_2 = \frac{437,5 \times 100}{t_2} = \frac{43750}{t_2}$$

2°/ Les deux taux ? il suffit de remplacer les deux capitaux en fonction des taux dans $C_1 - C_2 = 2\,000$

$$\frac{54000}{t_1} - \frac{43750}{t_2} = 2\,000 \quad \text{on remplace } t_2 = 0,25 + t_1$$

$$\frac{54000}{t_1} - \frac{43750}{t_1 + 0,25} = 2\,000 \quad \text{on réduit au même dénominateur, puis on développe, réduit et ordonne : } 2000 t^2 - 9\,750 t - 13\,500 = 0 \quad \text{on simplifie par } 2000 \quad t^2 - 4,875 t - 6,75 = 0$$

$\Delta = 7,125^2$ on trouve :

$$t_1 = 6\% \text{ et } t_2 = 6,25\%$$

3°/ les deux capitaux ?

Il suffit de remplacer les deux taux dans

$$C_1 = \frac{54000}{t_1} = \frac{54000}{6} = 9\,000 \text{ F ;} \quad C_2 = \frac{43750}{t_2} = \frac{43750}{6,25} = 7\,000 \text{ F}$$

les deux capitaux sont 9 000F et 7 000F

L'escompte commercial

Exercice 1: Un effet de nominal 9 000 000F à échéance le 30 avril est escompté le 01^{er} mars au taux de 7,2%. Calculer la valeur actuelle commerciale.

Réponse :

Valeur actuelle commerciale a

$$a = 9\,000\,000 - 9\,000\,000 \times 90 \times 7,2 / 36\,000 = 8\,838\,000 \text{ F}$$

Exercice 2: Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 960 F. Calculer n ?

Solution : On utilisera la formule :

$$120\,000 \times 9 \times (n + 20) - 120\,000 \times 7,2 \times n / 36\,000 = 960, \text{ on trouve } n = 60 \text{ jrs}$$

Exercice 3: Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution : On utilisera la formule :

$$180\,000 \times 7,2 \times n - 180\,000 \times 9 \times (n - 20) / 36\,000 = 270, \text{ on trouve } n = 70 \text{ jours;}$$

Exercice 4: Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t . Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux $(t+1)$, l'escompte aurait augmenté de 1 050F. Calculer t ?

Solution : On utilisera la formule :

$$210\,000 \times t \times (90 + 30) - 210\,000 \times (t + 1) \times 90 / 36\,000 = 1\,050, \text{ on trouve } t = 6\%.$$

Exercice 5 : Un commerçant fait escompter un effet de 90 000F payable dans n jours. L'escompte supporté est égal à 1 312,5 F. S'il avait escompté le billet 10 jours plus tôt avec un taux supérieur au premier de 2%, l'escompte aurait été 1912,5F. Calculer la première durée et le premier taux.

Réponse : 75 jours et 7%

Exercice 6 : trois effets 90 000F payable dans 60 jours ; 60 000F dans 120 jours et 150 000F dans 90 jours sont escomptés au même taux. La somme des escomptes est 5 075F. Calculer le taux.

Réponse : 7%

Exercice 7 : Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 8 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ?

Réponse : 2 400 F.

Le bordereau d'escompte

Exercice 1 : Un effet de valeur nominale 2 700 000F à échéance le 21 mai est escompté le 12 avril aux conditions suivantes : escompte 6% ; endos 2,4% ; commission de bordereau 0,5% ; commission fixe 3 930 F la taxe 15%.

Calculer la valeur nette escomptée.

Solution :

Le nombre de jour : du 12 avril au 21 mai soit **39 jours**

Escompte = $2\,700\,000 \times 6 \times 39 / 36\,000 = 17\,550\text{F}$

Endos = $2\,700\,000 \times 2,4 \times 39 / 36\,000 = 7\,020\text{ F}$

Com Prop = $2\,700\,000 \times 0,5 \% = 13\,500\text{F}$

Com fixe = 2 000 F

Agio hors taxe = $17\,550 + 7\,020 + 13\,500 + 3\,930 = 42\,000$

Agio TTC = $42\,000 \times 1,15 = 48\,300\text{F}$

La valeur nette escomptée = $2\,700\,000 - 48\,300 = 2\,651\,700\text{ F}$

Exercice 2 : Un effet à échéance le 07 juin est escompté le 17 avril aux conditions suivantes : escompte 7,2% ; endos 3% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 3 810 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 4 113 750 F. Calculer la valeur nominale de l'effet.

Solution :

Le nombre de jour : du 17 avril au 07 juin soit **51 jours**

Escompte = $V \times 7,2 \times 51 / 36\,000 = 0,0102\text{ V}$

Endos = $V \times 3 \times 51 / 36\,000 = 0,00425\text{ V}$

Com Prop = $V \times 0,25 \% = 0,0025\text{ V}$

Com fixe = 3 810

Agio hors taxe = $0,0102 V + 0,00425V + 0,0025 V + 3 810$

Agio HT = $0,01695 V + 3 810$

Agio TTC = $(0,01695 V + 3 810) \times 1,15 = 0,0194925 V + 4 381,5$

La valeur nette escomptée = $V - \text{Agio TTC} = 4 113 750$

$V - 0,0194925 V - 4 381,5 = 4 113 750$ on trouve **$V = 4 200 000F$**

Exercice 3 : Un effet de 9 000 000F est escompté le 01^{er} mars, à n jours avant son échéance aux conditions suivantes : escompte 7,2% ; endos 3% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 2 750 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 8 839 000 F. Déterminer la date d'échéance de l'effet.

Réponse : on trouve $n = 45$ jours après le 01^{er} mars soit **le 15 avril**.

Exercice 4 : Un effet de 7 200 000F est escompté à 60 jours avant son échéance aux conditions suivantes : escompte $t\%$; endos 2,1% ; commission proportionnelle 0,25%, commission fixe 4 800 F ; taxe 15%.

La valeur nette escomptée est de 7 075 800 F. Calculer le taux d'escompte.

Réponse : on trouve **$t = 5\%$** .

Exercice 5 : Un effet de 1 800 000F à échéance le 30 avril est remis à l'escompte le 01^{er} mars aux conditions suivantes : escompte 6% ; endos 0,3% ; commission de bordereau $\frac{1}{4}\%$ commission fixe 100F. Taxe 15%.

a) calculer la valeur nette escomptée

b) calculer le taux réel d'escompte

c) calculer le taux de placement du banquier ;

d) calculer le taux de revient de l'opération d'escompte.

Réponse : agio HT = 19 450F ; Agio TTC = 22 367,5F ; net 1 777 632,5F ; $T = 6,48\%$; $T_p = 6,55\%$; $T_r = 7,55\%$.

Exercice 6 : Un effet de 900 000F échéant dans 60 jours est remis à l'escompte aux conditions suivantes : escompte $t\%$; endos 2,1% ; commission proportionnelle $\frac{1}{4}\%$ commission fixe 1000F taxe 15%. La somme remise au commerçant est 880 220F. Calculer le taux t .

I. Réponse : 7,2%

Exercice 7: Mr **TOURE** remet le 01^{er} mars 4 effets à l'escompte :

270 000F au 05 mars ; 180 000F au 10 mars ; 420 000F au 30 mars ; 600 000F au 29 avril.

Conditions : escompte 6% endos 1,2% commission proportionnelle $\frac{1}{2}\%$ commission fixe 100F par effet taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours et ajouter un jour supplémentaire aux effets dépassant le minimum de jour.

Etablir le bordereau d'escompte et calculer la valeur nette escomptée.

Solution : Bordereau d'escompte des effets remis le 01^{er} mars

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte 6%	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1	270 000	05 mars	15	675	135	135	100
2	180 000	10 mars	15	450	90	90	100
3	420 000	30 mars	30	2 100	420	210	100
4	600 000	29 avril	60	6 000	1 200	300	100
Totaux	1 470 000	XXXXXX	XXXXXX	9 225	1 845	735	400
Agio HT = 12 205 Taxe = 12 205 x15% = 1 830,75 Agio TTC = 12 205 + 1 830,75 = 14 035,75 Valeur nette escomptée = 1 470 000 – 14 035,75 = 1 455 964,25F.							

Exercice 8 : Mr **CISSE** remet le 01^{er} mars trois effets à l'escompte : 720 000F au 10 mars ; 900 000F au 15 avril ; 480 000F au 10 juin.

Conditions : escompte 6% minimum d'escompte 2 000F ; endos 3,3% endos minimum 1000F ; commission proportionnelle 1/5 % minimum 980F maximum 1 700F ; commission fixe 1500F sur l'ensemble des effets. Taxe 15%.

Note : minimum de jours est 15 jours.

Etablir le bordereau d'escompte et calculer la valeur nette escomptée.

Solution : Bordereau d'escompte des effets remis le 01^{er} mars

N°	Valeur nominale V	Echéance	Nombre de jour nj	Escompte 6%	Commissions		
					Endos	Proport.	Fixes
1	720 000	10 mars	15	2 000	1 000	1 440	
2	900 000	15 avril	45	6 750	3 712,5	1 700	
3	480 000	10 juin	101	8 080	4 444	980	
Totaux	2 100 000	XXXXXX	XXXXXX	16 830	9 156,5	4 120	1 500
Agio HT = 31 606,5 Taxe = 31 606,5 x15% = 4 740,975 Agio TTC = 31 606,5 + 4 740,975 = 36 347,475 Valeur nette escomptée = 2 100 000 – 36 347,475 = 2 063 652,525 F.							

Les équivalences d'effets

Exercice 1 : Un commerçant doit les effets suivants :

20 000 f au 15 mars 2000

25 000F au 30 mars 2000

35 000 F au 30 avril 2000

1) déterminer l'échéance des 3 effets dans les cas suivants :

a. date d'équivalence le 15 mars 2000

b. date d'équivalence le 1^{er} avril 2000

c. date d'équivalence le 15 avril 2000

2) il convient avec son créancier de remplacer le 01^{er} mars les 3 effets par un effet unique au 10 avril 2000 . Au taux 9%, calculer la valeur nominale unique.

3) il convient avec son créancier de remplacer les 3 effets par un effet unique au 05 avril 2000 . Au taux 8%, calculer la valeur nominale unique.

Solution :

1) échéance moyenne ?

Date d'équivalence : 15 mars

$$\frac{20000 \times 0 + 25000 \times 15 + 35000 \times 46}{80000} = 25 \text{ jours}$$
 échéance moyenne n = 80000 après le 15 mars

l'échéance moyenne est le : 09 avril 2000.

Date d'équivalence : 01^{er} avril

$$\frac{20000 \times (-17) + 25000 \times (-2) + 35000 \times (+29)}{80000} = 8 \text{ jours}$$
 échéance moyenne n = 80000 après le 01^{er} avril

l'échéance moyenne est le : 09 avril 2000.

Date d'équivalence : 15 avril

$$\frac{20000 \times (-31) + 25000 \times (-16) + 35000 \times 15}{80000} = -6 \text{ jours}$$
 échéance moyenne n = 80000 soit 6 jours avant le 15 avril

l'échéance moyenne est le : 09 avril 2000.

Note : Quelque soit la date d'équivalence choisie l'échéance moyenne ne change pas.

2) **date d'équivalence : le 01^{er} mars 2000** ; taux 9% alors D = 4 000

$V(4000 - 40) = 20\,000(4\,000 - 14) + 25\,000(4\,000 - 29) + 35\,000(4\,000 - 45)$

On trouve V =

3) **date d'équivalence le 05 avril** : taux 8% alors D = 4 500

$V(4500 - 0) = 20\,000(4500 + 21) + 25\,000(4\,000 + 6) + 35\,000(4\,500 - 25)$

On trouve V =

Exercice 2 : le 01^{er} mars un effet de 120 000F à échéance le 31 mars est remplacé par un effet à échéance le 30 avril au taux de 7,2%. Quelle est la valeur nominale du nouvel effet ?

Réponse : 120 729F

Exercice 3 : le 01^{er} mars un effet de 420 000F à échéance le 15 avril est remplacé par un effet de 421 060,61F à échéance le 30 avril. Calculer le taux d'escompte.

Réponse : 6%

Exercice 4 : le 01^{er} mai un effet de 540 000F à échéance le 31 mai est remplacé par un effet de 543 066,25F au taux de 4,5%. Quelle est l'échéance du dernier effet ?

Réponse : 15 juillet

Exercice 5 : un effet de 210 000F à échéance le 20 juin est remplacé par un effet de 210 589F à échéance le 10 juillet au taux 5%. Quelle est la date d'équivalence ?

Réponse : 15 mai

Exercice 6 : le 01^{er} mai on remplace trois effets 50 000F au 31 mai ; 60 000F au 30 juin et 75 000F au 31 juillet par un effet unique au 20 juillet, au taux 7%. Quelle est la valeur nominale de l'effet unique? Quelle l'échéance moyenne des trois effets ?

Exercice 7 : le 01^{er} mars un commerçant doit les 3 effets suivants : 20 000F au 31 mars; 30 000F au 30 avril et 50 000F. L'échéance moyenne a lieu le 09 mai. Déterminer l'échéance du troisième effet.

Réponse : le 30 mai.

Exercice 8 : le 01^{er} avril un commerçant doit les 3 effets suivants : A au 16 mai; 80 000F au 31 mai; 70 000F au 25 juin. L'échéance moyenne a lieu le 05 juin. Déterminer la valeur nominale du 01^{er} effet.

Réponse : 50 000 F.

Exercice 9 : le 05 mars un commerçant doit les 3 effets suivants : A au 04 avril; B au 04 mai et C au 03 juin. L'échéance moyenne a lieu le 13 mai. Déterminer les valeurs nominales. Les valeurs nominales font 100 000F et la différence de la 3^{ième} à la 01^{ère} est 30 000F.

Réponse : 20 000F; 30 000F et 50 000F.

Exercice 10 : le 01^{er} avril, on remplace les 3 effets 50 000F au 16 mai; A au 31 mai; 70 000F au 25 juin par un effet unique de 200 610F au taux 7,2%. L'échéance commune a lieu le 20 juin. Déterminer la valeur nominale du 02^{ème} effet.

Réponse : 80 000 F.

Exercice 11 : Un négociant a tiré sur un de ses clients trois effets :

- le premier à échéance de 30 jours
- le second à échéance de 45 jours
- le troisième à échéance de 70 jours.

Les valeurs nominales des deux premiers effets sont inversement proportionnelles aux nombres 5 et 7 ; la troisième est double de la première.

Le négociant accepte de remplacer les trois effets primitifs par un effet unique de nominal 20517F à 90 jours d'échéance, de telle sorte que, le jour de ce remplacement, au taux de 9%, cet effet unique soit équivalent aux trois effets initiaux.

Calculer les valeurs nominales respectives de ces trois effets.

Réponse : 5 474F ; 3 910F ; 10 948F.

Les exercices de révisions au CAP/ACT

Exercice 1 : trois capitaux sont proportionnels aux nombres 2 ; 3 ; 5. Ils sont placés aux taux 5% ; 7% et 9% pendant les durées respectives 2 mois ; 5 mois et 7 mois. La somme des intérêts est 2970F. Calculer les 3 capitaux et les 3 intérêts.

Réponses 1 :

Les 3 capitaux : 16 200 F ; 24 300 F et 40 500F.

Les 3 intérêts : 135F ; 708,75F et 2 126,25F.

Exercice 2 : trois capitaux sont proportionnels aux taux 5% ; 7% et 9%. Les durées respectives sont 2 mois ; 4 mois et 5 mois. La valeur recueillie est de 193 882,5F. Calculer les 3 capitaux et les 3 valeurs acquises.

Réponses 2 :

Les 3 capitaux : 45 000 F ; 63 000 F et 81 000F.

Les 3 intérêts : 45 375F ; 64 470F et 84 037,5 F.

Exercice 3 :

Trois capitaux sont placés pendant 5 mois. Ils sont inversement proportionnels aux taux 5% ; 6% et 9%. Les intérêts produits sont égaux.

Calculer les 3 capitaux sachant que l'intérêt du troisième capital est égal à 10 125F.

Réponses 3 :

Les 3 capitaux : 486 000 F ; 405 000 F et 270 000F.

Exercice 4 :

Trois capitaux sont proportionnels aux nombres 7 ; 3 ; et 2. Le triple du 1^{er} dépasse la somme du double des deux autres de 99 000.

Ils sont placés à des taux t_1 ; t_2 et t_3 proportionnels aux durées 30 jours ; 60 jours et 90 jours. Le revenu total recueilli est 2 081,25F.

1/ Calculer les 3 capitaux ?

2/ Calculer les taux ?

3/ calculer le taux moyen de placement ?

Réponses :

Les 3 capitaux : 63 000 F ; 27 000 F et 18 000F.

Les 3 taux : 7,5% ; 15% et 22,5%.

Le taux moyen = 14,61%.

Exercice 5:

Un capital de 1 500 000 F est divisé en deux capitaux qui sont dans le rapport 3/5. Ils sont placés à des taux t et 7,2%. Le revenu annuel total recueilli est 101 250 F.

1/ Calculer les 2 capitaux ?

2/ Calculer le taux t ?

Réponses 5 :

Les 2 capitaux : 562 500 F et 937 500 F. le taux : 6% .

Exercice 6:

Deux capitaux sont dans le rapport 5/3. Si l'on augmente chaque capital de 2.000F ils seront dans le rapport 21/13.

Le 1^{er} est placé 6% pendant x mois et 3 mois après le 2^{ième} est placé à 7,2%. Les deux capitaux rapportent 1 976F.

1/ Calculer les deux capitaux ?

2/ Calculer la 1^{ère} durée ?

Réponses 6 :

Les 2 capitaux : 40 000F et 24 000 F. la durée : 7 ans.

Exercice 7:

Un 1^{er} capital est placé le 11 avril à 6% et un 2^{ième} capital est placé le 3 mars à 5%. Le 01^{er} juin, le 1^{er} capital rapporte 895F de plus que le 2^{ième}.

Lorsqu'on augmente les deux capitaux respectivement de 60 000F et 70 000F, ils seront dans le rapport 5/7.

Calculer les 2 capitaux ?

Réponses 7 :

Les 2 capitaux : 80 000 F et 126 000 F.

Exercice 8:

Les 2/5 d'un capital sont placés à 6% et le reste à 7,2%. Le revenu annuel total est de 18 144F. Calculer les 2 capitaux ?

Réponses 8 :

Les 2 capitaux : 108 000 F et 162 000 F.

Exercice 9:

La somme de deux capitaux est 660 000F. Sachant que le 1^{er} est placé à 5%, le 2^{ème} à 6% et qu'ils rapportent le même intérêt annuel. Calculer ces deux capitaux.

Réponses 9 :

Les 2 capitaux : 360 000 F et 300 000 F.

Exercice 10:

Un capital C est divisé en trois capitaux :

- le 1^{er} 20% du capital, à 6%
- le 2^{ème} 40% du reste, à 8%.
- Le 3^{ème} de 259 200F, à t%.

Le revenu annuel total est égal à 43 632 F.

1/ Calculer les deux premiers capitaux et le capital C?

2/ Calculer le taux t ?

Réponses 10 :

Les 3 capitaux : 108 000 F ; 172 800 F et C = 540 000F.

Le taux : 9% .

Exercice 11:

Trois capitaux de somme 690 000 F, sont en progression arithmétique. Ils sont placés au taux 6% pendant les durées respectives 3 mois ; 6 mois et 4 mois.

La somme des intérêts est égale à 14 875F.

Calculer les 3 capitaux ?

Réponses 11:

Les 3 capitaux : 245 000F ; 230 000f et 215 000F

Exercice 12:

Trois capitaux :

- 1^{er} Capital à 4% pendant 8 mois ;
- 2^{ème} capital à 5% pendant 9 mois ;
- 3^{ème} capital à 6 % pendant 10 mois.

Le taux moyen de placement est égal 5,156%.

Calculer les trois capitaux sachant qu'ils sont progression arithmétique de raison 10 000F.

Réponses 12:

Les 3 capitaux : 70 000F ; 80 000f et 90 000F

Exercice 13:

Deux capitaux sont tels que le 2^{ième} dépasse le 1^{er} de 100 000F:

- 1^{er} Capital à 6% pendant 90 jours;
- 2^{ième} capital à 10% pendant 4 mois ;

$$8 \frac{2}{3} \%$$

Le taux moyen de placement est égal à

Calculer les deux capitaux.

Réponses 13:

Les 2 capitaux : 200 000F et 300 000F

Exercice 14:

Le triple de l'intérêt commercial dépasse le double de l'intérêt civil de 6 000F.

1/ Calculer l'intérêt commercial ;

2/ calculer le capital qui est placé à 4% du 20 janvier 2000 au 18 juin 2000.

3/ Calculer le taux effectif de placement.

Réponses 14: I = 5 840F et le capital = 350 400F.

Exercice 15:

La différence de l'intérêt commercial et de l'intérêt civil augmentée de 170F est égale 200F.

1/ Calculer l'intérêt commercial ;

2/ calculer le capital qui est placé à 8% du 5 février 16 mai.

3/ Calculer le taux effectif de placement.

Réponses 15: I = 2 190F et le capital = 98 550 F.

Exercice 16:

La somme de trois capitaux est de 850 000F. Sachant que le 1^{er} est placé à 5%, le 2^{ième} à 6%, le 3^{ième} à 10% et qu'ils rapportent le même intérêt annuel. Le 1^{er} dépasse le 3^{ième} de 200 000F. Calculer ces trois capitaux.

Réponses 16 :

Les 3 capitaux : 400 000 F ; 250 000F et 200 000 F.

Exercice 17:

La somme de quatre capitaux est de 2 430 000F. Sachant que le 1^{er} est placé à 4%, le 2^{ième} à 5%, le 3^{ième} à 8% ; le 4^{ième} à 10% et qu'ils rapportent le même intérêt annuel. Le 1^{er} dépasse le 4^{ième} de 540 000F. Le 2^{ième} dépasse le 3^{ième} de 270 000.

Calculer ces quatre capitaux.

Réponses 17 : 900 000 F ; 720 000F; 450 000F et 360000F.

Exercice 18:

Deux Capitaux placés : le 1^{er} à 3% pendant 8 mois, le 2^{ième} à 5% pendant 18 mois ont rapporté ensemble 31 800F. Sachant que le 2^{ième} est les 3/2 du 1^{er}. Calculer les deux capitaux.

Réponses 18: Les 2capitaux : 240 000 F ; 360 000F.

Exercice 19:

Deux Capitaux placés : le 1^{er} à 3% pendant 8 mois, le 2^{ième} à 5% pendant 18 mois ont rapporté ensemble 21 000F. Sachant que le 2^{ième} est les 2/5 du 1^{er}. Calculer les deux capitaux.

Réponses 19: Les 2capitaux : 420 000 F ; 168 000F.

Exercice 20:

Deux Capitaux placés : le 1^{er} à 6% pendant 9 mois, le 2^{ème} à 8% pendant 6 mois ont rapporté ensemble 49 680F. Sachant que le 2^{ème} intérêt est les 8/15 du 1^{er} intérêt. Calculer les deux capitaux.

Réponses 20: Les 2 capitaux : 720 000 F ; 432 000F.

Exercice 21 :

Trois capitaux ont rapporté en un an 13 680F, leur somme est 324 000F. Le 3^{ème} est le double du 2^{ème}. Les intérêts sont entre eux comme les nombres 6 ; 4 et 9. Le taux est le même pour les deux premiers capitaux.

Calculer les capitaux et les taux.

Réponse 21: 108 000F ; 72 000F ; 144 000F

$t_1=t_2 = 4\%$ et $t_3 = 4,5\%$.

Exercice 22 :

Trois capitaux ont rapporté en un an 27 360F, leur somme est 648 000F. Le 3^{ème} est le double du 2^{ème}. Les intérêts sont entre eux comme les nombres 6 ; 4 et 9. Le taux est le même pour les deux premiers capitaux.

Calculer les capitaux et les taux.

Réponse 22: 216 000F ; 144 000F ; 288 000F

$t_1=t_2 = 4\%$ et $t_3 = 4,5\%$.

Exercice 23 : une personne dispose d'un certain capital. Elle place la moitié à 7% pendant 18 mois, les 3/5 du reste à 5% pendant 15 mois et le reste final soit 300 000F à 4% pendant un certain temps. Ces différents lui ont rapporté un intérêt total de 115 875F. Calculer le montant total, la durée du 3^{ème} placement.

Réponse : $C_1=750\ 000$; $C_2= 450\ 000$; $C_3=300\ 000$ et $n = 9$ mois.

Exercice 24 :

Deux capitaux dont la somme est 800 000F sont placés :

- le 1^{er} au taux $t\%$;
- le 2^{ème} au taux $(t+2)\%$.

Le revenu annuel du 1^{er} capital est 32 800F.

Le revenu annuel du 2^{ème} capital est 39 000F.

a/ Calculer les deux taux et les deux capitaux ;

b/ Au bout de combien d'années la différence entre les valeurs acquises de ces deux capitaux placés à la même date sera-t-elle égale à 12 250F.

Réponse : 410 000F et 390 000F ; $n = 15$ mois

Exercice 25 : Un capital de 810 000F est placé à intérêts simples à un taux $t\%$. Au bout de 10 mois le prêteur retire, capital et intérêts, et remplace le tout à intérêts simples au taux $(t+2)\%$. 15 mois après ce nouveau placement le prêteur dispose, capital et intérêts réunis de 972 000 F. Calculer le taux t .

Réponse : 8%

Exercice 26 : Un capital de 600 000F est placé à intérêts simples à un taux $t\%$. Au bout de 8 mois le prêteur retire, capital et intérêts, et replace le tout à intérêts simples au taux $(t+2)\%$. 15 mois après le premier placement le prêteur dispose, capital et intérêts réunis de 653 120F. Calculer le taux t .

Réponse : 6%

Exercice 27 :

Un capital placé à 9% pendant une certaine durée a produit une valeur acquise de 817 200. Placé à 10% pendant trois mois de moins, ce même capital aurait fourni un intérêt de 90 000F. Calculer ce capital et la 1^{ère} durée de placement.

Réponse : 720 000F et $n = 18$ mois.

Exercice 28 : Un capital de 5 859 000F est divisé en 3 parts. Le rapport de la 1^{ère} à la 2^{ème} est $5/3$, celui de la 2^{ème} à la 3^{ème} est $8/51$. Quelle est la valeur de chaque part ? Ces parts ont été placées : la 1^{ère} pendant 7 mois ; la 2^{ème} pendant 4 mois et la 3^{ème} pendant 16 mois. Les taux auxquels ces parts ont été placées sont proportionnels à 1 ; 1,5 et 2. Trouver ces taux sachant que l'intérêt total est 718 200F.

Réponse :

1 080 000 ; 648 000 ; 4 131 000 ; 6% ; 9% ; 12% .

Exercice 29 :

Deux capitaux sont proportionnels à 6 et 5, leur somme est 1 320 000F. Quels sont ces capitaux ? Le 1^{er} capital est placé au taux de 6%, 4 mois après le 2^{ème} capital est placé à 9%. Au bout de combien de temps la 1^{ère} valeur acquise dépasse la 2^{ème} de 129 000F ?

Réponse : 720 000F et 600 000F et $n = 10$ mois

$$[720\,000 + 720\,000 \cdot 4 \cdot n / 1200] - [600\,000 + 600\,000 \cdot 9 \cdot (n-4) / 1200] = 129\,000$$

Exercice 30 :

Deux capitaux sont proportionnels à 6 et 4,8 leur somme est 1 728 000F. Quels sont ces capitaux ? Le 1^{er} capital est placé au taux de 4%, 4 mois après le 2^{ème} capital est placé à 6%. Au bout de combien de temps les intérêts produits par ces deux capitaux auront-ils la même valeur ?

Réponse :

$$960\,000 \cdot 4 \cdot n / 1200 = 768\,000 \cdot 6 \cdot (n-4) / 1200 \text{ on trouve } n = 2 \text{ ans}$$

Exercice 31 :

Trois capitaux sont tels que le rapport du 1^{er} au 2^{ème} est $2/5$ et que le 3^{ème} est égal à la somme des deux premiers augmentée de 110 000F. Le 1^{er} a été placé à 5% pendant 3 mois, le 2^{ème} à 4% pendant 63 jours et le 3^{ème} pendant 96 jours à 3%. Le total des intérêts s'élève à 32 200F. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 540 000 ; 1 350 000 ; 2 000 000.

Exercice 32 :

Trois capitaux en progression arithmétique sont placés pendant 2 ans à 11% et ont produit un intérêt total de 201 000F. Le 1^{er} capital est inférieur au 3^{ème} de 30.000F. Calculer :

a/ La raison de la progression ;

b/ Le montant de chaque capital.

Réponse : $r = 15\,000\text{F}$; 320 000 ; 335 000 ; 350 000.

Exercice 33:

1/ On fait un capital de 196 000 F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4 et proportionnels aux 3 ; 5 ; 7. Calculer les trois capitaux.

2/Une personne place les capitaux suivants :

- 112 000 F au taux $x\%$ pendant 45 jours
- 60 000 f au taux 7,2% pendant n jours
- 24 000 F au taux 9% pendant 150 jours.

L'intérêt total des trois placements égal à 2 280F et le 2^{ième} et le 3^{ième} ont produit le même intérêt. Calculer la durée n et le taux x .

Exercice 34: Une personne place trois capitaux proportionnels aux 12; 8 ; 6.

- Le 1^{er} capital est placé au taux 6% pendant 2 mois
- Le 2^{ième} au taux 7,2% pendant 3 mois ;
- et le 3^{ième} au taux 8% pendant 6 mois.

L'intérêt total produit est de 2 520 F.

Calculer les trois capitaux.

Exercice 35:

Une personne place la moitié de son avoir disponible dans la banque A, le quart du reste dans la banque B et le reste soit 375.000F dans la banque C.

1/ Quels sont le capital et les différents placements ?

2/Une autre personne place les capitaux suivants :

- 500 000 F au taux $x\%$ pendant 3 mois
- 375 000 f au taux 7,2% pendant 5 mois
- 125 000 F au taux 9% pendant 4 mois.

L'intérêt total des trois placements égal à 22 500F.

Calculer le taux x .

Exercice 36 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Le 22 Août, un effet de commerce à échéance du 30 novembre et de nominal égale à 12 000 f est escompté commercialement, taux d'escompte 9%

a). calculer l'escompte commercial

b). même question en supposant que la négociation a lieu le 1^{er} Octobre.

c). représenter graphiquement la variation de valeur actuelle commerciale de l'effet en question en fonction de n (pour n supérieur ou égal à 0), nombre de jours qui séparent la date de négociation de la date d'échéance de l'effet. Interprétez.

Exercice 37 : (Tiré dans Walder Masiéri)

On escompte au même taux deux effets l'un de 48 000 f à 72 jours, l'autre de 50 000 f à 90 jours. La valeur actuelle du deuxième surpasse celle du second de 1 826 f.

Quel es le taux de l'escompte.

Exercice 38 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Le total des valeurs nominales de trois effets s'élève à 4 500 f, le total des valeur actuelles à 4 464.25 f. sachant que les valeurs nominales sont proportionnelles à 2 , 4 et 3 et les échéances sont 45 jours, 30 jours, 60 jours. Calculer :

- les valeurs nominales
- le taux d'escompte

Exercice 39 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Un commerçant vend le 15 mai, pour sa valeur actuelle au taux de 5%, une traite de 96 000 f dont l'échéance est le 14 juin.

A la somme reçue il ajoute un certain capital et place le tout durant 15 mois à 4%. La valeur acquise de la somme placée est alors 179 130 f.

Quel est le capital ajouté.

Exercice 40 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Une remise à l'escompte, effectuée le 31 mars, porte sur trois effets de nominal 6 600 f chacun. L'escompte total, calculé au taux de 8.5%, s'élève pour cette remise à 280,50 f.

Déterminer la date d'échéance du troisième effet, sachant que le premier est payable le 30 avril et que pour le second l'escompte s'élève à 93,50 f.

Exercice 41 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Une traite d'échéance le 30 juin a été remise à l'escompte le 19 mai au taux de 9.2%. une autre traite, de même échéance, a été négociée le 2 juin, au taux de 9.5%.

si on interverti les deux taux d'escompte le total des deux valeurs actuelles demeure inchangé.

Calculer les valeurs nominales respectives des deux effets sachant que leur total est 8 500 f.

Exercice 42 : (Tiré dans Walder Masiéri)

La valeur actuelle au 25 Août d'un effet escompté commercialement à 9% s'élève à 7868 f.

Si l'effet avait été escompté 30 jours avant son échéance l'escompte aurait été inférieur de 72 f à l'escompte supporté dans la première hypothèse.

Retrouver la valeur nominale de l'effet, et de son échéance.

Exercice 43 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Déterminer au taux d'escompte 9% la date d'équivalence des deux effets suivants :

7 800 f à échéance du 31 mai

7 880 f à échéance du 10 juillet.

Exercice 44 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Le 26 mars deux effets sont présentés à l'escompte, chez le même banquier, au même taux la banque remet la même somme nette pour chacun de ces deux effets.

Sachant que le nominal du premier effet est de 3 370 f et que son échéance est fixée au 31 mai, et que le nominal du deuxième effet est de 7 430 f avec une échéance du 30 juin.

Calculer le taux d'escompte.

Exercice 45 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Déterminer la date d'échéance d'un effet de 14 320 f, qui se substituerait, le 10 novembre, à un effet de 14 200 f payable le 30 novembre. Taux d'escompte 10%.

Exercice 46 : (Tiré dans Walder Masiéri)

Une remise à l'escompte effectuée le 30 avril comprend 3 effets dont le total des valeurs nominales s'élève à 680 000 f, l'escompte calculé au taux de 10% s'effectue pour cette remise à 14 350 f dont 5 200 f pour le deuxième effet.

Le rapport de l'escompte du premier à celui du deuxième effet est $\frac{3}{4}$. Sachant que l'échéance du premier effet est le 29 juin et celle du troisième effet le 9 juillet. Calculer :

- les escomptes relatifs au 1^{er} et au 3^{ème} effet.
- la valeur nominale de chaque effet.

L'échéance du 2^{ème} effet.