

EXERCICE1 (5pts)

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1}{1 - x};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + 2x - 7);$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right);$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x + x^2}{1 - x + x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 6x - 7}\right)$$

EXERCICE2 (5pts)

f désigne une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

Déterminer l'ensemble de définition de f puis la dérivée $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = 4x^3 - 6x + 1$

b) $f(x) = x^3 \sqrt{x}$

c) $f(x) = \frac{4x+5}{1-5x}$

d) $f(x) = (x^2 + x + 1)^3$

Problème : (10pts)

A. Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la donnée de son premier terme $U_0 = 800$ et la relation $U_{n+1} = 0,6U_n + 400$

1) Calculer U_1 et U_2 . **(1pt)**

2) On définit une autre suite (V_n) sur $\mathbb{N}$ en posant pour tout n , $V_n = 1000 - U_n$.

a) Calculer les trois premiers termes de la suite (V_n) . **(1,5pt)**

b) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,6 et en déduire l'expression de V_n en fonction de n . **(2,5pts)**

3) Déduire des résultats suivants que $U_n = 1000 - 200 \times 0,6^n$. **(1pt)**

B. Le président d'une association culturelle constate que chaque année l'association garde 60% de ses anciens adhérents et que 400 nouvelles personnes adhèrent. On suppose que ses données chiffrées restent les mêmes au fil des ans. A la création de cette association, en janvier 2001, il y avait 800 adhérents.

1) a) Calculer le nombre d'adhérents en Janvier 2002. **(1pt)**

b) Quel sera le nombre d'adhérents en Janvier 2003. **(1pt)**

2) En quelle année verra-t-on pour la première fois l'effectif de l'association doublé. **(2pts)**