

DEVOIR SURVEILLE N°3 : MATHÉMATIQUES GENERALE

Vendredi le 30-05-2025

Classe : TSEco

Durée : 03H

Coeff : 3

NB : Les calculatrices non programmable sont autorisées. Si l'élève est libre de commencer par l'exercice qu'il veut tout en indiquant le numéro de l'exercice.

Exercice 01 : (06 points)

1. Calcule les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+x-9}{x^2-2x-3}$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3+4x^2-3}{2x^2-7}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}}$ 3pts

2. Calcule la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 - 5x + 3$; b) $g(x) = \frac{x^2-1}{1-3x^2}$; c) $h(x) = \sqrt{3x^2 + 2x - 1}$. 1,5pt

3. Calcule les intégrales suivantes :

$I_1 = \int_1^2 (x + \sqrt{x} - 1)dx$; $I_2 = \int_0^4 \frac{2x+5}{(x^2+5x-3)^2} dx$ 1,5pt

Exercice 02 : (04 points)

On considère la suite numérique (U_n) $n \in \mathbb{N}$ par $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = 2U_n - 2$.

On pose $V_n = U_n - 2$; $n \in \mathbb{N}$.

1. Calcule V_0 . 0,5pt
2. Montre que la suite (V_n) $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison. 1pt
3. Exprime (V_n) en fonction de n . En déduis U_n en fonction de n . 1,5pt
4. Détermine l'expression de $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$. 0,5pt
5. Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. 0,5pt

Problème : (10 points)

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x-3}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de f . 0,5pt
2. a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$. 0,5pt
b) Donne une interprétation graphique de ces résultats. 0,5pt
3. a) Justifie que pour tout $x \in D_f$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme : $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-3}$. 1pt
b) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0,5pt
c) Montre que la droite (Δ) d'équation : $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$. 1pt
4. a) Vérifie que $f'(x) = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ pour tout $x \in D_f$ où f' est la fonction dérivée de f . 1pt
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 6x + 5 = 0$. 1pt
c) Dresse le tableau de variation de f . 1pt
5. Détermine les points d'intersection de la courbe (C) avec les axes du repère. 1,5pt
6. Trace (C) , (Δ) et l'autre asymptote dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 1,5pt