

Problème :(8pts)

Soit la fonction f définie par: $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - 1}$ et sa (Cf) courbe représentative dans un repère orthonormé (unité 2cm)

Partie A:

Soit g la fonction numérique définie par: $g(x) = -x^3 + 3x - 4$

1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.
2. a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$
b. Donner un encadrement de α à 10^{-2} près
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$

Partie B:

1. Déterminer l'ensemble de définition de f puis calculer les limites de Df .
2. a. Déterminer les réels $a ; b ; c$ et d tels que: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2-1}$
b. En déduire que $(\Delta): y = ax + b$ est une asymptote oblique à la courbe (Cf) .
c. Etudier la position relative de (Cf) par rapport à (Δ)
3. Démontrer que: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha - 2$
4. a. Montrer que: $\forall x \in Df ; f'(x) = \frac{-xg(x)}{(x^2-1)^2}$
b. Dresser le tableau de variation f sur Df
5. a. Calculer les abscisses des points de (Cf) où la tangente est parallèle à la droite (Δ) .
b. déterminer l'équation de chacune de ces tangentes et les représenter.
c. calculer les coordonnées des points d'intersection de (Cf) avec les axes du repère.
6. Construis (Cf) .
7. Résoudre graphiquement $f(x) = x + m$