

EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe: TSEco

2017 - 2018

Primitives – calcul d'intégrale :

Primitives de fonctions élémentaires : $c \in \mathbb{R}$

Fonction f	Primitives de f	Sur l'intervalle
$x \mapsto a \ (a \in \mathbb{R})$	$x \mapsto ax + c$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^n \ (n \in \mathbb{N})$	$x \mapsto \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x^n} \ (n \in \mathbb{N} \setminus \{1\})$	$x \mapsto \frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + c$	$] -\infty; 0[$ ou $] 0; +\infty[$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$	$x \mapsto 2\sqrt{x} + c$	$] 0; +\infty[$

Primitives de $u' \times (v' \cdot u) : c \in \mathbb{R}$

Fonction f	Une primitive F de f	Sur tout intervalle où
$u'u^n \ (n \in \mathbb{N})$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1} + c$	u est dérivable.
$\frac{u'}{u^n} \ (n \in \mathbb{N} \setminus \{1\})$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}} + c$	u est dérivable et ne s'annule pas.
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$	u est dérivable et strictement positive.

Exercice 1 : Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de f sur D_f de f .

- 1) $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 10x - 4$; 2) $f(x) = (x^2 - x + 7)^4(2x - 1)$; 3) $f(x) = (2x - 1)^3$;
 4) $f(x) = 5x(x^2 + 1)^6$; 6) $f(x) = (6x + 3)(x^2 + x + 1)^4$; 7) $f(x) = 7x^2(5 - x^3)^3$;
 8) $f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$; 9) $f(x) = \frac{5}{(3x + 4)^3}$; 10) $f(x) = \frac{-x}{(x^2 - 9)^5}$;
 11) $f(x) = \frac{2x^5 - 3x^3 + 2}{x^2}$; 11) $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^4}$;

Exercice 2 :

1. Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de la fonction f sur l'intervalle I , qui vérifie les conditions indiquées.

a) $f(x) = x^2 - 3x + 1$; $I = \mathbb{R}$ et $F(0) = 3$

b) $f(x) = x^3 - \frac{2}{x^2}$; $I =]0; +\infty[$ et $F(2) = 0$

c) $f(x) = 2x - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$; $I =]0; +\infty[$ et $F(1) = 1$

2. Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive f qui prend la valeur y_0 en x_0 .

1) $f(x) = (x-1)^4$ $x_0 = 2$ et $y_0 = 0$; 2) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^3}$ $x_0 = y_0 = 0$;

Exercice 3 : on donne la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 4}{(x+1)^2}$$

1. Trouver les réels a , b et c tels que : $\forall x \in D_f$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x+1)^2}$.

2. Trouver la primitive F de f prenant la valeur -1 en 0 .

Exercice 4 : on donne la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 - 4x - 7}{(x+2)^2}$$

1. Trouver les réels a , b et c tels que : $\forall x \in D_f$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x+2)^2}$.

2. Trouver la primitive F de f prenant la valeur $-\frac{5}{2}$ en 0 .

3. En déduire $I = \int_2^3 f(x) dx$.

Exercice 5 : Soit la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{x-1}$.

1) Trouve les réels a , b et c tels que : $\forall x \in D_f$; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

2) Trouve la primitive F de f prenant la valeur 1 en 2 .

Exercice 6:

1) calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_0^1 \frac{3}{(3-2x)^4} dx ; B = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{(x^2+1)^3}} dx ; C = \int_2^3 \left(3x^2 - \frac{4}{x^2} + \sqrt{x} \right) dx ;$$

$$D = \int_2^3 \left(x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx ; N = \int_1^{-1} \frac{x^3}{x^4 - x^2 + 3} dx .$$