

Exercices à faire

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

Fonctions	Fonctions
$f(x) = 7x^2 - x + 2$	$f(x) = \frac{3x-1}{x^2-4}$
$f(x) = \frac{x^2-x+2}{x+1}$	$f(x) = \frac{3x-1}{6x^2+x-1}$
$f(x) = \frac{4x^2+3x-1}{x^2+x+1}$	$f(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}$
$f(x) = \frac{4x^2+3x-1}{x^2+9}$	$f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$
$f(x) = \frac{4x^2+3x-1}{x^2-9}$	$f(x) = \sqrt{x+1}$
$f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x^2-2x-15}$	$f(x) = \sqrt{3-x}$
$f(x) = \frac{3x-1}{7x^2+x+3}$	$f(x) = \sqrt{x^2+4}$
$f(x) = \frac{x+2}{x}$	$f(x) = \sqrt{x^2-4}$

Exercice : Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}$	$f(x) = \frac{2x+3}{x^2-3x+5}$	$f(x) = \sqrt{x-1}$
$f(x) = \sqrt{1-x^2}$	$f(x) = e^{1/x}$	$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$f(x) = \frac{x}{\ln x}$
$A(x) = x^2 - 3x + 2$	$F(x) = \frac{7x+2}{x-1}$	
$B(x) = \frac{x+3}{x}$	$G(x) = \frac{x-8}{x^2+1}$	
$C(x) = \frac{x}{x+1}$	$H(x) = \frac{7x+2}{2-x}$	
$D(x) = \frac{x+5}{x-3}$	$I(x) = \frac{x-2}{x+2}$	

Exercices à faire

Exercice 1 :

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

- 1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .
- 2-/ Calculez la limite de f aux bornes du domaine de définition
- 3-/ En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 2 :

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

- 1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .
- 2-/ Calculez la limite de f aux bornes du domaine de définition
- 3-/ En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 3 :

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{6x+1}{4-2x}$

- 1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .
- 2-/ Calculez la limite de f aux bornes du domaine de définition
- 3-/ En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 4 :

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x-2}$

- 1-/ Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2-/ Calcule la limite de f aux bornes du domaine de définition
- 3-/ On pose $(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$. Calculer les réels a , b et c .

En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 5 :

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{5x^2-x+2}{1-x}$

- 1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .
- 2-/ Calculez la limite de f aux bornes du domaine de définition
- 3-/ On pose $(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$. Calculer les réels a , b et c .

En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 6 : On considère la fonction numérique f définie par :

$$a.- f(x) = 3x^2 - 7x + 2 \quad b.- f(x) = \frac{2x-1}{x+3} \quad c.- f(x) = \frac{x^2-x+3}{2-x}$$

Déterminer (si possible) les asymptotes à la courbe de f .

Exercices à faire

Exercice 1 :

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .

2-/ Calculez la fonction dérivée de f .

3-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 1$

Exercice 2 :

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de f .

2-/ Calculez la fonction dérivée de f .

3-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 0$

Exercice 3 :

On considère les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

1-/ Déterminez l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

2-/ Calculez la fonction dérivée de chacune d'elles.

3-/

a-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse $x_0 = 1$

b-/ Écrire une équation de la tangente à la courbe de g au point B d'abscisse $x_1 = 0$

Exercice 4 :

On considère les fonctions numériques définies par :

$f(x) = \frac{2x-1}{1-x}$	$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$	$f(x) = \frac{2x^2+x-1}{3x+4}$
$f(x) = x^2 - x^{-2} + 3x$	$f(x) = (5x + 3)^4$	$f(x) = \frac{2}{3x+4}$
$f(x) = x^2 - 2x + 3$	$f(x) = (x^2 + x + 1)^5$	$f(x) = \sqrt{x^2 - x - 1}$

Calculez la fonction dérivée de chacune d'elles.

Etudes de fonction rationnelles $\rightarrow f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

Soit la fonction numérique f définie par		
$f(x) = \frac{x+1}{x-3}$	$f(x) = \frac{6x+1}{4-2x}$	$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

- 1.- Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2.- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. En déduire si possible les asymptotes à la courbe de f .
4. Calcule la dérivée f' de f puis étudie son signe.
5. Dresse le tableau de variation de f .
6. Trace la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(O; i; j)$.

Etudes de fonction rationnelles $\rightarrow f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{kx+p}$

Soit la fonction numérique f définie par		
$f(x) = \frac{x^2-x-1}{x+1}$	$f(x) = \frac{2(x^2-x+1)}{x-1}$	$f(x) = \frac{-x^2+3x-4}{x-2}$

- 1.- Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2.- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Montre qu'il existe trois réels a , b et c telle que $f(x) = q x + r + \frac{t}{kx+p}$
4. Montre que la droite (D) d'équation $y = q x + r$ est asymptote à (C_f) .
5. Calcule la dérivée f' de f puis étudie son signe.
6. Dresse le tableau de variation de f .
7. Trace la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(O; i; j)$.

Exercice 1 :

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$

Détermine les réels a , b et c sachant que :

- La courbe (C_f) représentative passe par le point : $(0; 1)$
- La courbe (C_f) représentative admet un minimum au point : $(1; 0)$

Exercice 2 :

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Détermine les réels a , b , c et d sachant que :

- La courbe (C_f) représentative admet un maximum point : $(0; 1)$
- La courbe (C_f) représentative admet un minimum au point : $(2; -3)$

Série d'exercice sur les fonctions économiques

Exercice 1 : Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 30$).

Les frais de production sont donnés par $C(x) = x^2 + 5x + 10$.

- 1.-) Calcule le coût pour une production de 10 unités ; 20 unités et 25 unités
- 2.-) Calcule la quantité à produire pour un coût total de 310 um, en déduire le coût moyen.
- 3.-) Calcule le moyen $CM(x)$ et le coût marginal $Cm(x)$.
- 4.-) Calcule la quantité x qui minimise le coût moyen.
- 5.-) L'usine vend un produit « x » à 50 F : Donne la fonction de recette totale $R(x)$ et de bénéfice $B(x)$
- 6.-) Calcule la quantité de « x » qui maximise le bénéfice.

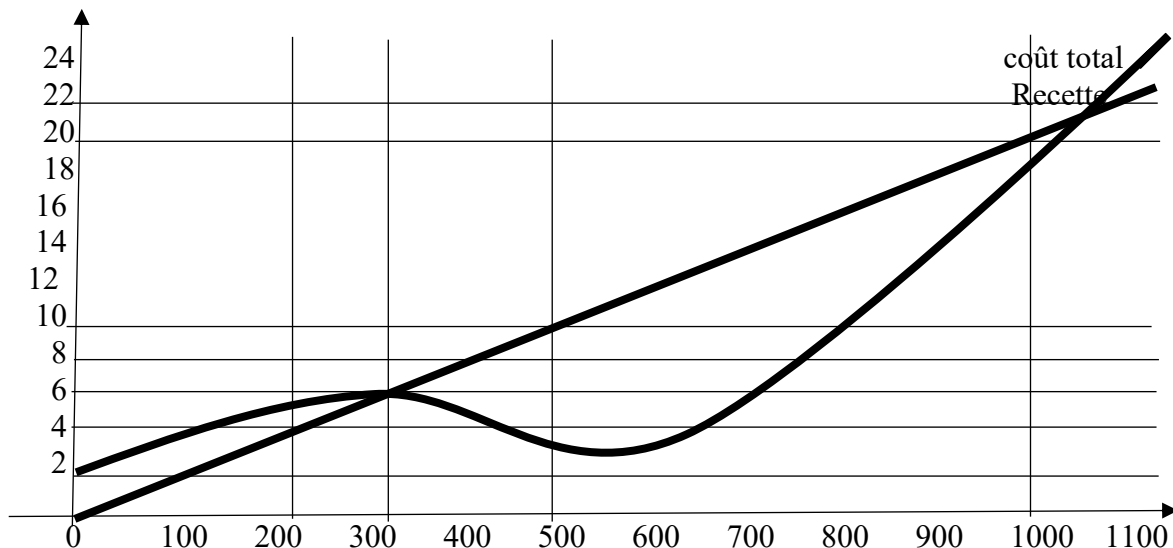
Exercice 2 :

Dans une entreprise, les coûts de fabrication de « q » objets en euros, sont définis par la fonction $C(q) = 0,1q^2 + 10q + 1500$.

- a.-) Calcule $C(0)$ et donne en une interprétation concrète.
- b.-) Détermine la quantité q à fabriquer pour que les coûts soient égaux à 1 610 euros
- 2.-) L'entreprise vend chaque objets à 87 euros
- a.-) Vérifie que le Bénéfice $B(q) = -0,1 q^2 + 77 q - 1500$
- b.-) Pour quelle valeur de q le bénéfice est-il nul ?
- c.-) Dresse le tableau de variation de $B(q)$ puis déduise en le bénéfice maximal.

Exercice 3 :

Soit le graphique ci-dessous représente le coût total et la recette correspondant à la production à la production et à la vente d'articles de confection :



- 1.-)
 - a.-) Quel est le coût total de production de 200 ; 500 et 1000 articles ?
 - b.-) Quelle est la recette totale de la vente de : 200 ; 500 et 1000 articles ?
 - c.-) Quel est le bénéfice total de la vente de 200 ; 500 et 1000 articles ?
 - d.-) Quelle quantité d'article faut-il produire pour un coût de 12 000 euros ?

Complète le tableau suivant

.Nombres d'Articles	0	200	500		1000
Recettes en 1000 euros					
Coûts en 1 000 euros				12	
Profit					

- 2.-) a.-) Sur quelle plage de production le profit est-il positif ou nul ?
 b.-) Quel est le coût fixe ?
 c.-) Quel est le coût moyen de production de 200 ; 500 et 1000 articles

Exercice 4 :

Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 50$). Les frais de production sont donnés par $f(x) = 2x^2 + x + 20$.

- 1.-) Calcule le coût pour une production de 10 unités ; 20 unités et 30 unités
 2.-) Calcule la quantité à produire pour un coût total de 3 260 um, en déduire le coût moyen.
 3.-) Calculer le moyen $g(x)$ et le coût marginal $h(x)$.
 4.-) Calculer la quantité x qui minimise le coût moyen.

Exercice 5 :

La production exprimée en tonne d'une entreprise sur les cinq dernières années est donnée par la fonction suivante $t \rightarrow f(t) = -\frac{t^2}{2} + 2t + 36$ où t s'exprime en années.

- 1.-) Calculer la dérivée de la fonction $f(t)$ puis en déduire le tableau de variation de f . Donner une interprétation commerciale en utilisant le tableau.
 2.-) Tracer la courbe (Cf) de f dans un repère orthonormé (O ; i ; j)
 3.-) La production totale sur les cinq années est donnée par $\int_0^5 f(t)dt$.
 Calculer la production totale.

Exercice 6 :

Une entreprise fabrique des objets. On estime que le bénéfice, en centaine d'euros, réalisé par la production et la vente de x centaines d'objets est :

$$B(x) = 3x^3 + 33x - 54 \text{ où } 1 \leq x \leq 10.$$

- 1.-) Calculer $B'(x)$. en déduire le tableau de variations de N sur $[0 ; +\infty[$
 2.-) Quel est le nombre d'objets à produire, et à vendre, pour réaliser un bénéfice maximum ? Préciser la valeur de ce bénéfice.

Exercice 7 :

Le coût moyen de production d'une entreprise est une fonction de la quantité x produite $f(x) = x^2 - 150x + 8\,000$

- 1/ Déterminer la quantité x qui minimise le coût moyen puis trouver la valeur du coût moyen minimum.
 2/ déterminer la fonction coût total de production et la fonction coût marginal de production.
 3/ le prix de vente unitaire étant de 7 550F, déterminer la fonction profit et en déduire le profit maximum de l'entreprise.

Exercice 8 :

On note $f(x)$ la population (en milliers) d'une ville fondée en 1960, où x désigne la durée écoulée depuis le début de l'année 1960, exprimée en années.

On donne $f(x) = \frac{60x+40}{x+10}$ où $x \in [0; \infty[$.

1.-) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{x+10}$ pour $x \in [0; \infty[$.

2.-) a.- Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$

b.-) Justifier que la population est croissante

3.-) a.-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 52$

b.-) En déduire à partir de quelle année la population de cette ville sera supérieure à 52 000 habitants.

4.-) a.-) Quelle est la limite de f en $+\infty$

b.-) En déduire une interprétation quant à la population de cette ville ;

5.-) Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé

1 cm = 10 ans sur l'axe x

1 cm = 10 000 habitants sur l'axe y

Exercice 9 :

Un fabricant de postes de radio produit x postes par semaine à coût total de :

$f(x) = \frac{x^2}{25} + 3x + 100$ francs. Il est en régime de monopôle et la demande de son marché est $x = 75 - 3p$; où p est le prix d'un poste.

1.-/ Trouver la fonction du bénéfice $B(x) = \text{recette totale} - \text{coût total}$

2.- / Trouver le nombre de postes que ce fabricant doit produire par semaine pour maximiser son bénéfice.

3.-/ Quel est le bénéfice maximum ? Quel est le prix p de monopole ?

Exercice 10 :

Une entreprise fabrique des jouets de modèles X . Le modèle X , se vend à 1F pièce.

Le coût de fabrication, exprimé en F, est donné par la fonction suivante :

$f(x) = 8x^2 - 2x - 1\,000$ où x est le nombre de jouets. On suppose que toute la production est écoulée sur le marché.

1.- déterminer la fonction $P(x)$, le profit de l'entreprise lorsqu'elle a vendu x jouets.

2.- La capacité de production de l'entreprise est au total 20 jouets par jour. En supposant que l'entreprise tourne à plein régime, trouver le nombre de jouets permettant de maximiser le profit quotidien. Calculer dans ce cas le profit réalisé.