

Exercices sur les puissances et rapports de proportions



TS.ECO 2022/2023 LPMT

EXERCICE 1:

1. Simplifie les écritures suivantes :

$$Z = \frac{a^3 \times b^2 \times (ab)^{-4} \times (bc)^2}{(abc)^{-2} \times a^3 \times b} \quad B = \frac{2^7 \times 6^5 \times (3)^{10}}{(18)^4 \times 12^3} \quad A = \frac{8^3 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6}$$

$$D = \frac{\sqrt[3]{8a^9}}{(2\sqrt{a})^3} \quad G = \frac{\sqrt[3]{500}}{\sqrt{5} \times \sqrt[3]{4}} \quad Q = \frac{\sqrt[3]{32} \times \sqrt{675}}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{405}} \quad N = \frac{12 \times 14^{\frac{-4}{5}}}{7^{\frac{-5}{6}} \times 6^{\frac{-2}{3}}}$$

2. Écris les nombres suivants à l'aide de puissances entières de nombres premiers :

$$A = \frac{81^7 \times 25^7 \times 121^2}{125^2 \times 147} \quad B = \frac{0,0081 \times (0,0021)^4 \times 256^3}{320^7 \times (0,0064)^5}$$

$$C = \frac{0,000144 \times 0,125 \times 216^3}{256^8 \times 0,0081} \quad D = 25^7 \times \frac{1}{1024} \times 81^5 \times 2048^4$$

3. Écris les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance d'un seul nombre :

$$E = \sqrt[3]{625} \times \sqrt{125} \times 5^7 \quad F = \frac{25^7 \times \sqrt[5]{25^3}}{\sqrt[4]{125}}$$

4. Soit a un nombre naturel.

Détermine l'entier a satisfaisant aux conditions indiquées :

$$2^{4+a} = 64; \quad 3^{12} = 9^{3a}; \quad 7^{4-a} = 1; \quad 5^a \times 25 = 125; \quad (7^a)^3 = 49; \quad \frac{13^{a-4}}{13} = 169$$

$$7^a \times 7^4 = 7^{19}; \quad 3^8 \times (3^a)^6 = 3^{20}; \quad (10^{3a})^3 \times 10^{-2} = 10^7; \quad 3125 \times 5^a = \left(\frac{1}{25}\right)^{-7}$$

5. Résous dans $\mathbb{N}$ les équations et inéquations suivantes :

$$\text{a) } (5^{x^2}) \times \frac{1}{(3125)^x} = \frac{1}{(25)^2} \quad \text{b) } (81)^2 = (3^{x^2}) \times \frac{1}{(3^7)^x} \quad \text{c) } 6^{2x-3} = 1 \quad \text{d) } 3^x = 3^{1-6x}$$

$$\text{e) } 5^x \leq 25^{3x} \quad \text{f) } 7^x < 49 \quad \text{g) } \left(\frac{1}{2}\right)^5 \geq 2^{x-1}$$

6. Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} (2^6)^{-x} \times \frac{1}{(16)^y} = 4^7 \\ (13^{-x})^2 \times \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} \times 25^{-5} \\ \frac{1}{(36^{-2})^x} \times 6^y = 6^5 \end{cases}$$

7. Ecrire les nombres suivants sous forme plus simple

$$x = \sqrt{72}; \quad t = \sqrt{54} - \sqrt{24} - \sqrt{150}; \quad u = \sqrt{20} - 2\sqrt{125} + \sqrt{180}; \quad v = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}; \quad w = \frac{\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{50}}{\sqrt{135}-\sqrt{15}}$$

EXERCICE 2:

1) Deux capitaux ont pour somme 18 000 et pour rapport $\frac{18}{27}$. Quels sont ces deux capitaux C_1 et C_2 ?

2) Deux capitaux diffèrent de 25 000 F et ont pour rapport $\frac{9}{4}$. Quels sont ces deux grandeurs ?

3) Trouver deux nombres connaissant leur rapport $\frac{2}{9}$ et leur somme 22 440 F.

EXERCICE 3 : Dans un grand magasin le rayon de fourrures a fait un chiffre d'affaires égal aux $\frac{2}{17}$ chiffre total, le rayon de confection pour hommes un chiffre égal aux $\frac{3}{11}$ du chiffre total et le rayon de confection pour dames un chiffre aux $\frac{7}{20}$ du chiffre total.

On sait que les chefs de ces rayons ont reçu des appointements dont le total s'élève à 83 070 F.

Quelle est la somme reçue par chacun si ses appointements sont proportionnels au chiffre d'affaires de son rayon ?

M. Almame Traoré prof de maths

La meilleure manière de vaincre les mathématiques c'est de les aimer et de les appliquer toutes les minutes

EXERCICE 4: Un marchand achète une pièce de 180 m de tissu. Au moment de la mettre en vente, il s'aperçoit qu'une partie de la pièce représentant les $\frac{2}{9}$ de sa longueur est détériorée. Il divise le reste en trois coupons dont les longueurs sont inversement proportionnelles à 2 ; 4 et 7.

Quelle est la longueur de chaque coupon ?

EXERCICE 5: On veut partager une somme d'argent en deux parts inversement proportionnelles à 6 et 11, mais en réalité on partage en deux parts directement proportionnelles à 6 et 11. La première part diminue de 6400000 FCFA. Quelle est la somme que l'on partage ?

EXERCICE 6: Deux nombres X et Y satisfont à la relation $X \times 315 = Y \times 168$.

- 1) Calculer le rapport $\frac{X}{Y}$ en lui donnant la forme la plus simple possible.
- 2) Calculer ensuite X et Y dans les trois cas suivants :
 - a) La somme de deux nombres est 253.
 - b) La différence des deux nombres est 126.
 - c) Le produit des deux nombres est 1080.

EXERCICE 7: Une gratification est partagée entre trois ouvriers proportionnellement à leurs âges : 28 ans ; 40 ans ; 30 ans et inversement proportionnellement au nombre d'enfants : 7 ; 4 ; et 15. Sachant que le premier et le deuxième touchent ensemble 322000 FCFA, calculer la part de chaque ouvrier et le montant de la gratification.

EXERCICE 8: Un père de famille veut partager une somme de 6 250 000F entre trois enfants proportionnellement à leur âge respectif a , b , c tels que

$\frac{5a+12}{2} = \frac{4c}{3} = b - 7$ et que le troisième a reçu 2100 000F, calcule les âges respectifs puis les parts des deux autres enfants.

EXERCICE 9: Déterminer les dimensions d'un terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur sont proportionnelles aux nombres 13 et 10 et sachant que le terrain mesure 9200 m de périmètre.

EXERCICE 10: Une association caritative décide de distribuer la somme de 7872000F dans un pensionnat. Le partage se fait de la manière suivante :

Le $\frac{3}{5}$ de cette somme est affecté aux aveugles et les 24% du reste aux perclus.

Le reste est ensuite partagé entre les trois employés du pensionnat et directement proportionnel à leur âge : 40ans ; 30 ans et 50 ans, puis inversement proportionnel à leur année de service : 4 ans ; 6 ans et 5 ans.

1/ Quelle est la part des pensionnaires ? (Aveugles et perclus).

2/ En déduire la part des trois employés.

EXERCICE 11: Deux écoles se sont regroupées pour le transport scolaire. Le coût est de 600000 FCFA

par mois. Elles décident de supporter les $\frac{3}{4}$ des frais, le reste étant à la charge des élèves. Il y a 100 élèves dans la première école et 200 élèves dans la deuxième.

- 1) Quel est le montant des frais supportés par les deux écoles ?
- 2) Les deux écoles partagent le montant des frais proportionnellement au nombre d'élèves. Combien paye chacune des écoles ?
- 3) Combien paye chaque élève ?

EXERCICE 12: Entre le 1^{er} janvier et le 31 décembre, messieurs COULIBALY, KEITA et TRAORE, salariés d'une entreprise ont travaillé respectivement 5,8 et 12 mois.

Calculer le nombre de jours de congés rémunérés auquel peut prétendre chaque salarié sachant que ce nombre de jours de congé est proportionnel au nombre de mois de travail et que le nombre total de jours de congé alloués est de 50 jours.

EXERCICE 13: Un employé est chargé de partager une prime P entre trois contremaîtres, proportionnellement à leurs salaires annuels : 42000F ; 35000F ; 28000F, proportionnellement à leurs années de service : 7 ; 5 ; 3 et inversement proportionnel à leurs retards dans l'année : 4 ; 2 et 5. L'employé fait une erreur et ne tient pas compte de la dernière condition. Le deuxième touche alors 352,5F de moins qu'il aurait dû toucher.

M. Almame Traoré prof de maths

La meilleure manière de vaincre les mathématiques c'est de les aimer et de les appliquer toutes les minutes

Quelle était la prime P à partage ?

EXERCICE 14: Si l'on paie 18 m de tissu 900 FCFA, combien paiera-t-on 10m ; 12m ; 7,5m ; 24m de ce tissu ?

EXERCICE 15: Trois amis se partagent une somme de 2 016 000F proportionnellement à leur âge respectif a, b, c tels que $\frac{3a+12}{2} = \frac{6c}{4} = b + 3$ et que le troisième a reçu 720 000F, calcule les âges respectifs puis les parts des deux autres amis

EXERCICE 16: On doit réparer la cage d'un ascenseur qui dessert 6 étages et un appartement par étage. La dépense totale est 21378 FCFA.

Combien paiera le propriétaire de chaque appartement sachant que la dépense est proportionnelle au numéro de l'étage ? (le réez- de chaussée n'est pas compris dans les six étages) .

EXERCICE 17: Un oncle avait décidé de partager sa fortune entre ses trois neveux Mamadou, Bakary et Seydou en parties directement proportionnelles à leurs âges : 8 ; 12 et 18 ans.

Il révisé son testament et fait le partage inversement proportionnel aux âges.

a°/ Calculer la part de chaque bénéficiaire en fonction de la fortune dans les deux cas de partage.

b°/ Quel est le neveu qui conserve la même part ?

c°/ Sachant que le neveu qui conserve sa part dans les deux partages a reçu 18000F, calculer le montant de la fortune partagée

EXERCICE 18: L'entreprise TOURE à Bamako dispose une somme de 1000000 FCFA qu'elle décide de répartir de la façon suivante :

17,5 % de cette somme seront affectés à la constitution d'un fond de retraite, sur le reste 8 % sont destinés aux œuvres sociales et le reste est partagé entre 4 salariés A, B, C et D directement proportionnellement à leur ancienneté respective : 5 ans, 2 ans, 15 ans ,8ans.

1) Effectuer le partage.

2) Le partage est remis en question par monsieur TOURE qui envisage de tenir compte, en plus de l'ancienneté, du nombre de personnes en charge et du salaire mensuel de chacun.

	A	B	C	D
Proportionnelle à l'ancienneté	5 ans	2 ans	15 ans	8 ans
Proportionnelle au nombre de personnes à charge	4	5	3	5
Inversement proportionnelle au salaire mensuel	200000	200000	300000	160000

Effectuer le partage.

EXERCICE 19: Alaboury, Yacouba, Massiré et Diala qui sont associés dans une entreprise décident de se partager un bénéfice de 144900 euros, proportionnellement à leurs apports.

On sait que la somme des apports est 210000 euros, que **Alaboury** a apporté 30000 euros que **Diala** a apporté 75000 euros et que la part de bénéfice de **Yacouba** est 31050 euros.

Calculer les apports de **Yacouba**, **Massiré**, ainsi que toutes les parts de bénéfice.

EXERCICE 20: Dans un héritage, les parts de trois personnes sont proportionnelles à 3, 5 et 8. Le double de la part de la première, augmenté du quadruple de la part de la seconde et diminué de la part de la troisième vaut 1 080f. Trouver la part de chacune des trois personnes.

EXERCICE 21: Trois personnes **Houry**, **Adama**, et **Namina** s'associent pour fonder une société. Les apports de chacune d'elles sont ainsi :

Houry apporte $\frac{3}{8}$ du capital, **Adama** apporte $\frac{3}{4}$ du reste et **Namina** apporte 85000 euros.

Après deux années d'activité, le bénéfice net s'élève à 160000 euros dont la répartition s'effectue ainsi : 20% en réserve, 15% du reste sont remis au gérant **Adama**, ce qui reste est distribué aux trois associés proportionnellement à leurs apports.

1- Calculer le capital de la société.

2- Calculer le montant de l'apport de chaque associée.

3- Calculer le montant de la part de bénéfice de chaque associée.

M. Almame Traoré prof de maths

La meilleure manière de vaincre les mathématiques c'est de les aimer et de les appliquer toutes les minutes

EXERCICE 22 : Un père avait établi son testament entre ces trois enfants de l'ainé au benjamin proportionnellement à leurs âges : 11 ans ; 8 ans et 6 ans. A la suite d'une dispute familiale il décide de sanctionner le fautif en changeant le testament. Ainsi les différents parts sont proportionnelles aux nombres : 3 ; 2 ; 11 et inversement proportionnelles aux nombres 10 ; 5 ; 20 toujours de l'ainé au benjamin ; on appelle H le montant de l'héritage.

- 1) Exprimer en fonction de H les parts respectives lors du premier testament.
- 2) Exprimer en fonction de H les parts respectives lors du second testament
- 3) Lequel des trois enfants gagne ? Lequel perd ?
- 4) Un enfant estime qu'il a eu 1 000 000 FCFA de plus
 - a) Quel le montant de l'héritage ?
 - b) Déterminer les parts définitives de chaque enfant.

EXERCICE 23 : Au mois de décembre 2015, un artisan décide de donner à ses trois apprentis **Bourama**, **Madou** et **Cheick** une gratification proportionnellement à leur âge, mais inversement proportionnelle au nombre de pièces mal fabriquées et au nombre d'heure d'absence pendant le mois. L'artisan dispose de 600000 FCFA.

Combien donnera-t-il à chacun des apprentis ?

	Age	Pièces râtées	Heures d'absence
Bourama	17 ans 8 mois	7	1
Madou	16 ans 11 mois	2	5
Cheick	18 ans 2 mois	1	3

EXERCICE 24 : Un père veut partager son héritage H entre ces trois enfants directement proportionnels à leur âge : 15 ans ; 14 ans et 9 ans et inversement proportionnel au rang de leurs mère : 3 ; 2 et 3.

En ne tenant pas compte de la deuxième condition il fait une erreur. Il décide ainsi de faire un partage directement proportionnelle au rang de leur mère.

Le deuxième enfant atteste avoir perdue une somme de 560000 FCFA après ce partage.

Trouver le montant H de l'héritage du père et faite correctement le partage.

EXERCICE 25 :

A. Une Organisation non Gouvernementale (ONG) veut partager 400Kg de denrées alimentaires entre trois déplacés venus de Kidal. Les informations sur les déplacés sont consignées dans le tableau suivant :

Informations	Âges (en années)	Nombre d'enfants	Distances parcourue (en Km)
Déplacé A	25	2	300
Déplacé B	40	5	225
Déplacé C	35	3	200

Détermine la part de chacun si le partage est :

1. Directement proportionnel à l'âge et aux nombres d'enfants des déplacés.
 2. Inversement proportionnel à l'âge et directement proportionnel au nombre d'enfants et à la distance parcourue par chaque déplacé.
- B.** Un directeur désire récompenser ses trois employés. Il dispose 582 400 F. dans le souci de faire un partage équitable, il demande à son fils qui fait la TSECO de faire le partage proportionnellement à leurs heures de retard 3h, 1h, 2h et proportionnellement à leurs anciennetés 5 ans, 6 ans, 8 ans et enfin proportionnellement à leurs nombres d'enfants 2, 3 et 4 enfants. Trouve la part de chacun.