

BEMBUS-MALI

AU SERVICE DE LA NATION

« Le savoir est la plus grande des richesses : on le donne sans réussir à l'épuiser »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant Chercheur, économètre, gestionnaire de la politique économique

Tél : (00223) 69 - 50-23-20/ 76 - 43-95-33 mël : bbtraoremali@yahoo.fr

Nom :

Prénom :

N° de téléphone :

Adresse :

Mathématiques

TS éco

Bamako, février 2020.

Dossier n°1 : 25 exercices / mathématiques financières

Exercice 1 :

Un capital de 90 000F est placé le 22 mai au taux $t\%$. L'intérêt produit au 26 août est de 1 680 F. Calculez le taux.

Réponse : 7%

Exercice 2 :

Un capital de 270 000F placé le 24 mai est devenu 274 770F le 07 septembre. Calculez le taux.

Réponse 2 : 6%

Exercice 3 :

Un capital placé le 16 juin a acquis une valeur de 607 920F le 21 août au taux de 7,2%. Calculez le capital.

Réponse 3 : 600 000 F

Exercice 4 :

Un opérateur chargé de calculer l'intérêt d'un capital au taux de 6% pendant 45 jours s'est trompé de calculer sur la base de 365 jours. La différence dégagée est de 27F. Calculer le capital.

Réponse 4 : 262 800 F

Exercice 5 :

Le produit de l'intérêt civil et commercial égal à 27 247 104 F. Calculer l'intérêt commercial. Cet intérêt a été produit par un capital de 394 200F pendant 80 jours. Calculer le taux.

Réponse : 5 256 F et 6%

Exercice 6 : Calculez le taux moyen des capitaux :

- 400 000 F placé à 5% pendant 1 mois et 5 jours ;
- 350 000 F placé à 6% pendant 2 mois
- 380 000 F placé à 7% pendant 2 mois et 15 jours.

Réponse : 6,23%.

Exercice 7 :

Un capital de 90 000F est placé à intérêt précompté au taux de 6% pendant 75 jours. Calculez le taux effectif de placement de deux manières.

Réponse : le taux effectif t_{ep} = 6,076%

Exercice 8 : Un capital est placé à intérêt précompté au taux de 7% pendant 5 mois. Calculez le taux effectif de placement.

Solution : 7,21%

Exercice 9 : Trois capitaux sont placés :

- C placé à 4,5% pendant 15 jours ;
- 75 000 F placé à 6,3% pendant 30 jours
- 90 000 F placé à 7,2% pendant 45 jours.

Le taux moyen de placement de ces capitaux est de 6,58125%. Calculez le montant du 1^{er} capital.

Réponse = 60 000F

Exercice 10 :

Mr X détient trois capitaux dont les montants sont en progression arithmétique et de somme 81 000F. ils sont placés, le 1^{er} à 6% pendant 90 jours, le 2^{ème} à 4,5% pendant 60 jours, le 3^{ème} à 7,2% pendant 30 jours. Le taux moyen de ces placements est de 5,7375%. Déterminez les trois capitaux

Solution : 18 000F ; 27 000F, 36 000F

Exercice 11 :

Une somme de 690 000 est divisée en trois capitaux en progression arithmétique de raison 15 000F.

1/ Calculez les trois capitaux

2/ Une personne place ces trois capitaux, le 1^{er} mars, à intérêts simples au taux 6%. Calculer la somme totale recueillie le 30 avril.

Réponse : on trouve les capitaux 215 000 ; 230 000 et 245 000

Exercice 12 :

Deux capitaux dans le rapport 2/3 sont tels que le triple du 2^{ème} dépasse le double du 1^{er} de 25 000F.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés au même taux, ont rapporté en 75 jours 375F. Calculer le taux.

Réponse : a. 10 000F et 15 000F **b.** 7,2%

Exercice 13 :

Deux capitaux dans le rapport 7 / 5 sont tels que le triple du 2^{ème} dépasse le 1^{er} dépasse de 8.000.

a. Calculer les 2 capitaux.

b. Les deux capitaux, placés le 15 mars, ont rapporté 1 056F, au taux de 6%. Déterminer l'échéance commune des deux capitaux.

Réponse : a. 56 000F et 40 000F **b.** le 20 mai.

Exercice 14 :

Trouve trois réels A, B, C en progression arithmétique de raison « r » tels que :

1.-) $A + B + C = 240\,000$ et $C - A = 10\,000$ → Rép : 75 000 ; 80 000 et 85 000

2.-) $2A + 3B - C = 83\,000$ et $C + A = 46\,000$ → Rép : 20 000 ; 23 000 et 26 000

Exercice 15 :

Trouve trois réels A, B, C en progression géométrique de raison « q » tels que :

1.-) $A + B + C = 21\,000$ et $C - A = 9\,000$ → Rép : 3 000 ; 6 000 et 12 000

2.-) $A + B - C = 2\,540$ et $C + A = 3\,260$ → Rép : 2 000 ; 1 800 et 1 260

Exercice 16 :

On fait un capital C en trois capitaux proportionnels aux 2/3 ; 3/7 ; 4/5. Les trois capitaux, placés le 15 avril au taux 9%, ont rapporté ensemble 945,25F au 19 juillet.

Calculer les trois capitaux.

Réponse : 14 000F ; 9 000F et 16 800F.

Exercice 17 :

On fait un capital C en trois capitaux inversement proportionnels aux $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{5}$. Les trois capitaux, placés le 10 février au taux 9%, ont acquis ensemble 224 321,4F au 07 mai. Calculer les trois capitaux.

Réponse : 64 800F ; 100 800F et 54 000F.

Exercice 18 :

Trois capitaux proportionnels aux 2 ; $\frac{1}{3}$; 4 sont tels que le double du 1^{er} augmenté du triple du 2^{ème} dépasse le 3^{ème} de 6 300F. Les trois capitaux, placés le 22 janvier au taux t, ont rapporté ensemble 5 20,695F au 19 avril.

Calculer les trois capitaux

Calculer le taux t

Réponse : a. 12 600F ; 2 100F et 25 200F b. taux = 5,4%

Exercice 19: Un effet de valeur nominale 120 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 9%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plutôt au taux 7,2%, l'escompte aurait augmenté de 120 F. Calculer n ?

Réponse : $\frac{120\,000 \cdot 7,2 \cdot (n+20)}{36\,000} - \frac{120\,000 \cdot 9 \cdot n}{36\,000} = 120$ on trouve n = 60 jrs

Exercice 20: Un effet de valeur nominale 180 000F est escompté à n jours avant son échéance au taux 7,2%. Si l'effet avait été escompté 20 jours plus tard, au taux 9%, l'escompte aurait diminué de 270 F. Calculer n ?

Solution : $\frac{180\,000 \cdot 7,2 \cdot n}{36\,000} - \frac{180\,000 \cdot 9 \cdot (n-20)}{36\,000} = 270$ on trouve n = 70 jrs

Exercice 21: Un effet de valeur nominale 210 000F est escompté à 90 jours avant son échéance au taux t. Si l'effet avait été escompté 30 jours plutôt, au taux (t+1), l'escompte aurait augmenté de 525 F. Calculer t ?

Solution : $\frac{210\,000 \cdot t \cdot (90+30)}{36\,000} - \frac{210\,000 \cdot (t+1) \cdot 90}{36\,000} = 525$ on trouve t = 6 %

Exercice 22: Un effet de commerce à 40 jours à courir. La somme $e + e' = 90,50$ et le produit $e \times e' = 2\,047,50$.

Déterminer la valeur nominale puis le taux de l'escompte.

Réponse : e = 45,5 et e' = 45 V = 4 095 F taux = 10%

Exercice 23:

Les escomptes commercial et rationnel s'élèvent respectivement à 10,68 F et 10,58F. Quel est le taux qui a été utilisé pour les déterminer sachant que l'effet a encore 50 jours ?

Réponse : on trouve V = 1 129,944 F et 6,81%

Exercice 24 :

Trois effets dont les valeurs nominales sont proportionnels aux 3, 7 et 9 sont escomptés aux taux 9% ; 7,2% et 6%. Les échéances sont 90 jours, 12 jours et 150 jours. La somme des valeurs actuelles est 482 027F. Calculer les 3 valeurs nominales.

Réponse : 78 000F ; 182 000F et 234 000F.

Exercice 25 : Un effet à 30 jours est escompté au taux de 5%. S'il avait été négocié 15 jours avant au taux de 4,5% l'escompte aurait augmenté de 3,50F. Quelle est la valeur nominale de cet effet ?

Réponse : 2 400 F.

Dossier n°2 : Analyse**Exercice 1 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes**

$A(x) = x^2 - 3x + 2$	$F(x) = \frac{7x+2}{x^2+4}$	$K(x) = \sqrt{x-2}$
$B(x) = \frac{x+3}{x}$	$G(x) = \frac{x-8}{x^2+1}$	$L(x) = \sqrt{x^2+2}$
$C(x) = \frac{x}{x+1}$	$H(x) = \frac{7x+2}{2x^2+2x-12}$	$M(x) = \sqrt{x^2-1}$
$D(x) = \frac{x+5}{x^2-1}$	$I(x) = \frac{x^2+2}{3x^2+x+5}$	$N(x) = \sqrt{2+ x }$
$E(x) = \frac{5x-2}{x^2+2x-15}$	$J(x) = \frac{2x-1}{1+ x }$	$P(x) = \frac{6x-5}{\sqrt{x-2}}$

Exercice 2 : calcul

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^5 - 7x^3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (9x^2 - x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x + 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{3x^2+2x+1}}{\sqrt{7x^2-x+2}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{9x^2+2x+1}}{5x+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2+2}}{x+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2+3} + 2x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^3-3x^2+1}}{x^3+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^3-x^2}}{x-5} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 2x^2 - 5x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 7x + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 - 7x + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+3}{\sqrt{x^2-7x+1}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x+3}{\sqrt{x^2-7x+1}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{2x^2-x+1}}{\sqrt{3x^2+2x-5}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{2x^2-x+1}}{\sqrt{3x^2+2x-5}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{5x^2-x+1}}{2x-7} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{5x^2-x+1}}{2x-7} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2+x}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3+5x^2}{x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-3}{x^2-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-6}{x^2-3x+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1+x}{x^3+1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-x}{x^3-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{2x^2-13x+15}{x^2-2x-15} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x}{x-2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{2x-5}{1-x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x-3}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x-3}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x-3}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x+2}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{1-x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{1-x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5-x}{4-x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{5-x}{4-x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5-x}{4-x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{-x}{x^2-9} \right)$$

$$1.-/ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x^2-x} \right) \text{ Réponse : } -1$$

$$2.-/ \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3-x}{x^2-9} \right) \text{ Réponse : } \frac{1}{6}$$

$$3.-/ \lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x+\sqrt{12+x}}{3+x} \right) \text{ Rép: } \frac{7}{6}$$

$$4.-/ \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x+\sqrt{5+x}}{3x+\sqrt{10+x}} \right) \text{ Réponse : } \frac{54}{76}$$

$$5.-/ \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-\sqrt{x}}{3-\sqrt{10-x}} \right) \text{ Réponse : } -3 \quad 6.-/ \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{1-\sqrt{x-2}} \right) \text{ Réponse : } -\sqrt{3}$$

Sujet d'examen : Calculer les limites

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2+5x+4}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^2+4}}{\sqrt{3x^2-7}}$
$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{8-x}-1}{3-\sqrt{x+2}}$	$\lim_{x \rightarrow a^2} \frac{\sqrt{4x}-2a}{x-a^2}, a>0.$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{1-3x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3-7x+6}{1-5x^3}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-7x+6}{2x^3-x^2+x}$
$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{4x^3-7x+6}{1-5x^2}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^3-4}-7x+6}{2x\sqrt{x+3}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3-4}-7x+6}{2x\sqrt{x+3}}$
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{x}$
$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-5}{x^2+x-6}$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-5}{x^2+x-6}$	$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-5}{x^2+x-6}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2+x-6}{ x+3 }$	$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2+x-6}{ x+3 }$

Sujet d'examen : Calculer les limites

1	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2+4x-12}$	6	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+2}-\sqrt{11x-6}}{x+1-\sqrt{x+3}}$
2	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+4x^2+5x+2}$	7	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-7x^2+15x-9}{x^2-6x+9}$
3	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-\sqrt{12+x^2}}{3x^2-7x+2}$	8	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$
4	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-3x^2+4}{3x^3-13x^2+16x-4}$	9	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{\sqrt{x}-1}$
5	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{2-\sqrt{x^2-x+2}}$	10	$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{-2x^2+x+3}{-2x^2+5x-3}$

1.- $f(x) = 4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + x + 3$	6.- $f(x) = \frac{2}{x^7} + \sqrt[5]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x}$
2.- $f(x) = -x^5 + x^4 - x^3 + 5x + 20$	7.- $f(x) = x^{-7} + \frac{1}{x^{-5}}$
3.- $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$	8.- $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[5]{x}$
4.- $f(x) = \sqrt{x} - 5\sqrt[3]{x}$	9.- $f(x) = \frac{2}{x^n} + \sqrt[n]{x}$
5.- $f(x) = 7x^3 + \frac{2}{x^4} + 4x^5 - x + 3$	10.- $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$

Exercice 2 : calculer la dérivée de $f(x)$

1.- $f(x) = \frac{3x+2}{7x-1}$	6.- $f(x) = (5x+3)^2$
2.- $f(x) = \frac{x^2-x+3}{x^2-1}$	7.- $f(x) = (x^2 - 2x + 3)^4$
3.- $f(x) = \sqrt{3x^2 - 4x + 1}$	8.- $f(x) = \frac{1}{(3x^2-7x)}$
4.- $f(x) = 5x + 6 + \frac{2}{x-3}$	9.- $f(x) = \frac{4x-5}{1-x}$
5.- $f(x) = (2x^2 - x + 3)^7$	10.- $f(x) = \frac{x^2-5x}{3x-1}$

Exercice : calculer la primitive F(x)

1.-) $f(x) = x^2 + x^{-2} + 3x^8 + \frac{1}{2}x^{-7}$ 2.-) $f(x) = \sqrt[5]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{4}{\sqrt[6]{x}}$
 3.-) $f(x) = \sqrt[7]{x^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^{11}}}$ 3.-) $f(x) = x^{\frac{3}{7}} + x^{\frac{-11}{3}}$

Exercice : Trouver l'ensemble des primitives

$f(x) = (2x-3)(x^2-3x+5)^7$ $f(x) = (2x-5)^9$ $f(x) = \sqrt{4x+3}$

$f(x) = (x-5)(x^2-10x+4)$ $f(x) = \sqrt[3]{4x+3}$ $f(x) = \frac{1}{(2x-3)^7}$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x+3}}$ $f(x) = \frac{1}{(x-11)^3}$ $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x+8}$ $f(x) = \frac{3x^5-7x^2+x+1}{x-1}$

$f(x) = \frac{-12x+2}{3x^2-x+8}$ $f(x) = \frac{5}{x^2+2x+1}$ $f(x) = \frac{x+7}{(x^2+14x+1)^2}$

$f(x) = \sqrt{5-7x}$ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2+7}}$ $f(x) = 4x-3 + \frac{6}{(x-2)^7}$ $f(x) = 4x-3 + \frac{6}{(x-2)^7}$

$f(x) = \frac{5}{x^4} + \frac{3}{x^2} - \frac{53}{x^7}$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+7}}$

Exercice 1 :

Soit $f(x) = \frac{-x^2+3x-4}{x-2}$ et (C) sa courbe représentative

1.-)

a.-) Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

b.-) Déterminer trois réel a, b, c tels que pour tout x de Df,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

c.-) En déduire que la droite (D) d'équation : $y = -x + 1$ est asymptote à (C).

2.-) Calculer $f'(x)$

3.-) Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{-x} dx \quad B = \int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx \quad C = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) dx$$

Exercice 2

I.-/ On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$

1.-)

a.-) Vérifier que $P(x) = (x-1)(2x-1)(x+3)$

b.-) En déduire les solutions dans R de l'équation $P(x) = 0$

2.-) S'aider de la question 1, pour résoudre dans R les équations suivantes :

a.-) $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 8 \ln x + 3 = 0$

b.-) $\ln 2x - \ln 3 = \ln(1+x^2) - \ln(4-x^2)$

II.-/ Déterminer une primitive de f dans chacun des cas suivants :

$$1.-/ f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} \text{ sur } \mathbb{R}^* \quad 2.-/ f(x) = 1 + \frac{1}{2x+1} - \frac{3}{(x+3)^4} \text{ sur } [0; +\infty[$$

$$3.-/ f(x) = \frac{(\ln x)^3}{x} \text{ sur } \mathbb{R}^* \quad 4.-/ f(x) = \frac{1}{x \ln x} \text{ sur }]1; +\infty[$$

Exercice 3 :

Une entreprise fabrique un produit dont les charges variables notée C(x) dépendant de la quantité x d'objets fabriqués. On donne $C(x) = x^2 - 20x + 400$ en euros .

1.-)

a.-) Quelles sont les valeurs possibles de x ?

b.-) Déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges minimales.

c.-) Représenter graphiquement la fonction C

2.-) Les charges moyennes unitaires sont définies par $C_m = \frac{C(x)}{x}$

a.-) Détermine la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimales

b.-) Représenter graphiquement la fonction C.

3.-/ cette vend 100 € chaque objet fabriqué

a.-) Exprime le bénéfice brut B(x) de cette entreprise en fonction de x

b.-) Quelle est la quantité d'objets à fabriquer pour avoir le bénéfice maximal ?

Exercice 4 :

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{2(x^2 - x + 1)}{x-1}$.

Etudier et représenter graphiquement

Fiche de TD TS éco : Economie – Comptabilité – Maths * BEMBUS-MALI au service de la nation**
Etude de fonction économique / Exercice 1

La production exprimée en tonne d'une entreprise sur les cinq dernières années est donnée par la fonction suivante

$$t \rightarrow f(t) = -\frac{t^2}{2} + 2t + 36 \text{ où } t \text{ s'exprime en années.}$$

- 1.-) Calculer la dérivée de la fonction $f(t)$ puis en déduire le tableau de variation de f . donner une interprétation commerciale en utilisant le tableau.
- 2.-) Tracer la courbe (C_f) de f dans un repère orthonormé ($O ; i ; j$)
- 3.-) La production totale sur les cinq années est donnée par $\int_0^5 f(t)dt$.
Calculer la production totale.

Etude de fonction économique / Exercice 2

Une entreprise fabrique des objets. On estime que le bénéfice, en centaine d'euros, réalisé par la production et la vente de x centaines d'objets est : $B(x) = 3x^3 + 33x - 54$ où $1 \leq x \leq 10$.

- 1.-) Calculer $B'(x)$. en déduire le tableau de variations de N sur $[0 ; +\infty[$
- 2.-) Quel est le nombre d'objets à produire, et à vendre, pour réaliser un bénéfice maximum ? Préciser la valeur de ce bénéfice.

Etude de fonction économique / Exercice 3

On note $f(x)$ la population (en milliers) d'une ville fondée en 1960, où x désigne la durée écoulée depuis le début de l'année 1960, exprimée en années.

On donne $f(x) = \frac{60x+40}{x+10}$ où $x \in [0; \infty[$.

- 1.-) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{x+10}$ pour $x \in [0; \infty[$.
- 2.-) a.- Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$
b.-) Justifier que la population est croissante
- 3.-) a.-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 52$
b.-) En déduire à partir de quelle année la population de cette ville sera supérieur à 52 000 habitants.
- 4.-) a.-) Quelle est la limite de f en $+\infty$
b.-) En déduire une interprétation quant à la population de cette ville ;
- 5.-) Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé
1 cm = 10 ans sur l'axe x
1cm = 10 000 habitants sur l'axe y

Etude de fonction économique / Exercice 4

Une usine fabrique « x » produits ($0 \leq x \leq 30$). Les frais de production sont donnés par $f(x) = x^2 + 5x + 10$.

Calculer le moyen $g(x)$ et le coût marginal $h(x)$.

Calculer la quantité x qui minimise le coût moyen.

Etude de fonction économique / Exercice 5

Un fabricant de postes de radio produit x postes par semaine à coût total de :

$f(x) = \frac{x^2}{25} + 3x + 100$ francs. Il est en régime de monopôle et la demande de son marché est $x = 75 - 3p$; où p est le prix d'un poste.

- 1.-/ Trouver la fonction du bénéfice $B(x) = \text{recette totale} - \text{coût total}$

2.- / Trouver le nombre de postes que ce fabricant doit produire par semaine pour maximiser son bénéfice.

3.-/ Quel est le bénéfice maximum ? Quel est le prix p de monopole ?

Etude de fonction économique / Exercice 6

Une entreprise fabrique des jouets de modèles X. Le modèle X, se vend à 1F pièce.

Le coût de fabrication, exprimé en F, est donné par la fonction suivante :

$f(x, y) = 8x^2 - 2x - 1\,000$ où x est le nombre de jouets. On suppose que toute la production est écoulee sur le marché.

1.- déterminer la fonction $P(x)$, le profit de l'entreprise lorsqu'elle a vendu x jouets.

2.- La capacité de production de l'entreprise est au total 20 jouets par jour. En supposant que l'entreprise tourne à plein régime, trouver le nombre de jouets permettant de maximiser le profit quotidien. Calculer dans ce cas le profit réalisé.

Etude de fonction économique / Exercice 7

Le coût moyen de production d'une entreprise est une fonction de la quantité x produite

$$f(x) = x^2 - 150x + 8\,000$$

1/ Déterminer la quantité x qui minimise le coût moyen puis trouver la valeur du coût moyen minimum.

2/ déterminer la fonction coût total de production et la fonction coût marginal de production.

3/ le prix de vente unitaire étant de 7 550F, déterminer la fonction profit et en déduire le profit maximum de l'entreprise.

Etude de fonction économique / Exercice 8

1/ connaissant le coût marginal d'une unité produite x : $C_{Ma} = x^2 - 11x + 10$.

Trouver le coût total et le coût moyen si les coûts fixes sont de 60.

2/ Si le revenu marginal est $R_{Ma} = -4x^2 + 42x - 20$, déterminer le revenu total et la fonction de demande.

3/ Déterminer la quantité qui maximise le profit total, en déduire le profit total.

Etude de fonction économique / Exercice 9

Un fabricant de pièces métalliques réalise une production annuelle de x unités pour un coût total de :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 48x$$

1/ Déterminer en fonction de x le coût marginal $C_m(x) = f'(x)$ et le coût unitaire moyen

$$C_M(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

2/ Montrer que si x_0 est la production pour laquelle le coût unitaire est minimum, on a $f'(x_0) = C_M(x_0)$

3/ On suppose que le prix du marché étant $P = 36$ par unité vendue. Montrer que le Bénéfice en fonction de x s'exprime par $B(x) = x[p - C_M(x)]$ Définir la production optimale.

4/ On suppose maintenant que le prix de vente p dépend de la production x que l'entreprise décide d'écouler sur le marché : $p = 50 - x$.

Quelle est la valeur de la production qui maximise le bénéfice ?

Calculer l'élasticité E de la demande par rapport au prix ($E_{x/p} = \frac{\partial x}{\partial p} * \frac{p}{x}$)