



TELEPHONE : (00223) 90.42.16.08

Année scolaire : 2024 – 2025 Série : TSEco

Travaux dirigés sur les primitives et intégrales :

Cas 1 : Les primitives

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de la fonction f :

$$f(x) = x^4 + x^2 - x ; f(x) = ax^2 + bx + c ; f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} - x ; f(x) = 2x(x^2 + 1)^4 ;$$

$$f(x) = -x(1 - x^2)^3 ; f(x) = (2x - 1)(x^2 - x + 3) ; f(x) = x(x^2 + 3)^4 ; f(x) = \sqrt{5x + 2} ;$$

$$f(x) = x^2 - x + \frac{1}{3x^2} ; f(x) = \frac{x^4 + 4x^2 - 2}{x^2} ; f(x) = \frac{2x-1}{(x^2-x+1)^2} ; f(x) = \frac{x}{(x^2+5)^2} ; f(x) = 5x^4 - \frac{7}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{8x^3} ;$$

$$f(x) = 5x - \frac{4}{x^3} + \sqrt{x} ; f(x) = -x^3 + \frac{3}{4}x + 8.$$

Cas 2 : Les primitives

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de la fonction f vérifiant la condition indiquée :

$$1.) f(x) = \frac{1}{x^2} \text{ et } F(-1) = 2 ; 2.) f(x) = \frac{1}{x^3} \text{ et } F(1) = 2 ; 3.) f(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{3} \text{ et } F(0) = -1 ;$$

$$4.) f(x) = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ et } F(1) = 2 ; 5.) f(x) = \frac{x^4 + x^3 + x^2}{x^2} \text{ et } F(3) = 10 ; 6.) f(x) = \frac{3x^2}{(x^3 + 2)^2} \text{ et } F(0) = 1 ;$$

$$7.) f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+4}} \text{ et } F(0) = -4 ; 8.) f(x) = 2x(x^2 + 1)^3 \text{ et } F(-2) = 3$$

$$9.) f(x) = 2x + 3 \text{ et } F(1) = 0 ; 10.) f(x) = x^2 - 2x + 4 \text{ et } F(0) = -1$$

Cas 3 : Les primitives

A.) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{(x-1)^2}$

- 1.) Déterminer l'ensemble de définition.
- 2.) Déterminer les réels a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$
- 3.) En déduire la primitive de f qui s'annule en 0.

B.) Soit la fonction : $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$

- 1.) Trouver les réels a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$
- 2.) En déduire l'ensemble des primitives de f.

Cas 4 : Les intégrales

En utilisant les formules des primitives, calculer les intégrales suivantes :

$$1.) A = \int_1^2 (2x + 3) dx ; 2.) B = \int_0^1 (-2x + 4)^2 dx ; 3.) C = \int_0^1 2 dx ;$$

$$4.) D = \int_1^4 (x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx ; 5.) E = \int_{-1}^0 x^2 dx ; 6.) F = \int_1^4 (2t - \frac{1}{\sqrt{t}}) dt ;$$

$$7.) G = \int_{-2}^1 (x - 5)\sqrt{2 - x} dx ; 8.) H = \int_0^1 (4x^3 - 3x^2 + 2x - 5) dx ;$$

$$9.) I = \int_0^4 \sqrt{4x + 9} dx ; 10.) J = \int_{-1}^2 (x + 2)\sqrt{x + 2} dx ; 11.) K = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{5}{x^3} dx ;$$

$$12.) L = \int_1^2 \frac{-x+1}{\sqrt{x^2-2x+5}} dx ; 13.) M = \int_0^1 (x^2 - 1)(x^3 - 3x + 1)^3 dx ;$$

$$14.) N = \int_0^1 (-2x + 1)\sqrt{5x^2 - 5x + 4} dx.$$