

Guide et exercices sur les coûts économiques

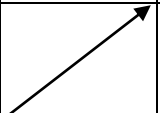
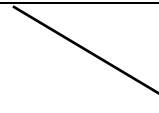
Guide : CT = Coût total ; Q = quantité ; CM = Coût moyen
 C_m = Coût marginal ; PU = prix de vente unitaire ;
 RT = recette totale ; BT = bénéfice total...

Formules : $CM = \frac{CT}{q}$; $C_m = CT' =$ la dérivée du coût total ;
 $RT = Q \times PU$; $BT = RT - CT$.

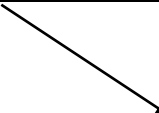
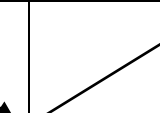
L'entreprise a pour objectif de maximiser son profit ou de minimiser son coût.

Pour trouver la quantité qui maximise le bénéfice : on calcule BT puis on cherche sa dérivée (BT') et enfin on pose $BT'=0$ et on tire Q_0 .

Il est aussi évident de dresser un tableau de variation pour une bonne visibilité.

Q	Q_0	
$BT'(q)$	+	-
$BT(q)$		

Cas où Q_0 maximise le bénéfice

Q	Q_0	
$BT'(q)$	-	+
$BT(q)$		

Cas où Q_0 minimise le bénéfice

Exercice 2 : Une usine fabrique et vend des boîtes de jeu pour enfants. Après la fabrication et la vente de q centaines de boîtes de jeu, le bénéfice net réalisé en un mois s'exprime, en dizaines d'euros, par :

$$B(q) = -q^2 + 90q - 261 \text{ pour } q \text{ compris entre 3 et 60.}$$

- 1) Calculez $B'(q)$
- 2) a) Etudiez le signe de $B'(q)$, puis en déduire les variations de la fonction B sur l'intervalle $[3; 60]$
b) Dresser le tableau de variation de B sur l'intervalle $[3; 60]$.
- 3) Pour quel nombre de boîtes de jeu fabriquées et vendues, le bénéfice réalisé par cette usine est-il maximal ? Préciser la valeur, en euros, du bénéfice mensuel maximal.

Exercice 3 : Une entreprise produit des calculatrices en quantité journalière q (exprimée en milliers).

Lorsque la quantité q est comprise entre 4 et 10, on admet que le coût de production journalier, exprimée en F CFA, est donnée par : $C(q) = 2q^3 - 96q + 1\,200$.

L'entreprise vend chaque millier de calculatrices à 198 centaines de francs F CFA.

1. En supposant que toute la production est vendue, déterminez la recette journalière en fonction de q .
2. Montrez que le bénéfice journalier $B(q)$ exprimé en centaines de francs F CFA est donné par :
 $B(q) = -2q^3 + 294q - 1\,200$, avec $q \in [4; 10]$.
3. Calculez $B'(q)$ ou B' désigne la dérivée de la fonction B .
4. Etudiez le signe de $B(q)$ sur $[4; 10]$. Dresser le tableau de variation de la fonction B .
5. En déduisez le nombre de milliers de calculatrices à produire quotidiennement pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice maximal ?

Exercice 4 : Un menuisier fabrique des objets qu'il vend à 11 700 F l'unité. Le coût de production d'une quantité q d'objets est : $C(q) = 3q^3 - 120q^2 + 1\,200q$, avec $q \in [0; 90]$.

1. Déterminez la fonction coût moyen $C_{M(q)} = \frac{C(q)}{q}$ et la fonction coût marginal : $C_{m(q)} = C'(q)$, $q \in [0; 90]$
2. Etudiez les variations de $C(q)$ et $C_{M(q)}$ sur $[0; 90]$.
3. a) Pour quelle quantité q le coût moyen C_M est minimum ?
b) Dans ces conditions, calculer le coût marginal C_m .
4. a) Calculez en fonction de q la recette $R(q)$ puis le bénéfice $B(q)$.
b) Etudiez les variations de $B(q)$.
5. Quels conseils d'économiste donnerez-vous au menuisier pour minimiser sa perte et maximiser son bénéfice.

Guide et problèmes sur les fonctions

❖ Les 3 asymptotes à la courbe

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) = b$. Alors $y = b$ est asymptote horizontale AH
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)) = \infty$. Alors $x = x_0$ est asymptote verticale A V
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$. Alors $y = ax + b$ est asymptote oblique.

❖ Equation de la tangente : $T : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Exercice 1 : on considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+3}$

1. Déterminez l'ensemble de définition de f et calculez les limites en ses bornes.
2. Mettez $f(x)$ sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+3}$ où a, b et c sont des réels dont on précisera.
3. Montrez que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est une asymptote à la courbe (C) de f .
4. Calculez $f'(x)$ puis étudier son signe.
5. Donner le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
6. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

Exercice 2 : Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$

1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction f
2. Calcule les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition
3. Calcule $f'(x)$ la dérivée de la fonction f .
4. Dresse le tableau de variation de la fonction f
5. Détermine les réels a, b, c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$
6. Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (Cf)
7. Détermine une équation à la tangente à la courbe Cf au point -2.

Exercice 3 : on considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2-3x}{x-2}$

1. Déterminez l'ensemble de définition de f .
2. Déterminez les réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
3. Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de f . Déduis – en les équations des asymptotes
4. Calculez $f'(x)$ puis étudier son signe. Et dresser son tableau de variation.
5. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0 = -2$.

Exercice 4 : on considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

1. Déterminez l'ensemble de définition de f .
2. Déterminez les réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
3. Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de f . Déduis – en les équations des asymptotes
4. Calculez $f'(x)$ puis étudier son signe. Et dresser son tableau de variation.
5. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0 = -2$