Problème :

Une entreprise artisanale Malienne fabrique des objets et vend toute sa production. Elle peut en produire au maximum 100 objets par mois.
Le coût total de fabrication mensuelle est exprimé en milliers de francs CFA en fonction du nombre x d'objets fabriqués, est donné par la fonction C définie sur [0 ; 100] par : $\boldsymbol{C(x) = 0,5\,x^2 + 70\,x + 450}$.

Chaque objet est vendu à 120 milliers de francs CFA.

1°) a. À combien s'élève les coûts fixes ?

b. Quelle est la recette associée à la vente de 30 objets ?

c. Quels sont les coûts associés à la fabrication de ces 30 objets ?

d. L'entreprise a-t-elle réalisé des bénéfices ? Si oui de combien F CFA ?

2°) a. Exprime la recette $R(x)$ en milliers de francs CFA, en fonction du nombre x d'objets fabriqués et vendu par mois.

b. Montre que le bénéfice mensuel $B(x)$, en en milliers de francs CFA, en fonction du nombre x d'objets fabriqués et vendus est :

$$\boldsymbol{B(x) = -0,5x^2 + 70x - 450.}$$

3- a. Détermine la dérivée B' de la fonction B et dresse son tableau de variation sur [0 ; 100].

b. En déduis le nombre d'objets qu'il faut fabriquer et vendre mensuellement pour obtenir le bénéfice maximal. Quelle est la valeur de ce bénéfice maximal ?

c. Représente graphiquement cette fonction et détermine l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice.

d. Résous l'inéquation $\boldsymbol{B(x) > 0}$. Interprète le résultat obtenu.