

Exercices d'entraînement

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe: TSEco

2025 - 2026

Fonctions Numériques

Exercice 01

1) Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(q) = q^2 - 3q; \quad g(x) = \frac{2x+1}{3x-1}; \quad h(x) = \frac{x-3}{x^2-7x+10}; \quad P(x) = \sqrt{x^2-3x+2}; \quad k(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{2-x}}$$

2) Calcule les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x-1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-3x^2+7x-10}{x-2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+4x^2+5x+2} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1+x}{2-\sqrt{2x+6}}; \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{1-\sqrt{-2x+3}}; \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2-7x+1}-3}{-x-1+\sqrt{x^2-x-2}} \\ \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-4x+3}{x^5-1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5-3x^2+7x-10}{8x^3-4x+3}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3-x^2-3}{6x^3+4x^2+5x+2} \end{aligned}$$

3) Calculer la dérivée de f dans les cas suivants :

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) = 3x^2 - 5x + 1; \quad \text{b) } f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + x + 1\right)^3; \quad \text{c) } f(x) = \frac{3x+4}{2x-5}; \quad \text{d) } f(x) = \frac{x^2+x+1}{x-1} \\ \text{d) } f(x) = \frac{x^3-3x^2+x+1}{3x-1}; \quad \text{e) } f(x) = (x^2-5x+2)\sqrt{x^2-5}; \quad \text{f) } f(x) = \frac{(x^2+2)(3x-5)^4}{x-7} \end{aligned}$$

Exercice 02

1) On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{(2+x)^2-4}{x}; \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 8 + \frac{3}{2}a \end{cases}$$

Détermine la valeur du réel a pour que f soit continue en 0.

2) On donne $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

b) Montrer que f est prolongeable par continuité en 3 et donner son prolongement par continuité.

3) On donne $g(x) = \frac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) g est elle prolongeable par continuité en $x_0 = 2$? Si oui définir son prolongement.

Exercice 03

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

soit (C) la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f: x \mapsto -x^3 + 3x + 1.$$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

- 3) Calculer f' de f .
- 4) Dresser le tableau de variation de f .
- 5) Préciser les extremums relatifs.
- 6) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
- 7) compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

- 8) Construire (C) et ses asymptotes.

Exercice 04

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x + 8}{x - 3}.$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique **0,5cm**).

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f et calculer les limites en ses bornes. En déduire l'équation de l'asymptote verticale (Γ) à (C) .
- 2) a) Montrer que $\forall x \in D_f; f(x) = 2x + \frac{8}{x-3}$.
b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x$ est asymptote à (C) .
c) Préciser la position de (Δ) par rapport à (C) .
- 3) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
- 4) Montrer que le point $I(3; 6)$ est centre de symétrie de (C) .
- 5) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en $x_0 = 0$.
- 6) Construire $(\Delta), (C)$ le repère.

Exercice 05 Extrait De BAC TSEco 2018

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$$

1. Détermine le domaine de définition de f .
2. Détermine trois nombres réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
3. Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de f . Déduis-en les équations des asymptotes.
4. Calcule $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f .
5. Etudie le signe de $f'(x)$. Déduis-en le sens de variations de f .
6. Construis la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(o; I; J)$ avec $OI=2$ cm et $OJ=1$ cm.
7. Calcule l'aire en cm^2 de la portion du plan comprise entre la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 4$ et $x = 6$.

Exercice 06

le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

soit (C) la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}.$$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

3) Soit (D) la droite d'équation $y = x - 3$.

a) Déterminer trois nombres réels a , b et c tels que :

$$\forall x \neq -2; \quad f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}.$$

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est asymptote à (C) .

c) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D) .

4) a) calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b) Dresser le tableau de variation de f .

5) Montrer que le point $I(-2; -5)$ est centre de symétrie de (C) .

6) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

7) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes du repère.

8) Construire (C) et ses asymptotes.

Exercice 07

Madame Tranquille est une vendeuse du jus en bidons au Lycée. Grace à l'aide de son fils qui est en 11^{ème} Sciences Economique et Sociale, elle a estimé le coût total $C(x)$ de production quotidienne de x bidons de jus, en €:

$$C(x) = 0,5x^2 + 15x + 10 \text{ avec } 0 \leq x \leq 100.$$

1. Calcule le coût total de fabrication de 12 bidons de jus.

2. On appelle $R(x)$ la recette obtenue par la vente de x bidons.

a. Sachant que chaque bidon est vendu 50€, exprime $R(x)$ en fonction de x .

b. Madame Maïga a vendue 12 bidons, combien a-t-elle gagnée en € ?

3. $B(x)$ est le bénéfice obtenu par la vente de x bidons de jus.

a. Montre que $B(x) = -0,5x^2 + 35x - 10$.

b. Calcule le bénéfice réalisé pour la vente de 12 bidons de jus.

c. Détermine la quantité de bidons de jus à produire pour que la production soit rentable.

d. Etudie les variations de $B(x)$.

e. Déduis en la production correspondant au bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice.

f. Construis la courbe du bénéfice. Réponds graphiquement à la question 3.c.

Exercice 08 : Extrait du Bac TSEco 2016

On se propose d'étudier les effets du volume de la récolte mondiale d'un produit agricole sur les prix atteints par ce produit. Par la suite, x désigne la quantité récoltée en millions de tonnes. La recette totale en millions de francs CFA est donnée par la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $R(x) = -0,4x^2 + 8x$.

1. Etudiez la fonction R et la représenter graphiquement (2 pts)

2. L'ensemble des charges totales (entraînées par la récolte) est donné par la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$.
 - a. Déterminez les points d'intersection de cette droite avec la parabole précédente représentant la recette totale. (1 pt)
 - b. Déterminez graphiquement la zone correspondant à un gain. (2 pts)
Déterminez la fonction bénéfice B et la représenter graphiquement. Déterminez la valeur de x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum. (3 pts)

Exercice 09 : Extrait du Bac TSEco 2017

Une ébénisterie fabrique entre 10 et 40 bibliothèques par mois. On estime que le coût de fabrication de q bibliothèques est $C(q) = 10q^3 + 5000q + 20000$ en FCFA. Chaque bibliothèque est vendue à 32000FCFA.

1°/ a) Détermine le cout de fabrication de 12 bibliothèques. (1pt)

b) L'ébéniste dégage - t - il des bénéfices pour la fabrication de 12 bibliothèques ? (2pts)

2°/ On note $B(q)$ le bénéfice en FCFA obtenu par la fabrication et la vente de q bibliothèques.

a) Montre que $B(q) = -10q^3 + 27\,000q - 20000$. (2pts)

b) Etudie les variations de B sur l'intervalle $[10; 40]$. (2pts)

c) Dresse le tableau de variation de B sur $[10; 40]$. (2pts)

d) En déduis le nombre de bibliothèques que l'ébénisterie doit fabriquer et vendre par mois pour dégager un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?

Exercice 10 : Extrait du Bac TSEco 2019

Les coûts de production d'un bien de grande consommation sont calculés par l'expression $CT(x) = 0,1x^2 + 16000$, où x est le nombre d'unités produites et $CT(x)$ le coût total en francs de la production de x unités. Chaque article étant vendu 100F pièce. On désigne par $RT(x)$ la recette totale de l'entreprise. L'entreprise peut produire au maximum 1000 unités.

1. Montre que la fonction bénéfice notée BT est définie par :
 $BT(x) = -0,1x^2 + 100x - 16000$
2. Etudie le sens de variation de la fonction $CT(x)$ sur l'intervalle $I = [0; 1000]$ et représente graphiquement cette fonction dans un repère orthogonal où 1 cm représente 100 unités sur l'axe des abscisses et 10000 F sur l'axe des ordonnées.
3. Représente graphiquement la fonction $RT(x)$ dans le même repère. D'après le graphique, sur quel intervalle la courbe de RT est-elle au-dessus de CT ?
4. Etudie le signe de $BT(x)$. A quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice?

Exercice 11

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 1 à 45kg de truffes par semaine durant la période de production de la truffe. Chaque kilo de truffes est vendu 950 FCFA.

On désigne par $C_M(x)$ le coût moyen, en euro par kg, pour x kg de truffes traités en une semaine.²²

On estime que la fonction f est définie sur $[1; 45]$ par : $C_M(x) = x^2 - 60x + 1250$.

- 1) Dresse le tableau de variation du coût moyen C_M .
- 2) Pour quelle Kg de x le coût moyen C_M est-il au plus bas ?

- 3) Justifie que le coût de production total $C(x)$ pour x kg de truffes est donné, en FCFA, par : $C(x) = x^3 - 60x^2 + 1250x$.
- 4) Détermine le coût total de production de 15 truffes.
- 5) Détermine le coût marginal $C_m(x)$ pour x kg de truffes est donné.
- 6) Exprime le bénéfice $B(x)$, FCFA, réalisé par ce producteur pour x kg de truffes conditionnés et vendus.
- 7) Calcule $B'(x)$ et déduis en les variations de B sur $[1 ; 45]$.
- 8) Pour quelles quantités de truffes de bénéfice du producteur est-il maximal ? Arrondir le résultat à 100g près. Quel est alors ce bénéfice maximal, à 100 FCFA près ?

Exercice 12 : Extrait de composition MTE 2010.

Un artisan fabrique des objets qu'il vend à 3900f l'unité. Le coût de production d'une quantité q d'objet est $C(q) = q^3 - 40q^2 + 400q$ avec $q \in [0 ; 90]$.

- 1) Déterminer la fonction coût moyen $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ et la fonction coût marginal $C_m(q) = C'(q)$; $q \in [0 ; 90]$.
- 2) Etudier les variations de $C(q)$ et $C_M(q)$ sur $[0 ; 90]$.
- 3) Pour quelle quantité q le coût moyen C_M est-il au plus bas ?
Dans ces conditions, calculer le coût marginal C_m .
- 4) Calculer en fonction de q la recette $R(q)$ puis le bénéfice $B(q)$. Etudier les variations de $B(q)$.
- 5) Quels conseils d'économistes donnerez-vous à l'artisan pour minimiser sa perte et maximiser son bénéfice. Illustrer cela par un graphique dans un repère orthogonal.

Exercice 13: Extrait de composition MTE 2013.

- 1) Une entreprise fabrique une quantité x d'un certain produit. On suppose que x est un nombre réel compris entre 0 et 20 et que le coût de production $f(x)$ exprimé en milliers de francs est donné par : $f(x) = x^3 - 30x^2 + 300x$.
- 2) On note C sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé
- 3) $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unités graphiques : 1cm pour deux produits sur l'axe des abscisses ;
- 4) 1cm pour 100.000F sur l'axe des ordonnées).

Partie A : Étude du coût de production.

1°) Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $I = [0 ; 20]$.

2°) Tracer la courbe C , en précisant les tangentes aux quatre points d'abscisses : 0 ; 10 ; 15 et 20.

Partie B : Étude du bénéfice en fonction de la production.

On suppose que toute la production est vendue à un prix de 84 000F par unité. La recette totale g (exprimée en milliers de francs) est alors définie sur I par : $g(x) = 84x$.

Le bénéfice total $h(x)$ est donc donné par : $h(x) = g(x) - f(x)$

1°) a) Étudier le signe de la fonction h sur l'intervalle I .

b) Interpréter le résultat en terme de bénéfice.

2°) a) Étudier les variations de la fonction h sur l'intervalle I .

b) En déduire la quantité X_m assurant à l'entreprise un bénéfice maximum.

Calculer alors la valeur exacte de $h(X_m)$. Donner une valeur décimale approchée de $h(X_m)$ à 10^{-2} près et la valeur du bénéfice $h(X_m)$ exprimée en francs, et arrondie à l'unité la plus proche.

Exercice 14

Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

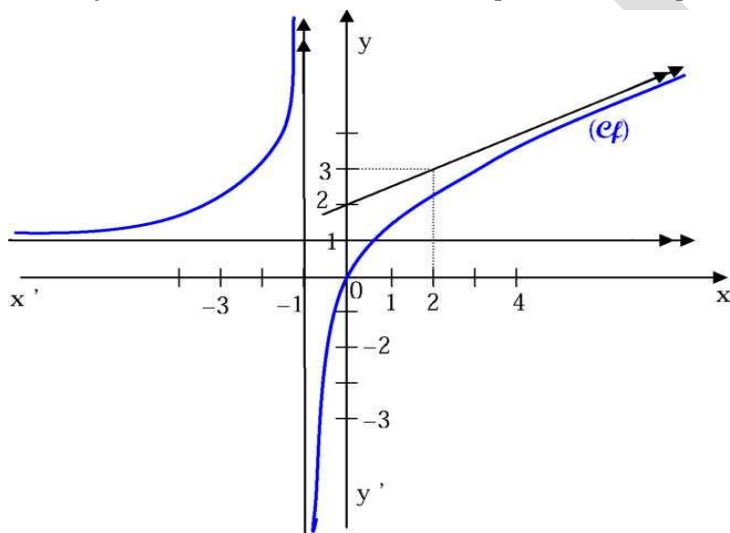
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$

La fonction f a pour formule explicite : $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Calculer $f'(x)$.
- 3) Déterminer les réels a , b et c en utilisant les données du tableau de f .
- 4) Montrer que la restriction g de f à $[0 ; +\infty[$ est une bijection de $[0 ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 5) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α . Montrer que α est compris entre 1 et 2. Donner un encadrement de α à 10^{-2} près (on précisera la méthode).
- 6) Donner une équation de la tangente (T_0) à la courbe (C) de f au point d'abscisse 1.
- 7) Tracer la courbe (C) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 15

Soit f la fonction définie par sa représentation graphique (C_f) ci-dessous.



A partir des renseignements fournis par la courbe (C_f) de f . Déterminer :

- 1) Le domaine de définition D_f de f .
- 2) Les limites de f aux bornes de D_f .
- 3) une équation de chacune des asymptotes à la courbe (C_f) de f .
- 4) le tableau de variation de f .