

BEMBUS MALI

Au service de la nation

« Le savoir est la plus grande des richesses : on le donne sans réussir à l'épuiser »

Bemba dit Bamba TRAORE

Enseignant Chercheur, économètre, gestionnaire de la politique économique

Tél : (00223) 69 - 50-23-20/ 76 - 43-95-33 mël : bbtraoremali@yahoo.fr

Manuel d'exercices et corrigés

Farifoni

Maths TS éco

Module 1 : Puissances entières et rationnelles

Module 2 : Rapports et proportions

Module 3 : Pourcentages

Bamako, novembre 2021.

Partie 1 : les puissances entières et rationnelles

Exercice 1 : puissances entières

Mettre les expressions sous la forme a^n (a étant un nombre premier et $\in \mathbb{Z}$) en utilisant les propriétés des puissances de manière astucieuse :

$A = 2^2 \times 8^{-4}$	$D = 3^2 \times 81$	$F = \frac{4^{-3} \times 2^2 \times 32^{-1}}{64^8 \times 2^{-5}}$	$I = \frac{231 \times 2^2 \times 3^{-1}}{2079 \times 3^5 \times 4}$
$B = 9 \times 3^4$	$E = 121^{-8} \times 161\,051$	$G = \frac{7^{-6} \times 49^2 \times 2401}{5\,764\,801}$	$J = \frac{750 \times 2^7 \times 32^{-4}}{6\,000 \times 2^7}$
$C = 3^2 \times 27$		$H = \frac{147 \times 3^2 \times 9^{-1}}{3969 \times 729}$	

Exercice 2 : puissances entières

Mettre les expressions sous la forme a^n (a étant un nombre premier et $\in \mathbb{Z}$) en utilisant les propriétés des puissances de manière astucieuse :

a.-) $(3^2)^7$	b.-) $((5^2)^7)^3$	c.-) $\frac{2^{10}}{2^7}$	d.-) $\frac{2^{10}}{2^{-3}}$	e.-) $5^2 \times 5^{-3} \times 5^2$
f.-) $(3^2)^7 \times 3^{15}$	g.-) $(7^2)^4 \times 7^{-9}$	h.-) $\frac{2^{-7}}{2^7}$	i.-) $\frac{2^{10} \times 2^{-20}}{2^{15}}$	k.-) $\frac{3^{15} \times 3^{-10}}{3^5}$
l.-) $\frac{(a^5)^9 \times (a^{-1})^{-7}}{((a^{-1})^4)^5}$	m.-) $\frac{(a^{-2})^3 \times (a^{-4})^{-5}}{((a^{-3})^4)^{-8}}$			

Exercice 3 :

1.- Déterminer les réels x et y vérifiant :

$$2^x \times 4^y = \sqrt{2^{10}} \quad \text{et} \quad \frac{8^x}{4^y} = \frac{1}{2}$$

2.- Montrer que le nombre $C = \frac{2^{10} \times 3^6 \times 5^9 \times 11^3}{49\,000 \times 297}$ est un nombre naturel.

Solution 3 :

1.-on trouve x = 1 et y = 2.

2.- on trouve C = 6 434 000 000

Exercice 4 : puissance rationnelle

Mettre sous la forme de puissance rationnelle ou puissance entière d'un nombre réel :

$A = \left(3^{\frac{2}{7}}\right)^{\frac{7}{4}}$	$B = \left(\left(5^{\frac{4}{11}}\right)^{\frac{6}{11}}\right)^{\frac{77}{4}}$	$C = \frac{6^{\frac{211}{3}}}{2^{\frac{5}{3}}}$	$D = \frac{3^{\frac{27}{6}}}{2^{-\frac{13}{6}}}$
$E = \sqrt[3]{2} x \sqrt[7]{2^{11}}$	$F = \sqrt[3]{5} x \sqrt[7]{5} x \sqrt{5}$	$G = \frac{2^{-\frac{1}{7}}}{2}$	$H = \frac{(\sqrt[5]{7})^2}{(\sqrt[3]{7})^{\frac{3}{2}}}$
$I = \sqrt[3]{\sqrt{7}}$	$J = \sqrt[5]{3} x \sqrt[4]{\sqrt{3}}$	$K = \sqrt[7]{2^5} x 2^9$	$L = \frac{\sqrt[3]{5} x \sqrt{125}}{5^4 x \sqrt[7]{5}}$
$M = \sqrt[3]{64}$	$N = \sqrt[3]{125}$	$O = \sqrt[4]{16}$	$P = \sqrt[7]{2187}$
$Q = \sqrt{25 * 4}$	$R = \sqrt{2 * 8}$	$S = \sqrt{\sqrt{\frac{81}{256}}}$	$T = \sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{5}}}$
$U = \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$	$V = \sqrt[7]{\sqrt[5]{\sqrt{2}}}$	$W = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{5}{4}}}$	$X = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{4} x 2}{64 x 128}}$

Exercice 5 : 1.- Ecrire sous forme de produits de nombres premiers à la puissance entière ou rationnelle:

$A = \sqrt[3]{625} x \sqrt{125} x 5^3$	$D = \frac{0,081 x (0,21)^3 x 256}{320 x (0,64)^2}$	$H = \frac{0,064 x 730}{0,121 x 256 x 0,81}$
$B = \frac{25^6 x \sqrt[5]{25}}{\sqrt[4]{125}}$	$E = \frac{0,0144 x 1,25 x 216}{256 x 0,081}$	$I = \frac{490 x 510}{326 x 144}$
$C = \frac{81^3 x 25^2 x 121}{125 x 147}$	$G = 25^5 x \frac{1}{1024} x 81^3 x 2048$	$J = \frac{0,00648 x 34\,300\,000}{0,326 x 144\,000}$

Exercice 9 : .- Ecrire sous forme de produits de nombres premiers à la puissance entière ou rationnelle:

$A = \sqrt[3]{625} x \sqrt{125} x 5^3$	$D = \frac{0,081 x (0,21)^3 x 256}{320 x (0,64)^2}$	$G = \frac{0,09 x (0,11)^3 x 0,064}{648\,000}$
$B = \frac{25^6 x \sqrt[5]{25}}{\sqrt[4]{125}}$	$E = \frac{0,0144 x 1,25 x 216}{256 x 0,081}$	$H = \sqrt[3]{\frac{8 x 121}{1331 * 0,064}}$
$C = \frac{81^3 x 25^2 x 121 x 49}{125 x 147 x 11^2}$	$F = 25^5 x \frac{1}{1024} x 81^3 x 2048$	$I = \sqrt[7]{\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[11]{2}}}$

Exercice 10 : Déterminer l'entier naturel n ou x dans les cas suivants :

$5^3 x 5^n = 5^{13}$	$\frac{1}{(64)^{x^2}} = (4^{-5})^{2x} * \frac{1}{(4^{-2})^4}$	$16^{x-2} = 2^3$
$3^8 x (3^n)^6 = 3^{20}$	$5^x = 15\,625 * \frac{1}{25^x}$	$27^{2x-1} = 2^{x^2}$
$(10^{3n})^3 x 10^{-7} = 10^7$	$81^x * 6561^2 = 27$	$100^{x^2} * 10000000^{-x} = 10^{15}$
$81^2 = (3^x)^2 * \frac{1}{(3^7)^x}$	$5439^{2x} = (49^x)^3 * \frac{1}{7}$	$9^x = 3^x * 729$

Exercice 11 : Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} (2^6)^{-x} * \frac{1}{(16)^y} = 4 \\ (13^{-x}) * \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} * 25^{-5} \\ \frac{1}{(6^{-2})^x} * 6^y = 6^5 \end{cases}$$

Exercice 12 : Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} (2^6)^{-x} * \frac{1}{(16)^y} = 4 \\ (13^{-x}) * \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \\ ((27)^x * \frac{1}{(81)^{-y}} = 3^{10} \\ 2^x * 4^y = \frac{1}{2^{-4}} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} * 25^{-5} \\ \frac{1}{(6^{-2})^x} * 6^y = 6^5 \\ 2^{-x} * 4^y = \sqrt{2^{10}} \\ \frac{8^x}{4^y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Exercice 13 :

- Montrer que le nombre $A = \frac{98^2 * 3^6 * 5^9 * 22^3}{49\,000 * 297}$ est un nombre naturel.
- Montrer que le nombre $B = \frac{7^2 * 3^2 * 121 * 144 * 100\,800}{41\,503 * 512}$ est un nombre naturel.
- Montrer que le nombre $C = \frac{13^3 * 2660 * 5^9 * 11^3}{3211 * 3}$ est un nombre naturel.

Exercice 14 : résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes

$$a) \frac{1}{8^{-x^2}} = 512^x * \frac{1}{64} \quad b) 7^{x^2} * \frac{1}{2401^x} = 5764801$$

Réponses 14 :

$$a) \frac{1}{8^{-x^2}} = 512^x * \frac{1}{64} \Rightarrow 2^{-3x^2} = 2^{9x} * 2^{-6} \Rightarrow -3x^2 = 9x - 6 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

on trouve $x = 1$ et $x = 2$ l'ensemble $S = \{1; 2\}$

$$b) 7^{x^2} * \frac{1}{2401^x} = 5764801 \Rightarrow 7^{x^2} * 7^{-4x} = 7^8 \Rightarrow x^2 - 4x - 8 = 0$$

on trouve $x = -1,46$ ou $x = 5,46$ non éléments de $\mathbb{N}$. L'ensemble $S = \emptyset$

Exercice 15 : résoudre dans $\mathbb{N}^2$ les équations suivantes

$$\begin{cases} 25^x * \frac{1}{5^{5y}} = 5 \\ \frac{1}{625^x} * 5^y = 5^7 \end{cases} \quad \begin{cases} 4^x * 16^y = \frac{1}{2} \\ 3^{6y} * 81 = 27^x \end{cases}$$

Partie 2 : Rapport et Proportion

Ce qu'il faut savoir sur les proportions

A, B, C prop x, y, z alors	$\frac{A}{x} = \frac{B}{y} = \frac{C}{z} = k$ on trouve $A = x * k ; B = y * k ; C = z * k$
A, B, C inv prop x, y, z alors	$\frac{A}{\frac{1}{x}} = \frac{B}{\frac{1}{y}} = \frac{C}{\frac{1}{z}} \Rightarrow \frac{A}{y*z} = \frac{B}{x*z} = \frac{C}{x*y} = k$ on trouve $A = yz * k ; B = xz * k ; C = xy * k$
A, B, C prop (a, b, c) et prop (x, y, z)	$\frac{A}{a.x} = \frac{B}{b.y} = \frac{C}{c.z} = k$
La moyenne proportionnelle de a et b est le nombre réel x tel que $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$	

Réchauffements

Exercice 17 : Réchauffements sur les proportions

1.-/. On fait un capital de 405 000F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse :

$$\frac{A}{x} = \frac{B}{y} = \frac{C}{z} = k \Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{405\,000}{9} = 45\,000 \text{ on trouve}$$

$$A = x * k = 2 * 45\,000 = 90\,000 ; B = 3 * 45\,000 = 135\,000 ; C = 4 * 45\,000 = 180\,000$$

2. On fait un capital de 130 000F en trois capitaux inversement proportionnels aux 2 ; 3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 60 000F ; B = 40 000F ; C = 30 000F.

$$\Rightarrow \frac{A}{\frac{1}{2}} = \frac{B}{\frac{1}{3}} = \frac{C}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{A}{12} = \frac{B}{8} = \frac{C}{6} = \frac{130\,000}{26} = 5\,000 \text{ on trouve}$$

$$A = 12 * 5\,000 = 60\,000 ; B = 8 * 5\,000 = 40\,000 ; C = 6 * 5\,000 = 30\,000$$

3. On fait un capital de 196 000 F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4 et proportionnels aux 3 ; 5 ; 7. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 24 000F ; B = 60 000F ; C = 112 000F.

A, B, C prop (2, 3, 4) et prop (3, 5, 7) $\Rightarrow$ A, B, C prop (6, 15, 28)

$$\Rightarrow \frac{A}{6} = \frac{B}{15} = \frac{C}{28} = \frac{196\,000}{49} = 4\,000$$

4. trois capitaux proportionnels aux nombres 2 ; 5 et 7. Le 3^{ème} est égal à 1 400 000F, calculer les 2 premiers.

Réponses : 400 000F et 1 000 000F.

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{5} = \frac{C}{7} = k \Rightarrow C = 7k = 1\,400\,000 \Rightarrow k = 200\,000$$

5. On fait un capital de 39 900F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 1/3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 12 600F ; B = 2 100F ; C = 25 200F

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{\frac{1}{3}} = \frac{C}{4} \Rightarrow \frac{A}{6} = \frac{B}{1} = \frac{C}{12} = \frac{39\,900}{19} = 2\,100$$

6. On fait un capital de 750 000F en trois capitaux inversement proportionnels aux 2 ; 1/3 ; 4. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 100 000F ; B = 600 000F ; C = 50 000F

7. On fait un capital de 102 900 F en trois capitaux proportionnels aux 2 ; 3 ; 4 et proportionnels aux 3 ; 5 ; 7. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 12 600F ; B = 31 500F ; C = 58 800F

8. On fait un capital de 270 000 F en trois capitaux proportionnels aux 2/3 ; 4/5 ; 7/11 et inversement proportionnels aux 2 ; 3 ; 5. Calculer les trois capitaux.

Réponse : A = 123 750F ; B = 99 000F ; C = 47 250F

9. Trouver trois capitaux proportionnels aux 3 ; 5 ; 7 tels que le triple du second est égal à la somme des deux autres augmentée de 20 000F.

Réponse : C₁ = 12 000F ; C₂ = 20 000F ; C₃ = 28 000F

10. Partager 250 000F entre trois personnes proportionnelles à leurs salaires mensuels 200 000F ; 300.000F et 500 000F. Calculer la part de chacune.

Réponses : 50 000F ; 75 000F et 125 000F.

Exercice 18 :

1.-/ une gratification de 44 220 000F est partagée entre 4 ouvriers inversement proportionnelle aux heures supplémentaires effectuées respectivement 2h 15mn ; 3h 20mn ; 5h et 6h 10mn.

Réponse : 5 940 000 ; 8 800 000F ; 13 200 000F et 16 280 000F.

2.-/ Trois personnes s'associent pour créer une entreprise. La 1^{ère} apporte 27 000€, la 2^{ème} 54 000 € et la 3^{ème} 81 000 €. A la fin de l'exercice, ils se partagent 9 000€ proportionnellement à leur apport initial. Combien le premier doit-il recevoir ?

Réponse 18

1.-/ 5 940 000 ; 8 800 000F ; 13 200 000F et 16 280 000F.

2.-/ 1 500€

Exercice 19 :

La commune de Mandé prévoit dans son budget 25 000€ au titre des activités culturelles et sociales. La répartition doit s'effectuer ainsi :

- 10% sont attribués à la coopérative scolaire ;
- 24% du reste sont affectés à la caisse d'Entraide.
- Le reste est distribué entre 3 clubs de loisirs inversement proportionnel aux nombres d'années d'activités de chacun soit respectivement 4 ans, 3 ans et 1 an. Effectuer le détail de cette répartition.

Réponses 19:

10% de 25 000 = 2 500€ ; 24%* (25 000 – 2 500) = 5 400 € ; le reste final = 17 100 €

$$\frac{A}{\frac{1}{4}} = \frac{B}{\frac{1}{3}} = \frac{C}{\frac{1}{1}} \implies \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{12} = \frac{17100}{19} = 900$$

on trouve $A = 2700 \text{ €}$; $B = 3600 \text{ €}$; $C = 10800 \text{ €}$

Exercice 20 :

1.- A B C est un triangle. Quelles les mesures en degrés des angles du triangle si : $\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4}$?

2.- Calculer la moyenne proportionnelle des nombres $\sqrt{5} + 1$ et $\sqrt{5} - 1$;
34,876 et -2,425.

Réponses 20 :

$$\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4} = \frac{180}{9} = 20 \text{ alors l'angle } A = 40^\circ ; \text{ l'angle } B = 60^\circ \text{ et l'angle } C = 80^\circ$$

La moyenne proportionnelle des nombres $\sqrt{5} + 1$ et $\sqrt{5} - 1$ est le nombre réel positif x tel

$$\text{que : } \frac{\sqrt{5}+1}{x} = \frac{x}{\sqrt{5}-1} \implies x = \sqrt{(\sqrt{5}-1) * (\sqrt{5}+1)} = \sqrt{5-1} = 2$$

La moyenne proportionnelle des nombres 34,876 et -2,425 est le nombre réel positif x tel que :

$$\frac{34,8756}{x} = \frac{x}{-2,425} \implies x = \sqrt{(34,8756) * (-2,425)} \text{ impossible}$$

Exercice 21 :

On veut partager une somme d'argent en deux parts inversement proportionnelles à 6 et 11, mais en réalité on partage en deux parts directement proportionnelles à 6 et 11. La première part diminue de 680F. Quelle est la somme que l'on partage ?

Solution 21 :

Soient A et B les deux parts inversement proportionnelles à 6 et 11 tel que $A + B = S$

$$\frac{A}{\frac{1}{6}} = \frac{B}{\frac{1}{11}} \rightarrow \frac{A}{11} = \frac{B}{6} = \frac{S}{17} \text{ on a } A = \frac{11*S}{17} \text{ et } B = \frac{6*S}{17}$$

Soient A' et B' les deux parts proportionnelles à 6 et 11 tel que $A' + B' = S$

$$\frac{A'}{6} = \frac{B'}{11} = \frac{S}{17} \text{ on a } A' = \frac{6*S}{17} \text{ et } B' = \frac{11*S}{17}$$

La 1^{ère} diminue de 640 alors :

$$A - A' = 640 \implies \frac{11*S}{17} - \frac{6*S}{17} = \frac{5*S}{17} = 640 \implies S = 2176$$

Exercice 22 :

Au cours d'une année, messieurs Coulibaly, Keita et Traoré salariés d'une entreprise ont travaillé respectivement 5, 8 et 12 mois.

Calculer le nombre de jours de congés rémunérés auquel peut prétendre chaque salarié sachant que ce nombre de jours de congé est proportionnel au nombre de mois de travail et que le nombre total des jours de congé alloués est de 50 jours.

Solution 22 :

Soient A, B, C les nombres respectifs de jours de congé DP à 5 ; 8 ; 12 tels que

$$A + B + C = 50 \quad \frac{A}{5} = \frac{B}{8} = \frac{C}{12} = \frac{50}{25} = 2$$

Je m'exerce en mathématique au BAC TSéco **Bemba B TRAORE 76 43 95 33/69 50 23 20**
on trouve $A = 5 \times 2 = 10$ jours ; $B = 8 \times 2 = 16$ jours ; $C = 12 \times 2 = 24$ jours

Exercice 23:

1.- Si l'on paie 18 m de tissu 900F, combien paiera – t – on 10 m ; 12 m ; 7,5 m ; 24 m de ce même tissu ?

2.- On doit réparer la cage d'un ascenseur qui dessert 6 étages et d'un appartement par étage. La dépense est de 21 420 F.

Combien paiera le propriétaire de chaque appartement sachant que la dépense est proportionnelle au numéro de l'étage ? (le rez-de-chaussée n'est pas compris dans les 6 étages).

Solution 23 :

1.- Je calcule le prix d'un mètre de tissu : $\frac{900 \text{ m}}{18} = 50 \text{ F}$ ce qui va nous aider à calculer pour : 10 m * 50F = 500 F ; 12m * 50F = 600F ; 7,5 m * 50 = 375 m ; 24m * 50F = 1200F

2.- $\frac{A}{1} = \frac{B}{2} = \frac{C}{3} = \frac{D}{4} = \frac{E}{5} = \frac{F}{6} = \frac{21\,420}{21} = 1\,020$

On trouve : $A = 1\,020\text{F}$; $B = 2040\text{F}$; $C = 3060\text{F}$; $D = 4\,080\text{F}$; $E = 5\,100\text{F}$; $F = 6120\text{F}$

Exercice 24 :

L'entreprise Touré à Bamako dispose d'une somme de 1 000 000F qu'elle décide de répartir de la façon suivante :

- 17,5% de cette somme seront affectés à la constitution du fonds de retraite ;
- Sur le reste 8% sont destinés aux œuvres sociales ;
- Et le reste est partagé entre 4 salariés A, B, C, D directement proportionnellement à leur à leur ancienneté respectivement 5 ans, 2 ans, 15 ans, 8 ans.

1.- Effectuer le partage ;

2.- Le partage est remis en question par monsieur Touré qui envisage de tenir compte en plus de l'ancienneté du nombre de personnes en charge et du salaire mensuel de chacun

	A	B	C	D
Proportionnelle à l'ancienneté	5 ans	2 ans	15 ans	8 ans
Proport au nombre de personnes à charge	4	5	3	5
Inversement proportionnelle au salaire mensuel	200 000	200 000	300 000	160 000

Effectuer le partage.

Solution 24 :

1.- Le partage :

* La somme affectée au fonds de retraite = $1\,000\,000 \times 17,5\% = 175\,000\text{F}$

Le reste = $1\,000\,000 - 175\,000 = 825\,000\text{F}$

*La somme destinée aux œuvres sociales : $825\,000 \times 8\% = 66\,000\text{F}$

*La somme à partager entre les 4 salariés = $1\,000\,000 - 175\,000 - 66\,000 = 759\,000\text{F}$

DP aux 5 ans, 2 ans, 15 ans, 8 ans.

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{2} = \frac{C}{15} = \frac{D}{8} = \frac{759\,000}{30} = 25\,300$$

La part de A = 126 500F ; de B = 50 600F ; de C = 379 500F ; de D = 202 400F

2.-

A, B, C, D Prop (5 ; 2 ; 15 ; 8) Prop (4 ; 5 ; 3 ; 5) Inv Prop (200 000; 200 000; 300 000; 160 000)

A, B, C, D Prop $\left(\frac{5 \times 4}{200\,000} ; \frac{2 \times 5}{200\,000} ; \frac{15 \times 3}{300\,000} ; \frac{8 \times 5}{160\,000} \right)$ on simplifie par 10 000

A, B, C, D Prop $\left(\frac{5 \times 4}{20} ; \frac{2 \times 5}{20} ; \frac{15 \times 3}{30} ; \frac{8 \times 5}{16} \right)$ on réduit on même dénominateur et on rejette le dénominateur commun

A, B, C, D Prop (192 000; 96 000; 288 000; 480 000) on simplifie par 1 000

$$A, B, C, D \text{ Prop } (192; 96; 288; 480) \rightarrow \frac{A}{192} = \frac{B}{96} = \frac{C}{288} = \frac{D}{480} = \frac{759\,000}{1056} = 434,659$$

La part de A = $192 \times 434,659 = \dots\dots\dots$ de B = $96 \times 434,659 = \dots\dots\dots$ De C = $288 \times 434,659 = \dots\dots\dots$
de D = $480 \times 434,659 = \dots\dots\dots$

Exercice 25 :

a) Calculer x, y, z sachant que (x, y, z) DP (2 ; 5 ; 9) et $3x + 7y - z = 1\,920\,000$

b) Calculez a, b, c sachant que (a, b, c) IP''(3, 4, 6) et $2a - b + c = 1\,400\,000$

Solution 25 :

1.- a) Calculer x, y, z sachant que (x, y, z) DP (2 ; 5 ; 9) et $3x + 7y - z = 1\,920\,000$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{9} = k \quad \text{on trouve } x = 2*k ; y = 5*k ; z = 9*k$$

$$3x + 7y - z = 1\,920\,000 \rightarrow 3(2k) + 7(5k) - 9k = 32k = 1\,920\,000 \rightarrow k = 60\,000$$

$$x = 2*60\,000 = 120\,000 ; y = 5 * 60\,000 = 300\,000 ; z = 9 * 60\,000 = 540\,000$$

1.- b) Calculez a, b, c sachant que (a, b, c) IP''(3, 4, 6) et $2a - b + c = 1\,400\,000$

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = k \quad \text{on trouve } A = 3*k ; B = 4*k ; C = 6*k$$

$$2a - b + c = 1\,400\,000 \rightarrow 2(3k) - 4k + 6k = 8k = 1\,400\,000 \rightarrow k = 175\,000$$

$$\text{On trouve } A = 3*175\,000 = \dots\dots\dots B = 4*175\,000 = \dots\dots\dots C = 6*175\,000 = \dots\dots\dots$$

Exercice 26 :

Une gratification est partagé entre trois ouvriers proportionnellement à leurs âges : 28 ans ; 40 ans ; 30 ans et inversement proportionnelle au nombre d'enfants : 7 ; 4 et 15 enfants.

Sachant que le 1^{er} et le 2^{ème} touchent ensemble 322 000F, calculer la part de chaque ouvrier et le montant de la gratification.

Solution 26: (A ; B ; C) DP (28 ; 40 ; 30) Inv prop (7 ; 4 ; 15)

$$(A, B, C) \text{ prop } \left(\frac{28}{7}; \frac{40}{4}; \frac{30}{15}\right) \rightarrow (A, B, C) \text{ prop } (4; 10; 2)$$

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{10} = \frac{C}{2} = k \quad \text{on trouve } A = 4*k ; B = 10*k ; C = 2*k$$

$$1^{\text{er}} \text{ et le } 2^{\text{ème}} \text{ touchent } 322\,000\text{F} \rightarrow A + B = 322\,000 \rightarrow 4k + 10k = 322\,000 \rightarrow k = 23\,000$$

$$\text{La part du } 1^{\text{er}} \text{ ouvrier} = 4*23\,000 = 92\,000$$

$$\text{La part du } 2^{\text{ème}} \text{ ouvrier} = 10 * 23\,000 = 230\,000$$

$$\text{La part du } 3^{\text{ème}} \text{ ouvrier} = 2 * 23\,000 = 46\,000$$

Exercice 27 :

Déterminer les dimensions d'un terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur sont proportionnelles aux nombres 13 et 10 et sachant que le terrain mesure 9200 m de périmètre.

Solution 27 : Demi périmètre = L + l

$$\frac{L}{13} = \frac{l}{10} = \frac{L+l}{13+10} = \frac{9200/2}{23} = 200 \quad \text{on trouve } A = 13*200 = 2\,600 ; B = 10*200 = 2\,000$$

Exercice 28 :

Deux écoles se sont regroupées pour le transport scolaire. Le coût est de 600 000F par mois. Elles décident de supporter les $\frac{3}{4}$ des frais, le reste étant à la charge des élèves. Il y a 100 élèves dans la 1^{ère} école et 200 élèves dans la 2^{ème} école.

1.- Quel est le montant des frais supportés par les deux écoles ?

2.- Les deux écoles partagent le montant des frais proportionnellement au nombre d'élèves. Combien paye chacune des écoles ?

3.- Combien paye chaque élève ?

Solution 28 :

1.- Le montant des frais supportés par les deux écoles : $600\,000 \times \frac{3}{4} = 450\,000$ F

Le montant des frais à la charge des enfants = $600\,000 \times \frac{1}{4} = 150\,000$ F

2.- A et B proportionnels aux 100 et 200

$$\frac{A}{100} = \frac{B}{200} = \frac{150\,000}{300} = 500 \quad \text{on trouve } A = 50\,000 ; B = 100\,000$$

Exercice 29 :

Trois personnes remplissent ensemble une grille du LOTO de 28F. La 1^{ère} personne donne 9F, la 2^{ème} 11F et la 3^{ème} donne le reste. La grille rapporte 6479,20F. Effectuer un partage équitable.

Solution 29 :

La 1^{ère} personne donne 9F, la 2^{ème} 11F et la 3^{ème} donne $28 - 9 - 11 = 8$

$$\frac{A}{9} = \frac{B}{11} = \frac{C}{8} = \frac{6\,479,20}{28} = 231,4 \quad \text{on trouve } A = 9 \times 231,4 = \dots\dots\dots ; B = 11 \times 231,4 = \dots\dots\dots$$

$$C = 8 \times 231,4 = \dots\dots\dots$$

Exercice 30:

Quatre propriétaires doivent se partager 10 950F de charges de chauffage et d'ascenseur proportionnellement au numéro de l'étage où ils habitent et proportionnellement à la surface de leur appartement.

- X habite au 1^{er} étage un appartement de 80 m²
- Y habite au 2^{ème} étage un appartement de 60 m²
- Z habite au 2^{ème} étage un appartement de 70 m²
- W habite au 3^{ème} étage un appartement de 130 m²

Effectuer le partage des charges.

Solution 30 :

(A, B, C, D) prop (1 ; 2 ; 2 ; 3) Prop (80 ; 60 ; 70 ; 130) → (A, B, C, D) prop (80 ; 120 ; 140 ; 390)

$$\rightarrow \frac{A}{80} = \frac{B}{120} = \frac{C}{140} = \frac{D}{390} = \frac{10\,950}{730} = 15 \quad \text{on trouve } A = 80 \times 15 = \dots\dots\dots B = 120 \times 15 = \dots\dots\dots$$

$$C = 140 \times 15 = \dots\dots\dots D = 390 \times 15 = \dots\dots\dots$$

Exercice 31 :

Une prime de fin d'année est partagée entre quatre employés proportionnellement à leurs salaires soit : 6 400F ; 6 000F ; 5 600F ; 6 800F. La deuxième touche 1 350F.

Calculer la prime des trois autres personnes et le montant total de la prime.

Solution 31 :

$$\rightarrow \frac{A}{6\,400} = \frac{B}{6\,000} = \frac{C}{5\,600} = \frac{D}{6\,800} = k$$

on trouve $A = 6\,400k$; $B = 6\,000k$; $C = 5\,600k$; $D = 6\,800k$

La deuxième touche 1 350F → $B = 6\,000k = 1\,350$ → $k = 0,225$

La prime de la 1^{ère} $A = 6\,400 \times 0,225 = 1440$

La prime de la 2^{ème} $B = 6\,000 \times 0,225 = 1350$

La prime de la 3^{ème} $C = 5\,600 \times 0,225 = 1260$

La prime de la 4^{ème} $D = 6\,800 \times 0,225 = 1530$

Le montant total de la prime = $1\,440 + 1\,350 + 1\,260 + 1\,530 = \dots\dots\dots$

Exercice 32:

En fin d'année, un artisan décide de donner à ses trois apprentis, Amadou, Boubacar et Chiaka une gratification proportionnellement à leur âge, mais inversement proportionnelle au nombre de pièces mal fabriquées et au nombre d'heure d'absence pendant le mois. L'artisan dispose de 129 415. Combien donnera-t-il à chacun de ses apprentis ?

	Age	pièces ratées	heures d'absence
• Amadou :	17 ans et 8 mois	7	1
• Boubacar :	16 ans et 11 mois	2	5
• Chaka :	18 ans et 2 mois	1	3

Solution 32 :

(A ; B ; C) DP (212 mois ; 203 mois ; 218 mois) Inv Prop (7 ; 2 ; 1) Inv Prop(1 : 5 ; 3)

(A ; B ; C) DP $\left(\frac{212}{7*1}; \frac{203}{2*5}; \frac{218}{1*3}\right) \rightarrow (A ; B ; C) DP \left(\frac{212}{7}; \frac{203}{10}; \frac{218}{3}\right)$

$\rightarrow (A ; B ; C) DP (6360; 4263; 15\ 260) \rightarrow \frac{A}{6\ 360} = \frac{B}{4\ 263} = \frac{C}{15\ 260} = \frac{129\ 415}{25\ 883} = 5$

Pour Amadou : $6\ 360 * 5 = 31\ 800$ F

Pour Boubacar : $4263*5 = 21\ 315$ F

Pour Chaka : $15\ 260 * 5 = 76\ 300$ F

Exercice 33 :

On veut partager une somme de 73 500FCFA entre trois ouvriers proportionnellement aux nombres 10 ; 14 et 18.

1.- Faites ce partage ;

2.- On diminue 284 FCFA du montant à partager et le reste est réparti proportionnellement à l'inverse de 5 ; 7 et 9. Déterminer la part de chacun.

3.- Si on partageait la somme de 73 500FCFA proportionnellement aux nombres : a-1 ; a et a+1, la dernière part dépassera la première de 1960 FCFA. Déterminer :

a.-/ La valeur de a

b.-/ Les valeurs des parts dans ce cas.

Solution 33:

1.-/ soient A ; B ; C les parts proportionnelles aux 10 ; 14 ; 18 tel que $A + B + C = 73\ 500$

$\frac{A}{10} = \frac{B}{14} = \frac{C}{18} = \frac{73\ 500}{42} = 1\ 750$ on trouve $A = 17\ 500$ F ; $B = 24\ 500$ F ; $C = 31\ 500$ F

2.-/ le reste = $73\ 500 - 284 = 73\ 216$

$\frac{A}{\frac{1}{5}} = \frac{B}{\frac{1}{7}} = \frac{C}{\frac{1}{9}} \rightarrow \frac{A}{63} = \frac{B}{45} = \frac{C}{35} = \frac{73\ 216}{143} = 512$

On trouve $A = 32\ 256$ F ; $B = 23\ 040$ F ; $C = 17\ 920$ F

3.-/ $\frac{A}{a-1} = \frac{B}{a} = \frac{C}{a+1} = \frac{73\ 500}{3a} = \frac{24\ 500}{a}$

La part de la 1 ^{ère} : $\frac{24\ 500(a-1)}{a}$	$\frac{24\ 500*(a+1)}{a} - \frac{24\ 500(a-1)}{a} = 1\ 960$
La part de la 1 ^{ère} : $\frac{24\ 500(a-1)}{a}$	$\frac{49\ 000}{a} = 1960$ on trouve $a = 25$
La part de la 2 ^{ème} : $\frac{24\ 500*a}{a} = 24\ 500$	La part de la 1 ^{ère} = 13 720 F
La part de la 3 ^{ème} : $\frac{24\ 500*(a+1)}{a}$	La part de la 2 ^{ème} = 24 500F
	La part de la 3 ^{ème} = 25 480 F

Partie 3 : Pourcentages

Exercice :

1.-) Une baisse de 20% sur le prix d'un article est-elle compensée par une hausse de 20% ? justifiez votre réponse.

Réponse : Soit P le prix : la baisse de 20% $\rightarrow P' = P - 20\% * P = 0,80 * P$ puis la hausse de 20% $\rightarrow P' + 20\% * P' = 1,20 * P' = 1,20 * (0,80P) = 0,96 * P$ soit une baisse de 4%.

Conclusion : Une baisse de 20% sur le prix d'un article n'est pas compensée par une hausse de 20% .

2.-) Le côté d'un carré augmente de 3% ; son périmètre augmente de quel pourcentage ?

Réponse : soit C le côté et P le périmètre : $P = C + C + C + C = 4 * C$

Si C augmente de 3% $\rightarrow C' = C + 0,03C = 1,03 * C$

Le périmètre $P' = 4 * C' = 4 * 1,03 C = 4,12 C$ soit une augmentation de 3% $(\frac{4,12-4}{4} = 0,03 = 3\%)$

Exercice 34 :

1/ Ecrire les coefficients multiplicateurs associés aux augmentations suivantes : 30% ; 250%.

1/ Ecrire les coefficients multiplicateurs associés aux réductions suivantes : 45% ; 90%.

Solution 34:

Rappelons que le coefficient multiplicateur $m = \frac{\text{valeur d'arrivée } VA}{\text{valeur de départ } VD}$ et le taux de croissance $T = \frac{VA - VD}{VD} * 100 = (m - 1) * 100$. Le taux T peut être positif (cas d'augmentation) ou négatif (cas de réduction).

$$T = (m - 1) * 100 \rightarrow m = \left(1 + \frac{T}{100}\right)$$

1/ Le m associé à l'augmentation de 30% est $m = \left(1 + \frac{T}{100}\right) = (1 + 0,30) = 1,30$

Le m associé à l'augmentation de 250% est $m = \left(1 + \frac{T}{100}\right) = (1 + 2,50) = 3,50$

2/ Le m associé à la diminution de 45% est $m = \left(1 - \frac{T}{100}\right) = (1 - .45) = 0,55$

Le m associé à la diminution de 90% est $m = \left(1 - \frac{T}{100}\right) = (1 - 0,90) = 0,10$

Exercice 35 :

Lors d'une élection, les candidats A, B, et C ont obtenu par rapport aux suffrages exprimés les pourcentages suivants : A : 32,4% ; B : 38,2% ; C : 29,4%.

1.- Sachant que le candidat B a obtenu 151 081 voix, quel est le nombre de voix obtenues par les autres candidats et quel est le nombre de suffrages exprimés ?

2.- Quel était le nombre d'électeurs inscrits sachant que le pourcentage des non votants et de bulletins nuls correspond à 20,9% du nombre des électeurs inscrits ?

Solution 35:

Candidats	Suffrages exprimés en %	Suffrages exprimés en nombre	
A	32,4%	128 142	
B	38,2%	151 081	
C	29,4%	116 277	
Total	100%	395 500	

On calcule d'abord le nombre de suffrages exprimés :

B -----→ 38,2% -----→ 151 081

Total-----→ 100 % -----→ X → $x = \frac{100 \cdot 151\,081}{38,2} = 395\,500$ électeurs

Nombre de suffrages exprimés pour A : $395\,500 \cdot 32,4\% = 128\,142$

Nombre de suffrages exprimés pour C : $395\,500 \cdot 29,4\% = 116\,277$

Retenons cette équation en matière d'élection :

Le nombre d'électeurs inscrits = nombre de suffrages exprimés + nombre de non votants + bulletins nuls

→ $I = SE + (NV + BN)$

Le pourcentage des non votants et de bulletins nuls = 20,9% du nombre des électeurs inscrits → $(NV + BN) = 20,9\% \cdot I$

On sait que le suffrage exprimé $SE = 395\,500$

$I = SE + (NV + BN)$ → $I = 395\,500 + 20,9\% \cdot I$ → on trouve $I = 500\,000$

Le nombre d'inscrit est de 500 000.

Exercice 36 :

Un représentant perçoit une prime mensuelle liée au chiffre d'affaires CA qu'il réalise. Le taux de cette prime est de 10% sur $[0 ; 50\,000]$; 8% sur $]50\,000 ; 100\,000]$; 6% sur $]100\,000 ; 200\,000]$ et 4% au-delà.

1.- Etablissez la fonction P qui associe la prime au CA (il s'agit d'une fonction affine par morceaux).

2.- Complétez le tableau suivant. Le pourcentage apparent d'une prime P est le rapport P/CA .

CA	80 000	96 000	120 000	180 000	200 000	360 000
Prime						
% apparent						

Solution 36:

Tranches	Taux	Prime
$[0 ; 50\,000]$	10%	$50\,000 \cdot 10\% = 5\,000$
$]50\,000 ; 100\,000]$	8%	$50\,000 \cdot 8\% = 4\,000$
$]100\,000 ; 200\,000]$	6%	$100\,000 \cdot 6\% = 6\,000$
200 000 et plus	4%	

Si X le chiffre d'affaire

si $X \in [0 ; 50\,000]$ $f(x) = 10\% \cdot (X - 0)$

si $X \in]50\,000 ; 100\,000]$ $f(x) = 8\% \cdot (X - 50\,000) + 5\,000$

si $X \in]100\,000 ; 200\,000]$ $f(x) = 6\% \cdot (X - 100\,000) + 5\,000 + 4\,000$

si $X \in [200\,000 ; +\infty[$ $f(x) = 4\% \cdot (X - 200\,000) + 5\,000 + 4\,000 + 6\,000$

2.- Le pourcentage apparent d'une prime P est le rapport P/CA .

CA	80 000	96 000	120 000	180 000	200 000	360 000
Prime	7 400	8 680	10 200	13 800	15 000	21 400
% apparent	9,25	9,04	8,5	7,67	7,5	5,94

Explications :

$X = 80\,000 \rightarrow f(X) = 8\% \cdot (80\,000 - 50\,000) + 5\,000 = 7\,400$

$X = 96\,000 \rightarrow f(X) = 8\% \cdot (96\,000 - 50\,000) + 5\,000 = 8\,680$

$X = 120\,000 \rightarrow f(X) = 6\% \cdot (120\,000 - 100\,000) + 5\,000 + 4\,000 = 10\,200$

$X = 180\,000 \rightarrow f(X) = 6\% \cdot (180\,000 - 100\,000) + 5\,000 + 4\,000 = 13\,800$

$X = 200\,000 \rightarrow f(X) = 6\% \cdot (200\,000 - 100\,000) + 5\,000 + 4\,000 = 13\,800$

$X = 360\,000 \rightarrow f(X) = 4\% \cdot (360\,000 - 200\,000) + 5\,000 + 4\,000 + 6\,000 = 21\,400$

Exercice 37 :

En 2012, le taux progressif de l'impôt sur le revenu est le suivant pour un célibataire :

Tranches	Taux
[0 ; 17 570]	0%
]17 570 ; 18 370]	5%
]18 370 ; 21 770]	9,6%
]21 770 ; 34 410]	14,4%
]34 410 ; 44 240]	19,2%
]44 240 ; 55 540]	24%
]55 540 ; 67 220]	28,8%
]67 220 ; 77 550]	33,6%
]77 550 ; 129 210]	38,4%
]129 210 ; 177 710]	43,2%
]177 710 ; 210 210]	49%
]210 210 ; 239 120]	53,9%
239 120 et +	56,8%

Travail demandé :

1.- Calculer l'impôt payé sur les revenus suivants : 52 800F ; 64 000F ; 31 200F ; 192 000F ; 500 000F.

2.- Ecrire la fonction I_1 qui à un revenu X compris entre 67 220F et 77 550F fait correspondre l'impôt associé.

3.- Ecrire la fonction I_2 qui à un revenu X compris dans la tranche] 177 710 ; 210 210] fait correspondre l'impôt associé.

Solution 37: Calculons le montant des impôts à payer :

Tranches	Taux	Impôt à payer	Cumul
[0 ; 17 570]	0%	$(17\,570 - 0) \cdot 0\% = 0$	0,00
]17 570 ; 18 370]	5%	$(18\,370 - 17\,570) \cdot 5\% = 40$	40,00
]18 370 ; 21 770]	9,6%	$(21\,770 - 18\,370) \cdot 9,6\% = 326,4$	366,40
]21 770 ; 34 410]	14,4%	$(34\,410 - 21\,770) \cdot 14,4\% = 1\,820,16$	2186,56
]34 410 ; 44 240]	19,2%	$(44\,240 - 34\,410) \cdot 19,2\% = 1887,36$	4073,92
]44 240 ; 55 540]	24%	$(55\,540 - 44\,240) \cdot 24\% = 2712$	6785,92
]55 540 ; 67 220]	28,8%	$67\,220 - 55\,540) \cdot 28,8\% = 3\,363,83$	10149,75
]67 220 ; 77 550]	33,6%	$(77\,550 - 67\,220) \cdot 33,6\% = 3470,88$	13620,63
]77 550 ; 129 210]	38,4%	$(129\,210 - 77\,550) \cdot 38,4\% = 19837,44$	33458,07
]129 210 ; 177 710]	43,2	$(177\,710 - 129\,210) \cdot 43,2\% = 20952$	54410,07
]177 710 ; 210 210]	49	$(210\,210 - 177\,710) \cdot 49\% = 15925$	70335,07
]210 210 ; 239 120]	53,9	$(239\,120 - 210\,210) \cdot 53,9\% = 15582,49$	85 917,56
]239 120 et +	56,8		

1/ L'impôt payé sur le revenu de 52 800F

Il suffit de remarquer que 52 800F se trouve dans la tranche]44 240 ; 55 540] on aura]44 240 ; 52 800] au taux de 24% → l'impôt de cette tranche est de $(52\,800 - 44\,240) \cdot 24\% = 2\,054,4$.

L'impôt payé sur le revenu de 52 800F serait de : $2\,054,4 + 4073,92 = 6\,128,32$

Autre méthode de calculs : $(17\,570 - 0) \cdot 0\% + (18\,370 - 17\,570) \cdot 5\% + (21\,770 - 18\,370) \cdot 9,6\% + (34\,410 - 21\,770) \cdot 14,4\% + (44\,240 - 34\,410) \cdot 19,2\% + (52\,800 - 44\,240) \cdot 24\% = 6\,128,32$

1/ L'impôt payé sur le revenu de 64 000F

Il suffit de remarquer que 64 000F se trouve dans la tranche]55 540 ; 67 220] on aura]55 540 ; 64 000] au taux de 28,8% → l'impôt de cette tranche est de $(64\,000 - 55\,540) \cdot 28,8\% = 2\,436,48$.

L'impôt payé sur le revenu de 64 000F serait de : $2\,436,32 + 6\,785,92 = 9\,222,4$

Autre méthode de calculs : $(17\,570 - 0) \cdot 0\% + (18\,370 - 17\,570) \cdot 5\% + (21\,770 - 18\,370) \cdot 9,6\% + (34\,410 - 21\,770) \cdot 14,4\% + (44\,240 - 34\,410) \cdot 19,2\% + (55\,540 - 44\,240) \cdot 24\% + (64\,000 - 55\,540) \cdot 28,8\% = 9\,224,4$

1/ L'impôt payé sur le revenu de 31 200 F : $(31\,200 - 21\,770) \cdot 14,4\% + 366,4 = \dots\dots\dots$

Explication : il suffit de remarquer que 31 200F se trouve dans la tranche]21 770 ; 34 410] au taux de 14,4%. La valeur de tranche = $31\,200 - 21\,770$ et l'impôt = $(31\,200 - 21\,770) \cdot 14,4\% + \text{cumul}$

1/ L'impôt payé sur le revenu de 192 000F

Explication : il suffit de remarquer que 192 000F se trouve dans la tranche]177 210 ; 210 210] au taux de 49%. La valeur de tranche $(192\,000 - 177\,210)$.

L'impôt = $(190\,000 - 177\,710) \cdot 49\% + \text{cumul } (54410,07) = \dots\dots\dots$

1/ L'impôt payé sur le revenu de 500 000F :

$(500\,000 - 239\,120) \cdot 56,8\% + \text{cumul } (85\,917,56) = \dots\dots\dots$

2.- Ecrire la fonction I_1 qui à un revenu X compris entre 67 220F et 77 550F fait correspondre l'impôt associé.

Tranches	Taux	Impôt à payer	Cumul
[0 ; 17 570]	0%	$(17\,570 - 0) \cdot 0\% = 0$	0,00
]17 570 ; 18 370]	5%	$(18\,370 - 17\,570) \cdot 5\% = 40$	40,00
]18 370 ; 21 770]	9,6%	$(21\,770 - 18\,370) \cdot 9,6\% = 326,4$	366,40
]21 770 ; 34 410]	14,4%	$(34\,410 - 21\,770) \cdot 14,4\% = 1\,820,16$	2186,56
]34 410 ; 44 240]	19,2%	$(44\,240 - 34\,410) \cdot 19,2\% = 1887,36$	4073,92
]44 240 ; 55 540]	24%	$(55\,540 - 44\,240) \cdot 24\% = 2712$	6785,92
]55 540 ; 67 220]	28,8%	$67\,220 - 55\,540) \cdot 28,8\% = 3\,363,83$	10149,75
]67 220 ; X]	33,6%	$(X - 67\,220) \cdot 33,6\%$	

La fonction $I_1 = 10\,149,75 + (X - 67\,220) \cdot 0,336$

3.- Ecrire la fonction I_2 qui à un revenu X compris dans la tranche] 177 710 ; 210 210] fait correspondre l'impôt associé.

Tranches	Taux	Impôt à payer	Cumul
[0 ; 17 570]	0%	$(17\,570 - 0) \cdot 0\% = 0$	0,00
]17 570 ; 18 370]	5%	$(18\,370 - 17\,570) \cdot 5\% = 40$	40,00
]18 370 ; 21 770]	9,6%	$(21\,770 - 18\,370) \cdot 9,6\% = 326,4$	366,40
]21 770 ; 34 410]	14,4%	$(34\,410 - 21\,770) \cdot 14,4\% = 1\,820,16$	2186,56
]34 410 ; 44 240]	19,2%	$(44\,240 - 34\,410) \cdot 19,2\% = 1887,36$	4073,92
]44 240 ; 55 540]	24%	$(55\,540 - 44\,240) \cdot 24\% = 2712$	6785,92
]55 540 ; 67 220]	28,8%	$67\,220 - 55\,540) \cdot 28,8\% = 3\,363,83$	10149,75
]67 220 ; 77 550]	33,6%	$(77\,550 - 67\,220) \cdot 33,6\% = 3470,88$	13620,63
]77 550 ; 129 210]	38,4%	$(129\,210 - 77\,550) \cdot 38,4\% = 19837,44$	33458,07
]129 210 ; 177 710]	43,2%	$(177\,710 - 129\,210) \cdot 43,2\% = 20952$	54410,07
]177 710 ; X]	49%	$(X - 177\,710) \cdot 49\%$	

La fonction $I_2 = 54\,410,07 + (X - 177\,710) \cdot 0,49$

Exercice 38 :

Une somme de S francs envoyée par l'intermédiaire de « Orange Money » doit être répartie de la façon suivante : 10% de S sont donnés au Père ; 20% du reste à la Mère ; $\frac{1}{4}$ du nouveau reste à Souleymane puis 25% de ce qui reste à Dramane. Le reliquat est partagé entre les trois petits frères de proportionnellement à leurs âges : 4 ans ; 6 ans et 10 ans.

Sachant que le moins âgé a reçu 19926FCFA, déterminer :

1.-/ La valeur de S ;

2.-/ La somme reçue par chaque membre de la famille.

Solution 38 :

1.-/

Père	$10\% \cdot S = 0,10 S$ le reste $S - 0,10 S = 0,90 S$
Mère	$20\% \cdot 0,90 S = 0,20 \cdot 0,90 = 0,18 S$ et le reste $0,90S - 0,18S = 0,72 S$
Soul	$\frac{1}{4} (0,72 S) = 0,18 S$ et le reste $0,72 S - 0,18 S = 0,54 S$
Dra	$25\% \cdot 0,54 S = 0,135 S$ et le reste $0,54 S - 0,135 S = 0,405 S$
Trois petits frères	0,405 S proportionnellement aux âges 4 ans ; 6 ans et 10 ans
	$\frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{C}{10} = \frac{0,405 S}{20} = 0,02025$
Benjamin touche 19 926 F	$0,02025 S \times 4 = 0,081 S = 19\,926 \rightarrow$ on trouve S = 246 000F.

2.-/ La somme reçue par chaque membre de la famille

Père	$10\% \cdot 246\,000 = 24\,600$ le reste $246\,000 - 24\,600 = 221\,400$
Mère	$20\% \cdot 221\,400 = 44\,280$ et le reste $= 221\,400 - 44\,280 = 177\,120$
Soul	$\frac{1}{4} (177\,120) = 44\,280$ et le reste $177\,120 - 44\,280 = 132\,840$
Dra	$25\% \cdot 132\,840 = 33\,210$ et le reste $132\,840 - 33\,210 = 99\,630$
Trois petits frères	99 630 proportionnellement aux âges 4 ans ; 6 ans et 10 ans
	$\frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{C}{10} = \frac{99\,630}{20} = 4\,981,5$
Benjamin touche 19 926 FCFA ; le cadet touche 29 889 FCFA et le plus âgé touche 49 815 FCFA	

Exercice 39 :

Une marchandise revenant à 4 000 000 FCFA au fabricant est vendue par celui-ci à un grossiste en réalisant un bénéfice de 20% sur le prix de revient. Le grossiste supporte des frais représentant 5% du prix d'achat et vend la marchandise à un détaillant en appliquant un taux de marque de 20%.

Le détaillant supporte les frais de 200 000FCFA et cède la marchandise à 8 125 000FCFA.

Après avoir appliqué un taux de marque de $(x+5)\%$.

1.-/ Calculer x et le taux de marque du détaillant ;

2.-/ Quel est le taux de marque qui permet au détaillant de réaliser le même bénéfice ?

3.-/ Quel est le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix de vente du fabricant au prix de vente du grossiste.

Solution 39 :

1.-/ rappelons que :

Prix de revient PR = prix d'achat PA + frais d'achat FA

$$\text{taux de marque} = \frac{\text{Bénéfice}}{\text{Prix de vente}} * 100 \quad \rightarrow PV = PR + B \quad \rightarrow B = PV - PR$$

$$\rightarrow PV = \frac{PR}{1 - \text{taux de marque}}$$

Fabricant	PR = 4 000 000 FCFA $\rightarrow$ Bénéfice = 20% * 4 000 000 = 800 000 Prix de vente = 4 000 000 + 800 000 = 4 800 000
Grossiste	PR = 4 800 000 + 5% * 4 800 000 = 5 040 000 $\rightarrow PV = \frac{100 * PR}{100 - \text{taux de marque}} = \frac{5\,040\,000}{1 - 0,20} = 6\,300\,000$
Détaillant	PR = 6 300 000 + 200 000 = 6 500 000 Prix de vente = 8 125 000 Bénéfice = PV - PR = 8 125 000 - 6 500 000 = 1 625 000
	$\text{taux de marque} = \frac{\text{Bénéfice}}{\text{Prix de vente}} * 100 = \frac{1\,625\,000}{8\,125\,000} * 100 = x + 5$ 20 = x + 5 on trouve x = 15 et le taux de marque = 20 %

2.-/ le taux de marque qui permet au détaillant

$$\text{taux de marque} = \frac{\text{Bénéfice}}{\text{Prix de vente}} * 100 = \frac{1\,625\,000}{8\,125\,000} * 100 = 20\%$$

3.-/ Le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix de vente du fabricant au prix de vente du grossiste :

$$m = \frac{6\,300\,000}{4\,800\,000} = 1,3125$$

Exercice 40 :

1.-/ Le prix d'un produit qui coûtait 5 000 000 FCFA a subi une hausse de 9% puis une baisse de 4%. Déterminer le prix actuel de ce produit.

2.-/ Un produit est vendu à 7 000 000 FCFA, prix TTC. Déterminer le montant de la TVA au taux de 18%.

Solution 40:

$$1.-/ \text{Prix actuel} = 5\,000\,000 * \frac{100+9}{100} * \frac{100-4}{100} =$$

$$2.-/ \text{TVA} = \frac{7\,000\,000 * 18}{118} = 1\,067\,797$$

$$\text{TVA} = \frac{HT * 18}{100} = \frac{TTC * 18}{118} \text{ si le taux est de 18\%}$$