

Lycée Kankou Moussa de Daoudabougou (LKMD)

Série d'exercices sur les Puissances entières et rationnelles en TSEco, Année scolaire 2018 – 2019

Exercice 1 :

- Soit le nombre $K = \sqrt{2} \left[\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} - \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} \right]$.
 - Développer les expressions suivantes :
$$A = (2 + \sqrt{3})^2, \quad B = (2 - \sqrt{3})^2$$
 - En déduire que K est un nombre entier naturel.
- Déterminer le réel x dans les cas suivants :
 - $(3^{x-1})^3 = 9 \cdot 3^{x-2}$
 - $27^{x+2} = 3^{5x+8}$
 - $9^x \cdot 2^{2x} = 216^{-1}$
- Quels sont les nombres x et y tels que : $3^x \cdot 5^y = 27 \times 75$.

Exercice 2 :

- Montrer que le réel $\gamma = \sqrt[3]{27+6\sqrt{21}} + \sqrt[3]{27-6\sqrt{21}}$ est un entier naturel que l'on déterminera.
On profitera pour rappeler la formule $(A+B)^3$.
- Ecrire les nombres suivants sous forme de produit de nombres premiers à la puissance entière :
$$A = \frac{8^2 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6} \quad B = \frac{0,268912 \times 784000}{0,131712 \times 1470}$$
- Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :
 - $\frac{1}{9^{-x-2}} = 6561^x \times \frac{1}{729}$
 - $3^{x^2} \times \frac{1}{6561^x} = 19683$

Exercice 3 :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
 - $(3^{x-1})^3 = 27 \times 3^{x-2}$
 - $25^{x+2} = 5^{3x+8}$
 - $9^x \times 2^{2x} = 6^{-3}$
- Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ les systèmes suivants :
 - $$\begin{cases} 8^{-x} \times \frac{1}{2^{-7y}} = \frac{1}{(2048)^{-1}} \\ \frac{1}{9^{-x}} \times 243^y = 81^3 \end{cases}$$
 - $$\begin{cases} 4^x \times 16^y = \frac{1}{2} \\ 3^{6y} \times 81 = 27^x \end{cases}$$
- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :
 - $$\begin{cases} 2^x \times \frac{1}{8^{-y}} = 2^5 \\ \frac{1}{3^{-x}} \times 9^y = 1 \end{cases}$$
 - $$\begin{cases} 81^x \times 3^y = 9 \\ 7^{2x} \times 7^y = 7 \end{cases}$$

Exercice 4 :

- Résoudre dans $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ les équations proposées ci-dessous :
 - $0,25^x = 16$
 - $(0,1)^x = 100$
 - $2^{x+3} = 2\sqrt{2}$
 - $5^{1-4x} = \frac{1}{25}$
- Montrer que le nombre $N = \frac{2^{10} \times 3^6 \times 5^9 \times 77^2}{49000 \times 297}$ est un entier naturel.
- La somme des longueurs des quatre côtés d'un rectangle est 420 m, sachant que son aire est 3200 m^2 , trouver la longueur de chacun des côtés.

Exercice 5 :

1. Déterminer les réels x et y vérifiant :
$$\begin{cases} 2^x \times 4^y = \sqrt{2}^{10} \\ \frac{8^x}{4^y} = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

2. Ecrire plus simplement : $A = \frac{(\sqrt[5]{3\sqrt{9}})^2 \times \sqrt{27} \times \sqrt[5]{9}}{\sqrt[6]{3}}$ et $B = \frac{4^{\frac{3}{5}} \times 8^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{15}}}{16^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{1}{5}}}.$

Exercice 6 :

Un immeuble est composé de quatre appartements, de deux à cinq pièces pour lesquels on a les renseignements suivants :

Nombre de pièces	2	3	4	5
superficie(m^2)	25	45	70	90
Loyer mensuel (en franc	750	1350	2100	2700

- 1)  loyer est-il proportionnel au nombre de pièces ?
- 2)  loyer est-il proportionnel à la superficie ?
- 3) Les dépenses annuelles de l'électricité pour l'immeuble s'élèvent à 18200 F.
Cette somme est répartie proportionnellement au nombre de pièces .
Calculer la part de chaque appartement.

Série d'exercices sur les Rapports et Proportions en TSEco, Année scolaire 2018 – 2019

Exercice 1 :

Soient les nombres réels A et B tels que : $A = \frac{m-1}{2}$ et $B = \frac{m-4}{4}$.

Calculer le nombre réel m pour que :

- a. A et B soient opposés ;
- b. A et B soient inverses.

Exercice 2 :

1. Déterminer le nombre réel a tel que $a ; 2 ; 4 ; 6$ forment une proportion.
2. Déterminer le réel x sachant que les nombres $49 ; x^2 ; x^3 ; 343$ forment une proportion.
3. Une somme S doit être partagée entre 3 personnes A, B et C .
 A reçoit $\frac{1}{3}S$; B reçoit $\frac{1}{5}S$ et C reçoit le reste final.
 - a. Retrouver la fraction de S de la 3^{ème} personne.
 - b. Déterminer la part de chacune lorsque la somme à partager est de 420.000 FCFA.

Exercice 3 :

1. Trouver 3 nombres A, B et C de somme 245.000 et proportionnels aux nombres 5 ; 6 et 9.
2. Partager 33.200 FCFA en trois parts x, y et z .
 - a. Proportionnels à 4 ; 5 et 7 ;
 - b. Inversement proportionnels à 4 ; 5 et 7.
3. Quatre nombres A, B, C et D sont proportionnels aux nombres 2 ; 3 ; 4 et 6.
La somme des deux derniers dépasse la somme des deux premiers de 50.000.
Calculer A, B, C et D .

Exercice 4 :

Sur le plan cadastral, un terrain rectangulaire a pour dimensions 12 mm et 18 mm. Ce terrain dans la réalité a une aire de 54 ares.

Déterminer la longueur et la largeur de ce terrain ainsi que l'échelle du plan cadastral.

Exercice 5 :

Un vieil homme a laissé une somme S pour quatre de ses héritiers avec un testament.

$\frac{2}{7}$ de l'héritage est pour son fils aîné et le reste est partagé entre les autres proportionnellement aux âges qui sont 28 ans, 30 ans et 33 ans et inversement proportionnels aux nombres 8, 10 et 12.

1. Exprimer chacune des parts en fonction de S .
2. Calculer S et effectuer le partage sachant que la part du plus jeune est de 71.225.000 FCFA.

Exercice 6 :

On veut partager une somme d'argent en deux parts de façon inversement proportionnelles à 6 et 11, mais en réalité, on fait le partage en deux parts de façon directement proportionnelles à 6 et 11. Ainsi, une part a été diminuée de 640.

1. Quelle est la part qui a été diminuée ?
2. Quelle est la somme à partager ?
3. En déduire le montant de chaque part.

Exercice 7 :

1. L'âge d'un père est inférieur de 3 ans à la somme des âges de ses 3 enfants. Sachant que les âges du père et de ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 7 ; 5 et 4, trouver l'âge de chacun d'eux.
2. Une somme de 840.000 FCFA doit être partagée entre 3 personnes proportionnellement aux nombres 3 ; 5 et 7 et inversement proportionnel aux nombres 2 ; 6 et 3.
Calculer les 3 parts.

3. Un Directeur Général (DG) est chargé de partager la somme de 1.960.000 FCFA entre 3 employés : Ali, Awa et Mamadou.
Le partage se fait proportionnellement à leurs salaires respectifs en FCFA : 24.000 ; 20.000 et 18.000 et inversement proportionnel aux retards accusés respectivement par les 3 employés dans le mois : 4 jours, 2 jours et 5 jours.
Quelle est la part de chaque employé ?