

Travaux dirigés n°1

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe: TSEco

2023 - 2024

Puissances entières et rationnelles

Exercice 1

Ecris les nombres suivants à l'aide de puissances entières de nombre premiers :

$$A = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 ; \quad B = 8^3 \times 12^4 \times 9^{-3}; \quad C = (8^3 \times 12^{-4})^3;$$

$$D = \frac{8^3 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6} ; \quad E = \frac{(3^4 \times 2^{-3})^3}{(9^{-1} \times 2^2)^4}; \quad F = \frac{(0,6)^2 \times 12^5 \times 54^3}{9^2 \times 5^3 \times (0,8)^3 \times (0,16)^4}.$$

$$G = \frac{0,081 \times 0,36 \times 2560}{0,144 \times 2,16 \times 64} ; \quad H = \frac{10^2 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^5 \times 3^9}{6}}$$

Exercice 2

Détermine l'entier naturel x telque :

$$a^o) 2^{2x-8} = 1; \quad b^o) \frac{1}{2^x} = 4^2; \quad c^o) 3^x = 27 \times 9 ; \quad d^o) 3 \times 27 = \frac{9}{3^{6x}} ; \quad e^o) 5 \times 5^x = \frac{125}{5^{-9}}$$

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$$a) x^4 = 9; \quad b) 2x^4 + 18 = 0; \quad c) x^5 = -32; \quad d) x^3 = 64 ; \quad e) x^6 - 4826809 = 0;$$

$$f) 2x^7 + 1647086 = 0; \quad g) (1+i)^5 = 9765625; \quad h) (1+i)^7 = 9765625;$$

Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations et inéquations suivantes :

$$a) (5^{x^2}) \times \frac{1}{(3125)^x} = \frac{1}{(25)^2} \quad b) (81)^2 = (3^{x^2}) \times \frac{1}{(3^7)^x} \quad c) 6^{2x-3} = 1 \quad d) 3^x = 3^{1-6x}$$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} (2^6)^{-x} \times \frac{1}{(16)^y} = 4^7 \\ (13^{-x})^2 \times \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad b) \begin{cases} (\frac{1}{125})^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} \times 25^{-5} \\ \frac{1}{(36^{-2})^x} \times 6^y = 6^5 \end{cases}$$

Exercice 5

Exprime les expressions suivantes sous la forme a^n .

$$\frac{1}{a} ; \sqrt[3]{a} ; \sqrt{a^3} ; \frac{(a^2)^3}{\sqrt{a}} ; \sqrt{(a^3)^2} ; \frac{1}{a^2 \times a^5} ; a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}.$$

Exercice 6

Simplifie

$$J = a^4 \times b^2 \times c^{-3} \times a^{-2}; K = \frac{a^3 \times b^5 \times c}{a^2 \times b^7}; L = \frac{a^3 \times b^2 \times (ab)^{-4} \times (bc)^2}{(abc)^{-2} \times a^3 \times b}.$$

Application : calcule :

- J et K pour $a = -4, b = 1, c = 2$.
- L pour $a = -4, b = 2, c = -5$.

Exercice 7

Simplifie les expressions suivantes

$$A = \frac{\sqrt[3]{32} \times \sqrt{675}}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{425}}; B = \frac{\sqrt[3]{9} \times 2 \times \sqrt{3}}{3^4 \sqrt{3}}; C = \frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt[4]{9})^3}{(\sqrt{\sqrt{3}})^2}; D = \frac{27^{-\frac{1}{3}} \times 49^{\frac{1}{2}} \times 16^{\frac{1}{4}}}{(\sqrt[5]{243})^2}$$

Exercice 8

Démontre les égalités suivantes :

$$a^{\circ}) (\sqrt{3} - \sqrt{2})^5 \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})^7 = 5 + 2\sqrt{6} \quad b^{\circ}) (\sqrt{5} - \sqrt{6})^{13} \times (\sqrt{5} + \sqrt{6})^{11} = 2\sqrt{30} - 11.$$

$$c) \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{4,5}; d) \sqrt{\sqrt{2} + 1} \times \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 1; e) \frac{\sqrt{20 - \sqrt{320}} - \sqrt{12 + \sqrt{48}}}{\sqrt{3 + \sqrt{3}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}} = -2;$$

$$f) \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3 + \sqrt{2}} - \sqrt{6}} = \frac{1}{2}; \quad g) \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}} \text{ pour } a > b \geq 0;$$

$$h) \left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = 2(a + b) \text{ pour } a > b \geq 0.$$

Exercice 9 : Mets sous la forme $a\sqrt{b}$

$$A = 7\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 4\sqrt{80} - 2\sqrt{5}; B = 3\sqrt{54} - \sqrt{6} + 4\sqrt{24} + 5\sqrt{96};$$

$$C = \frac{1}{4}\sqrt{75} - \sqrt{48} + \frac{1}{3}\sqrt{3} - \sqrt{\frac{147}{9}}$$

Exercice 10 : Simplifie le plus possible les écritures suivantes (rend rationnel le dénominateur) :

$$A = \frac{3}{\sqrt{5}}; B = \frac{-3}{2\sqrt{5}}; C = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}; D = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} - 1}; E = \frac{5}{3\sqrt{2} - 3}; F = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5} + 5\sqrt{3}};$$

$$G = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}; H = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; I = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{6}}{7};$$