

Cours de soutien de Mathématiques		
Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)	Classe : TSEco	2019 - 2020

Suites Numériques

Désignation	Suites arithmétiques	Suites géométriques
Raison	r	q
Définition	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q \times u_n$
Formule explicite	$u_n = u_p + (n - p)r$	$u_n = u_p \times q^{n-p}$
Somme	$s_n = \frac{n+1-p}{2} (u_p + u_n)$	$s_n = u_p \frac{1 - q^{n+1-p}}{1 - q}$
si a, b et c sont en Progression	$2b = a + c$	$b^2 = ac$
insérer k nombre entre deux nombres a et b	$r = \frac{b-a}{k+1}$	$q = \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}}$
Paramètre	$u_p = 1^{er} \text{ terme}$ avec $p \in \mathbb{N}$	

Exercice 1

- Insérer 8 termes entre 7 et 61 de manière à obtenir une progression arithmétique.
- Insérer 3 termes entre 3 et 48 de manière à obtenir une progression géométrique.

Exercice 2

- Un capital de 249 750 F est partagé en six capitaux en progression arithmétique de raison 1850 F. calculez ces six capitaux.
- Cinq capitaux sont en progression arithmétique de raison r et de somme 12 525F. calculez ces capitaux sachant que le dernier est égal à 4 005F.
- Trouve trois nombres en progression géométrique de somme 777 et de produit 343 000.

Exercice 3

A. Calculer la raison r et le premier terme u_0 d'une suite arithmétique vérifiant :

- $u_5 = 13$ et $u_{11} = 31$.
- $u_{30} = 3\ 100$ et $u_{150} = 40$.

B. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et premier terme u_1 .

- Détermine r et u_1 sachant que le 4^{ème} terme est -3 et le 14^{ème} terme est -23.
- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 puis vérifier que les termes u_1 , u_2 et u_3 sont dans cet ordre en progression arithmétique.
- Exprimer le terme général u_n en fonction de n .
- Calculer le 6^{ème} et le 9^{ème} terme de la suite (u_n) .

M. ADD « Le savoir que l'on ne complète pas chaque jour diminue »

5) Calculer la somme des 10 premiers termes de cette suite.

Exercice 4

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et premier terme u_0 .

- 1) Détermine q et u_0 sachant le 4^{ème} terme est 8 et le 20^{ème} terme est 524 288.
- 2) Calculer u_1 ; u_2 et u_3 puis vérifier que les termes u_1 , u_2 et u_3 sont dans cet ordre en progression géométrique.
- 3) Exprimer le terme général u_n en fonction de n .
- 4) Calculer le 6^{ème} et le 9^{ème} terme de la suite (u_n) .
- 5) Calculer l'indice n du terme égal 1024.
- 6) Calculer la somme des 10 premiers termes de cette suite.

Exercice 5

Un fonctionnaire dispose au 1er janvier 2014 d'un capital $C_0 = 1\,000\,000\,F$ qu'il place à la BOA à un taux de 6% l'an. Au bout de chaque année le capital est augmenté des intérêts qu'il produit. On désigne par C_n la valeur du capital au bout de n années.

- 1) Calculer C_1 , C_2 et C_3 .
- 2) Démontrer que (C_n) est une suite géométrique puis exprimer C_n en fonction de n .
- 3) Au bout de combien de temps n le capital aura-t-il doublé ? (on pourra utiliser une calculatrice)
- 4) En supposant le prix du marché stable, en quelle année ce fonctionnaire pourra t-il s'offrir une maison dont le prix est 25 000 000 F ? (on pourra utiliser une calculatrice)

Exercice 6 : Bac 2014 TSEco

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année de 5% la quantité de déchets qu'elle rejette par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a alors $r_0 = 40\,000$.

1. Calcule r_1 et r_2 . (1 pt)
2. Justifie que pour tout entier naturel n , on a : $r_{n+1} = 0,95 r_n + 200$. (0,75 pt)
3. Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = r_n - 4000$
 - a. Démontre que la suite (S_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

- b. Pour tout entier naturel n , exprime (S_n) en fonction de n . Déduis-en que, pour tout entier naturel n , on a : $r_n = 36\,000 \times 0,95^n + 4\,000$. (1 pt)
- c. La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifie. (1 pt)
- d. Calcule une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011. (1 pt)
- e. L'entreprise pourra-t-elle honorer son engagement ? Si oui, en quelle année atteindra-t-elle cet objectif pour la première fois ? (0,75 pt)

Exercice 7 : Bac 2018 TSEco (4 points)

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que, chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5% par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000.

On note un le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année $2015+n$.

On a donc $u_0=600$.

- 1. Montre, que pour tout entier n , $u_{n+1}=1,05u_n-10$.
- 2. On pose $v_n=u_n-200$.
 - a. Montre que la suite (v_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme v_0 .
 - b. Exprime v_n en fonction de n . En déduis l'expression de u_n en fonction de n .
 - c. D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

Exercice 08 : Extrait de Bac TSExp 2015

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$

1°/ a) Déterminez le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017. (0,5pt)

b) Exprimez X_{n+1} en fonction de X_n . (1pt)

2°/ On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 60\,000 - X_n$

- a) Montrez que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1er terme. (1pt)
- b) Exprimer U_n en fonction de n , en déduire X_n en fonction de n (1pt)
- c) Ce paysan aura combien d'arbres fruitiers dans 20 ans ? (1pt)
- d) Calculer la limite de la suite (X_n) . Conclure (0,5pt)

Exercice 9 : Composition Rive Droite 2013/2014

A. 1) Détermine les capitaux C_1, C_2, C_3 en progression arithmétique croissante tels que

$$\begin{cases} \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{5} = 14\,000 \\ C_2 - C_1 = 5\,000 \end{cases} \quad (1,5 \text{ pts})$$

2) Pendant les vacances scolaires, Salif se trouve un petit emploi. Cet emploi lui rapporte 2 500 F la première semaine et 500 F de plus chacune des semaines qui suivent. On désigne par u_n le gain de Salif au bout de n semaines.

- a) Calcule u_1, u_2, u_3 . (0,75 pt)
- b) Exprimer pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n . (1 pt)
- c) Au bout de combien de semaines le gain de Salif serait-il égal à 4 500 F ? (0,75 pt)
- d) Calcule le gain de Salif pendant les trois mois de vacances. (1 pt)

Exercice 10 :

A l'entreprise Orange Mali, les employés ont le choix entre deux contrats : le salaire initial est toujours de 100 000F par mois, puis une augmentation de 1000F tous les mois pour le contrat A, et une augmentation de 0,5% tous les mois pour le contrat B.

On appelle a_n le salaire mensuel d'un employé au bout de n mois avec le contrat A, b_n avec le contrat B.

- a. Calculez les salaires des trois premiers mois pour chaque contrat.
- b. Précisez la nature de chaque suite ? Exprimez alors a_n et b_n en fonction de n .
- c. M. Maïga est en CDD de 18 mois. Quel contrat doit-il choisir ?
- d. M. Touré et M. Haïdara ont passé 40 ans dans l'entreprise, mais Touré avait le contrat A et Haïdara le contrat B. Quelles sommes ont-ils gagnées en tout ?

Exercice 11 : -----[7 points]

Un chef d'entreprise paie 6 000 000F par an pour l'entretien de ses machines. Lors du renouvellement du contrat pour les dix (10) prochaines années. Une société lui propose deux formules de contrat.

A. Contrat A : le contrat augmente de 5% par ans.

- e. Exprime en fonction de n , le montant u_n du contrat lors de la $n^{\text{ième}}$ année.
- f. Calcule le montant du contrat pour la 10^{ème} année.
- g. Au bout de combien d'année, le contrat dépasserait-il le double du contrat initial ?
- h. Calcule la somme payée au total au bout de ces 10 années.

B. Contrat B : le contrat augmente de 350 000F par ans.

1. Exprime en fonction de n , le montant v_n du contrat lors de la $n^{\text{ième}}$ année.
2. Calcule le montant du contrat pour la 10^{ème} année.
3. Calcule la somme payée au total au bout de ces 10 années.

C. Quel est le contrat le plus avantageux ?

Exercice 12 : On considère la suite (v_n) définie par :
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + 3 \end{cases}$$

- 1) Calculer v_4
- 2) On pose $u_n = v_n - 4$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.
- 3) Exprimer u_n en fonction de n puis en déduire v_n en fonction de n .
- 4) Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{13}$ et $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

Exercice 13 :

Soit (u_n) une suite arithmétique croissante telle que :
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases}$$

- 1) Calcule le premier terme u_0 et la raison r de cette suite, puis exprime le terme général u_n en fonction de n .
- 2) Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = 2^{u_n}$.

Montre que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera v_0 et q .