

Exercices sur les suites arithmétiques et géométriques en TSEco

Exercice1

- 1) (U_n) est une suite arithmétique de raison r .
 - a) On donne $U_0 = 2$ et $r = -3$; calculer U_{10} ; U_{20} .
 - b) Calculer r ; U_2 et U_5 sachant que $U_0 = 2$ et $U_1 = 5$.
 - c) On donne $U_5 = 17$ et $U_{10} = 12$; calculer r , U_0 , U_1 .
 - d) Sachant que $U_0 = 3$ et que $U_{20} = U_{10} + 25$, expliciter U_n .
 - e) Sachant que $U_2 + U_3 + U_4 = 15$ et $U_6 = 20$, calculer U_0 .
- 2) (V_n) est une suite géométrique de raison q .
 - a) On donne $V_0 = 32$ et $q = \frac{1}{4}$, calculer V_2 , V_5 .
 - b) On donne $V_0 = 3$ et $V_2 = 12$; calculer q , V_1 et V_5 .
 - c) On donne $V_3 = 2$ et $V_7 = 18$; calculer q , V_0 et V_{15}
- 3) Vérifier si la suite (U_n) est arithmétique ou géométrique dans les cas suivants :

a) $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}+U_n=2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}-U_n=4 \end{cases}$; c) $\begin{cases} U_0=100 \\ U_{n+1}=U_n+\frac{6}{100}U_n \end{cases}$; d) $\begin{cases} U_1=50 \\ U_{n+1}=1,05U_n+30 \end{cases}$.

Exercice2 :

Albert place un capital initial $C_0 = 3000$ € à un taux annuel de 6%, les intérêts étant simples. On note C_n le capital d'Albert au bout de n années, capital exprimé en euros.

- 1) Montrer que, pour tout entier n , $C_{n+1} = C_n + 180$. Qu'en déduit-on?
- 2) Pour tout entier n , exprimer C_n en fonction de n .
- 3) De quel capital Albert dispose-t-il au bout de 10 ans?
- 4) Au bout de combien d'années le capital va-t-il doublé?
- 5) Au bout de combien d'années le capital dépasse-t-il 10000 € ?

Exercice3 :

On suppose que chaque année la production d'une usine subit une baisse de 4%. Au cours de l'année 2010, la production a été de 25000 unités. On note $P_0 = 25000$ et P_n la production prévue au cours de l'année 2010 + n .

- a) Montrer que (P_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison. Calculer P_5 .
- b) Si la production descend au-dessous de 15000 unités, l'usine sera en faillite, quand cela risque-t-il d'arriver si la baisse de 4% par an persiste ? La réponse sera recherchée par expérimentation avec la calculatrice.

Exercice4 :

La location annuelle initiale d'une maison se monte à 7000 €. Le locataire s'engage à louer durant 7 années complètes. Le propriétaire lui propose deux contrats :

- 1) Contrat n°1 Le locataire accepte chaque année une augmentation de 5 % du loyer de l'année précédente.
 - a) Si U_1 est le loyer initial de la 1^{ère} année, exprimer le loyer U_n de la $n^{\text{ième}}$ année en fonction de n
 - b) Calculer le loyer de la 7^{ème} année

- c) Calculer la somme totale payée, au bout de 7 années d'occupation
- 2) Contrat n°2 Le locataire accepte chaque année une augmentation forfaitaire de 400 €
- a) Si V_1 est le loyer initial de la 1^{ère} année, exprimer le loyer V_n de la n^{ième} année en fonction de n .
- b) Calculer le loyer de la 7^{ème} année
- c) Calculer la somme totale payée, au bout de 7 années d'occupation
- 3) Conclure : quel contrat est le plus avantageux ?

Exercice 5:

Une entreprise fabrique un modèle de batterie dans deux usines A et B. En 2008, chaque usine a produit 100 000 batteries. La direction de l'entreprise fixe comme objectifs d'augmenter la production, de 10 000 par an dans l'usine A et 8 % dans l'usine B. On note a_n et b_n les nombres de batteries produits par les usines A et B en $(2008 + n)$. Ainsi $a_0 = b_0 = 100\,000$.

- 1) Calculer les nombre a_1 et b_1 de batteries que devra reproduire les usines A et B en 2009.
- 2) Déterminer la nature des suites (a_n) et (b_n) .
- 3) En 2012, laquelle des deux usines aura la plus grosse production ? Justifier.
- 4) a) Calculer a_6 et a_7 puis b_6 et b_7 .
- b) A partir de quelle année, la production de l'usine B dépassera-t-elle celle de l'usine A ?

Exercice6 :

- 1) On souhaite amortir un équipement pour un laboratoire acheté 1.200.000francs avec cinq annuités qui soient des termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 300.000. Déterminer le montant de chaque annuité.
- 2) Un matériel de laboratoire est acheté 840400F avec cinq annuités qui soient des termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = 0,8$. Déterminer le montant de chaque annuité.

Exercice7:

Un commerçant règle le montant d'une commande par 6 versements en progression géométrique de raison $3/2$. Sachant que le premier versement est de 800F, on demande :

- a) Le montant du sixième versement. b) la somme totale à payer.

Exercice 8:

Une gratification est partagée entre trois personnes selon une progression géométrique de raison $3/5$. Ali a touché la part la plus faible : 720F. Quelle était la gratification à partager ?

Si cette gratification avait été partagée proportionnellement aux années de services et aux nombres d'enfants : 3 ans et 2 enfants pour Ali ; 3 ans et 4 enfants pour Salif ; 4ans et 3 enfants pour Hamady

Quelles seraient les parts respectives ? Ali aurait-il été avantagé ?

Exercice 9:

Trois capitaux en progression géométrique ont pour somme 7 350F. Calculer ces trois capitaux sachant que le premier et le troisième sont proportionnels à 9 et 25.

Exercice 10:

Un oncle a partagé 7 200F entre ses neveux de façon que les parts forment une progression arithmétique. Calculer ces parts sachant que la première et la troisième sont proportionnels à 5 et 11.

Exercice11 :

Une dune mesurait 100 mètres de large en 2010. Une équipe de scientifique constate que chaque année la largeur de cette dune diminue de 1,5 m sous l'effet de l'érosion (due au vent, aux vagues et à l'homme). On note (U_n) la largeur de la dune en $(2010 + n)$. Ainsi, U_0 représente la largeur de la dune en 2010 et vaut 100.

- 1) Que représentent U_1 ; U_2 et U_{15} calculer U_1 ; U_2 et U_{15} .
- 2) La dune joue un rôle important : elle protège les polders des risques d'inondation et intervient dans la gestion de la qualité des eaux. Les scientifiques estiment qu'en dessous de 30 m de large, la dune ne peut plus assurer ce rôle en cas de phénomènes exceptionnels (tempête notamment). Les autorités prévoient de ralentir l'érosion par des plantations d'oyats (plantes) et la mise en place de (barrières) dès que la dune atteindra 45 m de large. En quelle année, au plus tard, devra-t-on intervenir ?

Exercice12 :

Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (U_n) où U_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2010 + n)$. En 2010, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

- 1) a) Montrer que la situation peut être modélisée par : $U_0 = 50$ et pour tout entier naturel n par la relation : $U_{n+1} = 0,95U_n + 3$.
- b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 2) On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = 60 - U_n$.
 - a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 0,95.
 - b) Calculer V_0 . Déterminer l'expression de V_n en fonction de n .
 - c) Démontrer que pour tout entier naturel n , $U_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$.
- 3) Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2015. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.
- 4) a) Vérifier que pour tout entier naturel n , on a l'égalité : $U_{n+1} - U_n = 0,5 \times (0,95)^n$
 - b) En déduire la monotonie de la suite U_n .
 - c) En utilisant une calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2010.
 - d) Le nombre d'arbres de cette forêt ne pourra pas dépasser combien, si la politique d'entretien reste la même.

Bon courage et bonne année scolaire !
Mr MALLE PPES