

COURS PRIVÉ EXCELIA MALI



MATHS GÉNÉRALES

**Choisissez EXCELIA MALI, le cours privés de référence à Sebenikoro et à Bacodjicoroni AGI. La formation qui fait la différence.
Inscrivez-vous dès aujourd'hui !**

FORMULES EXERCICES CORRIGÉS

BONNE CHANCE AU BAC

**Contactez nous pour rejoindre
nos programmes de formation
en ligne et en classe**

(+223) 82 42 53 97



Seydou DIALLO 🇲🇱

65-38-85-46

@seydoudiallo4001



TikTok

TS ÉCO

L'excellence se construit ici

CHAPITRE 1: PUISSANCES ENTIERES ET RATIONNELLES

Définitions	Propriétés
<u>Les puissances entières</u> Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On appelle puissance entière de a à la puissance n , le réel noté par a^n tel que $a^n = a \times a \times a \dots \times a$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$; $a^m \times a^n = a^{n+m}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$
<u>Les puissances rationnelles</u> Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On appelle puissance entière de a à la puissance n , le réel noté par $a^{\frac{1}{n}}$ tel que $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$; $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$; $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^0 = 1$
<u>Les radicaux</u> Soit a un réel positif. On appelle radical de a ou racine carrée de a , le réel noté par $\sqrt{a}$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^n = a^{\frac{n}{2}}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; Si a est positif $\sqrt{a^2} = a$ Si a est négatif $\sqrt{a^2} = -a$

EXERCICE 1 :

- 1) Calculer les nombres réels suivants à l'aide d'une puissance entière.

$$A = \frac{8^6 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6} ; B = \left(\frac{(8^6 \times 5^4 \times 7^8)^{\frac{1}{2}}}{3^3 \times 4^5 \times 4^6} \right)^3 ; c = \frac{((5)^3 \times (-2^{-1})^2)^4}{8}$$

- 2) Soit
- a
- un nombre entier naturel. Déterminer l'entier
- a
- satisfaisant aux conditions indiquées :

$$2^{4+a} = 64 ; 3^{12} = 9^{3a} ; 7^{4-a} = 1 ; 5^a \times 25 = 125 ; (7^a)^3 = 1 ; \frac{13^{a-4}}{13} = 169$$

$$7^a \times 7^4 = 7^{19} ; 3^8 \times (3^a)^6 = 3^{20} ; (10^{3a})^3 \times 10^{-2} = 10^7 ; 3125 \times 5^a = \left(\frac{1}{25}\right)^{-7}$$

3) Ecrire sous forme de puissance rationnelle les expressions suivantes :

$$\sqrt[3]{3^2} ; \frac{5}{\sqrt[7]{5^2}} ; \sqrt[4]{7^3} \times \sqrt[6]{7^9} ; \frac{\sqrt[11]{4^3 \times 7^2}}{\sqrt[4]{8^3 \times 6^7}}$$

EXERCICE 2 :

1) Mettre sous forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$$A = 7\sqrt{20} + 4\sqrt{20} - 3\sqrt{5} ; B = 2\sqrt{54} - \sqrt{6} + \sqrt{24} + 3\sqrt{96}$$

2) Rendre rationnelle le dénominateur des fractions suivantes :

$$\frac{3}{\sqrt{7}} ; \frac{5}{\sqrt{3}+1} ; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}+2} ; \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{3}+2} ; \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{7}} ; \frac{5-3\sqrt{2}}{3\sqrt{7}-\left(\frac{5}{2}\right)}$$

3) On pose : $X = \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$; $Y = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}}}{\sqrt{5-2\sqrt{5}}}$

EXERCICE 3 :

1) Simplifie les écritures suivantes :

$$Z = \frac{a^3 \times b^2 (ab)^{-4} \times (bc)^2}{(abc)^{-2} \times a^3 \times b} ; B = \frac{2^7 \times 6^5 \times 3^{10}}{18^4 \times 12^3} ; A = \frac{8^3 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6} ; D = \frac{\sqrt[3]{8a^9}}{(2\sqrt{a})^3} ; G = \frac{\sqrt[3]{500}}{\sqrt{5} \times \sqrt[3]{4}} ;$$

$$Q = \frac{\sqrt[3]{32 \times \sqrt{675}}}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{405}} ; N = \frac{12 \times 14^{-\frac{4}{5}}}{7^{-\frac{5}{6}} \times 6^{-\frac{2}{3}}}$$

2) Écris les nombres suivants à l'aide de puissances entières de nombres premiers

$$A = \frac{81^7 \times 25^7 \times 121^2}{125^2 \times 14^7} ; B = \frac{0,0081 \times 0,0021^4 \times 256^3}{320^7 \times 0,0064^5} ; C = \frac{0,000144 \times 0,125 \times 216^3}{256^8 \times 0,0081}$$

$$D = 25^7 \times \frac{1}{1024} \times 81^5 \times 2048^4$$

3) Résoudre dans IN les équations et inéquations suivantes :

$$a) (5^{x^2}) \times \frac{1}{3125^x} = \frac{1}{25^2} ; b) 81^2 = 3^{x^2} \times \frac{1}{(3^7)^x} ; c) 6^{2x-3} = 1 ; d) 3^x = 3^{1-6x}$$

$$e) 5^x \leq 25^{3x} ; f) 7^x < 49 ; g) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \geq 2^{x-1}$$

4) Résoudre dans $IN \times IN$ les systèmes suivants :

$$a) \begin{cases} (2^6)^{-x} \times \frac{1}{(16)^y} = 4^7 \\ (13^{-x})^2 \times \frac{1}{(169)^y} = \frac{1}{(13^3)^{-2}} \end{cases} \quad b) \begin{cases} \left(\frac{1}{125}\right)^{-x} = \frac{1}{(5^{-7})^y} \times 25^{-5} \\ \frac{1}{(36^{-2})^x} \times 6^y = 6^5 \end{cases}$$

GRAND DEVOIR GENERAL

Exercice 1 : Puissances entière et rationnelles	5 points
1)) Calculer les nombres réels suivants à l'aide d'une puissance entière $A = \frac{8^6 \times 5^4 \times 7^3}{5^3 \times 7^5 \times 2^6} ; B = \left(\frac{(8^6 \times 5^4 \times 7^8)^{\frac{1}{2}}}{3^3 \times 4^5 \times 4^6} \right)^3 ; c = \frac{((5)^3 \times (-2^{-1})^2)^4}{8}$ 2) Soit a un nombre entier naturel. Déterminer l'entier a satisfaisant aux conditions indiquées : $2^{4+a} = 64 ; 7^{4-a} = 1 ; 5^a \times 25 = 125 ; \frac{13^{a-4}}{13} = 169 ;$ $(10^{3a})^3 \times 10^{-2} = 10^7 ; 3125 \times 5^a = \left(\frac{1}{25}\right)^{-7}$ 3) Résoudre dans IN les équations et inéquations suivantes : a) $(5^{x^2}) \times \frac{1}{3125^x} = \frac{1}{25^2} ; b) 5^x \leq 25^{3x}$	1,5 points 1,5 points 2 points
Exercice 2 : Rapports et proportions	7 points
PARTIE A : Les Rapports 1) Calculer les nombres suivants en mettant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} ; B = \frac{1}{-3} \times \frac{3}{10} ; C = -3 + \frac{3}{10} ; D = \frac{-1}{\frac{3}{4}} ; E = \frac{4}{\frac{5}{2} + \frac{1}{3}}$ 2) Deux capitaux ont pour somme 18 000 et pour rapport $\frac{18}{27}$. Quels sont ces deux capitaux ? 3) Ecrire le rapport de la distance de Bamako à Kati (21 km), à la distance de Bamako à Ségou (472 km). PARTIE B : Les Proportions 1) Pour confectionner un cocktail, Ali a besoin de 1,5 de jus d'orange pour 6 personnes. Combien de litres de jus d'orange doit-il confectionner s'il souhaite préparer ce même cocktail pour 10 personnes ? 2) En révisant pendant 3 heures son cours de mathématique, Idrissa a progressé de 5 points. De combien de points augmentera-t-il sa note, s'il révise le prochain cours pendant 5 heures ? 3) Sur une vente de 25 700 F, un placier a reçu une commission de 771 F. Quelle commission recevra-t-il sur une vente de 98 350 F ?	2 points 1 points 1 points 1 points 1 points 1 points
PROBLEME : PARTAGES	8 points
1) Un directeur est chargé de partagé la somme de 1 960 000 F CFA entre ses trois employés : Ali ; Moussa et Bakary. Le partage se fait proportionnellement à leur salaire respectivement égal à : 24 000 ; 20 000 ; 18 000 et inversement proportionnelle au retard accusé par les trois employés dans le mois : 4 jours ; 2 jours et 5 jours. Quelle est la part de chaque employé ?	4 points

- 2) Un père de famille veut partager son héritage H entre ces trois enfants directement proportionnels à leur âge : 15 ans ; 14 ans et 9 ans et inversement proportionnel aux rangs de leur mère : 3 ; 2 et 3. En ne tenant pas compte de la deuxième condition, il fait une erreur. Il décide ainsi de faire un partage directement proportionnel aux rangs de leur mère. Le deuxième enfant atteste avoir perdu une somme de 560 000 F après ce partage. Trouver le montant de l'héritage H du père et faite correctement le partage.

4 points

TRAVAUX DIRIGES**I. Proportions**

- 1) Un patron veut répartir à part égale une certaine somme, à titre de gratification, entre des employés : s'il en fait bénéficier 7 employés, chacun recevra 1 242 F. Quel serait la part de chacun s'il y avait 9 bénéficiaires ?
- 2) Avec un pot de peinture, on peut peindre un panneau rectangulaire de 2,4 m de long et 0,72 m de large. Quelle serait la longueur du panneau qu'on pourrait recouvrir avec le même pot, si la largeur était de 1,08 m ?
- 3) 15 ouvriers peuvent faire un travail en 8 heures. Combien faut-il à 12 ouvriers pour exécuter le même travail ?
- 4) Avec une certaine quantité de graine, on peut semer un champ rectangulaire de 30 m de large sur 100 m de long. Quelle est la longueur d'un champ rectangulaire de 25 m de large qu'on pourrait semer avec la même quantité de graine ?
- 5) Un entrepreneur peut avec une certaine somme, payer 35 ouvriers, ayant travaillé 14 heures par jour, pendant 12 jours. Combien, avec le tiers de cette somme, pourrait-il payer d'ouvriers ayant travaillé 7 heures par jour, pendant 5 jours ?
- 6) Une personne calcule que, si elle vit à l'hôtel elle dépensera en 6 jours autant que chez elle en 16 jours. Elle est obligée de vivre régulièrement 1 jour à l'hôtel pour 3 jours chez elle. En combien de temps dépensera-t-elle ainsi autant qu'en 272 jours chez elle ?
- 7) 12 radiateurs électriques de 3 kw fonctionnant 8 h par jour pendant 15 jours ont dépensé 864 F. Pendant combien de jours ont fonctionné, à raison de 10 heures par jour, 15 radiateurs de 2 kw qui ont dépensé 1 080 F ?
- 8) Un industriel possède un stock de charbon qui lui permet de d'alimenter 10 chaudières identiques pendant 20 jours. Après 8 jours de fonctionnement, il est avisé qu'il ne sera réapprovisionné que 24 jours après. Combien de chaudières doit-il arrêter s'il veut faire fonctionner les autres, régulièrement pendant ces 24 heures ?
- 9) Un fabricant estime qu'en faisant travailler 15 ouvriers 10 heures par jour pendant 12 jours il pourra exécuter une commande. En fait, la durée du travail quotidien est bien de 10 heures pendant les 4 premiers jours mais doit être réduite ensuite à 7 h 30 mn. Combien faudra-t-il de jours pour exécuter la commande ? Combien de jours aurait-il fallu s'il avait disposé régulièrement de 20 ouvriers travaillant 9 heures par jour ?

II. Partages proportionnels

- 1) Kady partage la somme de 66 000 F CFA entre ses trois enfants directement proportionnels à leur âge respectivement égal à : 10 ans ; 7 ans et 5 ans. Quelle est la part de chaque enfant ?
- 2) Un héritage de 190 000 F CFA doit être partagé entre trois frères directement proportionnel à leur âge : 7 ans ; 3 ans et 9 ans. Calculer la part des trois frères.
- 3) Mr DEMBELE partage la somme de 32 000 F CFA entre ses trois enfants inversement proportionnels à leur âge respectivement égal à : 2 ans ; 10 ans et 5 ans. Quelle est la part de chaque enfant ?
- 4) Un père partage son patrimoine d'une valeur de 68 000 000 F CFA entre ses trois enfants, inversement proportionnels à leur âge : 3 ans ; 4 ans et 8 ans. Calculer la part des trois frères.
- 5) Un directeur est chargé de partager la somme de 1 960 000 F CFA entre ses trois employés : Ali ; Moussa et Bakary. Le partage se fait proportionnellement à leur salaire respectivement égal à : 24 000 ; 20 000 ; 18 000 et inversement proportionnelle au retard accusé par les trois employés dans le mois : 4 jours ; 2 jours et 5 jours. Quelle est la part de chaque employé ?
- 6) Une teinturière achète à 21 000 F CFA du tissu Bazin. Au moment de la teinture, elle constate que $\frac{1}{7}$ du Bazin est inutilisable. Alors elle décide de diviser le reste en 3 coupons inversement proportionnel à : 3 ; 4 et 6. Calculer la longueur de chaque coupon.
- 7) Un père de famille veut partager son héritage H entre ces trois enfants directement proportionnels à leur âge : 15 ans ; 14 ans et 9 ans et inversement proportionnel aux rangs de leur mère : 3 ; 2 et 3. En ne tenant pas compte de la deuxième condition, il fait une erreur. Il décide ainsi de faire un partage directement proportionnel aux rangs de leur mère. Le deuxième enfant atteste avoir perdu une somme de 560 000 F après ce partage. Trouver le montant de l'héritage H du père et faire correctement le partage.
- 8) Un employé est chargé de partager une prime P entre trois contremaîtres, proportionnellement à leurs salaires annuels : 42 000 F ; 35 000 F ; 28 000 F, proportionnellement à leurs années de service : 7 ; 5 ; 3 et inversement proportionnel à leurs retards dans l'année : 2 ; 4 et 5. L'employé fait une erreur et ne tient pas compte de la dernière condition. Le deuxième touche alors 352,5 F de moins qu'il aurait dû toucher. Quelle était la prime P à partager ?

POURCENTAGES

✦ + corrigés

T. SCIENCES ÉCO

SEYDOU DIALLO



LES POURCENTAGES

Les pourcentages sont utilisés pour exprimer une proportion relative à une quantité totale, souvent en fraction de cent. Les pourcentages sont utilisés dans de nombreux domaines, tels que : Les finances, les statistiques, le commerce et bien d'autres. En mathématiques on les utilise pour calculer des augmentations, des réductions, des taux de croissances, des probabilités...

Définitions	Formules
<u>Pourcentage direct</u> Le pourcentage est dit direct lorsqu'il s'applique sur une quantité connue <u>Pourcentage indirect</u> Le pourcentage est dit indirect lorsqu'il s'applique sur une quantité inconnue	Cas d'augmentation 1) $Valeur\ finale = Valeur\ initiale + Augmentation$ 2) $Valeur\ finale = Valeur\ initiale \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ 3) $Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{\left(1 + \frac{t}{100}\right)}$ Cas de diminution 1) $Valeur\ finale = Valeur\ initiale - Diminution$ 2) $Valeur\ finale = Valeur\ initiale \left(1 - \frac{t}{100}\right)$ 3) $Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{\left(1 - \frac{t}{100}\right)}$ $Augmentation\ ou\ diminution = \frac{Valeur\ initiale \times t}{100}$
<u>Pourcentages successifs</u> Ils sont utilisés quand on veut calculer comment une valeur change après plusieurs ajustements, un après l'autre.	$Valeur\ finale = VI \left(1 \pm \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 \pm \frac{t_2}{100}\right) \dots \times \left(1 \pm \frac{t_n}{100}\right)$ Si le prix d'un article augmente de $t_1\%$, puis diminue de $t_2\%$, on utilise les pourcentages successifs pour voir combien le prix a changé en tout.
<u>Pourcentage d'évolution</u> Il montre combien une valeur a changé par rapport à sa valeur initiale, exprimée en pourcentage. Par exemple, si le prix d'un produit passe de 100 F CFA à 120 F CFA, le pourcentage d'évolution est de 20%, car le prix a augmenté de 20%.	Si les valeurs sont absolue Cas 1 : $Valeur\ d'arrivée > Valeur\ de\ depart$ $Taux = \frac{VA - VD}{VD} \times 100$ Cas 2 : $Valeur\ de\ depart > Valeur\ d'arrivée$ $Taux = \frac{VD - VA}{VD} \times 100$ Si les valeurs sont relatives $Coef\ m = \left(1 \pm \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 \pm \frac{t_2}{100}\right) \dots \times \left(1 \pm \frac{t_n}{100}\right)$ $taux = (coefficient\ multiplicateur - 1) \times 100$
<u>Pourcentage par tranche</u> Ils servent à répartir une quantité sur différentes parties ou catégories.	Pour calculer des pourcentages par tranches, on décompose la valeur donnée suivant les tranches proposées. On applique ensuite le pourcentage correspondant à la tranche calculée. À chaque tranche correspond en générale un pourcentage différent.
<u>Pourcentage dedans</u> C'est lorsque le pourcentage d'une quantité est contenue à l'intérieur d'une autre quantité ou d'un ensemble plus grand	$Pourcentage = \left(\frac{t_1}{100}\right) \left(\frac{t_2}{100}\right) \times 100$

EXERCICES D'APPLICATION :**EXERCICE 1 :**

- 1) Les prix de marchandises achetées aux enchères sont majorés de 14 % de frais et taxes. Quels sont les prix de revient correspondant aux enchères suivantes : 2 800 F ; 7 200 F ; 15 600 F ?
- 2) Le prix initial d'une marchandise est de 100 000 F. Calculer son prix final sachant que le prix initial a subi une diminution de 3%.

SOLUTION :

- 1) Les prix de revient correspondant aux enchères

$$\text{Enchère}_1 = 2\,800\text{ F} ; \text{Enchère}_2 = 7\,200\text{ F} ; \text{Enchère}_3 = 15\,600\text{ F} ; t = 14\%$$

$$\text{Valeur finale} = \text{Valeur initiale} \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

$$\text{Pour : Enchère}_1 = 2\,800\text{ F}$$

$$\text{Prix de revient} = 2\,800 \left(1 + \frac{14}{100}\right) \Rightarrow \text{Prix de revient} = 3\,192\text{ F}$$

$$\text{Pour : Enchère}_2 = 7\,200\text{ F}$$

$$\text{Prix de revient} = 7\,200 \left(1 + \frac{14}{100}\right) \Rightarrow \text{Prix de revient} = 8\,208\text{ F}$$

$$\text{Pour : Enchère}_3 = 15\,600\text{ F}$$

$$\text{Prix de revient} = 15\,600 \left(1 + \frac{14}{100}\right) \Rightarrow \text{Prix de revient} = 17\,784\text{ F}$$

- 2) Calculons son prix final

$$\text{Prix initial} = 100\,000 ; \text{taux} = 3\%$$

$$\text{Prix final} = \text{Prix initial} \left(1 - \frac{t}{100}\right) \Leftrightarrow \text{Prix final} = 100\,000 \left(1 - \frac{3}{100}\right)$$

$$\text{Prix final} = 100\,000 \times 0,97 \Rightarrow \text{Prix final} = 97\,000\text{ F}$$

EXERCICE 2 :

- 1) Un savon a perdu en fondant 30% de son poids initial. Quel était ce poids si le poids actuel est de 770 kg ?
- 2) Une balle de coton entreposé dans un endroit humide a augmenté de poids de 5% par rapport à son poids initial. Quel était celui-ci si son poids actuel est 567 kg ?

SOLUTION :

- 1) Calculons le poids initial

$$\text{Poids actuel} = 770\text{ kg} ; \text{taux} = 30\%$$

$$\text{Poids actuel} = \text{Poids initial} \left(1 - \frac{t}{100}\right) \Leftrightarrow \text{Poids initial} = \frac{\text{Poids actuel}}{\left(1 - \frac{t}{100}\right)}$$



$$Poids\ initial = \frac{770}{\left(1 - \frac{30}{100}\right)} \Leftrightarrow Poids\ initial = \frac{770}{0,7} \Rightarrow \boxed{Poids\ initial = 1\ 100\ kg}$$

2) Calculons le poids initial

$$Poids\ actuel = 567\ kg ; \text{taux} = 5\%$$

$$Poids\ actuel = Poids\ initial \left(1 + \frac{t}{100}\right) \Leftrightarrow Poids\ initial = \frac{Poids\ actuel}{\left(1 + \frac{t}{100}\right)}$$

$$Poids\ initial = \frac{567}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)} \Leftrightarrow Poids\ initial = \frac{567}{1,05} \Rightarrow \boxed{Poids\ initial = 540\ kg}$$

EXERCICE 3 :

- A. Quel est le prix net de vente d'un objet marqué 100 F sur lequel on fait une remise de 15% et une escompte de 3% ?
- B. Un fabricant vend une paire de chaussures au prix marqué de 32 F et accorde 15 % de remise et 5 % d'escompte. Calculer le prix net de vente ainsi obtenu.

SOLUTION :**A. Le prix net de vente**

$$Prix\ initial = 100 ; t_1 = 15\% ; t_2 = 3\%$$

$$Prix\ net = Prix\ initial \left(1 - \frac{t_1}{100}\right) \left(1 - \frac{t_2}{100}\right) \Leftrightarrow Prix\ net = 100 \left(1 - \frac{15}{100}\right) \left(1 - \frac{3}{100}\right)$$

$$Prix\ net = 100(0,85)(0,97) \Rightarrow \boxed{Prix\ net = 82,45 \cong 83\ F}$$

B. Le prix net de vente

$$Prix\ initial = 32 ; t_1 = 15\% ; t_2 = 5\%$$

$$Prix\ net = Prix\ initial \left(1 - \frac{t_1}{100}\right) \left(1 - \frac{t_2}{100}\right) \Leftrightarrow Prix\ net = 32 \left(1 - \frac{15}{100}\right) \left(1 - \frac{5}{100}\right)$$

$$Prix\ net = 32(0,85)(0,97) \Rightarrow \boxed{Prix\ net = 26,384 \cong 26\ F}$$

EXERCICE 4 :

Un commerçant achète pour un prix total de 3 480 F, deux coupes de tissus.

Les $\frac{3}{7}$ du prix de la première sont égaux aux $\frac{2}{5}$ du prix de la deuxième.

- 1) Calculer le prix d'achat respectif de deux coupes ;
- 2) Le marchand veut réaliser sur la première un bénéfice net de 20 % du prix d'achat. Les frais et les taxes s'élèvent à 16 % du prix de vente. Par quel coefficient faut-il multiplier le prix d'achat pour obtenir le prix de vente ?

SOLUTION :

Soient PA_1 et PA_2 les prix d'achats des deux coupes de tissus

$$PA_1 + PA_2 = 3\,480 ; \frac{3}{7}PA_1 = \frac{2}{5}PA_2$$

1) Calculer le prix d'achat respectif de deux coupes

$$\begin{aligned} \frac{3}{7}PA_1 &= \frac{2}{5}PA_2 \Leftrightarrow 3 \times 5PA_1 = 7 \times 2PA_2 \Leftrightarrow 15PA_1 = 14PA_2 \Rightarrow PA_1 = \frac{14PA_2}{15} \\ PA_1 + PA_2 &= 3\,480 \Leftrightarrow \frac{14PA_2}{15} + PA_2 = 3\,480 \Leftrightarrow 14PA_2 + 15PA_2 = 3\,480 \times 15 \\ 29PA_2 &= 52\,200 \Leftrightarrow PA_2 = \frac{52\,200}{29} \Rightarrow \boxed{PA_2 = 1\,800 \text{ F}} \\ PA_1 &= \frac{14PA_2}{15} \Leftrightarrow PA_1 = \frac{14 \times 1\,800}{15} \Rightarrow \boxed{PA_1 = 1\,680 \text{ F}} \end{aligned}$$

2) Le coefficient par lequel il faudra multiplier le prix d'achat pour obtenir le prix de vente

$$\text{Bénéfice}_1 = 20\%PA_1 ; \text{Frais et Taxes} = 16\%PV_1 ; PA_1 = 1\,680 \text{ F}$$

$$\text{Bénéfice}_1 = \frac{1\,680 \times 20}{100} \Rightarrow \text{Bénéfice}_1 = 336$$

$$\text{Prix de vente}_1 = \text{Prix d'achat} + \text{Bénéfice} \Leftrightarrow \text{Prix de vente}_1 = 1\,680 + 336$$

$$\text{Prix de vente}_1 = 2\,016$$

$$\text{Frais et Taxes} = \frac{16 \times 2\,016}{100} \Leftrightarrow \text{Frais et Taxes} = 322,56$$

$$\text{Prix de vente réel}_1 = \text{Prix de vente}_1 + (\text{Frais et taxes})$$

$$\text{Prix de vente réel}_1 = 2\,016 + 322,56 \Rightarrow \text{Prix de vente réel}_1 = 2\,338,56$$

$$\text{Coefficient multiplicateur} = \frac{\text{Prix de vente réel}_1}{PA_1}$$

$$\text{Coefficient multiplicateur} = \frac{2\,338,56}{1\,680} \Rightarrow \boxed{\text{Coefficient multiplicateur} = 1,392}$$

Le coefficient par lequel il faudra multiplier le prix d'achat pour obtenir le prix de vente est de 1,392

EXERCICE 5 :

A. 180 personnes ont fréquenté la bibliothèque municipale en 1998. Cette fréquentation a augmenté de 17% en 1999, de 10% en 2000 et baissé de 5% en 2001.

Quel le pourcentage global d'augmentation de la fréquentation sur ces trois années

B. Le salaire d'un employé a augmenté en passant de 1.001.000F à 1.201.200F. Quel est le taux d'évolution de ce salaire ?

C. Le stock d'une entreprise subit une baisse de 270kg à 207kg. Quel est le pourcentage de baisse du stock de cette entreprise ?

D. En quinze ans, un article a vu son prix tripler. Quel est le pourcentage d'augmentation de cet article ?

SOLUTION :

A. Le pourcentage global d'augmentation de la fréquentation sur ces trois années

Valeur initiale = 180 ; $t_1 = 17\%$; $t_2 = 10\%$; $t_3 = 5\%$

Taux d'augmentation global = (coefficient multiplicateur global - 1) × 100

$$\text{Coefficient multiplicateur global} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \left(1 + \frac{t_3}{100}\right)$$

$$\text{Coefficient multiplicateur global} = \left(1 + \frac{17}{100}\right) \left(1 + \frac{10}{100}\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right)$$

$$\text{Coefficient multiplicateur global} = 1,17 \times 1,1 \times 1,05$$

$$\text{Coefficient multiplicateur global} = 1,35135$$

$$\text{Taux d'augmentation global} = (1,35135 - 1) \times 100$$

$$\text{Taux d'augmentation global} = 35,135\%$$

B. Le taux d'évolution de ce salaire

$$VD = 1\,001\,000 ; VA = 1\,201\,200$$

Valeur d'arrivée > Valeur de départ alors la formule est : $\text{Taux} = \frac{VA - VD}{VD} \times 100$

$$\text{Taux} = \frac{1\,201\,200 - 1\,001\,000}{1\,001\,000} \times 100 \Rightarrow \text{Taux} = 20\%$$

C. Le pourcentage de baisse du stock de cette entreprise

$$VA = 207 \text{ kg} ; VD = 270 \text{ kg}$$

Valeur de départ > Valeur d'arrivée alors la formule est : $\text{Taux} = \frac{VD - VA}{VD} \times 100$

$$\text{Taux} = \frac{270 - 207}{270} \times 100 \Rightarrow \text{Taux} = 23,33\%$$

D. Le pourcentage d'augmentation de cet article

$$VD = x ; VA = 3x$$

Valeur d'arrivée > Valeur de départ alors la formule est : $\text{Taux} = \frac{VA - VD}{VD} \times 100$

$$\text{Taux} = \frac{3x - x}{x} \times 100 \Leftrightarrow \text{Taux} = \frac{2x}{x} \times 100 \Rightarrow \text{Taux} = 200\%$$

EXERCICE 6 :

90% des élèves de la classe étaient l'an dernier en 10^{ème} dans notre lycée et 18% de ceux-ci viennent de CM₂. Quel est le pourcentage d'élève de la classe venant de CM₂.

SOLUTION :

Le pourcentage d'élève de la classe venant de CM₂.

$$t_1 = 90\% ; t_2 = 18\%$$

$$\text{Pourcentage} = \left(\frac{t_1}{100}\right) \left(\frac{t_2}{100}\right) \times 100 \Leftrightarrow \text{Pourcentage} = \left(\frac{90}{100}\right) \left(\frac{18}{100}\right) \times 100$$

$$\text{Pourcentage} = 16,2\%$$

EXERCICE 7 :

Dans le lycée, il y avait, en 2009, 1000 élèves dont 60% de filles. En 2010, l'effectif des filles a augmenté de 10% et celui des garçons a augmenté de 30%.

Calculer le pourcentage de filles dans le lycée en 2010.

SOLUTION :

$VI = 1\ 000$; Part de filles = 60% ; TAG filles = 10% ; TAG Garçons = 30%

a) Calculons le pourcentage de filles dans le lycée en 2010.

$$\text{Nbre de filles en 2009} = \frac{1\ 000 \times 60}{100} \Rightarrow \text{Nbre } F \text{ en 2009} = 600$$

$$\text{Nbre de garçons en 2009} = 1\ 000 - 600 \Rightarrow \text{Nbre de } G \text{ en 2009} = 400$$

$$\text{Nbre de filles en 2010} = 600 \left(1 + \frac{10}{100}\right) \Rightarrow \text{Nbre de } F \text{ en 2010} = 660$$

$$\text{Nbre de garçons en 2010} = 400 \left(1 + \frac{30}{100}\right) \Rightarrow \text{Nbre de } G \text{ en 2010} = 520$$

$$\text{Part de filles en 2010} = \frac{\text{sous ensemble filles en 2010}}{\text{Ensemble}(\text{Nbre } G_{2010} + \text{Nbre } F_{2010})} \times 100$$

$$\text{Part de filles en 2010} = \frac{660}{660 + 520} \times 100$$

$$\text{Part de filles en 2010} = 55,93\%$$

EXERCICE 8 :

En fin d'année, un commerçant décide d'accorder des ristournes (réductions de prix accordés par un commerçant ou remise de prix accordés par un commerçant) à ses meilleurs clients selon les volumes de ventes :

Volumes de ventes	Taux des ristournes
[10 000 ; 25 000[	2%
[25 000 ; 50 000[	2,5%
[50 000 ; 100 000 [	3%
[100 000 ; 200 000[	4%
[200 000 ; 450 000[	6%
[450 000 ; +∞[	7%

Un client apporte deux factures $F_1 = 175\ 000$ UM et $F_2 = 600\ 000$ UM. Calculer la ristourne totale sur F_1 et F_2 .

SOLUTION :

Calculons la ristourne totale sur F_1 et F_2

Pour $F_1 = 175\ 000$ UM

Volumes de ventes	Taux des ristournes	Valeur de la tranche
[10 000 ; 25 000[	2%	$(25\,000 - 10\,000) \times \frac{2}{100} = 300$
[25 000 ; 50 000[	2,5%	$(50\,000 - 25\,000) \times \frac{2,5}{100} = 625$
[50 000 ; 100 000 [	3%	$(100\,000 - 50\,000) \times \frac{3}{100} = 1\,500$
[100 000 ; 175 000[	4%	$(175\,000 - 100\,000) \times \frac{4}{100} = 3\,000$

$$\text{Ristourne} = 300 + 625 + 1\,500 + 3\,000 \Rightarrow \text{Ristourne} = 5\,425 \text{ UM}$$

Pour $F_2 = 600\,000 \text{ UM}$

Volumes de ventes	Taux des ristournes	Valeur de la tranche
[10 000 ; 25 000[	2%	$(25\,000 - 10\,000) \times \frac{2}{100} = 300$
[25 000 ; 50 000[	2,5%	$(50\,000 - 25\,000) \times \frac{2,5}{100} = 625$
[50 000 ; 100 000 [	3%	$(100\,000 - 50\,000) \times \frac{3}{100} = 1\,500$
[100 000 ; 200 000[	4%	$(200\,000 - 100\,000) \times \frac{4}{100} = 4\,000$
[200 000 ; 450 000[	6%	$(450\,000 - 200\,000) \times \frac{6}{100} = 15\,000$
[450 000 ; 600 000[	7%	$(600\,000 - 450\,000) \times \frac{7}{100} = 10\,500$

$$\text{Ristourne} = 300 + 625 + 1\,500 + 4\,000 + 15\,000 + 10\,500 \Rightarrow \text{Ristourne} = 31\,925 \text{ UM}$$

EXERCICE 9 :

- A. Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ? Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ?
- B. Un boulanger qui fabrique 5 200 baguettes de pain quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de baguettes qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes.

SOLUTION :

A CHERCHER

EXERCICE 10 :

Deux ouvriers travaillent 40 heures par semaine plus quelques heures supplémentaires rémunérées au tarif normal majoré de 25 %. A la fin d'une semaine, leur employeur retient 6,5 % pour la sécurité sociale et leur verse un total de salaires de 528,925 F. Calculer le total de salaire avant retenues. Sachant



que le premier a fait 40 heures à 6 F et 6 heures supplémentaire et que le deuxième a fait 40 heures à un certain taux et des heures supplémentaires à 6,75 F, trouvé combien le deuxième a fait d'heures supplémentaires.

SOLUTION :**A CHERCHER****EXERCICE 11 :**

Un industriel fabriquant des appareils d'un modèle unique réorganise son service des ventes. Il constate une importante augmentation du nombre d'articles vendus, dans la proportion de 11,5 à 46 alors que le chiffre d'affaires passe de 14 007 F à 81 240, 6 F. Pour couvrir un accroissement de charges, il a dû majorer son prix de vente. Calculer le pourcentage de majoration :

- Par rapport au prix de vente primitif ;
- Par rapport au prix de vente actuel.

SOLUTION :**A CHERCHER****EXERCICE 12 :**

Trois associés ont constitués une entreprise et ont apporté respectivement : 500 000 F ; 700 000 F et 1 000 000 F. Le premier est gérant et à ce titre il lui est attribué un prélèvement égal à 10 % du bénéfice réalisé. Ce qui reste du bénéfice est reparti entre les trois associés proportionnellement au capital qu'ils ont apporté. A la fin de la première année, le bénéfice étant 110 000 F, calculer la part de chacun.

SOLUTION :**A CHERCHER**

LES FONCTIONS

+ ✨ corrigés

**NUMÉRIQUES
ÉCONOMIQUES**

T. SCIENCES ÉCO

SEYDOU DIALLO



S DIALLO
ACADÉMIE



ETUDE DE FONCTIONS

Une fonction numérique est une dont les entrées et les sorties sont des nombres. Les fonctions numériques sont souvent utilisées pour modéliser des relations entre les variables économiques, telles que la demande, l'offre, les coûts, les bénéfices.... Ces fonctions permettent d'analyser et de prédire le comportement des systèmes économiques à travers des modèles mathématiques.

Définitions	Formules
<u>Domaine de définition</u> Il est l'ensemble des valeurs pour lesquelles la fonction est définie	1. <u>Fonctions polynômes</u> $Df =]-\infty ; +\infty[$ 2. <u>Fonctions rationnelles</u> $Df = \{x/x \in \mathbb{R} ; \text{dénominateur} \neq 0\}$
<u>Asymptote oblique</u> Elle est comme une ligne imaginaire vers laquelle une courbe se rapproche sans jamais la toucher, en s'inclinant	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ f(x) - y\ = 0$ avec $y = ax + b$
<u>La Tangente</u> La tangente d'une fonction en un point droite est la droite qui passe par ce point et qui a pour pente la dérivée de la fonction évaluée en ce point	$(T) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
<u>Axe de symétrie d'une représentation graphique</u>	Dans un repère orthogonal la droite (D) d'équation $x = a, (a \in \mathbb{R})$ est axe de symétrie pour la courbe Cf si seulement si $f(2a - x) = f(x)$
<u>Centre de symétrie d'une représentation graphique</u>	Le point $I\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$ est un centre de symétrie pour la courbe Cf si et seulement si $f(2a - x) + f(x) = 2b$
<u>Position relative d'une courbe Cf et de son asymptote oblique (D)</u> Il indique simplement si la courbe se trouve, au-dessus, en dessous ou entre l'asymptote et l'axe vertical, lorsque vous regarder la courbe à une direction spécifique	On étudie le signe de $f(x) - y$ $f(x) - y < 0$ alors la courbe Cf est en dessous de la droite (D) $f(x) - y > 0$ alors la courbe Cf est au-dessus de la droite (D) $f(x) - y = 0$ alors la courbe Cf et la droite (D) sont confondues
<u>Points d'intersection de la courbe avec les axes du repère</u> Ils désignent les endroits où la courbe croise l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées dans un repère	1. <u>Avec l'axe des abscisses</u> On résout l'équation $f(x) = 0$, les solutions de cette équation donneront les valeurs de x ou la courbe croise l'axe des abscisses 2. <u>Avec l'axe des ordonnées</u> On calcul $f(0)$, les solutions de cette équation donneront les valeurs de y ou la courbe croise l'axe des ordonnées



<u>Le Coût total</u> Le coût total est la somme de tous les coûts supportés pour produire une quantité donnée de biens ou de service. Il comprend à la fois les coûts variables, qui varient en fonction du niveau de production et les coûts fixes qui restent constant quel que soit le niveau de production	$\text{Coût total} = \text{Coûts Variables} + \text{Coûts fixes}$
<u>Le Coût marginal</u> Il représente le coût supplémentaire engendré par la production d'une unité supplémentaire de biens ou de services	$\begin{aligned} \text{Coût Marginal} &= C'_T(x) \\ \text{Coût marginal} &= C_T(x+1) - C_T \end{aligned}$
<u>Le Coût moyen</u> Il donne une indication du coût moyen supporté pour chaque unité produite	$\text{Coût moyen} = \frac{\text{Coût total}}{\text{Quantité produite}}$
<u>La Recette</u> Il désigne le montant total d'argent généré par la vente de biens ou de services	$\text{Recette} = \text{Prix unitaire} \times \text{Quantité vendue}$
<u>Le Bénéfice :</u> C'est le montant d'argent qui reste après avoir payé tous les coûts associés à la production et à la vente	$\text{Bénéfice} = \text{Recette totale} - \text{Coût total}$

EXERCICES D'APPLICATION :

EXERCICE 1 :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ de la courbe représentative C_f et soit D la droite d'équation $y = x + 1$.

1. Calculer $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$ et $f(2)$;
2. Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
3. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
4. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$.

SOLUTION :

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

1. Calculons $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$ et $f(2)$;

$$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (-1) + 1 \Leftrightarrow f(-1) = -1 - 1 + 1 + 1$$

$$f(-1) = 0$$

$$f(0) = (0)^3 - (0)^2 - (0) + 1 \Leftrightarrow f(0) = 0 + 1 \Rightarrow f(0) = 1$$

$$f(1) = (1)^3 - (1)^2 - (1) + 1 \Leftrightarrow f(1) = 1 - 1 - 1 + 1 \Rightarrow f(1) = 0$$

$$f(2) = (2)^3 - (2)^2 - (2) + 1 \Leftrightarrow f(2) = 8 - 4 - 2 + 1 \Rightarrow f(2) = 3$$

2. Le domaine de définition de la fonction $f(x)$

$$Df =]-\infty ; +\infty[$$

3. Les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - x^2 - x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x^2 - x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = (+\infty)^3 = +\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$$

La fonction étant une fonction polynôme il n'y a donc pas d'asymptote

4. Calculons la dérivée

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

EXERCICE 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ de la courbe représentative Cf .

1. Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
2. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
3. Déterminer les réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$;
4. a) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe Cf ;
b) Détermine la position de la courbe Cf et de la droite D ;
5. Montre le point $I\left(-1, 0\right)$ est centre de symétrie pour la courbe Cf ;
6. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$ puis dresse son tableau de variation ;
7. Détermine une équation de la tangente à la courbe Cf au point d'abscisse -2 ;
8. Construit la courbe Cf et la droite (D) dans le même repère.

SOLUTION :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ de la courbe représentative Cf

1. Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x)$

$$Df = \{x/x \in \mathbb{R}, x+1 \neq 0\}$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=0-1 \Rightarrow x=-1$$

Tableau de signe

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$

$$Df =]-\infty ; -1^- \cup]-1^+ ; +\infty[$$

2. Calculons les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+2x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \times x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \times x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2+2x+2}{x+1} = \frac{(-1)^2+2(-1)+2}{-1+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2+2x+2}{x+1} = \frac{(-1)^2+2(-1)+2}{-1+1} = \frac{1}{0^+} = +\infty \Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty}$$

Les asymptotes

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ alors il y a une possibilité

d'asymptote oblique à la courbe

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ alors le point $x = -1$ est asymptote verticale à la courbe

3. Déterminons les réels a, b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$;

Méthode 1: Le tableau d'hörner

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$$

x	1	2	2
-1	$\downarrow$	-1	-1
	1	1	1

$$\boxed{a = 1 ; b = 1 ; c = 1} = f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$$

Méthode 2: La division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 2x + 2 & x + 1 \\ \hline -x^2 - x & \\ \hline 0 + x + 2 & \\ -x - 1 & \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array} \quad \text{alors } \boxed{a = 1 ; b = 1}$$

alors $\boxed{c = 1}$

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$$

4. a) Montrons que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe Cf ;

On sait que : $a = 1$ et $b = 1$ alors la droite d'équation $y = x + 1$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - y] = 0$$

$$f(x) - y = x + 1 + \frac{1}{x+1} - (x + 1) \Leftrightarrow f(x) - y = x + 1 + \frac{1}{x+1} - x - 1$$

$$f(x) - y = \frac{1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{\pm\infty} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y = 0$ alors la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe

b) Déterminons la position de la courbe Cf et de la droite D

$f(x) - y = \frac{1}{x+1}$ on pose que le dénominateur est égal à zéro

$$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 - 1 \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$		$\emptyset$	
Position	$\frac{D}{Cf}$		$\frac{Cf}{D}$

$\forall x \in]-\infty ; -1^-[$ $f(x) - y < 0$ alors $\forall x \in]-\infty ; -1^-[$ Cf est en dessous de la droite D ;

$\forall x \in]-1^- ; +\infty[$ $f(x) - y > 0$ alors $\forall x \in]-1^- ; +\infty[$ Cf est au-dessus de la droite D ;

5. Montre le point $I\left(-1\right)$ est centre de symétrie pour la courbe Cf ;

$$a = -2 ; b = 0$$

$$f(2a - x) + f(x) = 2b \Leftrightarrow f(2(-1) - x) + f(x) = 2(0)$$

$$f(-2 - x) + f(x) = 0$$

Calculons $f(-2 - x)$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} \text{ partout où il y'a } x \text{ on le remplace par } (-2 - x)$$

$$f(-2 - x) = \frac{(-2-x)^2 + 2(-2-x) + 2}{-2-x+1} \Leftrightarrow f(-2 - x) = \frac{(-2-x)(-2-x) - 4 - 2x + 2}{-2-x+1}$$

$$f(-2 - x) = \frac{4 + 2x + 2x + x^2 - 4 - 2x + 2}{-2-x+1} \Leftrightarrow f(-2 - x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x-1}$$

$$f(-2 - x) + f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 2}{-x-1} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 2}{-(x+1)} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = 0$$

$$\frac{-(x^2 + 2x + 2)}{x+1} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 2x - 2}{x+1} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = 0$$

$$\frac{-x^2 - 2x - 2 + x^2 + 2x + 2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \frac{0}{x+1} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

$f(-2-x) + f(x) = 0$ alors le point $I\left(-\frac{1}{0}\right)$ est centre de symétrie à la courbe

6. Calculons la fonction dérivée de $f(x)$ puis dressons son tableau de variation ;

$$f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{U'V-V'U}{V^2}$$

$$U = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow U' = 2x + 2$$

$$V = x + 1 \Rightarrow V' = 1$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x+1) - (1)(x^2+2x+2)}{(x+1)^2} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2x^2+2x+2x+2-x^2-2x-2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$$

Dressons le tableau de variation

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \text{ et } x = -2$$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

7. Déterminons une équation de la tangente à la courbe Cf au point d'abscisse -2

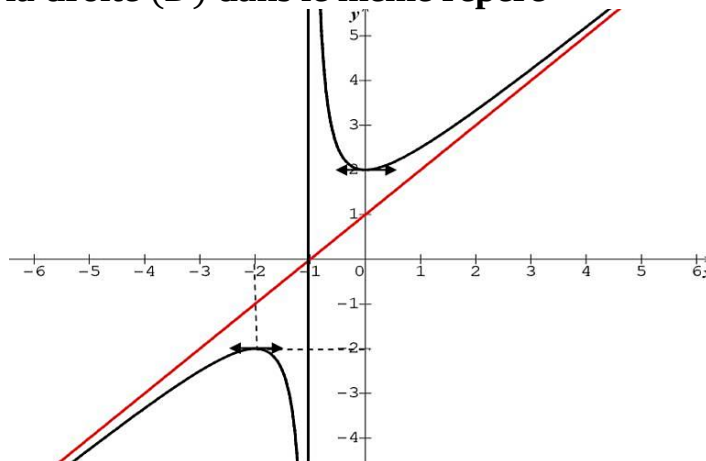
$$(T) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \Leftrightarrow (T) : y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$$

$$f'(-2) = \frac{(-2)^2+2(-2)}{(-2+1)^2} \Leftrightarrow f'(-2) = 0$$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2+2(-2)+2}{-2+1} \Leftrightarrow f(-2) = -2$$

$$(T) : y = 0(x + 2) - 2 \Rightarrow \boxed{(T) : y = -2}$$

8. La courbe Cf et la droite (D) dans le même repère



**EXERCICE 3 :**

Une entreprise fabrique et commercialise chaque mois x objets dont le coût total de production, exprimé en milliers de francs est donnée par :

$$C(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 200 \text{ avec } x \in \llbracket 5 ; 60 \rrbracket.$$

On admet que toute la production est vendue chaque mois. On rappelle que le coût moyen unitaire de fabrication d'un objet est donné par $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$

- 1) Calculer $C'_M(x)$ puis en déduis le tableau de variation de $C_M(x)$.
- 2) Pour quel nombre d'objet le coût moyen unitaire est-il minimum ?

SOLUTION :

1) Calculons $C'_M(x)$ puis en déduis le tableau de variation de $C_M(x)$.

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x} \Leftrightarrow C_M(x) = \frac{\frac{x^2}{2} + 5x + 200}{x} \Leftrightarrow C_M(x) = \frac{x}{2} + 5 + \frac{200}{x}$$

2) Le nombre d'objet le coût moyen unitaire est-il minimum

$$C_M(x) = \frac{x}{2} + 5 + \frac{200}{x} \Leftrightarrow C'_M(x) = \frac{1}{2} - \frac{200}{x^2} \Rightarrow C'_M(x) = \frac{x^2 - 400}{2x^2}$$

Posons que $C'_M(x) = 0$

$$x^2 - 400 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow x = \sqrt{400} \text{ ou } x = -\sqrt{400}$$

$$x = 20$$

EXERCICE 4 :

Le coût total exprimé en F CFA de x objets est donné par la fonction :

$$C_T(x) = 200 + 100x + 0,01x^2$$

- 1) a) Calcule le coût total pour 1000 objets puis 1001 objets.
b) En déduis l'augmentation du coût entraîné par la fabrication de cet objet supplémentaire au centième près.
- 2) a) Exprime en fonction de x la différence entre $C_T(x+1) - C_T(x)$ représentant l'augmentation du coût total de fabrication d'un objet supplémentaire, sachant que l'on a fabriqué x objets
b) Calcule la dérivée $C'_T(x)$ de fabrication $C_T(x)$.
- 3) On pose que $C_m(x) = C'_T(x)$
Calcule l'erreur commise $E(x) = C'_T(x) - C_m(x)$.
- 4) Le prix unitaire d'un objet est estimé à 200.
a) Exprime la recette $R(x)$ en fonction de x .
b) Calculer le bénéfice en fonction de x .

SOLUTION :

$$C_T(x) = 200 + 100x + 0,01x^2$$

1) a) Calculons le coût total pour 1000 objets puis pour 1001 objets

$$C_T(1000) = 200 + 100(1000) + 0,01(1000)^2 \Rightarrow C_T(1000) = 110\,200$$

$$C_T(1001) = 200 + 100(1001) + 0,01(1001)^2 \Rightarrow C_T(1001) = 110\,320,01$$

b) déduisons l'augmentation du coût entraîné par la fabrication de cet objet supplémentaire au centième près

$$C_T(1001) - C_T(1000) = 110\,320,01 - 110\,200 \Rightarrow C_T(1001) - C_T(1000) = 120,01$$

2) a) Exprimons en fonction de x la différence entre $C_T(x+1) - C_T(x)$ représentant l'augmentation du coût total de fabrication d'un objet supplémentaire, sachant que l'on a fabriqué x objets

$C_T(x) = 200 + 100x + 0,01x^2$ Par tout ou il y'a x dans $C_T(x)$ on remplace par $(x+1)$

$$C_T(x+1) = 200 + 100(x+1) + 0,01(x+1)^2$$

$$C_T(x+1) = 200 + 100x + 100 + 0,01(x+1)(x+1)$$

$$C_T(x+1) = 200 + 100x + 100 + 0,01(x^2 + x + x + 1)$$

$$C_T(x+1) = 200 + 100x + 100 + 0,01(x^2 + 2x + 1)$$

$$C_T(x+1) = 200 + 100x + 100 + 0,01x^2 + 0,02x + 0,01$$

$$C_T(x+1) = 0,01x^2 + 100,02x + 300,01$$

$$C_T(x+1) - C_T(x) = 0,01x^2 + 100,02x + 300 - (200 + 100x + 0,01x^2)$$

$$C_T(x+1) - C_T(x) = 0,01x^2 + 100,02x + 300,01 - 200 - 100x - 0,01x^2$$

$$C_T(x+1) - C_T(x) = 0,02x + 100,01$$

b) Calculons la dérivée $C'_T(x)$ de fabrication $C_T(x)$.

$$C_T(x) = 200 + 100x + 0,01x^2 \Leftrightarrow C'_T(x) = 0,02x + 100$$

3) On pose que $C_m(x) = C'_T(x)$

Calculons l'erreur commise $E(x) = C'_T(x) - C_m(x)$.

$$E(x) = C'_T(x) - C_m(x) \Leftrightarrow E(x) = 0,02x + 100,01 - (0,02x + 100)$$

$$E(x) = 0,02x + 100,01 - 0,02x - 100$$

$$E(x) = 0,01$$

4) Le prix unitaire d'un objet est estimé à 200.

a) Exprimons la recette $R(x)$ en fonction de x .

$$R(x) = \text{Prix unitaire} \times \text{Quantité}$$

$$R(x) = 200x$$

b) Calculons le bénéfice en fonction de x .

Bénéfice = Recette totale - Coût total

$$B(x) = 200x - (200 + 100x + 0,01x^2) \Leftrightarrow B(x) = 200x - 200 - 100x - 0,01x^2$$

$$B(x) = -0,01x^2 + 100x - 200$$

**EXERCICE 5 :**

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+bx+c}{x+1}$ de la courbe représentative Cf .

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
2. Déterminer les réels b et c $f(0) = 4$ et $f'(0) = -3$
3. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
4. Déterminer les réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$;
5. a) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe Cf ;
b) Détermine la position de la courbe Cf et de la droite D ;
6. Montre le point $I\left(-\frac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie pour la courbe Cf ;
7. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$ puis dresse son tableau de variation ;
8. Détermine une équation de la tangente à la courbe Cf au point d'abscisse $x = 0$;
9. Construit la courbe Cf et la droite (D) dans le même repère

SOLUTION :**A CHERCHER**




LES SUITES (Arithmétique et Géométrie)

I. GENERALITES SUR LES SUITES :

- 1) Définition d'une suite : Une suite est une application de $\mathbb{N}$ (ou d'une partie de $\mathbb{N}$) dans $\mathbb{R}$. On la note : (U) ou (U_n) ou $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$U : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$0 \mapsto U(0) = U_0 \text{ est le 1}^{\text{er}} \text{ terme de la suite } U$$

$$1 \mapsto U(1) = U_1 \text{ est le 2}^{\text{ème}} \text{ terme de la suite } U$$

.

.

.

$$n \mapsto U(n) = U_n \text{ est le terme général de la suite } U$$

Exemples : soient les suites (U_n) ; (V_n) et (W_n) définies par leur terme général :

$$U_n = n + 3 ; V_n = \frac{1}{n^2} ; W_n = 2^n$$

- 2) Mode de définition d'une suite :

- a) Suites définies par $U_n = f(n)$: Ce sont des suites qui sont définies par une donnée explicite du terme général U_n en fonction de n

Exemple : Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 2^n$. Calculez les quatre (4) premiers termes.

Solution : Les quatre premiers termes

$$\text{Si } n = 0 \Leftrightarrow U_0 = 2^0 \Rightarrow U_0 = 1 \quad \text{alors le 1}^{\text{er}} \text{ terme est égal à } 1$$

$$\text{Si } n = 1 \Leftrightarrow U_1 = 2^1 \Rightarrow U_1 = 2 \quad \text{alors le 2}^{\text{ème}} \text{ terme est égal à } 2$$

$$\text{Si } n = 2 \Leftrightarrow U_2 = 2^2 \Rightarrow U_2 = 4 \quad \text{alors le 3}^{\text{ème}} \text{ terme est égal à } 4$$

$$\text{Si } n = 3 \Leftrightarrow U_3 = 2^3 \Rightarrow U_3 = 8 \quad \text{alors le 4}^{\text{ème}} \text{ terme est égal à } 8$$

- b) Suites récurrentes : Ce sont des suites définies par la donnée de son 1^{er} terme et d'une relation de récurrence $U_{n+1} = f(U_n)$ liant deux termes consécutifs de la suite

Exemples :

$$\text{Soit la suite } (U_n) \text{ définie par } \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$$

Calculer U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 et représenter graphiquement les termes de cette suite.

Solution :

Les quatre termes $(U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4)$

$$\text{Si } n = 0 \Leftrightarrow U_{0+1} = \frac{1}{2}U_0 + 3 \Leftrightarrow U_1 = \frac{1}{2}(2) + 3 \Rightarrow U_1 = 4$$

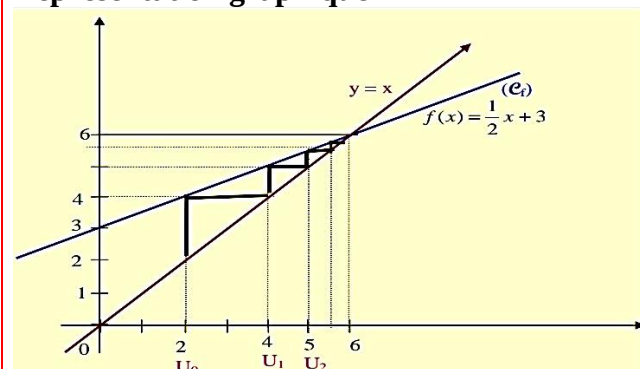
$$\text{Si } n = 1 \Leftrightarrow U_{1+1} = \frac{1}{2}U_1 + 3 \Leftrightarrow U_2 = \frac{1}{2}(4) + 3 \Rightarrow U_2 = 5$$

$$\text{Si } n = 2 \Leftrightarrow U_{2+1} = \frac{1}{2}U_2 + 3 \Leftrightarrow U_3 = \frac{1}{2}(5) + 3 \Rightarrow U_3 = \frac{11}{2}$$

$$\text{Si } n = 3 \Leftrightarrow U_{3+1} = \frac{1}{2}U_3 + 3 \Leftrightarrow U_4 = \frac{1}{2}\left(\frac{11}{2}\right) + 3 \Rightarrow U_4 = \frac{23}{4}$$



Représentation graphique



3) Sens de variation d'une suite :

- ❖ $U_{n+1} - U_n \geq 0$; $\forall n \in \mathbb{N}$ alors U_n est croissante
- ❖ $U_{n+1} - U_n \leq 0$; $\forall n \in \mathbb{N}$ alors U_n est décroissante
- ❖ $U_{n+1} - U_n = 0$; $\forall n \in \mathbb{N}$ alors U_n est constante

Exemples : Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes définies par :

- a) $U_n = 3n - 8$; b) $V_n = -5n + 4$

Solutions

$$\begin{aligned} \text{a) } U_n = 3n - 8 &\Leftrightarrow U_{n+1} - U_n = 3(n+1) - 8 - (3n - 8) \\ &= 3n + 3 - 8 - 3n + 8 \\ &= 3 \end{aligned}$$

3 est une valeur positive alors $U_{n+1} - U_n \geq 0$. Nous dirons que : la suite U_n est une suite croissante

$$\begin{aligned} \text{b) } V_n = -5n + 4 &\Leftrightarrow V_{n+1} - V_n = -5(n+1) + 4 - (-5n + 4) \\ &= -5n - 5 + 4 + 5n - 4 \\ &= -5 \end{aligned}$$

-5 est une valeur négative alors $V_{n+1} - V_n \leq 0$. Nous dirons que : la suite V_n est une suite décroissante



II. SUITES ARITHMETIQUE & GEOMETRIQUE :

A. SUITE ARITHMETIQUE :

- 1) Définition : On appelle suite arithmétique toute suite (U_n) définie par son 1^{er} terme et une relation de récurrence de la forme : $U_{n+1} = U_n + r$; où r est un réel appelé la raison de la suite (U_n) .

2) Formules :

Soit la suite arithmétique (U_n) de 1^{er} terme U_1 et de raison r

$$U_1 = U_1 ; U_2 = U_1 + r ; U_3 = U_2 + r ; U_4 = U_3 + r \dots\dots\dots U_{n+1} = U_n + r$$

$\forall p \in \mathbb{N}, p < n$ on a : $U_n = U_p + (n - p)r$	U_n : nième terme U_p : premier terme r : raison
Si le 1 ^{er} terme est U_0 $U_n = U_0 + (n - 0)r$ $U_n = U_0 + nr$	Si le 1 ^{er} terme est U_1 $U_n = U_1 + (n - 1)r$
Suite des 3 termes (A, B et C) en PA $2B = A + C$	La raison de la PA $r = U_{n+1} - U_n$

Exemples :

- a) Soit (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 2 \end{cases}$
Calculez les termes suivants : $U_1 ; U_2 ; U_3$ de la suite U_n
- b) Exprimer la suite de raison $r = -3$ dont le terme $U_4 = 30$ en fonction de n
- c) Calcule le 24^{ème} terme d'une suite arithmétique de 1^{er} terme $U_1 = 12$ et de raison $r = 3,5$.

Solution :

a) **Les termes $U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4$**

Pour U_1 (Supposons que $n = 0$)

$$U_{0+1} = U_0 + 2 \Leftrightarrow U_1 = 1 + 2 \Rightarrow U_1 = 3$$

Pour U_2 (Supposons que $n = 1$)

$$U_{1+1} = U_1 + 2 \Leftrightarrow U_2 = 3 + 2 \Rightarrow U_2 = 5$$

Pour U_3 (Supposons que $n = 2$)

$$U_{2+1} = U_2 + 2 \Leftrightarrow U_3 = 5 + 2 \Rightarrow U_3 = 7$$

b) **En PA $U_n = U_1 + (n - 1)r$**

$$U_4 = U_1 + (4 - 1)r \Leftrightarrow 30 = U_1 + (3)(-3)$$

$$U_1 = 30 + 9 \Rightarrow U_1 = 39$$

$$U_n = U_1 + (n - 1)(-3) \Leftrightarrow U_n = 39 - 3n + 3$$

$$U_n = 42 - 3n$$

c) **Le 24^{ème} terme**

$$U_n = U_1 + (n - 1)r \Leftrightarrow U_{24} = 12 + (24 - 1)(3,5)$$

$$U_{24} = 12 + 80,5 \Rightarrow U_{24} = 92,5$$

3) La somme des termes d'une suite arithmétique :

La somme des n 1 ^{er} nombres entiers $S_n = \frac{(n - p + 1)(U_p + U_n)}{2}$	La somme des (n+1) premiers termes $S_n = \frac{(n + 1)(2U_0 + nr)}{2}$ $S_n = \frac{(n + 1)[U_0 + U_n]}{2}$ Si le 1 ^{er} terme est U_1 $S_n = \frac{(n)[2U_1 + (n - 1)r]}{2}$ $S_n = \frac{(n)[U_1 + U_n]}{2}$
--	--

B. SUITE GEOMETRIQUE :

- 1) Définition : On appelle une suite géométrique toute (U_n) définie par son 1^{er} terme et une relation de récurrence de la forme : $U_{n+1} = U_n(q)$, où q est un réel appelé la raison de la suite (U_n) .

2) Formules :

$\forall p \in \mathbb{N}, p < n$ on a: $U_n = U_p \times q^{n-p}$	U_n : nième terme U_p : premier terme q : raison
Si le 1 ^{er} terme est U_0 $U_n = U_0 \times q^n$	Si le 1 ^{er} terme est U_1 $U_n = U_1 \times q^{n-1}$
Suite des 3 termes (A, B et C) en PG $B^2 = A \times C$	La raison de la PG $U_n q = U_{n+1} \Rightarrow q = \frac{U_{n+1}}{U_n}$

3) La somme des termes d'une suite géométrique :

La somme des n 1 ^{er} nombres entiers $S_n = \frac{U_p(1 - q^{n-p+1})}{1 - q}$	Si le 1 ^{er} terme est U_0 $S_n = \frac{U_0(1 - q^{n+1})}{1 - q}$ avec $q \neq 1$ Si le 1 ^{er} terme est U_1 $S_n = \frac{U_1(1 - q^n)}{1 - q}$ avec $q \neq 1$ Si $q = 1$ alors $S_n = nU_1$
--	---

4) Limites

Limites d'une suite géométrique	Limites de la somme des termes d'une suite géométrique
Soit une suite géométrique de raison q et de terme U_n ➤ Si $ q < 1$ alors (U_n) converge et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ ➤ Si $ q > 1$ alors (U_n) diverge	➤ Si $q = 1$ alors $S_n = nU_1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_1 = +\infty$ ➤ Si $q > 1$ alors $S_n = \frac{U_1(1 - q^n)}{1 - q}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_1 = +\infty$ ➤ Si $q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{U_1}{1 - q}$

**EXERCICES D'APPLICATIONS :****Exercice 1 :**

A. U_1 ; U_n ; r et S_n désignant respectivement le 1^{er} terme, le $n^{\text{ième}}$ terme, la raison et la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, calculer :

- 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 7$; $n = 120$; $r = 5$;
- 2) U_1 et S_n , connaissant $U_n = 326$; $n = 72$; $r = 10$;
- 3) r et S_n , connaissant $U_1 = 397$; $U_n = 64$; $n = 1000$.

B. Calculer dans le cas suivant une suite géométrique :

- 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 2$; $q = 3$; $n = 5$;
- 2) q , connaissant $U_1 = 162$; $U_n = 32$; $n = 5$
- 3) U_1 , Connaissant $U_n = 54$; $q = 3$; $n = 4$

Solution :

Calculons

A. 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 7$; $n = 120$; $r = 5$

En progression arithmétique $U_n = U_1 + (n - 1)r$

$$U_{120} = U_1 + 119r \Leftrightarrow U_{120} = 7 + 119(5) \Rightarrow U_{120} = 602$$

En progression arithmétique $S_n = \frac{(n)[U_1 + U_n]}{2}$

$$S_{120} = \frac{120(7+602)}{2} \Rightarrow S_{120} = 304,5$$

2) U_1 et S_n , connaissant $U_n = 326$; $n = 72$; $r = 10$

En progression arithmétique $U_n = U_1 + (n - 1)r$

$$U_{72} = U_1 + 71r \Leftrightarrow 326 = U_1 + 71(10) \Rightarrow U_1 = -384$$

En progression arithmétique $S_n = \frac{(n)[U_1 + U_n]}{2}$

$$S_{72} = \frac{72(-384 + 326)}{2} \Rightarrow S_{72} = -2\,088$$

3) r et S_n , connaissant $U_1 = 397$; $U_n = 64$; $n = 1000$

$U_n = U_1 + (n - 1)r \Leftrightarrow U_{1000} = U_1 + (64 - 1)r$

$$64 = 397 + 63r \Leftrightarrow 64 - 397 = 63r \Rightarrow r = -\frac{333}{63}$$

$$S_{1000} = \frac{1000(397 + 64)}{2} \Rightarrow S_{1000} = 230\,500$$

B. 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 2$; $q = 3$; $n = 5$;

En progression géométrique $U_n = U_1 \times q^{n-1}$

$$U_5 = 2(3)^4 \Rightarrow U_n = 162$$

En progression géométrique $S_n = \frac{U_1(1-q^n)}{1-q}$

$$S_5 = \frac{2(1-3^5)}{1-3} \Rightarrow S_5 = 242$$

2) q connaissant $U_1 = 162$; $U_n = 32$; $n = 5$

$$U_n = U_1 \times q^{n-1} \Leftrightarrow 32 = 162 \times q^4 \Leftrightarrow q = \sqrt[4]{\frac{32}{162}} \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

3) U_1 , connaissant $U_n = 54$; $q = 3$; $n = 4$

$$U_n = U_1 \times q^{n-1} \Leftrightarrow 54 = U_1 \times (3)^{4-1} \Rightarrow U_1 = 2$$



Exercice 2 : Soit les suites U_n et V_n définie par : $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1-U_n} \end{cases}$ et $V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$

- 1) Calcule V_{n+1} en fonction de U_n puis en fonction de V_n .
- 2) En déduire que V_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme V_0
- 3) Exprime V_n puis U_n en fonction de n
- 4) On pose $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$
 - a) Exprime S_n en fonction de n
 - b) Calcule la somme des 30 premiers termes de la suite

Solution :

1) V_{n+1} en fonction de U_n

$V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$ remplaçons par tout ou il y a n par $n+1$

$$V_{n+1} = \frac{U_{(n+1)+1}}{U_{(n+1)}} \Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{\left(\frac{U_n}{1-U_n}\right)+1}{\left(\frac{U_n}{1-U_n}\right)} \Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{U_{n+1}-U_n}{\left(\frac{U_n}{1-U_n}\right)} \Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{1}{1-U_n} \times \frac{1-U_n}{U_n}$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{U_n}$$

V_{n+1} en fonction de V_n

$$V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n} \Leftrightarrow V_n(U_n) = U_n + 1 \Leftrightarrow V_n(U_n) - U_n = 1 \Leftrightarrow U_n(V_n - 1) = 1$$

$$U_n = \frac{1}{V_n - 1}; \text{ remplaçons } U_n \text{ par sa valeur dans } V_{n+1} = \frac{1}{U_n}$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{V_n - 1}\right)} \Leftrightarrow V_{n+1} = 1 \times V_n - 1 \Rightarrow V_{n+1} = V_n - 1$$

2) Dédudisons que V_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme V_1

$$V_{n+1} = V_n - 1 \Rightarrow V_{n+1} - V_n = -1$$

$$\text{Si } n=0 \text{ dans } V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$$

$$V_0 = \frac{U_0+1}{U_0} \Leftrightarrow V_0 = \frac{-2+1}{-2} \Leftrightarrow V_0 = \frac{-1}{-2} \Rightarrow V_0 = \frac{1}{2}$$

Alors V_n est une suite arithmétique décroissante de raison $r = -1$ et de 1^{er} terme

$$V_0 = \frac{1}{2}$$

3) V_n en fonction de n

Nous savons que V_n est une suite arithmétique, en PA $V_n = V_0 + nr$

$$V_n = \frac{1}{2} + n(-1) \Leftrightarrow V_n = \frac{1}{2} - n \Rightarrow V_n = \frac{1-2n}{2}$$

U_n en fonction de n

$$U_n = \frac{1}{V_n - 1} \Leftrightarrow U_n = \frac{1}{\left(\frac{1-2n}{2}\right) - 1} \Leftrightarrow U_n = \frac{1}{\frac{1-2n-2}{2}} \Leftrightarrow U_n = \frac{1}{\frac{-2n-1}{2}}$$

$$U_n = 1 \times \frac{2}{-2n-1} \Rightarrow U_n = \frac{2}{-2n-1}$$



$$4) S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

a) S_n en fonction de n

$$S_n = \frac{(n+1)[V_0 + V_n]}{2} \Leftrightarrow S_n = \frac{(n+1)\left[\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1-2n}{2}\right)\right]}{2} \Leftrightarrow S_n = \frac{(n+1)\left(\frac{1+1-2n}{2}\right)}{2}$$

$$S_n = \frac{(n+1)\left(\frac{2-2n}{2}\right)}{2} \Leftrightarrow S_n = \frac{2n+2-2n^2-2}{2} \Leftrightarrow S_n = \frac{2n+2-2n^2-2}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{2n-2n^2}{4} \Rightarrow S_n = \frac{n(2-2n)}{4}$$

b) La somme des 30 premiers termes de la suite

$$S_n = \frac{n(2-2n)}{2}; \text{ le } 1^{\text{er}} \text{ terme étant } V_0 \text{ alors la somme des 30 premiers termes correspond à } S_{29}$$

$$S_{29} = \frac{29(2-(2 \times 29))}{4} \Rightarrow S_{29} = -406$$

Exercice 3 : soit les suites U_n et V_n définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 \end{cases}$ et $V_n = U_n + 2$

- 1) Montre que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme V_0
- 2) Exprime V_n puis U_n en fonction de n
- 3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
Exprime S_n en fonction de n

Solution :

1) Montrons que V_n est une suite géométrique

$$q = \frac{V_{n+1}}{V_n}. \text{ Cherchons } V_{n+1}$$

Remplaçons (n) par $(n+1)$ dans $V_n = U_n + 2$

$$V_{n+1} = U_{n+1} + 2 \Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 + 2 \Rightarrow V_{n+1} = 1,5U_n + 3$$

$$q = \frac{1,5U_n + 3}{U_n + 2} \Leftrightarrow q = \frac{1,5\left(U_n + \frac{3}{1,5}\right)}{U_n + 2} \Leftrightarrow q = \frac{1,5(U_n + 2)}{U_n + 2} \Rightarrow q = 1,5$$

Le 1^{er} terme V_0 (remplaçons n par 0 dans $V_n = U_n + 2$)

$$V_0 = U_0 + 2 \Leftrightarrow V_0 = 2 + 2 \Rightarrow V_0 = 4$$

2) V_n en fonction de n

En progression géométrique $V_n = V_0 \times q^n$

$$V_n = 4(1,5)^n$$

U_n en fonction de n

$$V_n = U_n + 2 \Leftrightarrow U_n = V_n - 2 \Leftrightarrow U_n = 4(1,5)^n - 2$$

$$U_n = 4(1,5)^n - 2$$

$$3) S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

 **S_n en fonction de n**

$$S_n = \frac{v_0(1-q^{n+1})}{1-q} \Leftrightarrow S_n = \frac{4[1-(1,5)^{n+1}]}{1-1,5} \Leftrightarrow S_n = \frac{4[1-(1,5)^{n+1}]}{1-1,5}$$

$$S_n = \frac{4[1-(1,5)^{n+1}]}{-0,5} \Rightarrow S_n = -2[1 - (1,5)^{n+1}]$$

Exercice 4 : Le 1^{er} Janvier 1999, la population d'une commune rurale était de 3 000 habitants.

On admet que cette population diminue de 4 % chaque année.

Calcule la population de cette commune :

- 1) Au 1^{er} Janvier 2005
- 2) Au 1^{er} Janvier 2006
- 3) Au 1^{er} Janvier 2012

Solution :**1) La population au 1^{er} janvier 2005**

$$Population_{2005} = Population_{1995} \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{2005-1995}$$

$$Population_{2005} = 3\,000 \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{10} \Rightarrow Population_{2005} = 3\,829 \text{ hbts}$$

La population au 1^{er} janvier 2005 est 3 829 habitants

2) La population au 1^{er} janvier 2006

$$Population_{2006} = Population_{1995} \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{2006-1995}$$

$$Population_{2006} = 3\,000 \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{11} \Rightarrow Population_{2006} = 5\,131 \text{ hbts}$$

La population au 1^{er} janvier 2006 est 5 131 habitants

3) La population au 1^{er} janvier 2012

$$Population_{2012} = Population_{1995} \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{2012-1995}$$

$$Population_{2012} = 3\,000 \left[1 + \frac{5}{100} \right]^{17} \Rightarrow Population_{2012} = 6\,876 \text{ hbts}$$

La population au 1^{er} janvier 2012 est 6 876 habitants

Exercice 5 : Mr DIALLO place à intérêts composés la somme de 1 200 000 F CFA au taux mensuel de 5%. On désigne C_n la valeur acquise par le capital au bout de n mois de placement.

- 1) Calcule C_1 ; C_2 et C_3 .
- 2) Exprime C_{n+1} en fonction de C_n puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de la suite C_n
- 3) Calcule la valeur acquise par le capital au bout de 10 mois de placement.
- 4) Au bout de combien de temps le capital aura doublé de valeur ?

**Solution :**1) Calculons C_1 ; C_2 et C_3 .

$$C_1 = C_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n \Leftrightarrow C_1 = 1\,200\,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^1 \Rightarrow C_1 = 1\,260\,000 \text{ F CFA}$$

$$C_2 = C_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n \Leftrightarrow C_2 = 1\,200\,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 \Rightarrow C_2 = 1\,323\,000 \text{ F CFA}$$

$$C_3 = C_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n \Leftrightarrow C_3 = 1\,200\,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \Rightarrow C_3 = 1\,323\,150 \text{ F CFA}$$

2) C_{n+1} en fonction de C_n

$$C_1 = C_0(1,05)$$

$$C_2 = C_1(1,05)$$

$$C_3 = C_2(1,05)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$C_{n+1} = C_n(1,05)$$

Les éléments caractéristiques de la suite C_n

$\frac{C_{n+1}}{C_n} = 1,05$, alors la suite C_n est une suite géométrique de raison $q = 1,05$ et de 1^{er}

terme $C_0 = 1\,200\,000$.

$$C_n = 1\,200\,000(1,05)^n$$

3) La valeur acquise par le capital au bout de 10 mois de placement.

$$C_{10} = 1\,200\,000(1,05)^{10} \Rightarrow C_{10} = 1\,954\,674$$

La valeur acquise au bout de 10 mois est : 1 954 674 F CFA.

4) Le temps de dédoublement de la valeur du capital

$$C_n = 2C_0 \Leftrightarrow 1\,200\,000(1,05)^n = 2(1\,200\,000) \Leftrightarrow (1,05)^n = 2$$

$$n \ln(1,05) = \ln 2 \Leftrightarrow n = \frac{\ln 2}{\ln(1,05)} \Rightarrow n = 14,206\,699\,082\,890\,5$$

La valeur du capital doublera dans 15 ans

Exercice 6 : Soient a, b, c, d, e cinq termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r

telle que : $\begin{cases} a + b + d + e = 60 \\ d + e = 42 \end{cases}$. Déterminer les nombres réels a, b, c, d, e.

Solution :

Les nombres réels a, b, c, d, e.

$$\begin{cases} a + b + c + d = 60 \\ c + d = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + (a + r) + (a + 2r) + (a + 3r) = 60 \\ (a + 2r) + (a + 3r) = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 6r = 60 \\ 2a + 5r = 42 \end{cases}$$

$$2a + 5r = 42 \Rightarrow a = \frac{42-5r}{2}$$

Remplaçons a par sa valeur dans $(4a + 6r = 60)$

$$4\left(\frac{42-5r}{2}\right) + 6r = 60 \Leftrightarrow \frac{168-20r}{2} + 6r = 60 \Leftrightarrow 84 - 10r + 6r = 60 \Leftrightarrow -4r = -24$$

$$r = \frac{24}{4} \Rightarrow r = 6$$

$$a = \frac{42-5(6)}{2} \Rightarrow a = 6$$

$$b = a + r \Leftrightarrow b = 6 + 6 \Rightarrow b = 12$$



$$c = b + r \Leftrightarrow c = 12 + 6 \Rightarrow c = 18$$

$$d = c + r \Leftrightarrow d = 18 + 6 \Rightarrow d = 24$$

Exercice 7 : Soient a et b deux réels strictement positifs.

On définit la suite (U_n) , pour tout entier naturel n , par :

$$U_0 = a ; U_1 = b ; U_{n+2} = U_{n+1} + 6U_n.$$

On considère les suites (V_n) et (W_n) définies, pour tout entier naturel n .

$$V_n = U_{n+1} - 3U_n \text{ et } W_n = U_{n+1} + 2U_n.$$

- 1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = -2$ et de 1^{er} terme $V_0 = b - 3a$.
- 2) Déterminer, pour tout entier naturel n , V_n en fonction de n , a et b .
- 3) Montrer aussi que (W_n) est une suite géométrique et exprimer W_n en fonction de n , a et b .

Solution :

- 1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = -2$ et de 1^{er} terme

$$V_0 = b - 3a.$$

$$q = \frac{V_{n+1}}{V_n}$$

Cherchons V_{n+1} en remplaçant (n) par $(n+1)$ dans $(V_n = U_{n+1} - 3U_n)$

$$V_{n+1} = U_{(n+1)+1} - 3U_{n+1} \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+2} - 3U_{n+1}$$

$$V_{n+1} = U_{n+1} + 6U_n - 3U_{n+1} \Leftrightarrow V_{n+1} = 6U_n - 2U_{n+1}$$

$$q = \frac{6U_n - 2U_{n+1}}{U_{n+1} - 3U_n} \Leftrightarrow q = \frac{-2(U_{n+1} - 3U_n)}{U_{n+1} - 3U_n} \Rightarrow q = -2$$

Remplaçons n par 0 dans $V_n = U_{n+1} - 3U_n$

$$V_0 = U_{0+1} - 3U_0 \Leftrightarrow V_0 = U_1 - 3U_0 \Leftrightarrow V_0 = b - 3a$$

- 2) V_n en fonction de n , a et b

En progression géométrique $V_n = V_0 \times (q)^n$

$$V_n = (b - 3a)(-2)^n$$

- 3) Montrons que (W_n) est une suite géométrique

Cherchons W_{n+1} en remplaçant (n) par $(n+1)$ dans $(W_n = U_{n+1} + 2U_n)$

$$W_{n+1} = U_{(n+1)+1} + 2U_{n+1} \Leftrightarrow W_{n+1} = U_{n+2} + 2U_{n+1}$$

$$W_{n+1} = U_{n+1} + 6U_n + 2U_{n+1} \Leftrightarrow W_{n+1} = 6U_n + 3U_{n+1}$$

$$q = \frac{6U_n + 3U_{n+1}}{U_{n+1} + 2U_n} \Leftrightarrow q = \frac{3(U_{n+1} + 2U_n)}{U_{n+1} + 2U_n} \Rightarrow q = 3$$

W_n en fonction de n , a et b

Remplaçons n par 0 dans $W_n = U_{n+1} + 2U_n$

$$W_0 = U_{0+1} + 2U_0 \Leftrightarrow W_0 = U_1 + 2U_0 \Rightarrow W_0 = b + 2a$$

En progression géométrique $W_n = W_0 \times (q)^n$

$$W_n = (b + a)(3)^n$$



Exercice 8: Au premier janvier de l'année N , la ville de Bamako en pleine expansion avait une population de 100 000 habitants. L'Institut National de Statistique du Mali fait l'hypothèse qu'à partir du premier janvier de la même année :

- ❖ Le nombre d'habitants de Bamako augmente chaque année de 5% du fait des naissances et des décès.
- ❖ Du fait des mouvements migratoires, 4 000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.

Pour tout entier naturel n , on note U_n le nombre d'abonné de la ville de Bamako au 1^{er} janvier de l'année $N + n$. On a donc $U_0 = 100\,000$

- 1) Calculer U_1 et U_2 . La suite U est-elle arithmétique ? Géométrique ?
- 2) Justifier que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 1,05U_n + 4\,000$
- 3) Pour tout entier naturel n on pose $V_n = U_n + 80\,000$
 - a) Calculer V_0
 - b) Montrer que V_n $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - c) Exprimer V_n en fonction de n . En déduire que $U_n = 180\,000 * (1,05)^n - 80\,000$
- 4) On utilise le modèle théorique que l'on vient d'étudier
 - a) Quel sera le nombre d'habitants de la ville de Bamako au premier janvier 2020 sachant que N vaut 2005
 - b) Déterminer le sens de variation de la suite U_n
 - c) A partir de quelle année la population de Bamako dépassera-t-elle 200 000 habitants ?

À CHERCHER

TRAVAUX DIRIGES**I. POURCENTAGES**

- 1) Les prix de marchandises achetées aux enchères sont majorés de 14 % de frais et taxes. Quels sont les prix de revient correspondant aux enchères suivantes : 2 800 F ; 7 200 F ; 15 600 F ?
- 2) Le prix initial d'une marchandise est de 100 000 F. Calculer son prix final sachant que le prix initial a subi une diminution.
- 3) Un savon a perdu en fondant 30% de son poids initial. Quel était ce poids si le poids actuel est de 770 kg ?
- 4) Une balle de coton entreposé dans un endroit humide a augmenté de poids de 5% par rapport à son poids initial. Quel était celui – ci si son poids actuel est 567 kg ?
- 5) Quel est le prix net de vente d'un objet marqué 100 F sur lequel on fait une remise de 15% et une escompte de 3% ?
- 6) Un fabricant vend une paire de chaussures au prix marqué de 32 F et accorde 15 % de remise et 5 % d'escompte. Calculer le prix net de vente ainsi obtenu.
- 7) Un commerçant achète pour un prix total de 3 480 F, deux coupes de tissus. Les $\frac{3}{7}$ du prix de la première sont égaux aux $\frac{2}{5}$ du prix de la deuxième.
 - 1) Calculer le prix d'achat respectif de deux coupes ;
 - 2) Le marchand veut réaliser sur la première un bénéfice net de 20 % du prix d'achat. Les frais et les taxes s'élèvent à 16 % du prix de vente. Par quel coefficient faut-il multiplier le prix d'achat pour obtenir le prix de vente ? Quel est le prix de vente de la première pièce ?
 - 3) Calculer le pourcentage de bénéfice net réalisé sur le prix de vente de la deuxième pièce, si le commerçant la vend au prix trouvé ci-dessus pour la première et si les charges sont dans les mêmes rapports.
- 8) 180 personnes ont fréquenté la bibliothèque municipale en 1998. Cette fréquentation a augmenté de 17% en 1999, de 10% en 2000 et baissé de 5% en 2001. Quel le pourcentage global d'augmentation de la fréquentation sur ces trois années
- 9) Le salaire d'un employé a augmenté en passant de 1.001.000F à 1.201.200F. Quel est le taux d'évolution de ce salaire ?
- 10) Le stock d'une entreprise subit une baisse de 270kg à 207kg. Quel est le pourcentage de baisse du stock de cette entreprise ?
- 11) En quinze ans, un article a vu son prix tripler. Quel est le pourcentage d'augmentation de cet article ?
- 12) 90% des élèves de la classe étaient l'an dernier en 10ième dans notre lycée et 18% de ceux-ci viennent de CM₂. Quel est le pourcentage d'élève de la classe venant de CM₂.
- 13) Dans le lycée, il y avait, en 2009, 1000 élèves dont 60% de filles. En 2010, l'effectif des filles a augmenté de 10% et celui des garçons a augmenté de 30%.
 - a) Calculer le pourcentage de filles dans le lycée en 2010.
 - b) Le pourcentage des filles (dans le lycée) a diminué (de 2009 à 2010) : de quel pourcentage ?

TRAVAUX DIRIGES

- 14) En fin d'année, un commerçant décide d'accorder des ristournes (réductions de prix accordés par un commerçant ou remise de prix accordés par un commerçant) à ses meilleurs clients selon les volumes de ventes :

Volumes de ventes	Taux des ristournes
[10 000 ; 25 000[	2%
[25 000 ; 50 000[	2,5%
[50 000 ; 100 000 [	3%
[100 000 ; 200 000[	4%
[200 000 ; 450 000[	6%
[450 000 ; +∞[	7%

- a) Calculer les valeurs des tranches et les montants des ristournes accordés sur chaque vente.
- b) Un client apporte deux factures $F_1 = 175\,000$ UM et $F_2 = 600\,000$ UM. Calculer la ristourne totale sur F_1 et F_2 .
- 15) Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ? Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ?
- 16) Un boulanger qui fabrique 5 200 baguettes de pain quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de baguettes qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes.

II. SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1 :

Soit U_n une suite géométrique décroissante tel que : $\begin{cases} U_0 \times U_3 = 32 \\ U_0 + U_3 = 18 \end{cases}$

- 1) Calculer U_0 et U_3
- 2) Déterminer la raison de la suite U_n
- 3) Donner l'expression de la suite U_n en fonction de n .

EXERCICE 2 :

Soit les suites U_n et V_n définie par : $\begin{cases} U_1 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1-U_n} \end{cases}$ et $V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$

- 1) Calcule V_{n+1} en fonction de U_n puis en fonction de V_n
- 2) En déduire que V_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme V_1
- 3) Exprime V_n puis U_n en fonction de n

TRAVAUX DIRIGES

- 4) On pose $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- Exprimer S_n en fonction de n
 - Calculer la somme des 30 premiers termes de la suite V_n

EXERCICE 2 :

Soit les suites U_n et V_n définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{-7U_n - 8}{2U_n + 1} \end{cases} \text{ et } V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$$

- Montre que V_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme V_0
- Exprime V_n puis U_n en fonction de n
- On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$
 - Exprimer S_n en fonction de n
 - Calculer la somme des 30 premiers termes de la suite V_n

EXERCICE 3

Soit les suites U_n et V_n définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 \end{cases} \text{ et } V_n = U_n + 2$$

- Montre que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0
- Exprime V_n puis U_n en fonction de n
- On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$. Exprimer S_n en fonction de n

III. SUITES ECONOMIQUES**EXERCICE 1 :**

Un capital A est placé à intérêts composés au taux de 3% l'an. On appelle C_0 le capital initial et C_n le capital après n années.

- Exprimer C_{n+1} en fonction de n puis en déduire la nature de la suite C_n
- Au bout de combien d'années le capital est-il doublé ?
- Au bout de combien d'années le capital est-il triplé ?

EXERCICE 2 :

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année de 5% la quantité de déchets qu'elle rejette par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités. Pour tout

TRAVAUX DIRIGES

entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a alors $r_0 = 40\,000$.

- 1) a) Calculer r_1 et r_2 .
b) Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $r_{n+1} = 0,95r_n + 200$.
- 2) Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = r_n - 4\,000$
 - a) Démontrer que la suite (S_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Pour tout entier naturel n , exprimer (S_n) en fonction de n . En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $r_n = 36\,000(0,95)^n + 4\,000$.
 - c) La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ?
 - d) Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini.
 - e) Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.

EXERCICE 3 :

Mme Touré place 2 500 000 F CFA en 2010 dans une banque au taux d'intérêt composé annuel de 10%.

- 1) Déterminer l'avoir de Mme Touré dans son compte en 2011 (au bout d'une année) ; en 2012 (au bout de deux ans) ; en 2013 (au bout de trois ans).
- 2) Soit U_n le montant que Mme Touré aura au bout de n (n est le nombre d'années écoulées après 2010). Exprimer U_n en fonction de n .

EXERCICE 4 :

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que, chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5% par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000. On note U_n le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année $2015 + n$.

On a donc $U_0 = 600$

- 1) Montre, que pour tout entier n , $U_{n+1} = 1,05 U_n - 10$.
- 2) On pose $V_n = U_n - 200$.
 - a) Montre que la suite (V_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme V_0 .
 - b) Exprime V_n en fonction de n . En déduis l'expression de U_n en fonction de n .
 - c) D'après ce modèle, combien de calculatrices cette entreprise vendra-t-elle en 2025 ?

IV. FONCTIONS NUMERIQUES

EXERCICE 1 :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ de la courbe représentative Cf et soit D la droite d'équation $y = x + 1$.

1. Calculer $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$ et $f(2)$;
2. Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
3. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
4. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$ puis dresse son tableau de variation ;
5. Tracer Cf et D dans le plan muni d'un repère orthonormée.

EXERCICE 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ de la courbe représentative Cf .

1. Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
2. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
3. Déterminer les réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$;
4. a) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe Cf ;
b) Détermine la position de la courbe Cf et de la droite D ;
5. Montre le point $I\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ est centre de symétrie pour la courbe Cf ;
6. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$ puis dresse son tableau de variation ;
7. Détermine une équation de la tangente à la courbe Cf au point d'abscisse -2 ;
8. Construit la courbe Cf et la droite (D) dans le même repère.

EXERCICE 3 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x^2+cx+d}$ de la courbe représentative Cf .

- 1) Détermine les réels a ; b et c tel que :
 - a) La courbe Cf admet comme asymptote les droites $x = 2$ et $x = -1$
 - b) La courbe Cf passe par le point $A\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -5
- 2) Etudie la fonction ff puis représenter sa courbe Cff dans le repère

TRAVAUX DIRIGES

EXERCICE 4 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, où a , b et c sont des réels

- 1) Calculer $f'(x)$
- 2) Détermine les réels a , b , c sachant que f admet 1 pour extremum en $x = 0$ et -3 pour extremum en $x = 2$
- 3) Etudier la fonction f
- 4) Tracer la courbe C_f de f

EXERCICE 5 :

Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		$\emptyset$	$\emptyset$	
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$

Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, où a , b et c sont des réels

- 1) Calculer $f'(x)$
- 2) Détermine les réels a , b , c en utilisant les données du tableau
- 3) Etudier la fonction f
- 4) Tracer la courbe C_f de f

EXERCICE 6 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+bx+c}{x+1}$ de la courbe représentative C_f .

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x)$;
2. Déterminer les réels b et c $f(0) = 4$ et $f'(0) = -3$
3. Calculer les limites aux bornes tout en précisant les asymptotes ;
4. Déterminer les réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$;
5. a) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe C_f ;
b) Détermine la position de la courbe C_f et de la droite D ;
6. Montre le point $I(-1, -1)$ est centre de symétrie pour la courbe C_f ;
7. Calculer la fonction dérivée de $f(x)$ puis dresse son tableau de variation ;
8. Détermine une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $x = 0$;
9. Construit la courbe C_f et la droite (D) dans le même repère.

TRAVAUX DIRIGES

EXERCICE 7 :

Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$\emptyset$	$-$	$-$	$\emptyset$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

- 1) Calculer $f'(x)$
- 2) Déterminer les réels a , b , c en utilisant les données du tableau
- 3) a) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe Cf ;
b) Détermine la position de la courbe Cf et de la droite D ;
- 4) Donner le signe de $f(x)$ pour x élément du domaine de définition de f ;
- 5) Construit la courbe Cf et la droite (D) dans le même repère.

V. FONCTIONS ECONOMIQUES

EXERCICE 1 :

Une entreprise fabrique et commercialise chaque mois x objets dont le coût total de production, exprimé en milliers de francs est donnée par :

$$C(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 200 \text{ avec } x \in \llbracket 5 ; 60 \rrbracket.$$

On admet que toute la production est vendue chaque mois. On rappelle que le coût moyen unitaire de fabrication d'un objet est donné par $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$

- 1) Calculer $C'_M(x)$ puis en déduis le tableau de variation de $C_M(x)$.
- 2) Pour quel nombre d'objet le coût moyen unitaire est-il minimum ?

EXERCICE 2 :

Le coût total exprimé en F CFA de x objets est donné par la fonction :

$$C_T(x) = 200 + 100x + 0,01x^2$$

- 1) a) Calcule le coût total pour 1000 objets puis 1001 objets.
b) En déduis l'augmentation du coût entraîné par la fabrication de cet objet supplémentaire au centième près.
- 2) a) Exprime en fonction de x la différence entre $C_T(x+1) - C_T(x)$ représentant l'augmentation du coût total de fabrication d'un objet supplémentaire, sachant que



TRAVAUX DIRIGES

- l'on a fabriqué x objets
- b) Calcule la dérivée $C'_T(x)$ de fabrication $C_T(x)$.
- 3) On pose que $C_m(x) = C'_T(x)$
Calcule l'erreur commise $E(x) = C'_T(x) - C_m(x)$.
- 4) Le prix unitaire d'un objet est estimé à 200.
- a) Exprime la recette $R(x)$ en fonction de x .
- b) Etudie les variations du bénéfice $B(x)$.



Seydou DIALLO