

BACCALAURÉAT MALIEN, SESSION DE JUIN 2025		
ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES		
SÉRIE : T.S.EXP	DURÉE : 3 HEURES	COEFFICIENT : 3

Exercice 1[5 points]

Pour tout nombre complexe z , on définit le polynôme : $p(z) = z^3 + 2(-1 + \sqrt{2})z^2 + 4(1 - \sqrt{2})z - 8$.

1. Calcule $p(2)$.
2. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.

On appelle z_1 et z_2 les solutions de l'équation autres que la solution réelle, z_1 ayant la partie imaginaire positive.

Calcule $z_1 + z_2$ puis détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2 .

3. a. Place dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique : 2 cm, on donne les points A d'affixes 2, B et C d'affixes respectives z_1 et z_2 , I est le milieu de $[AB]$.
- b. Détermine la nature du triangle OAB puis calcule l'affixe z_I de I puis le module de z_I .
- c. Dédus-en des résultats précédents les valeurs exactes de $\cos \frac{3\pi}{8}$ et $\sin \frac{3\pi}{8}$.

Exercice 2 [6 points]

I. (3 points). On pose pour tout $u \in (\mathbb{R} - \{-1; 1\})$, $f(u) = \frac{u}{(u^2 - 1)^2}$.

1. Détermine une primitive F de f sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

2. On pose pour tout $u \in (\mathbb{R} - \{-1; 0; 1\})$, $g(u) = \frac{1}{u(u^2 - 1)}$.

Détermine les réels a, b et c tels que pour tout $u \in (\mathbb{R} - \{-1; 0; 1\})$, on ait $g(u) = \frac{a}{u} + \frac{b}{u-1} + \frac{c}{u+1}$.

Dédus-en une primitive G de g sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

3. À l'aide d'une intégration par parties, calcule, pour $x > 1$, $J(x) = \int_2^x \frac{u \ln u}{(u^2 - 1)^2} du$.

- II. (3 points). Un pêcheur capture 100 tonnes de poissons un premier mois ; ensuite cette quantité diminue de 5% chaque mois. IL cessera son activité à la fin du mois dès qu'il passe sous son seuil de rentabilité : 30 tonnes par mois.

Combien de tonnes de poissons, aura-t-il pêché au total ?

Problème :[9 points]

A. Soit f la fonction définie par: $f : x \mapsto f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 9x + 5}{2x^2 + 2}$ et on note (C) la courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Démontre qu'il existe trois réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 + 1}$.
- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - Détermine l'équation de la droite (D) asymptote oblique à (C) .
 - Étudie la position relative de (C) par rapport à (D) .
- Étudie les variations de f sur son domaine de définition.
- Détermine les coordonnées des points de la courbe (C) où la tangente est parallèle à la droite (D) puis détermine l'équation de la tangente à (C) en chacun de ces points.
 - Démontre que le point $I\left(0; \frac{5}{2}\right)$ est un centre de symétrie de (C) .
- Trace (C) et (D) .

B. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{5}{2}x + 2\ln(x^2 + 1)$.

- Démontre que la fonction g est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f qui s'annule en zéro.
- Étudie le sens de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
 - Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- Soit $\alpha \in \mathbb{R}_+$.
 - Calcule en fonction de α , l'aire $A(\alpha)$ en cm^2 de l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tel que

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha \leq x \\ \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \leq y \leq f(x) \end{cases}.$$
 - Pour quelles valeurs de α a-t-on $A(\alpha) \leq 1$?