

BAC 1 2024	MATHEMATIQUES	SERIE : D
Session normale	Durée : 4 heures	Coefficient : 3

EXERCICE 1 (8pts)

Dans le cadre du développement de son territoire, le maire de votre commune décide de faire tracer une route reliant deux quartiers représentés par deux points A et B avec l'implantation de trois lampadaires sur la voie. Il lance alors un appel d'offre à l'issue duquel une entreprise de génie civil est retenue pour la réalisation des travaux. Après visite du terrain et modélisation, l'entreprise informe le maire que la route à tracer sera une partie de la courbe représentative de la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 2}{x + 2}$, le plan étant muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où le point O est le pied du mât de la mairie. L'entreprise indique que les coordonnées des deux quartiers dans ce repère sont : A (0 ; 1) et B (6 ; 1). Elle affirme également que les lampadaires seront installés aux points dont les abscisses sont solutions de l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, (x^2 - 1)(x^2 - 8x + 15) = 0$.

Le maire désire avoir une représentation de l'ouvrage. Il présente alors les résultats de l'étude de l'entreprise à son enfant Solim, élève en classe de 1^{ère}D, qu'il voit souvent tracer les courbes et résoudre des équations lorsqu'il étudie ses leçons. Pour satisfaire son papa, Solim vient te voir pour solliciter ton aide.

Consigne1 : A partir de tes connaissances en mathématiques, représente dans un plan le support de la route.

Consigne2 : En te basant sur des calculs, détermine les positions des trois lampadaires.

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	1pt
Consigne 2	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	

EXERCICE 2 : (6pts)

Partie A : Sans recopier l'énoncé, indiquer à chaque question la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Voici une série statistique à deux caractères : (0,5pt×2)

X	50	100	150	200	250	300
Y	2,8	2,5	2,2	2	1,6	1,5

On a calculé : $\text{Cov}(X, Y) = -39,17$; $\sigma(X) = 85,39$ et $\sigma(Y) = 4,83$.

1.1. Le point moyen du nuage de points de la série est le point :

a₁) G(170 ; 2,5)

a₂) G(165 ; 3,4)

a₃) G(175 ; 2,1)

1.2. Une équation de la droite de régression linéaire de Y en x est :

$$b_1) y = -6,76 \times 10^{-3} x + 3,14$$

$$b_2) y = -5,37 \times 10^{-3} x - 3, \quad b_3) y = -5,37 \times 10^{-3} x + 3,04$$

2. L'ensemble des solutions de l'équation $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ dans $] -\pi; \pi]$ est : (1pt)

a) $\left\{\frac{\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}\right\}$

b) $\left\{-\frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$

c) $\left\{-\frac{\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}\right\}$

d) $\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$

3. Si deux plans de l'espace sont orthogonaux à une même droite respectivement en deux points distincts A et B alors ils sont : a) orthogonaux b) confondus c) parallèles d) sécants (0,5pt)

Partie B : Compléter les phrases suivantes en utilisant les numéros et les lettres sans recopier toute la phrase

1. Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher : 2 blanches, 3 rouges et 3 noires. On tire simultanément deux boules de cette urne et l'on définit les événements suivants :

A : « les boules tirées sont monocolores » et B : « Les boules tirées sont bicolores ». On a :

$P(A) = \dots a \dots$ et $P(B) = \dots b \dots$ (1pt)

2. Une similitude est la composée d'une ... a ... et d'une homothétie. (0,5pt)

3. Soit f une application du plan dans le plan et k un réel non nul donné tels que pour tous points distincts M et N, $\overline{f(M)f(N)} = k \overline{MN}$. f est une ... a ... dont un des éléments caractéristiques est ... b ... (1pt)

4. On considère le polynôme $p(x) = -2x^2 + 4x - 2$. Le nombre de zéro(s) de p est ... a ... Il a pour signe ... b ... (1pt)

EXERCICE 3 : (6pts)

Les parties I et II sont indépendantes.

I- On considère les deux suites réelles (U_n) et (V_n) définies par :

$$U_1 = 2, V_1 = 7 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} = \frac{2U_n + 3V_n}{5}, V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5}.$$

1- Calculer U_2 et V_2 . (0,5pt)

2- Pour tout entier naturel non nul n , on pose $W_n = V_n - U_n$.

a- Démontrer que (W_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1pt)

b- Exprimer W_n en fonction de n . (W_n) converge-t-elle ? Justifier. (1pt)

3- a- Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}W_n$ et $V_{n+1} - V_n = \frac{-1}{5}W_n$. (1pt)

b- En déduire que (U_n) est croissante et que (V_n) est décroissante. (0,5pt)

II- Soit ABCD un carré de sens direct, r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et D' l'image de D par r .

1. Faire une figure. (0,5pt)

2. Justifier qu'il existe une homothétie de centre B qui applique A sur D' et préciser son rapport. (0,75pt×2)