

SUJETS DE BAC GUINEENS SERIE D DE 2010 A2019

BACCALAUREAT - SESSION 2019

Sujet

Exercice :

- A- Soit P le polynôme défini par : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
- 1- Calculer $P(1)$
 - 2- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): \ln(x^2 + 1) + \ln(x - 5) = \ln(x^2 - 10x + 1)$
- B- On pose $a = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$; $b = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ et $c = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$
- 1- Exprimer a^6 ; b^6 et c^6 sous forme algébrique.
 - 2- En déduire une solution de l'équation $(E): z \in \mathbb{C}; z^6 = -8i$
 - 3- Soit $j = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$
 - a- Vérifier que $j^3 = 1$
 - b- Démontrer que jb et j^2b sont aussi solution de (E)
 - c- En déduire toutes les solutions de (E) . Les écrire sous forme algébrique.

Problème : on considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$. On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .

- 1- Etudier le sens de variation de la fonction f
- 2- On considère la courbe (Γ) la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = e^x - 1$
 - a- Démontrer que (Γ) est asymptote à (C) en $+\infty$
 - b- Préciser les positions relative de (C) et (Γ)
- 3- Construire (Γ) à partir de la représentation graphique de la fonction exponentielle.
Sur le même graphique, construire (C)

BACCALAUREAT - SESSION 2018

Sujet

Exercice 1 : on considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$$

- 1- Calculer U_1 ; U_2 et U_3
- 2- Pour tout entier naturel n on pose $V_n = U_n - 2$
 - a- Calculer V_1 ; V_2 et V_3
 - b- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$
 - c- Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n .
- 3- On pose $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$ et $T_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$
Exprimer S_n en fonction de n puis en déduire T_n en fonction de n

Problème : soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(0) = 0$ et pour tout x de $[0; +\infty[$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{3}{2} \right)$$

- 1- Démontrer que f est dérivable en 0
- 2- Dresser le tableau de variation de f
- 3- Soit C la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ (unité graphique : 2 cm).
 - a- Soit A le point de C d'abscisse 1. Ecrire une équation de la tangente (T) à C en A .
 - b- Pour tout x de $[0; +\infty[$, on pose $\varphi(x) = f(x) + x - \frac{1}{2}$. Calculer $\varphi'(x)$ et $\varphi''(x)$
En déduisez-en le signe de $\varphi(x)$ et la position relative de C par rapport à (T)

- 4- Tracer la courbe C et la droite (T) .

BACCALAUREAT - SESSION 2017

Sujet

Exercice :

Un sac contient dix objets : n objets sont noirs ; les autres sont blancs. On extrait simultanément deux objets du sac. Les tirages étant équiprobables, quelles sont les probabilités d'obtenir :

- 1) Deux objets de couleurs différentes ?
- 2) Deux objets noirs ?
- 3) Deux objets blancs ?

Calculer n pour que cette dernière probabilité soit égale à $\frac{7}{15}$

Problème :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) .

Soit la fonction f de $\mathbb{R}^*$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$
et (C) sa courbe représentative (unité graphique : 2 cm).

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- 2) Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout x de D_f , $f(x) = a + \frac{b}{1 + \ln x}$
- 3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f et interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 4) a) Déterminer la fonction dérivée f' de f .
b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
- 5) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = \frac{1}{2}$.
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'ordonnée $\frac{1}{2}$
- 6) Construire la tangente (T) et la courbe (C)

BACCALAUREAT - SESSION 2016

Sujet

Exercice 1 : On considère deux dés cubiques

- L'un est rouge et ses six faces sont numérotées : 6 ; 6 ; 6 ; 5 ; 5 ; 4
- L'un est noir et ses six faces sont numérotées : 3 ; 3 ; 3 ; 2 ; 2 ; 1

Les deux sont jetés simultanément. Chacune des faces a la même probabilité d'être désignée au tirage (équiprobabilité).

On note r le nombre indiqué par le dé rouge et n le nombre indiqué par le dé noir. On obtient ainsi un couple $(r; n)$.

Soit X la variable aléatoire qui, à un jet de deux dés, fait correspondre le nombre $r - n$

- a- Déterminer la loi de probabilité de X
- b- Calculer l'espérance mathématiques et la variance de X

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système suivant :
$$\begin{cases} (1+i)z - iz' = 2+i \\ (2+i)z + (2-i)z' = 7-4i \end{cases}$$

Problème : on considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $] -1; 1[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O, I, J) . (unité graphique : 2 cm).

- 1- Calculer la limite de f en -1 et 1 . Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 2- Démontrer que pour tout x de $] -1; 1[$, $f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$
- 3- En déduire le tableau de variation de f
- 4- Déterminer l'équation de la droite (T) la tangente à (C) au point d'abscisse 0.
- 5- Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = f(x) - x$
 - a- Déterminer le sens de variation de g
 - b- Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

- c- Déterminer la position de (C) par rapport à (T) , puis construire (C) et (T)

BACCALAUREAT - SESSION 2015

Sujet

Exercice 1 :

On considère la suite u_n définie par : u_0 et pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$

1. On pose, pour tout entier n : $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$ Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
2. Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n .

Exercice 2 :

- 1- On donne le nombre complexe U : $U = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$. Calculer U^2 et U^4
- 2- Calculer le module et l'arrangement de U . En déduire le module et l'argument de U .
- 3- On considère le plan P muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnée (x, y) dans P , on associe son affixe $Z = x + iy$ Déterminer l'ensemble des points M de P pour lesquels le module du produit UxZ est égal à 8.

Problème :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan.

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
- b) Démontrer que pour tout réel $x \in [0; +\infty[$ $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$
- c) En déduire que la courbe (C) admet comme asymptote la droite (D) d'équation : $y = x$.
Etudier la position relative de (C) par rapport à (D) .
2. Etudier le sens de variations de f et dresser son tableau de variation.
3. Tracer la droite (D) et la courbe (C) .

BACCALAUREAT - SESSION 2014

Sujet

Partie A

Soit le nombre complexe $u = \frac{ai-4b}{5+3i}$ avec $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1. Déterminer les réels a et b sachant que u a pour module 1 et pour argument $\frac{3\pi}{4} (2\pi)$
2. a) On donne $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2}$ Calculer $u^{12} + u^{16}$
- b) Démontrer que, quels que soient les entiers naturels m et n respectivement pair et impair, on a : $u^{4m} + u^{4n} = 0$.

Partie B

Soit la fonction $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}-1}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) , unité : $2cm$.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . Etudier les limites de f aux bornes D_f de f .
- 2- Etudier les variations de f .
- 3- Montrer que le point $I(0,1)$ est un centre de symétrie pour la courbe.
- 4- Construire (C) dans le repère (O, I, J) , on placera en particulier le point A de dont l'ordonnée est 4. On précisera les asymptotes à (C) .
- 5- Soit g la restriction de f à l'intervalle $]0, +\infty[$. Montrer g admet une fonction réciproque g^{-1} que l'on déterminera.

Partie C :

Un bassin contient trente poissons : Cinq carpes, dix tranches et quinze gardons. On pêche quatre poissons d'un seul coup de filet. Calculer avec deux décimales ; les probabilités des événements suivants :

- 1- Les quatre poissons sont tous des gardons.
- 2- Aucun des quatre poissons n'est un gardon.
- 3- Il y a au moins un gardon dans le filet.
- 4- Le filet contient une carpe, une tranche et deux gardons.

- 5- Parmi les quatre poissons il y a au moins deux carpes.

BACCALAUREAT - SESSION 2013

Sujet

A- On considère les nombres complexes Z et U définies par :

$$Z = -8\sqrt{3} + 8i \text{ et } U = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

1. Écrire le nombre complexe Z sous forme trigonométrique.
Déterminer les racines carrées de Z sous forme trigonométrique.
2. Calculer U^2 utiliser ce résultat pour exprimer les racines carrées de Z sous leur forme algébrique. En déduire la valeur $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

B- Le repère $(o ; i ; j)$ est orthonormé. Soit f la fonction définie par : $f(x) = (1 - x)(1 + e^x)$
On désigne par (C) la courbe représentative de f .

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.
Préciser la position relative de (C) et (Δ) .
3. Étudier les variations de la fonction dérivée f et en déduire des variations de f .
4. Tracer (C)

C- Résoudre dans $R \times R$ le système suivant :

$$\begin{cases} 3^{x+y} + \frac{15}{3^{x+y}} = 8 \\ xy = \frac{1}{4} \end{cases}$$

BACCALAUREAT - SESSION 2012

Sujet

A- On pose $U = \cos\theta + i\sin\theta$ $V = \cos\theta - i\sin\theta$

- 1- Montrer que $UV = 1$ et calculer $U + V, U - V, U^m + V^m$ et $U^m - V^m$ en fonction de θ ($m \in \mathbb{Z}$).
- 2- Développer $(U + V)^3 + (U - V)^3$ puis utiliser les résultats obtenus au 1) pour donner l'expression linéaire de $\cos 3\theta$ et $\sin 3\theta$ et $\cos^3\theta$ et $\sin^3\theta$
- 3- Calculer les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\theta \, d\theta$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\theta \, d\theta$ en utilisant les résultats de la question précédente.

B- Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f .

1. Démontrer l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble.
2. Démontrer que la courbe (Γ) d'équation $y = 1 + e^x$ est asymptote à (C) en $+\infty$ Préciser la position relative de (C) et (Γ)
3. Étudier les variations de f et tracer (Γ) et (C) .

C- Résoudre dans R l'équation : $\log_3 x = \frac{1}{2} + \log_9(4x + 15)$

BACCALAUREAT - SESSION 2011

Sujet

A-1) On considère les deux ensembles $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ et $F = \{a ; b ; c ; d\}$. Quel est le nombre de bijection différent de E sur F ?

2) Quatre hommes et leurs épouses décident de danser en se soumettant aux règles suivantes : les partenaires sont liés au sort et sont de sexe différent ; tout le monde danse. Calculer la probabilité

- a) Pour que chacun des 4 hommes dansent avec son épouse.
- b) Pour que deux hommes dansent seulement avec leurs épouses.
- c) Pour qu'un homme seulement danse avec son épouse.

d) En déduire la probabilité pour qu'aucun des 4 hommes ne dansent avec son épouse.

B) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $] -1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x}{(1+x)^2}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère $(O ; i ; j)$.

- 1- Calculer la limite de cette fonction lorsque x tend vers $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?
- 2- Calculer $f'(x)$ et montrer que son signe est celui de $f(x)$. Dresser le tableau de variation.
- 3- Tracer la courbe (C), la droite d'équation ainsi que la tangente (T) à cette courbe en son point d'abscisse 0.

C- On donne le nombre complexe $U : U = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

- 1- Calculer U^2 et U^4 . Calculer le module et l'argument de U .
- 2- On considère le plan P muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnée (x, y) dans P , on associe son affixe $Z = x + iy$. Déterminer l'ensemble des points M de P pour lesquels le module du produit UxZ est égal à 8.

BACCALAUREAT - SESSION 2010

Sujet

A- Soit (u_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} U_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - n^2 + n \end{cases}$

- 1- Démontrer un polynôme du second degré P tel que la suite de terme général $a_n = P(n)$ vérifie la relation de récurrence précédente.
- 2- Démontrer que la suite de terme général $v_n = u_n - a_n$ est une suite géométrique.
- 3- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
- 4- Etudier la convergence des suites (v_n) et (u_n) .

B- Soit la fonction définie par : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, i, j) d'unité 2cm.

- 1- Etudier les variations de la fonction f .
- 2- a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C_f) . Préciser la position relative de (C_f) par rapport à (D).
b) Montrer qu'il existe un point A la courbe en laquelle la tangente (T) est parallèle à (D). On donnera les coordonnées de A et une équation de (T).
- 3- Construire soigneusement (D) et (T).
4. a) Calculer la dérivée de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ dans $]0; +\infty[$
b) Soit A supérieur à 1. Calculer l'aire A (cm^2) de la partie (C_f) , la droite (D) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 7$