

REPUBLIQUE DU NIGER MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR, DE LA RECHERCHE ET DE L'INNOVATION TECHNOLOGIQUE OFFICE DU BACCALAUREAT, DES EQUIVALENCES ET DES EXAMENS ET CONCOURS DU SUPERIEUR (OBEECS)	BACCALAUREAT SESSION 2025	EPREUVE : Mathématiques DUREE : 2H COEFFICIENT : 5 GROUPE : 2 nd groupe
	SERIE/FILIERE : D	

Exercice (10 points)

On considère la transformation F définie du plan complexe P vers P qui à tout point $M(x; y)$ de P associe

le point $M' (x'; y')$ tel que
$$\begin{cases} x' = \sqrt{3}x - y + 1 \\ y' = x + \sqrt{3}y + 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

1) Déterminer l'écriture complexe de F , sa nature et ses éléments caractéristiques. **(2 points)**

2) Soit la similitude directe plane G de centre $\Omega \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, de rapport $k' = 2$ et d'angle $\theta' = \frac{\pi}{3}$.

Déterminer l'écriture complexe de G . **(2 points)**

3) On pose $H = G \circ F$. Donner la nature et les éléments caractéristiques de H , puis son écriture complexe. **(3 points)**

4) Soit O' l'image de O par H .

a) Déterminer l'affixe de O' . Placer les points Ω et O' dans le plan complexe muni du repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$. **(2 points)**.

b) Vérifier que le triangle $\Omega OO'$ est rectangle **(1 point)**

Exercice 2 (10 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = 2 \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} dx$$

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 0$. **(1 point)**

2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} + u_n = \frac{1}{n+1}$. **(2 points)**

3) Calculer u_0 , u_1 et u_2 . **(3 points)**

4) Montrer que la suite numérique (u_n) est décroissante. **(2 points)**

5) En déduire que la suite numérique (u_n) est convergente et calculer sa limite. **(2 points)**