

EXAMEN :	BACCALAUREAT BLANC
COMITE : CPREQUAM	SESSION DE JUIN 2022
SPECIALITE: T.SEXP	
EPREUVE: MATHEMATIQUES	COEFF: 03 DUREE : 03 HEURES DATE: 20/06/2022

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussit pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (7pts)

- I. On considère l'application t de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $t(z) = 9z^4 - 24z^3 + 50z^2 - 24z + 41$.
1. Montrer que si z_0 est une racine de t , alors $\bar{z}_0$ est aussi une racine de t .
 2. Vérifier que i est une racine de t et en déduire une autre racine de t .
 3. Déterminer trois nombres complexes a, b , et c tels que : $\forall z \in \mathbb{C}, t(z) = (z^2 + 1)(az^2 + bz + c)$.
 4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $t(z) = 0$.
- II. Lors du tremblement de terre qui a secoué la centrale nucléaire de FUKUSHIMA au Japon, le nombre d'atome de radium $N(t)$ échappé à l'instant t est donné par la relation :
- $N'(t) = -25 \cdot 10^{-8} N(t)$ et $N(0) = N_0$ où t est exprimé en années.
1. Déterminer l'expression de $N(t)$ en fonction de N_0 et t .
 2. Au bout de combien d'années le nombre d'atome de radium aura-t-il diminué de moitié ?
- III. On considère la fonction polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 18x + 8$.
1. a) Factoriser $P(x)$.
 - b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$.
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $P(x) \leq 0$.
 2. Déduire des questions précédentes les solutions dans $\mathbb{R}$ de :
 - a) (E) : $P(x) = 2(\ln(x + 1))^3 + 3(\ln(x + 1))^2 - 18\ln(x + 1) + 8$.
 - b) (E') : $8e^{-2x} - 18e^{-x} + 2e^x + 3 \leq 0$.

Exercice 2 (7pts)

- I. Une urne contient 3 boules blanches, 5 boules rouges et 4 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.
1. a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « On tire 3 boules de couleurs différentes. »

B : « On tire 3 boules de même couleur. »

2. On définit la variable aléatoire X qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules blanches tirées.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Déterminer la loi de probabilité de X .

c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .

II. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3$

1. Calculer u_1, u_2, u_3 .

2. (V_n) est la suite définie, pour tout entier naturel n , par $V_n = u_n - 5$.

a) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.

b) Exprimer V_n en fonction de n .

3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

4. On note $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

Exprimer S_n en fonction de n .

Problème(6pts)

On considère la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2x \ln x - 4x$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(Unité graphique : 1 cm).

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

(On pourra mettre x en facteur dans l'expression de $f(x)$).

2. a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b) Déterminer le sens de variations de f .

c) Dresser le tableau de variations de f .

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de (C_f) avec l'axe des abscisses.

4. Déterminer une équation de la tangente (T) en A à (C_f) .

5. Tracer (T) et (C_f) .

On donne : $e \approx 2,7$